# Propuesta Metodológica para la Arquitectura de un Índice de Prosperidad Robusto: Soluciones Algebraicas No Lineales para Variables Heterogéneas y de Crecimiento No Acotado

## 1. Fundamentos Epistemológicos y Desafíos Estructurales en la Medición de la Prosperidad

La construcción de índices compuestos destinados a cuantificar fenómenos latentes y multidimensionales, como la prosperidad, representa uno de los desafíos más complejos en la econometría aplicada moderna. La prosperidad, entendida no solo como la acumulación de riqueza material sino como un constructo holístico que abarca bienestar social, calidad institucional y sostenibilidad ambiental, requiere la integración de indicadores con ontologías matemáticas radicalmente opuestas. Por un lado, existen variables de flujo económico y tecnológico (como el Producto Interno Bruto per cápita, el ancho de banda de internet o el volumen de comercio internacional) que exhiben tendencias seculares de crecimiento no acotado, desafiando cualquier límite superior fijo establecido *a priori*.1 Por otro lado, coexisten variables estructurales o de estado (como la estabilidad política, la percepción de corrupción o índices de derechos civiles) que a menudo presentan escalas acotadas, baja variabilidad temporal y distribuciones asimétricas.3

La problemática planteada por el investigador aborda el núcleo de la fricción entre la realidad dinámica del progreso humano y la rigidez de los modelos matemáticos tradicionales de normalización. Las metodologías estándar, ejemplificadas por el *Legatum Prosperity Index* o el enfoque de *Distancia a la Frontera* (DTF) del Banco Mundial, dependen en gran medida de transformaciones lineales que, si bien son intuitivas, imponen restricciones artificiales que distorsionan la realidad subyacente.1 El fenómeno de "saturación" (series que alcanzan el valor 100 y pierden sensibilidad) y el fenómeno de "amplificación de ruido" (variables estables que generan valores extremos) no son meras anomalías estadísticas, sino síntomas de una especificación incorrecta del modelo de transformación frente a la naturaleza distribucional de los datos.6

Este informe propone una reingeniería fundamental de la etapa de normalización, alejándose de las funciones lineales y adoptando una aproximación basada en funciones sigmoideas generalizadas (logísticas), parametrizadas mediante estadísticos robustos. Esta solución matemática, elegante en su formulación y poderosa en su capacidad de adaptación, permite gestionar simultáneamente el crecimiento infinito mediante asíntotas horizontales y la baja variabilidad mediante el control paramétrico de la pendiente, todo ello sin recurrir a supuestos fuertes de normalidad distribucional que rara vez se cumplen en datos socioeconómicos reales.8

## 2. Anatomía de las Metodologías Tradicionales y Diagnóstico de Fallas

Para fundamentar la solución propuesta, es imperativo realizar una autopsia rigurosa de las metodologías vigentes, identificando las causas matemáticas exactas de los problemas observados en la práctica actual del usuario.

### 2.1 La Fragilidad de la Normalización Min-Max (Enfoque Legatum y Doing Business)

La metodología predominante en índices de alto perfil, como el *Legatum Prosperity Index* y las ediciones históricas del *Doing Business*, es la normalización Min-Max, frecuentemente conceptualizada como "Distancia a la Frontera".1 La formulación algebraica estándar para un indicador positivo es:

$$I\_{it} = \left( \frac{x\_{it} - \min(X)}{\max(X) - \min(X)} \right) \times 100$$

Esta transformación lineal proyecta los valores observados $x\_{it}$ dentro del rango $$, asumiendo que $\min(X)$ y $\max(X)$ son los límites naturales o empíricos de la variable. Sin embargo, esta simplicidad conlleva dos vulnerabilidades fatales cuando se aplica a series temporales dinámicas:

El Problema del Techo Rígido (Saturación):

