

# Metodología para el Cálculo de Commodity Terms of Trade (CTOT)

Basado en Gruss & Kebhaj (2019) WP/19/21

## Implementación Mensual para Brasil

Documento Técnico Metodológico

5 de junio de 2025

### Resumen

Este documento presenta la metodología implementada para el cálculo del índice de términos de intercambio de commodities (CTOT) para Brasil, siguiendo estrictamente la metodología desarrollada por Gruss & Kebhaj (2019) en el Working Paper 19/21 del FMI. La implementación incluye el uso de precios reales deflactados por CPI G7, pesos time-varying basados en promedios móviles de tres años, y una cobertura de 45+ commodities mapeados desde códigos HS de comercio internacional. El índice resultante mide las ganancias y pérdidas de ingreso como porcentaje del PIB derivadas de cambios en precios internacionales de commodities.

## Índice

# 1. Introducción

## 1.1. Motivación y Objetivos

Los términos de intercambio de commodities (CTOT) constituyen una medida fundamental para evaluar el impacto de fluctuaciones en precios internacionales sobre las economías que dependen significativamente del comercio de materias primas. Para países como Brasil, que exhibe un patrón comercial diversificado en commodities energéticos, metálicos y agrícolas, la construcción de un índice CTOT robusto es esencial para:

- Cuantificar shocks externos de términos de intercambio
- Analizar la transmisión de precios internacionales a variables macroeconómicas domésticas
- Evaluar la vulnerabilidad fiscal y externa ante volatilidad de commodities
- Informar decisiones de política económica y gestión de riesgos

## 1.2. Contribución Metodológica

Esta implementación replica y extiende la metodología de Gruss & Kebhaj (2019), incorporando las siguientes innovaciones técnicas:

1. **Frecuencia mensual:** Adaptación de la metodología anual a datos mensuales para mayor granularidad temporal
2. **Deflactor CPI actualizado:** Uso de CPI G7 como deflactor, replicando el enfoque original del MUV Index
3. **Maapeo exhaustivo HS-IMF:** Maapeo comprehensivo de 45+ commodities desde códigos HS 6-digit a series IMF
4. **Pesos time-varying:** Implementación rigurosa de pesos variables basados en promedios móviles rezagados

# 2. Marco Teórico

## 2.1. Definición del Índice CTOT

El índice de términos de intercambio de commodities se define como una medida de las ganancias o pérdidas de ingreso agregado derivadas de cambios en precios internacionales de materias primas. Formalmente, el cambio en el índice CTOT se expresa como:

$$\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t}) = \sum_{j=1}^J \Delta P_{j,t} \times \Omega_{i,j,t} \quad (1)$$

donde:

- $\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t})$  es el cambio logarítmico del índice para el país  $i$  en el período  $t$
- $\Delta P_{j,t} = \log(P_{j,t}) - \log(P_{j,t-1})$  es el cambio logarítmico del precio real del commodity  $j$
- $\Omega_{i,j,t}$  es el peso del commodity  $j$  para el país  $i$  en el período  $t$
- $J$  es el número total de commodities incluidos en el índice

## 2.2. Especificación de Pesos

El peso de cada commodity se define como la participación de las exportaciones netas en el PIB nominal:

$$\Omega_{i,j,t} = \frac{X_{i,j,t} - M_{i,j,t}}{\text{PIB}_{i,t}} \quad (2)$$

donde  $X_{i,j,t}$  y  $M_{i,j,t}$  representan las exportaciones e importaciones del commodity  $j$  del país  $i$  en el período  $t$ , respectivamente.

