

Ausgewählte Kapitel der Logik

Denis Erfurt

28. April 2016

Aufgabe 1

a) i)

G enthält genau zwei isolierte Knoten.

$$\phi_{\text{ist_isoliert}}(x) := \forall z.(E(x, z) \vee E(z, x)) \rightarrow z = x \quad (1)$$

$$\phi := \exists x \exists y. \phi_{\text{ist_isoliert}}(x) \wedge \phi_{\text{ist_isoliert}}(y) \wedge x \neq y \quad (2)$$

$$\wedge \forall z \phi_{\text{ist_isoliert}}(z) \rightarrow z = x \vee z = y \quad (3)$$

a) ii)

G enthält keinen Kreis der Länge drei.

$$\neg \exists x \exists y \exists z. x \neq y \wedge y \neq z \wedge z \neq x \quad (4)$$

$$\wedge E(x, y) \wedge E(y, z) \wedge E(z, x) \quad (5)$$

b) i)

Es gibt unendlich viele Sophie Germain Primzahlen, d.h. Primzahlen p , so dass $2p + 1$ auch prim ist.

$$\phi_{\text{is_prim}}(x) := \forall y. \forall z. x = y * z \rightarrow y = 1 \vee z = 1 \quad (6)$$

$$\forall x \exists y. x \leq y \wedge \phi_{\text{is_prim}}(y) \wedge \phi_{\text{is_prim}}(((1 + 1) * y) + 1) \quad (7)$$

b) ii)

Jede Primzahl ist die Summe zweier Quadratzahlen.

$$\forall x. \phi_{\text{is_prim}}(x) \rightarrow \exists y \exists z. x = ((y * y) * (z * z)) \quad (8)$$

Aufgabe 2

a) i)

$$(\exists v_1 (R(v_0, v_2) \wedge \forall v_0 R(v_1, f(v_4, v_0)))) \frac{f(v_1, v_2)}{v_0} \frac{v_0}{v_3} \quad (9)$$

$var(S) = \{v_1, v_2, v_0\}$ Im nächsten schritt wählen wir v_3 als die neue substituierte variable für v_1 , da diese in ϕ nicht frei vorkommt.

$$(\exists v_3 (R(v_0, v_2) \wedge \forall v_0 R(v_1, f(v_4, v_0)))) \frac{f(v_1, v_2)}{v_0} \frac{v_3}{v_1} \quad (10)$$

$$(\exists v_3 (R(v_0, v_2) \wedge \forall v_0 R(v_1, f(v_4, v_0)) \frac{v_3}{v_1})) \quad (11)$$

$$(\exists v_3 (R(f(v_1, v_2), v_2) \wedge \forall v_0 R(v_3, f(v_4, v_0)))) \quad (12)$$

a) ii)

$$\exists v_1 (E(v_0, v_1) \wedge (\exists v_0 (E(v_1, v_0) \wedge \exists v_1 E(v_0, v_1)))) \frac{v_1}{v_0} \quad (13)$$

$$\exists v_2 (E(v_0, v_1) \wedge (\exists v_0 (E(v_1, v_0) \wedge \exists v_1 E(v_0, v_1))) \frac{v_1}{v_0} \frac{v_2}{v_1}) \quad (14)$$

$$\exists v_2 (E(v_0, v_2) \wedge (\exists v_0 (E(v_1, v_0) \wedge \exists v_1 E(v_0, v_1))) \frac{v_1}{v_0} \frac{v_2}{v_1})) \quad (15)$$

$$\exists v_2 (E(v_0, v_2) \wedge (\exists v_0 (E(v_1, v_0) \wedge \exists v_1 E(v_0, v_1)) \frac{v_2}{v_1})) \quad (16)$$

$$\exists v_2 (E(v_1, v_2) \wedge (\exists v_0 (E(v_2, v_0) \wedge \exists v_1 E(v_0, v_1)))) \quad (17)$$

Aufgabe 3