En variables con tendencia secular positiva (crecimiento no acotado), como la capacidad de procesamiento computacional o el ingreso nacional bruto, el valor máximo observado en un año base ($\max(X\_{t0})$) es inevitablemente superado en periodos subsiguientes ($t+n$). Cuando $x\_{it} > \max(X)$, el indicador resultante $I\_{it}$ excede 100. La práctica común de truncar (clipping) estos valores a 100 destruye información crítica: convierte una variable continua en una constante artificial. Esto genera el problema reportado de "muchos 100", donde economías con niveles de desarrollo dispares son tratadas como idénticas una vez superan un umbral arbitrario del pasado.5 Si, por el contrario, se opta por actualizar el $\max(X)$ anualmente (frontera móvil), se sacrifica la comparabilidad intertemporal absoluta: un país puede mejorar su desempeño absoluto pero ver caer su puntaje si la frontera se aleja a una velocidad mayor, un fenómeno conocido como la "paradoja del corredor" en índices de competitividad.4

Sensibilidad Extrema a Valores Atípicos:

La dependencia explícita de los valores $\min(X)$ y $\max(X)$ hace que el rango (el denominador) sea extremadamente sensible a outliers. Un solo país con un desempeño excepcionalmente alto (por ejemplo, Qatar en PIB per cápita o Singapur en eficiencia logística) expande el denominador para todos los demás países, comprimiendo la distribución del resto del mundo en un rango estrecho (por ejemplo, entre 0 y 10) y dificultando la discriminación entre desempeños medios y bajos.6

### 2.2 La Estandarización Z-Score y la Amplificación de Ruido

Una alternativa común en la literatura académica es la estandarización o puntaje Z, que centra los datos en la media aritmética ($\mu$) y escala según la desviación estándar ($\sigma$):

$$Z\_{it} = \frac{x\_{it} - \mu}{\sigma}$$

Si bien esta técnica es robusta ante problemas de escala, falla catastróficamente bajo la condición de "poca variabilidad" mencionada por el usuario.

La Singularidad de la Baja Varianza:

En indicadores institucionales o estructurales que varían muy poco entre las unidades de análisis (por ejemplo, tasas de alfabetización en países OCDE o variables binarias suavizadas), el término $\sigma$ tiende a cero. Matemáticamente, cuando el denominador se aproxima a cero, el valor de la fracción tiende a infinito ($Z \to \infty$). Esto implica que diferencias marginales en la medición original —que podrían ser mero ruido estadístico o errores de redondeo— se magnifican en diferencias de varias desviaciones estándar en el indicador final.7 Esto asigna un peso implícito desproporcionado a variables estables, distorsionando la estructura de agregación del índice compuesto y generando los "valores excesivos" que preocupan al investigador.6

Además, los Z-Scores generan valores negativos, lo que complica el uso de medias geométricas para la agregación, obligando a realizar traslaciones lineales *ad-hoc* que carecen de fundamento teórico robusto.16

## 3. Fundamentación Teórica de la Solución: La Elegancia de la No Linealidad

Para resolver la dicotomía entre variables acotadas y no acotadas, y para gestionar robustamente la varianza heterogénea, es necesario abandonar el paradigma lineal. La solución propuesta se fundamenta en la teoría de la utilidad marginal decreciente y en la estadística robusta, materializándose en la **Transformación Logística Generalizada (Sigmoide)**.

### 3.1 La Justificación Económica y Matemática de la Sigmoide

La función sigmoide, ampliamente utilizada en redes neuronales, ecología y modelado de crecimiento, posee propiedades topológicas ideales para un índice de prosperidad:

1. **Acotamiento Asintótico (Soft Bounding):** Transforma el dominio de los números reales $(-\infty, \infty)$ al intervalo abierto $(0, 100)$. A diferencia del truncamiento Min-Max, la sigmoide nunca alcanza el 100 o el 0 de manera absoluta; se acerca asintóticamente. Esto resuelve el problema del crecimiento no acotado: a medida que una variable crece hacia el infinito, el indicador sigue creciendo, pero a tasas cada vez menores. Esto refleja perfectamente la ley de los rendimientos decrecientes en economía: un incremento de $1,000 en el PIB per cápita genera más bienestar (prosperidad) en una economía de bajos ingresos que en una de altos ingresos.2
2. **Diferenciabilidad y Suavidad:** Es una función continua y diferenciable en todo su dominio ($C^\infty$), lo que evita saltos abruptos o "codos" en la serie temporal, permitiendo análisis de sensibilidad y derivadas parciales consistentes.8
3. **Simetría Parametrizable:** Permite definir un punto de anclaje central (donde la "velocidad" de cambio es máxima) y ajustar la pendiente de transición, lo que otorga control total sobre la sensibilidad del indicador.9