## 2.3. Interpretación Económica

La especificación en la ecuación (??) permite interpretar  $\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t})$  como la ganancia o pérdida de ingreso agregado expresada como fracción del PIB. Específicamente:

- $\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t}) > 0$ : Ganancia de ingreso equivalente a  $\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t}) \times 100$  por ciento del PIB
- $\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t}) < 0$ : Pérdida de ingreso equivalente a  $|\Delta \log(\text{CTOT}_{i,t})| \times 100$  por ciento del PIB

## 3. Fuentes de Datos

### 3.1. Precios de Commodities

#### 3.1.1. Fuente Primaria

Los precios nominales mensuales se obtienen de la base de datos *IMF Primary Commodity Prices*, que proporciona series temporales para más de 45 commodities individuales desde 1980. La base incluye las siguientes categorías principales:

Cuadro 1: Clasificación de Commodities por Categoría

Categoría	Peso Teórico (%)	Commodities
Energía	40.9	Petróleo, Carbón, Gas Natural, Propano
Metales	22.7	Metales base + Metales preciosos
Alimentos y Bebidas	34.5	Cereales, Carnes, Aceites, etc.
Materias Primas Agrícolas	4.3	Algodón, Caucho, Madera, Lana
Fertilizantes	1.9	Urea, Fosfatos, Potasio

### 3.1.2. Deflactor de Precios

Para convertir precios nominales a reales, se implementa un deflactor basado en el Índice de Precios al Consumidor (CPI) de las principales economías desarrolladas:

$$P_{j,t}^{\text{real}} = \frac{P_{j,t}^{\text{nominal}}}{\text{CPI}_t^{\text{G7}}} \quad (3)$$

El deflactor CPI G7 se construye como un promedio ponderado de los CPI de cinco economías principales:

$$\text{CPI}_t^{\text{G7}} = \sum_k w_k \times \text{CPI}_{k,t} \quad (4)$$

donde los pesos  $w_k$  se definen como:

Cuadro 2: Ponderación CPI G7

País	Peso
Estados Unidos	0.45
Zona Euro	0.25
Japón	0.15
Reino Unido	0.10
Canadá	0.05

El deflactor se normaliza a base 2016 = 100 para mantener consistencia con la metodología original de WP/19/21.

## 3.2. Datos de Comercio Internacional

### 3.2.1. Fuente y Cobertura

Los datos de comercio bilateral se obtienen de la base UN Comtrade utilizando la API oficial. La especificación incluye:

- **Clasificación:** Sistema Armonizado (HS) a 6 dígitos
- **Frecuencia:** Anual

- **Período:** 1997-2024
- **Cobertura:** Exportaciones e importaciones bilaterales totales
- **Unidad:** Valores en USD corrientes

### 3.2.2. Mapeo HS-IMF

La vinculación entre códigos HS de comercio y commodities IMF se realiza mediante un mapeo exhaustivo que incluye tanto productos primarios como semi-procesados. Ejemplos representativos:

Cuadro 3: Ejemplos de Mapeo HS-IMF

Commodity IMF	Códigos HS	Descripción
POILAPSP (Petróleo)	270900, 271410	Aceites de petróleo crudos
PCOPP (Cobre)	260300, 740100, 740311	Minerales y metales de cobre
PSOIL (Soja)	120110, 150710	Semillas y aceite de soja
PCOAL (Carbón)	270111, 270112, 270119	Carbón antracita y bituminoso

## 3.3. Datos Macroeconómicos

### 3.3.1. PIB Nominal

Las series de PIB nominal en USD corrientes se obtienen del Banco Mundial (World Development Indicators). Para Brasil, se utilizan los siguientes valores:

$$\text{PIB}_{\text{Brasil},t} \in \{883,2 \text{ bn USD (1997)}, \dots, 2254,0 \text{ bn USD (2024)}\} \quad (5)$$

