



Ngan Hang Cau Hoi TRR 2 - Ngân hàng toán rời rạc 2 PTIT 2022-2023

toán rời rạc (Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông)



Scan to open on Studocu

NGÂN HÀNG CÂU HỎI THI TỰ LUẬN

Tên học phần: Toán rời rạc 2

Mã học phần: 412TRR311

Ngành đào tạo: Công nghệ thông tin

Trình độ đào tạo: Đại học chính qui

1. Ngân hàng câu hỏi thi

• Câu hỏi loại 1 điểm

Câu hỏi 1.1

Viết hàm có tên là DFS(u : int) trên C/C++ mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$.

Câu hỏi 1.2

Viết hàm có tên là BFS(u : int) trên C/C++ mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$.

Câu hỏi 1.3

Viết hàm có tên là int TPLT_DFS(int $a[] []$) trên C/C++ tìm số thành phần liên thông của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm DFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị G .

Câu hỏi 1.4

Viết hàm có tên là int TPLT_BFS(int $a[] []$) trên C/C++ tìm số thành phần liên thông của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm BFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị G .

Câu hỏi 1.5

Viết hàm có tên là T_DFS(int $a[] []$) trên C/C++ tìm cây khung T[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm BFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị G .

Câu hỏi 1.6

Viết hàm có tên là T_BFS(int $a[] []$) trên C/C++ tìm cây khung T[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm BFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị G .

Câu hỏi 1.7

Viết hàm có tên là EULER(int $a[] []$) trên C/C++ tìm chu trình Euler CE[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$, biết rằng G là đồ thị Euler.

Câu hỏi 1.8

Viết hàm có tên là DIJKSTRA(int u) trên C/C++ tìm đường đi ngắn nhất d[v] xuất phát từ đỉnh u đến các đỉnh v của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[][].

Câu hỏi 1.9

Viết hàm có tên là FLOYD(int a[][]) trên C/C++ tìm đường đi ngắn nhất d[][] giữa các cặp đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[][].

Câu hỏi 1.10

Viết hàm có tên là PRIM(int a[][]) trên C/C++ tìm cây khung T[] nhỏ nhất của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[][] bằng cách sử dụng thuật toán Prim.

Câu hỏi 1.11

Viết hàm có tên là HAMILTON(int a[][]) trên C/C++ tìm chu trình Hamilton của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[][] bằng cách sử dụng thuật toán quay lui.

• **Câu hỏi loại 2 điểm kiểu 1**

Câu hỏi 2.1.1

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = 2, 9, 10	Ke(6) = 4, 5, 7
Ke(2) = 1, 3, 4, 8, 9, 10	Ke(7) = 4, 6, 8
Ke(3) = 2, 4, 5, 10	Ke(8) = 2, 4, 7, 9
Ke(4) = 2, 3, 5, 6, 7, 8	Ke(9) = 1, 2, 8, 10
Ke(5) = 3, 4, 6	Ke(10) = 1, 2, 3, 9

Hãy thực hiện:

- Tìm deg(u) với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?

Câu hỏi 2.1.2

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	7
1	5	5	9
1	8	5	10
1	10	6	7
2	3	6	10
2	4	7	8
2	6	7	9
4	6	7	10
4	8	8	9
5	6	9	10

Hãy thực hiện:

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 AO SEN

- Tìm $\deg(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 2.1.3

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg(u)$ với mọi $u \in V$? (Không LT)
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 2.1.4

Cho đa đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	4	6
1	2	4	7
1	2	4	7
1	2	5	8
1	3	5	9
1	5	6	7
2	3	8	9
2	5	8	9
3	4	8	10
3	7	9	10

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
- Tìm số đường đi độ dài 2 trên đồ thị G từ đỉnh 1 đến các đỉnh 3, 7 và 10?

Câu hỏi 2.1.5

Cho đa đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	2	0	2	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	2	0	0	0	0	0
0	1	1	2	0	2	1	0	0	0
0	0	0	0	2	0	0	2	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	2	1	0	1	2
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	2	1	0

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg(u)$ với mọi $u \in V$? (Không LT)
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?
- Tìm số đường đi từ đỉnh 4 đến các đỉnh 1, 5 và 9?

Câu hỏi 2.1.6

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

$Ke(1) = 4, 10$	$Ke(6) = 1, 4, 7$
$Ke(2) = 4, 5, 6$	$Ke(7) = 3, 9$
$Ke(3) = 8$	$Ke(8) = 7, 9$
$Ke(4) = 2, 10$	$Ke(9) = 8$
$Ke(5) = 7, 8$	$Ke(10) = 1, 2$

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg^+(u)$, $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?

Câu hỏi 2.1.7

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg^+(u)$, $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?

c) Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?

Câu hỏi 2.1.8

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	5	6	8
2	3	7	2
2	4	7	8
2	5	8	1
3	6	8	10
4	6	9	6
4	7	9	7
5	9	10	1
5	10	10	4

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg^+(u)$, $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?

• Câu hỏi loại 2 điểm kiểu 2

Câu hỏi 2.2.1

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.2

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.3

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.4

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.5

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.6

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.7

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.8

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.9

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi có ít cạnh nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.10

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	1	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm một đường đi ít cạnh nhất từ đỉnh 3 đến đỉnh 9 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.11

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm cây bao trùm của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.12

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm cây bao trùm của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.13

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi ít cạnh nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.2.14

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Chứng minh rằng G là đồ thị liên thông yếu nhưng không liên thông mạnh?

Câu hỏi 2.2.15

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng chứng minh rằng G là đồ thị liên thông mạnh?