### 3.2 El Imperativo de la Estadística Robusta

Para cumplir con el requisito de "sin supuestos fuertes", debemos evitar parámetros que dependan de la distribución normal (media y desviación estándar), ya que indicadores como el ingreso o la violencia suelen tener distribuciones de cola pesada (log-normal o Pareto).22

La solución "elegante" reside en utilizar **Estadísticos de Orden**:

* **La Mediana ($M$)** en lugar de la Media: Inmune a valores extremos. Si el país más rico duplica su riqueza, la mediana mundial no cambia, manteniendo estable el punto de referencia del índice.24
* **El Rango Intercuartílico ($IQR$)** en lugar de la Desviación Estándar: Mide la dispersión del 50% central de los datos, ignorando las colas extremas. Esto proporciona una medida de variabilidad estructural mucho más fiable para calibrar la pendiente de la función.26

## 4. Desarrollo Matemático de la Solución Propuesta

A continuación, se deriva formalmente la metodología de **Normalización Logística Robusta con Estabilización de Varianza**.

### 4.1 La Ecuación General

Definimos el indicador normalizado $S\_{it}$ para el país $i$ en el tiempo $t$ como:

$$S\_{it} = \frac{K}{1 + \exp\left( -k \cdot \rho \cdot (x\_{it} - x\_0) \right)}$$

Donde los componentes se definen de la siguiente manera:

* $K$: El límite superior asintótico de la escala. Para un índice de 0 a 100, $K=100$.
* $x\_{it}$: El valor bruto del indicador original.
* $x\_0$: El parámetro de **Centrado** (Punto de Inflexión).
* $k$: El parámetro de **Pendiente** (Curvatura o Sensibilidad).
* $\rho$: El coeficiente de **Polaridad**, que toma valor $+1$ para indicadores positivos (más es mejor) y $-1$ para indicadores negativos (menos es mejor).

### 4.2 Derivación del Parámetro de Centrado (**$x\_0$**)

El punto $x\_0$ define el valor de la variable original que recibirá una puntuación exacta de 50 (la mitad de la escala). Para garantizar que el índice esté centrado en el comportamiento "típico" de la muestra y sea robusto a outliers, establecemos:

$$x\_0 = \text{Mediana}(X\_{ref})$$

Donde $X\_{ref}$ es el conjunto de datos de referencia. El uso de la mediana asegura que, independientemente de la asimetría de la distribución (skewness), el índice estará equilibrado, con la mitad de las observaciones por encima de 50 y la mitad por debajo en el periodo base.24

### 4.3 Derivación del Parámetro de Pendiente (**$k$**) y Solución a la Baja Variabilidad

Este es el paso crítico donde se resuelve el problema de la "poca variabilidad" y los "valores excesivos". Necesitamos que la pendiente $k$ sea lo suficientemente pronunciada para discriminar entre países, pero no tanto como para amplificar el ruido.

Derivamos $k$ relacionándolo con el Rango Intercuartílico ($IQR = Q\_3 - Q\_1$). Buscamos que el "núcleo" de la distribución (los países entre el percentil 25 y 75) se mapee a un rango de puntuación específico, por ejemplo, entre 25 y 75 puntos.

Si imponemos que $S(Q\_3) = 75$ y $S(Q\_1) = 25$, y dado que la función logística es simétrica alrededor de $x\_0 \approx \text{Mediana}$, podemos deducir algebraicamente:

$$\frac{100}{1 + e^{-k(Q\_3 - x\_0)}} = 75 \implies 1 + e^{-k(Q\_3 - x\_0)} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3} \\ e^{-k(Q\_3 - x\_0)} = \frac{1}{3} \implies -k(Q\_3 - x\_0) = \ln(1/3) = -\ln(3) \\ k = \frac{\ln(3)}{Q\_3 - x\_0}$$

Asumiendo simetría aproximada en el centro, $Q\_3 - x\_0 \approx \frac{IQR}{2}$. Por lo tanto:

$$k \approx \frac{2 \ln(3)}{IQR} \approx \frac{2.197}{IQR}$$

**La Innovación Robusta: El Umbral $\delta$ (Delta)**

Para solucionar el problema del usuario donde $IQR \to 0$ (variables con variabilidad casi nula), introducimos un parámetro de **winsorización del denominador**, denotado como $\delta$. Este parámetro representa la "mínima diferencia significativa" (*Minimum Meaningful Difference*) en la unidad de medida original.

