

Exponential function

Michelle

today

Abstract

In this article a power series representation of the exponential function is investigated.

1 Introduction

The exponential function normally denoted as:

$$f(x) = e^x \quad (1)$$

The exponential function can be reparameterized using a power series ¹:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \dots \quad (2)$$

This representation only uses which only uses multiplications and divisions.

2 Implementation

The implementation is made in c#. The implematation of the power function representation are done in the following way:

```
static double ex(double x){
    if (x<0) return 1/ex(-x);
    if (x>1.0/8) return Pow(ex(x/2),2);
    return 1+x*(1+x/2*(1+x/3*(1+x/4*(1+x/5*(1+x/6*(1+x/7*(1+x/8*(1+x/9*(1+x/10*(1+x/11*(1+x/12*(1+x/13*(1+x/14*(1+x/15*(1+x/16*(1+x/17*(1+x/18*(1+x/19*(1+x/20*(1+x/21*(1+x/22*(1+x/23*(1+x/24*(1+x/25*(1+x/26*(1+x/27*(1+x/28*(1+x/29*(1+x/30*(1+x/31*(1+x/32*(1+x/33*(1+x/34*(1+x/35*(1+x/36*(1+x/37*(1+x/38*(1+x/39*(1+x/40*(1+x/41*(1+x/42*(1+x/43*(1+x/44*(1+x/45*(1+x/46*(1+x/47*(1+x/48*(1+x/49*(1+x/50*(1+x/51*(1+x/52*(1+x/53*(1+x/54*(1+x/55*(1+x/56*(1+x/57*(1+x/58*(1+x/59*(1+x/60*(1+x/61*(1+x/62*(1+x/63*(1+x/64*(1+x/65*(1+x/66*(1+x/67*(1+x/68*(1+x/69*(1+x/70*(1+x/71*(1+x/72*(1+x/73*(1+x/74*(1+x/75*(1+x/76*(1+x/77*(1+x/78*(1+x/79*(1+x/80*(1+x/81*(1+x/82*(1+x/83*(1+x/84*(1+x/85*(1+x/86*(1+x/87*(1+x/88*(1+x/89*(1+x/90*(1+x/91*(1+x/92*(1+x/93*(1+x/94*(1+x/95*(1+x/96*(1+x/97*(1+x/98*(1+x/99*(1+x/100*(1+x/101*(1+x/102*(1+x/103*(1+x/104*(1+x/105*(1+x/106*(1+x/107*(1+x/108*(1+x/109*(1+x/110*(1+x/111*(1+x/112*(1+x/113*(1+x/114*(1+x/115*(1+x/116*(1+x/117*(1+x/118*(1+x/119*(1+x/120*(1+x/121*(1+x/122*(1+x/123*(1+x/124*(1+x/125*(1+x/126*(1+x/127*(1+x/128*(1+x/129*(1+x/130*(1+x/131*(1+x/132*(1+x/133*(1+x/134*(1+x/135*(1+x/136*(1+x/137*(1+x/138*(1+x/139*(1+x/140*(1+x/141*(1+x/142*(1+x/143*(1+x/144*(1+x/145*(1+x/146*(1+x/147*(1+x/148*(1+x/149*(1+x/150*(1+x/151*(1+x/152*(1+x/153*(1+x/154*(1+x/155*(1+x/156*(1+x/157*(1+x/158*(1+x/159*(1+x/160*(1+x/161*(1+x/162*(1+x/163*(1+x/164*(1+x/165*(1+x/166*(1+x/167*(1+x/168*(1+x/169*(1+x/170*(1+x/171*(1+x/172*(1+x/173*(1+x/174*(1+x/175*(1+x/176*(1+x/177*(1+x/178*(1+x/179*(1+x/180*(1+x/181*(1+x/182*(1+x/183*(1+x/184*(1+x/185*(1+x/186*(1+x/187*(1+x/188*(1+x/189*(1+x/190*(1+x/191*(1+x/192*(1+x/193*(1+x/194*(1+x/195*(1+x/196*(1+x/197*(1+x/198*(1+x/199*(1+x/200*(1+x/201*(1+x/202*(1+x/203*(1+x/204*(1+x/205*(1+x/206*(1+x/207*(1+x/208*(1+x/209*(1+x/210*(1+x/211*(1+x/212*(1+x/213*(1+x/214*(1+x/215*(1+x/216*(1+x/217*(1+x/218*(1+x/219*(1+x/220*(1+x/221*(1+x/222*(1+x/223*(1+x/224*(1+x/225*(1+x/226*(1+x/227*(1+x/228*(1+x/229*(1+x/230*(1+x/231*(1+x/232*(1+x/233*(1+x/234*(1+x/235*(1+x/236*(1+x/237*(1+x/238*(1+x/239*(1+x/240*(1+x/241*(1+x/242*(1+x/243*(1+x/244*(1+x/245*(1+x/246*(1+x/247*(1+x/248*(1+x/249*(1+x/250*(1+x/251*(1+x/252*(1+x/253*(1+x/254*(1+x/255*(1+x/256*(1+x/257*(1+x/258*(1+x/259*(1+x/260*(1+x/261*(1+x/262*(1+x/263*(1+x/264*(1+x/265*(1+x/266*(1+x/267*(1+x/268*(1+x/269*(1+x/270*(1+x/271*(1+x/272*(1+x/273*(1+x/274*(1+x/275*(1+x/276*(1+x/277*(1+x/278*(1+x/279*(1+x/280*(1+x/281*(1+x/282*(1+x/283*(1+x/284*(1+x/285*(1+x/286*(1+x/287*(1+x/288*(1+x/289*(1+x/290*(1+x/291*(1+x/292*(1+x/293*(1