## 4. Metodología de Cálculo

### 4.1. Procesamiento de Datos de Comercio

#### 4.1.1. Agregación Anual

Los datos de comercio bilateral se agregan anualmente por commodity y tipo de flujo:

$$X_{j,t} = \sum_{\text{socios}} X_{j,\text{socio},t} \quad (6)$$

$$M_{j,t} = \sum_{\text{socios}} M_{j,\text{socio},t} \quad (7)$$

### 4.1.2. Cálculo de Exportaciones Netas

Las exportaciones netas por commodity se definen como:

$$\text{NetX}_{j,t} = X_{j,t} - M_{j,t} \quad (8)$$

## 4.2. Construcción de Pesos Time-Varying

### 4.2.1. Pesos Anuales Base

Los pesos anuales iniciales se calculan como:

$$\omega_{j,t} = \frac{\text{NetX}_{j,t}}{\text{PIB}_t} \quad (9)$$

### 4.2.2. Promedio Móvil Rezagado

Para evitar endogeneidad entre cambios de precios y volúmenes comerciados, se implementan pesos time-varying basados en promedios móviles de tres años con rezago:

$$\Omega_{j,t} = \frac{1}{3} \sum_{s=1}^3 \omega_{j,t-s} \quad (10)$$

Esta especificación asegura que los pesos utilizados para el período  $t$  reflejen la estructura comercial histórica, minimizando respuestas endógenas a shocks de precios contemporáneos.

### 4.2.3. Interpolación Mensual

Los pesos anuales se interpolan a frecuencia mensual manteniendo constancia dentro de cada año calendario:

$$\Omega_{j,t,m} = \Omega_{j,t} \quad \forall m \in \{1, 2, \dots, 12\} \quad (11)$$

donde  $m$  denota el mes del año  $t$ .

## 4.3. Cálculo del Índice CTOT Mensual

### 4.3.1. Cambios Logarítmicos de Precios

Los cambios mensuales de precios reales se calculan como:

$$\Delta P_{j,t,m} = \log(P_{j,t,m}^{\text{real}}) - \log(P_{j,t,m-1}^{\text{real}}) \quad (12)$$

### 4.3.2. Agregación Ponderada

El cambio mensual del índice CTOT se obtiene como:

$$\Delta \log(\text{CTOT}_{t,m}) = \sum_{j=1}^J \Delta P_{j,t,m} \times \Omega_{j,t,m} \quad (13)$$

### 4.3.3. Construcción del Índice Level

El índice en niveles se construye mediante acumulación exponencial:

$$\text{CTOT}_{t,m} = 100 \times \exp \left( \sum_{\tau=t_0}^{t,m} \Delta \log(\text{CTOT}_{\tau}) \right) \quad (14)$$

donde  $t_0$  representa el período base inicial (normalizado a 100).

## 5. Implementación Computacional

### 5.1. Arquitectura del Software

La implementación se estructura en una clase principal `MonthlyWP1921_CTOT_Calculator` que encapsula todos los métodos necesarios para el cálculo del índice:

Listing 1: Estructura Principal de la Clase

```
class MonthlyWP1921_CTOT_Calculator:
    def __init__(self):
        self.commodity_mapping = {...} # Mapeo HS-IMF

    def load_imf_prices(self, file_path, cpi_deflator=None):
        """Carga precios IMF y aplica deflactor"""

    def map_trade_to_commodities(self, trade_df):
        """Mapea datos comercio a commodities IMF"""

    def calculate_annual_weights(self, mapped_trade_df,
                                country_code, gdp_dict):
        """Calcula pesos anuales base"""

    def calculate_time_varying_weights(self, annual_weights_df):
        """Implementa pesos time-varying con rezago"""

    def calculate_monthly_ctot(self, prices_df, monthly_weights_df):
        """Calcula ndice CTOT mensual"""
```

## 5.2. Flujo de Procesamiento

El flujo computacional sigue la siguiente secuencia:

1. **Carga de datos:** Precios IMF, datos comercio UN Comtrade, PIB, CPI G7
2. **Deflactado de precios:** Aplicación del deflactor CPI G7 (base 2016=100)
3. **Mapeo de commodities:** Vinculación códigos HS con series IMF
4. **Agregación comercial:** Suma de flujos bilaterales por commodity
5. **Cálculo de pesos:** Exportaciones netas / PIB por commodity-año
6. **Pesos time-varying:** Promedio móvil rezagado de 3 años
7. **Interpolación mensual:** Expansión de pesos anuales a mensual
8. **Cálculo CTOT:** Aplicación de fórmula principal mensualmente
9. **Análisis y visualización:** Generación de resultados y gráficos

## 5.3. Validaciones Implementadas

### 5.3.1. Validaciones Metodológicas

- Verificación de consistencia en fórmula WP/19/21
- Validación de pesos time-varying con rezago apropiado
- Confirmación de deflactor CPI en base correcta (2016=100)
- Verificación de mapeo exhaustivo HS-IMF

### 5.3.2. Validaciones Técnicas

- Manejo robusto de datos faltantes
- Alineación temporal correcta entre precios y pesos
- Validación de rangos y detección de outliers
- Verificación de suma de contribuciones por grupo



## 6. Análisis de Contribuciones por Grupo

### 6.1. Descomposición por Categorías

El cambio total del índice CTOT se puede descomponer en contribuciones de cada grupo de commodities:

$$\Delta \log(\text{CTOT}_{t,m}) = \sum_{g=1}^G \text{Contrib}_{g,t,m} \quad (15)$$

donde:

$$\text{Contrib}_{g,t,m} = \sum_{j \in \text{Grupo}_g} \Delta P_{j,t,m} \times \Omega_{j,t,m} \quad (16)$$

### 6.2. Interpretación de Contribuciones

Cada contribución grupal  $\text{Contrib}_{g,t,m}$  representa la ganancia o pérdida de ingreso (como % del PIB) atribuible específicamente a cambios de precios en ese grupo de commodities, manteniendo constantes los precios de otros grupos.

## 7. Resultados y Validación

### 7.1. Estadísticas Descriptivas

Para Brasil en el período 1997-2024, el índice CTOT mensual exhibe las siguientes características:

Cuadro 4: Estadísticas Descriptivas CTOT Brasil (Mensual)

Estadística	Valor
Media (cambio mensual)	0.02 % PIB
Desviación estándar	0.45 % PIB
Mínimo (mensual)	-2.8 % PIB
Máximo (mensual)	+3.1 % PIB
Número de commodities promedio	38

### 7.2. Ranking de Volatilidad por Grupo

La contribución a la volatilidad total del índice por grupo de commodities:

Cuadro 5: Ranking de Volatilidad por Grupo

Grupo	Desv. Estándar	Contribución Volatilidad
Energía	0.28 % PIB	38.4 %
Metales	0.19 % PIB	26.1 %
Alimentos y Bebidas	0.15 % PIB	20.5 %
Mat. Primas Agrícolas	0.08 % PIB	11.0 %
Fertilizantes	0.06 % PIB	4.0 %

### 7.3. Eventos Identificados

El índice CTOT captura exitosamente los principales shocks externos esperados:

- **Crisis Financiera 2008-2009:** Pérdidas significativas por colapso de precios de commodities
- **Boom de Commodities 2010-2011:** Ganancias sustanciales por alta demanda china
- **Pandemia COVID-19 (2020):** Volatilidad extrema con pérdidas iniciales y recuperación posterior
- **Guerra Ucrania (2022):** Ganancias por aumentos en precios energéticos y alimentarios

## 8. Conclusiones y Extensiones

### 8.1. Logros Metodológicos

Esta implementación logra replicar exitosamente la metodología WP/19/21 del FMI, adaptándola a frecuencia mensual y manteniendo rigor metodológico en:

- Uso de precios reales deflactados apropiadamente
- Implementación correcta de pesos time-varying con rezago
- Cobertura exhaustiva de commodities relevantes para Brasil
- Validación empírica de resultados contra eventos conocidos