La fórmula final para $k$ se define como:

$$k = \frac{2.2}{\max(IQR, \delta)}$$

**Interpretación y Mecanismo:**

* Si la variabilidad de los datos ($IQR$) es saludable (mayor que $\delta$), la pendiente se ajusta dinámicamente a la distribución de los datos.
* Si la variabilidad es ínfima ($IQR < \delta$), el denominador se bloquea en $\delta$. Esto evita que $k$ explote hacia el infinito. En lugar de generar una función escalón vertical, la curva se suaviza, resultando en puntuaciones muy cercanas a 50 para todos los países (ej. 49, 50, 51).
* Esto refleja fielmente la realidad: si no hay variabilidad real significativa, el índice no debe mostrar diferencias artificiales de prosperidad.26

### 4.4 Integración de Indicadores Negativos (Polaridad)

La consulta especifica la necesidad de integrar "algunos negativos otros positivos". En los métodos lineales, esto suele implicar fórmulas separadas ($Max - x$ vs $x - Min$). En la formulación sigmoide, la integración es algebraica y directa a través del parámetro $\rho$ en el exponente.

* Si el indicador es **Positivo** (ej. PIB): $\rho = 1$. El exponente es $-k(x - x\_0)$. Cuando $x > x\_0$, el término es negativo, $e^{-...} \to 0$, denominador $\to 1$, $S \to 100$.
* Si el indicador es **Negativo** (ej. Inflación): $\rho = -1$. El exponente se convierte en $-k(-1)(x - x\_0) = k(x - x\_0)$. Cuando $x > x\_0$ (alta inflación), el término es positivo y grande, $e^{+...} \to \infty$, denominador $\to \infty$, $S \to 0$.

Esta unificación simplifica enormemente el código computacional y la estructura lógica del índice, eliminando la necesidad de inversiones previas o transformaciones recíprocas que distorsionan la escala.31

## 5. Implementación Algorítmica y Gestión de Series Temporales

Para garantizar la robustez a lo largo del tiempo y evitar la reescritura de la historia (un problema común en el *Doing Business*), se propone una estrategia de "Anclaje Fijo con Actualización Periódica".

### 5.1 Algoritmo de Normalización Paso a Paso

Para cada indicador $j$ en el índice:

1. **Definición de Parámetros Globales (Fase de Calibración):**
   * Seleccionar un **Periodo de Referencia** (ej. promedio de los últimos 5 años o un año base específico) para calcular los estadísticos. Esto fija la "vara de medir".
   * Calcular la **Mediana ($M\_j$)** del periodo de referencia.
   * Calcular el **Rango Intercuartílico ($IQR\_j = Q3\_j - Q1\_j$)**.
   * Establecer el **Umbral $\delta\_j$**. *Recomendación heurística:* $\delta\_j$ puede definirse como el 1% o 5% del valor de la mediana, o basarse en el criterio experto sobre qué constituye un cambio relevante (ej. 100 USD en PIB, 0.5 años en esperanza de vida).
2. **Cálculo de la Pendiente ($k\_j$):**
   * Aplicar la fórmula: $k\_j = \frac{2.2}{\max(IQR\_j, \delta\_j)}$.
3. **Transformación de la Serie Completa:**
   * Para cada país $i$ y año $t$, aplicar:  
       
     $$Score\_{ijt} = \frac{100}{1 + \exp\left( - \rho\_j \cdot k\_j \cdot (x\_{ijt} - M\_j) \right)}$$

### 5.2 Manejo del Crecimiento Secular (Series No Acotadas)

Bajo esta metodología, si una variable como el acceso a banda ancha crece exponencialmente a nivel mundial:

* Los países pioneros se moverán hacia la asíntota de 100 (ej. 98, 99, 99.5), pero nunca se "saturarán" matemáticamente en 100. La derivada de la función se reduce, lo que significa que cada unidad adicional de banda ancha aporta menos al puntaje final. Esto es deseable: pasar de 0 a 10 Mbps es vital para la prosperidad; pasar de 1000 a 1010 Mbps es marginal.
* Si todo el mundo mejora, la distribución se desplaza hacia la derecha. Si se mantienen los parámetros fijos ($M\_j, k\_j$) del año base, se visualizará el progreso global absoluto (el promedio mundial del índice subirá). Esto permite rastrear el avance de la humanidad, a diferencia de los rankings puros o normalizaciones relativas anuales que son juegos de suma cero.6

## 6. Estrategia de Agregación: La Superioridad de la Media Geométrica

Una vez normalizados los indicadores en una escala común $(0, 100)$, el siguiente paso es la agregación. Aunque el *Legatum Prosperity Index* utiliza medias aritméticas ponderadas 1, se recomienda encarecidamente el uso de la **Media Geométrica** para su propuesta.

### 6.1 Problemas de la Media Aritmética (Compensabilidad Perfecta)

La media aritmética ($ \frac{1}{n} \sum S\_i $) permite una compensabilidad total y constante. Un país podría tener una prosperidad económica excepcional (100) y una libertad civil nula (0), obteniendo un promedio de 50. Esto es teóricamente inconsistente con una visión holística de la prosperidad, donde el fallo sistémico en una dimensión crítica no debería ser totalmente compensable por el éxito en otra.14

### 6.2 Ventajas de la Media Geométrica

La media geométrica ($ \sqrt[n]{\prod S\_i} $) penaliza el desequilibrio entre dimensiones.

* En el ejemplo anterior (100 y 0), la media geométrica sería 0 (o cercana a cero), señalando correctamente la fragilidad del sistema.
* Un país con un desarrollo equilibrado (50 y 50) tendría un puntaje de 50, superior al caso desequilibrado.

Sinergia con la Normalización Sigmoide:

Históricamente, la media geométrica ha sido difícil de aplicar porque no admite valores negativos ni ceros. Dado que nuestra transformación sigmoide genera valores estrictamente positivos en el intervalo abierto $(0, 100)$ (es decir, $S > 0$ siempre), la media geométrica es matemáticamente segura y computable sin necesidad de "parches" (como sumar constantes arbitrarias).16

Esta combinación (Sigmoide + Geométrica) alinea su índice con las mejores prácticas metodológicas modernas, similar a la evolución que tuvo el Índice de Desarrollo Humano (IDH) en 2010.35

## 7. Análisis Comparativo y Tablas de Decisión

Para ilustrar la robustez de la solución propuesta frente a las alternativas descartadas, se presenta la siguiente matriz comparativa basada en los criterios de su solicitud:

| **Criterio / Metodología** | **Min-Max (Legatum/DB)** | **Z-Score (Estándar)** | **Sigmoide Robusta (Propuesta)** |
| --- | --- | --- | --- |
| **Fórmula Básica** | $\frac{x - min}{max - min}$ | $\frac{x - \mu}{\sigma}$ | $\frac{100}{1 + e^{-k(x-M)}}$ |
| **Manejo de Crecimiento Infinito** | **Deficiente:** Satura en 100 (efecto techo) o requiere mover la meta constantemente. | **Regular:** Sin límites teóricos, pero difícil de interpretar (valores como +5.2). | **Excelente:** Asintótico. Permite crecimiento indefinido con rendimientos decrecientes hacia 100. |
| **Manejo de Baja Variabilidad** | **Malo:** El denominador pequeño amplifica el ruido. | **Pésimo:** Si $\sigma \to 0$, $Z \to \infty$. Genera outliers fantasmas. | **Excelente:** Controlado por parámetro $\delta$. Estabiliza la pendiente. |
| **Sensibilidad a Outliers** | **Alta:** Un solo valor extremo comprime a todos los demás. | **Alta:** La media y $\sigma$ son sensibles a extremos. | **Baja:** Usa Mediana e IQR. Los outliers se comprimen en las colas (squashing). |
| **Integración Positivo/Negativo** | Requiere fórmulas distintas ($Max-x$). | Signo del Z-Score (confuso para agregación). | **Elegante:** Solo cambia el signo del parámetro $k$. |
| **Agregación Geométrica** | Posible. | Imposible directamente (valores negativos). | **Nativa:** Valores siempre positivos $(0, 100)$. |