+x/294*(1+x/295*(1+x/296*(1+x/297*(1+x/298*(1+x/299*(1+x/300*(1+x/301*(1+x/302*(1+x/303*(1+x/304*(1+x/305*(1+x/306*(1+x/307*(1+x/308*(1+x/309*(1+x/310*(1+x/311*(1+x/312*(1+x/313*(1+x/314*(1+x/315*(1+x/316*(1+x/317*(1+x/318*(1+x/319*(1+x/320*(1+x/321*(1+x/322*(1+x/323*(1+x/324*(1+x/325*(1+x/326*(1+x/327*(1+x/328*(1+x/329*(1+x/330*(1+x/331*(1+x/332*(1+x/333*(1+x/334*(1+x/335*(1+x/336*(1+x/337*(1+x/338*(1+x/339*(1+x/340*(1+x/341*(1+x/342*(1+x/343*(1+x/344*(1+x/345*(1+x/346*(1+x/347*(1+x/348*(1+x/349*(1+x/350*(1+x/351*(1+x/352*(1+x/353*(1+x/354*(1+x/355*(1+x/356*(1+x/357*(1+x/358*(1+x/359*(1+x/360*(1+x/361*(1+x/362*(1+x/363*(1+x/364*(1+x/365*(1+x/366*(1+x/367*(1+x/368*(1+x/369*(1+x/370*(1+x/371*(1+x/372*(1+x/373*(1+x/374*(1+x/375*(1+x/376*(1+x/377*(1+x/378*(1+x/379*(1+x/380*(1+x/381*(1+x/382*(1+x/383*(1+x/384*(1+x/385*(1+x/386*(1+x/387*(1+x/388*(1+x/389*(1+x/390*(1+x/391*(1+x/392*(1+x/393*(1+x/394*(1+x/395*(1+x/396*(1+x/397*(1+x/398*(1+x/399*(1+x/400*(1+x/401*(1+x/402*(1+x/403*(1+x/404*(1+x/405*(1+x/406*(1+x/407*(1+x/408*(1+x/409*(1+x/410*(1+x/411*(1+x/412*(1+x/413*(1+x/414*(1+x/415*(1+x/416*(1+x/417*(1+x/418*(1+x/419*(1+x/420*(1+x/421*(1+x/422*(1+x/423*(1+x/424*(1+x/425*(1+x/426*(1+x/427*(1+x/428*(1+x/429*(1+x/430*(1+x/431*(1+x/432*(1+x/433*(1+x/434*(1+x/435*(1+x/436*(1+x/437*(1+x/438*(1+x/439*(1+x/440*(1+x/441*(1+x/442*(1+x/443*(1+x/444*(1+x/445*(1+x/446*(1+x/447*(1+x/448*(1+x/449*(1+x/450*(1+x/451*(1+x/452*(1+x/453*(1+x/454*(1+x/455*(1+x/456*(1+x/457*(1+x/458*(1+x/459*(1+x/460*(1+x/461*(1+x/462*(1+x/463*(1+x/464*(1+x/465*(1+x/466*(1+x/467*(1+x/468*(1+x/469*(1+x/470*(1+x/471*(1+x/472*(1+x/473*(1+x/474*(1+x/475*(1+x/476*(1+x/477*(1+x/478*(1+x/479*(1+x/480*(1+x/481*(1+x/482*(1+x/483*(1+x/484*(1+x/485*(1+x/486*(1+x/487*(1+x/488*(1+x/489*(1+x/490*(1+x/491*(1+x/492*(1+x/493*(1+x/494*(1+x/495*(1+x/496*(1+x/497*(1+x/498*(1+x/499*(1+x/500*(1+x/501*(1+x/502*(1+x/503*(1+x/504*(1+x/505*(1+x/506*(1+x/507*(1+x/508*(1+x/509*(1+x/510*(1+x/511*(1+x/512*(1+x/513*(1+x/514*(1+x/515*(1+x/516*(1+x/517*(1+x/518*(1+x/519*(1+x/520*(1+x/521*(1+x/522*(1+x/523*(1+x/524*(1+x/525*(1+x/526*(1+x/527*(1+x/528*(1+x/529*(1+x/530*(1+x/531*(1+x/532*(1+x/533*(1+x/534*(1+x/535*(1+x/536*(1+x/537*(1+x/538*(1+x/539*(1+x/540*(1+x/541*(1+x/542*(1+x/543*(1+x/544*(1+x/545*(1+x/546*(1+x/547*(1+x/548*(1+x/549*(1+x/550*(1+x/551*(1+x/552*(1+x/553*(1+x/554*(1+x/555*(1+x/556*(1+x/557*(1+x/558*(1+x/559*(1+x/560*(1+x/561*(1+x/562*(1+x/563*(1+x/564*(1+x/565*(1+x/566*(1+x/567*(1+x/568*(1+x/569*(1+x/570*(1+x/571*(1+x/572*(1+x/573*(1+x/574*(1+x/575*(1+x/576*(1+x/577*(1+x/578*(1+x/579*(1+x/580*(1+x/581*(1+x/582*(1+x/583*(1+x/584*(1+x/585*(1+x/586*(1+x/587*(1+x/588*(1+x/589*(1+x/590*(1+x/591*(1+x/592*(1+x/593*(1+x/59
```

Starting from the top, if the $x < 0$ the the function call itself but now rewritten using a positive value of x . if $x > 1/8$ the function the function calls itself but with a smaller argument, which is $x/2$, which gives an better accuracy. To account for halving the argument, the the result from the exponential equation is squared. At last if $0 \leq x \leq 1/8$ then a rewritten version of the power function representation of the exponential function is called.

¹https://en.wikipedia.org/wiki/Exponential_function