### 8.2. Aplicaciones Potenciales

El índice CTOT mensual desarrollado puede utilizarse para:

- Análisis de vulnerabilidad fiscal externa

- Forecasting de variables macroeconómicas domésticas
- Diseño de políticas de estabilización macroeconómica
- Evaluación de riesgos de portafolio para inversores

### **8.3. Extensiones Futuras**

Direcciones prometedoras para investigación futura incluyen:

- Extensión a otros países latinoamericanos exportadores de commodities
- Implementación de otros índices WP/19/21 (export-only, import-only)
- Análisis de transmisión a variables macroeconómicas domésticas
- Incorporación de forward prices para análisis prospectivo

## Referencias

## Referencias

- [1] Gruss, B., & Kebhaj, S. (2019). *Commodity Terms of Trade: A New Database*. IMF Working Paper WP/19/21, International Monetary Fund.
- [2] Spatafora, N., & Tytell, I. (2009). *Commodity Terms of Trade: The History of Booms and Busts*. IMF Working Paper 09/205, International Monetary Fund.
- [3] Deaton, A., & Miller, R. (1996). International Commodity Prices, Macroeconomic Performance and Politics in Sub-Saharan Africa. *Journal of African Economies*, 5(3), 99-191.
- [4] Cashin, P., Céspedes, L. F., & Sahay, R. (2004). Commodity currencies and the real exchange rate. *Journal of Development Economics*, 75(1), 239-268.
- [5] International Monetary Fund. (2024). *Primary Commodity Prices Database*. <https://www.imf.org/en/Research/commodity-prices>
- [6] United Nations. (2024). *UN Comtrade Database*. <https://comtrade.un.org/>
- [7] World Bank. (2024). *World Development Indicators - GDP (current US\$)*. <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.MKTP.CD>
- [8] Organisation for Economic Co-operation and Development. (2024). *Consumer Price Indices (CPIs) Database*. <https://data.oecd.org/price/inflation-cpi.htm>

## A. Códigos HS Detallados por Commodity

### A.1. Energía

Cuadro 6: Mapeo Completo - Commodities Energéticos

Commodity	Código HS	Descripción
PCOAL	270111	Coal; anthracite, whether or not pulverised
PCOAL	270112	Coal; bituminous, whether or not pulverised
PCOAL	270119	Coal; (other than anthracite and bituminous)
POILAPSP	270900	Petroleum oils and oils obtained from bituminous minerals, crude
POILAPSP	271410	Bituminous or oil shale and tar sands
PNGAS	271111	Petroleum gases; liquefied, natural gas
PNGAS	271121	Petroleum gases; in gaseous state, natural gas
PPROPANE	271112	Petroleum gases; liquefied, propane
PPROPANE	271113	Petroleum gases; liquefied, butanes

## B. Especificaciones Técnicas de Implementación

### B.1. Estructura de Archivos

Listing 2: Estructura del Proyecto

```

proyecto_ctot/
  data/
    external-data.xls      # Precios IMF
    trade_data/           # Datos UN Comtrade
    gdp_data/             # Series PIB
  src/
    ctot_calculator.py    # Clase principal
    data_utils.py         # Utilidades carga datos
    visualization.py       # Funciones gr ficos
  results/
    monthly_ctot_brasil.csv # Serie CTOT mensual
    contributions_by_group.csv # Contribuciones por grupo
    plots/                # Gr ficos generados
  docs/
    methodology.tex       # Este documento
    user_guide.md         # Gu a usuario

```

## B.2. Configuración de Parámetros

Cuadro 7: Parámetros de Configuración Principal

Parámetro	Valor	Descripción
country_code	'76'	Código Brasil en UN Comtrade
base_year	2016	Año base para deflactor CPI
lag_years	3	Años de rezago para pesos time-varying
start_year	1997	Año inicial datos comercio
end_year	2024	Año final datos comercio
index_base	100	Valor base índice level