(Tabla elaborada a partir del análisis cruzado de las limitaciones reportadas en 6)

## 8. Conclusión y Recomendaciones de Implementación

El análisis exhaustivo de la problemática planteada revela que las limitaciones experimentadas con el enfoque tipo Legatum no son errores de implementación, sino propiedades intrínsecas de las transformaciones lineales aplicadas a variables complejas y no acotadas.

La solución propuesta, la **Normalización Logística Robusta con Umbral de Varianza Mínima**, satisface todos los requisitos de "elegancia", "claridad" y "fundamentación matemática" exigidos:

1. **Resuelve el problema de los "muchos 100"** mediante el comportamiento asintótico, que reconoce el progreso infinito pero le asigna una utilidad marginal decreciente.
2. **Resuelve el problema de la "baja variabilidad"** mediante la introducción del parámetro $\delta$ en el cálculo de la pendiente, evitando la amplificación matemática del ruido.
3. **Unifica el tratamiento de variables** positivas y negativas en una sola ecuación algebraica coherente.
4. **Habilita el uso de la Media Geométrica**, promoviendo un índice que valora el equilibrio y la consistencia sistémica.

**Recomendación Final:** Se sugiere implementar esta metodología realizando primero un análisis de sensibilidad sobre el parámetro $\delta$ para cada variable. Un $\delta$ bien calibrado es la clave para distinguir entre la estabilidad real y el estancamiento estadístico. Esta arquitectura proporcionará a su indicador de prosperidad una solidez teórica y una estabilidad temporal superiores a las de los índices convencionales basados en distancias lineales a fronteras móviles.

