Ausgewählte Kapitel der Logik

Martin Lundfall

8. Juli 2016

Aufgabe 1

a)

$$\begin{aligned}
\varphi_{on}(z, z_1, ..., z_k) :=& z = z_1 + \underline{1} \lor z = z_1 + z_2 + \underline{2} \lor ... \lor z_1 + ... + z_k + k \\
\varphi^M_{start}(x, y, z_1, ..., z_k) :=& \varphi^M_{Konf}(x, y) \land \varphi_\beta(x, \underline{0}, \underline{q_0}) \land \\
& \forall z < y . \underline{0} < z \to \\
& (\varphi_{on}(z, z_1, ..., z_k) \to \varphi(x, z, \underline{2})) \land \\
& (\neg\varphi_{on}(z, z_1, ..., z_k) \to \varphi(x, z, \underline{1}))
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\varphi^M_{schritt}(x, y, x', y') :=& \varphi_{Konf}(x, y) \land \varphi_{Konf}(x', y') \land \\
& \exists z < y \exists w \leq x \exists w' \leq x \exists \alpha \leq x \exists \alpha' \leq x \\
& (\forall z' z \neq z' \land z + 1 \neq z' \land z \neq z' + 1 \to \exists b \leq \varphi_\beta(x, z', b) \land \varphi_\beta(x', z', b)) \land \\
\bigvee_{\substack{q \in Q, \alpha \in \{\underline{0}, \underline{1}, \underline{2}\} \\ \delta(q,\alpha) = (w', \alpha', p)}} & w = q \land \varphi_\beta(x, z, w) \land \varphi_\beta(x, z+1, \alpha) \land \chi_p(x, x', z, w', \alpha')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi_{\leftarrow}(x, x', z, w', \alpha') :=& \exists z' < z \land z_{-1} + 1 = z \land \\
& \varphi_\beta(x', z_{-1}, w') \land \\
& \exists l \leq x . \varphi_\beta(x', z, l) \land \varphi_\beta(x, z_{-1}, l) \land \\
& \varphi_\beta(x', z + 1, \alpha')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi_{\downarrow}(x, x', z, w', \alpha') :=& \varphi_\beta(x', z, w')\\ & \varphi_\beta(x', z+1, \alpha')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi_{\rightarrow}(x, x', z, w', \alpha') :=& \varphi_\beta(x', z+1, w')\\ & \varphi_\beta(x', z, \alpha')\end{aligned}$$

Aufgabe 2

Kodieren jeder naturliches zahl als $n = 10^n$

$$\begin{aligned}M &= (Q, A_{TM}, \delta, q_0, F) =< Q999A_{TM}999\delta999q_0999F > \text{ where}\\ Q &= q_0 9 q_1 9 \dots 9 q_n\\ A_{TM} &= a_0 9 a_1 9 \dots 9 a_n\\ \delta &= \prod q_i 9 a_n 9 q_j 9 a_m 9 TRAN 99 \text{ where } TRAN = \underline{0}|\underline{1}|\underline{2}\\ q_0 &= q_0\\ F &= f_0 9 f_1 9 \dots 9 f_n\end{aligned} \tag{1}$$

Aufgabe 3

(a)

Da a^b für $a, b \in \mathbb{N}$ ist berechenbar. Wegen lemma 3.21, ja.

(b)

Gleich

(c)

Geht

(d)

Nicht Σ_1 definierbar. Angenommen, dass es definierbar wäre. Dann existert eine partielle Funktion, die $\overline{H}$ semi-entscheidet. Da beide H und $\overline{H}$ semi-entscheidbar sind, würden sie auch entscheidbar sein. Das bedeudet aber, dass es eine lösung zum Haltung-probleme gäbe.

Aufgabe 4

Angenommen $f(\overline{x}) = y \iff \mathcal{N} \models \phi(\overline{x}, y)$ mit $\phi(\overline{x}, y) \in \Sigma_1$.

Bei eingabe $\overline{n}$, bau $\mathcal{A}_\rangle = ([i], \mathit{standard})$ durch $[i]$, wo i ist mindestens so gross als die obere schrank in Δ_0. Kontrollieren ob $A_0 \models \phi(\overline{n}, 0)$. Falls ja, OUTPUT 0.
Falls nein, Bau A_{i+1} und kontrollieren ob $A_{i+1} \models \phi(\overline{n}, 0)$ falls ja, OUTPUT 0. Falls nein, kontrollieren ob $A_{i+1} \models \phi(\overline{n}, 1)$. Falls ja, OUTPUT 1.
Falls nein, gehe weiter mit A_{i+1} und $\phi(\overline{n}, 0)$, $\phi(\overline{n}, 1)$ und $\phi(\overline{n}, 2)$ u.s.w.

BETTER SOLUTION:
$f(\overline{x}) = y \iff \mathcal{N} \models \phi(\overline{x}, y)$
$\phi(x, y) = \exists z \psi(x, y)$ where $\psi(x, y) \in \Delta_0$.
Try $y \in [i]$ for all $z \in [i]$. If no solution found, increment i.