#### Obras citadas

1. Index Methodology :: Legatum Prosperity Index 2023, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://index.prosperity.com/about/methodology>
2. Distance to Frontier, Selection, and Economic Growth∗, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://uh.edu/~dpapell/distance.pdf>
3. Measuring Well-Being Over Time: The Adjusted Mazziotta–Pareto Index Versus Other Non-compensatory Indices, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://asvis.it/public/asvis2/files/Approfondimenti/Mazziotta-Pareto2018_Article_MeasuringWell-BeingOverTimeThe.pdf>
4. Distance - to Frontier and Ease of Doing Business Ranking, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.doingbusiness.org/content/dam/doingBusiness/media/Annual-Reports/English/DB18-Chapters/DB18-DTF-and-DBRankings.pdf>
5. DB18-About-Doing-Business.pdf, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://archive.doingbusiness.org/content/dam/doingBusiness/media/Annual-Reports/English/DB18-Chapters/DB18-About-Doing-Business.pdf>
6. Step 5: Normalisation - Knowledge for policy - European Union, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://knowledge4policy.ec.europa.eu/composite-indicators/toolkit_en/navigation-page/10-step-guide_en/step-5-normalisation_en>
7. EVERYTHING YOU ALWAYS WANTED TO KNOW ABOUT NORMALIZATION (BUT WERE AFRAID TO ASK)1 - SIEDS, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.sieds.it/listing/RePEc/journl/2021751P041_052_Mazziotta.pdf>
8. Sigmoid function - Wikipedia, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://en.wikipedia.org/wiki/Sigmoid_function>
9. Normalized Tunable Sigmoid Function - dhemery, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://dhemery.github.io/DHE-Modules/technical/sigmoid/>
10. RobustScaler — scikit-learn 1.8.0 documentation, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://scikit-learn.org/stable/modules/generated/sklearn.preprocessing.RobustScaler.html>
11. Distance to frontier and ease of doing business ranking, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://archive.doingbusiness.org/content/dam/doingBusiness/media/Annual-Reports/English/DB15-Chapters/DB15-DTF-and-DBRanking.pdf>
12. Doing Business, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://mcmillan.ca/wp-content/uploads/2020/07/DB17-Report.pdf>
13. Open issues in composite indicators : a starting point and a reference on some state-of-the-art issues - ZBW, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.zbw.eu/econis-archiv/bitstream/11159/5375/1/open-togmp-2.pdf>
14. Tools for Composite Indicators Building - JRC Publications Repository, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC31473/EUR%2021682%20EN.pdf>
15. Z-Score Normalization: Definition and Examples - GeeksforGeeks, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.geeksforgeeks.org/data-analysis/z-score-normalization-definition-and-examples/>
16. Effects of Different Normalization, Aggregation, and Classification Methods on the Construction of Flood Vulnerability Indexes - MDPI, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.mdpi.com/2073-4441/13/1/98>
17. Creating Composite Indices From Continuous Variables for Research: The Geometric Mean - PMC - NIH, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC8132334/>
18. Rank Robustness of Composite Indices± James Foster\*, Mark McGillivray\*\* and Suman Seth\*\*\*, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://ophi.org.uk/sites/default/files/OPHI-wp26_vs5.pdf>
19. Aggregating Composite Indicators through the Geometric Mean: A Penalization Approach - MDPI, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.mdpi.com/2079-3197/10/4/64>
20. Understand Sigmoid Function in Artificial Neural Networks - Analytics Vidhya, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2023/01/why-is-sigmoid-function-important-in-artificial-neural-networks/>
21. The Sigmoid Function: A Key Component in Data Science - DataCamp, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.datacamp.com/tutorial/sigmoid-function>
22. Standardization with mean/std or median/IQR? - Cross Validated - Stats StackExchange, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://stats.stackexchange.com/questions/205603/standardization-with-mean-std-or-median-iqr>
23. The choice of scaling technique matters for classification performance - arXiv, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://arxiv.org/pdf/2212.12343>
24. Outlier Detection Techniques | A Special Review of Z-Score - Kaggle, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.kaggle.com/discussions/general/524314>
25. Median absolute deviation - Wikipedia, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://en.wikipedia.org/wiki/Median_absolute_deviation>
26. 10 Robust Scaling - Feature Engineering A-Z, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://feaz-book.com/numeric-robust>
27. MinMax vs Standard vs Robust Scaler: Which One Wins for Skewed Data?, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://machinelearningmastery.com/minmax-vs-standard-vs-robust-scaler-which-one-wins-for-skewed-data/>
28. Calculating robust z scores with median and MAD - Cross Validated - Stats StackExchange, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://stats.stackexchange.com/questions/523865/calculating-robust-z-scores-with-median-and-mad>
29. RobustScaler incorrectly scales data when IQR is zero, causing extreme values #130, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://github.com/time-series-foundation-models/lag-llama/issues/130>
30. 3 Pre-Processing | The caret Package, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://topepo.github.io/caret/pre-processing.html>
31. How Calculate Composite Index works—ArcGIS Pro | Documentation, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://pro.arcgis.com/en/pro-app/latest/tool-reference/spatial-statistics/how-calculate-composite-index-works.htm>
32. Calculate Composite Index (Spatial Statistics)—ArcGIS Pro | Documentation, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://pro.arcgis.com/en/pro-app/3.4/tool-reference/spatial-statistics/calculate-composite-index.htm>
33. A Measure of Countries' Distance to Frontier Based on Comparative Advantage - Harvard DASH, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://dash.harvard.edu/bitstreams/4f5142c3-7e31-42c5-9689-676dad1d5413/download>
34. Step 7: Aggregating indicators - Knowledge for policy - European Union, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://knowledge4policy.ec.europa.eu/composite-indicators/toolkit_en/navigation-page/10-step-guide_en/step-7-aggregating-indicators_en>
35. Geometric mean approach to measure Composite Index - [RMd] RevistaMultidisciplinar, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://revistamultidisciplinar.com/index.php/oj/article/download/160/202>
36. METHODS FOR CONSTRUCTING COMPOSITE INDICES: ONE FOR ALL OR ALL FOR ONE?1 - Istat, fecha de acceso: enero 4, 2026, <https://www.istat.it/en/files/2013/12/Rivista2013_Mazziotta_Pareto.pdf>