Câu hỏi 2.2.16

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các thành phần liên thông mạnh của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

• Câu hỏi loại 2 điểm kiểu 3

Câu hỏi 2.3.1

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0

Hãy thực hiện:

- a) Phát biểu điều kiện cần và đủ để một đồ thị vô hướng là đồ thị Euler?
b) Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler?

Câu hỏi 2.3.2

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- a) Phát biểu điều kiện đủ để một đồ thị vô hướng là đồ thị nửa Euler?
b) Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler?

Câu hỏi 2.3.3

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0

Hãy thực hiện:

- a) Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị?
b) Áp dụng thuật toán, tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Câu hỏi 2.3.4

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Câu hỏi 2.3.5

Cho đa đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	4	1	0	1	0	0	0	0	0
4	0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	2	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	2	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	2	1
0	0	0	0	1	0	0	2	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Phát biểu điều kiện cần và đủ để một đồ thị vô hướng là đồ thị Euler?
- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler?

Câu hỏi 2.3.6

Cho đa đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	2	0	2	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	2	0	0	0	0	0
0	0	1	2	0	2	1	0	0	0
0	0	0	0	2	0	0	2	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	2	1	0	1	2
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	2	1	0

Hãy thực hiện:

- Phát biểu điều kiện đủ để một đồ thị vô hướng là đồ thị nửa Euler?
- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler?

Câu hỏi 2.3.7

Cho đa đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	4	1	0	1	0	0	0	0	0
4	0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	2	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	2	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	2	1
0	0	0	0	1	0	0	2	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 6, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.3.8

Cho đa đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	2	0	2	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	2	0	0	0	0	0
0	0	1	2	0	2	1	0	0	0
0	0	0	0	2	0	0	2	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	2	1	0	1	2
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	2	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.3.9

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Phát biểu điều kiện cần và đủ để một đồ thị có hướng là đồ thị Euler?
- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị Euler?

Câu hỏi 2.3.10

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Phát biểu điều kiện đủ để một đồ thị có hướng là đồ thị nửa Euler?
- Chứng minh đồ thị G đã cho là đồ thị nửa Euler?

Câu hỏi 2.3.11

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.3.12

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 2.3.13

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán quay lui để tìm một chu trình Hamilton của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán quay lui tìm một chu trình Hamilton của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, khi có nhiều khả năng lựa chọn các đỉnh luôn ưu tiên chọn đỉnh có chỉ số nhỏ nhất và giải thích các bước thực hiện?

Câu hỏi 2.3.14

Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán quay lui để tìm một chu trình Hamilton của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán quay lui tìm một chu trình Hamilton của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, khi có nhiều khả năng lựa chọn các đỉnh luôn ưu tiên chọn đỉnh có chỉ số nhỏ nhất và giải thích các bước thực hiện?

• Câu hỏi loại 3 điểm loại 3

Câu hỏi 3.1

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	20	5	17	∞	∞	∞
20	0	∞	1	∞	∞	1
5	∞	0	25	3	10	∞
17	1	25	0	15	∞	∞
∞	∞	3	15	0	1	∞
∞	∞	10	∞	1	0	1
∞	1	∞	∞	∞	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.2

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	10	15	20	∞	1	∞
∞	0	3	∞	∞	∞	30
∞	∞	0	25	3	∞	45
∞	10	25	0	35	∞	∞
∞	2	3	∞	0	∞	3
∞	∞	1	1	∞	0	25
∞	1	∞	30	∞	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.3

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	15	∞	∞	∞	1	9
∞	0	8	∞	∞	∞	∞
∞	∞	0	4	1	∞	∞
∞	7	∞	0	∞	∞	1
∞	10	∞	2	0	∞	∞
∞	14	2	∞	∞	0	∞
∞	2	∞	∞	∞	∞	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 6 đến đỉnh 2 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.4

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	25	∞	27	∞	30	∞
25	0	∞	∞	1	∞	15
∞	∞	0	15	3	1	∞
27	∞	15	0	25	∞	∞
∞	1	3	25	0	∞	∞
∞	∞	1	∞	∞	0	1
∞	15	∞	∞	∞	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 6 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Câu hỏi 3.5

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 6 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	15	5	20	∞	∞
1	0	∞	17	10	∞
∞	∞	0	2	∞	50
15	1	∞	0	∞	70
20	30	∞	10	0	10
∞	18	∞	23	20	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Floyd tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh trong đồ thị?
- Áp dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$ của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.6

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 6 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	1	15	∞	∞	20
1	0	∞	∞	5	30
15	∞	0	1	∞	7
∞	∞	1	0	20	20
∞	5	∞	20	0	5
20	30	20	7	5	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Floyd tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh trong đồ thị?
- Áp dụng thuật toán Floyd, tìm đường đi ngắn nhất giữa các cặp đỉnh $(1, 2)$, $(1, 6)$, $(2, 5)$, $(5, 6)$ của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.7

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	1	1	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	1	5	∞	6	∞
1	2	0	7	∞	6	6	1	1	9
1	∞	7	0	1	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	1	0	3	4	3	1	2
9	1	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	1	6	3	1	4	0	4	2
4	6	1	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal, tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.8

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	1	1	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	1	5	∞	6	∞
1	2	0	7	∞	6	6	1	1	9
1	∞	7	0	1	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	1	0	3	4	3	1	2
9	1	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	1	6	3	1	4	0	4	2
4	6	1	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.9

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 9 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	8	8	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	7	5	∞	6	∞
8	2	0	7	∞	6	6	9	9	9
8	∞	7	0	7	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	7	0	3	4	3	1	2
9	7	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	9	6	3	1	4	0	4	2
4	6	9	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal, tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.10

Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	8	8	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	7	5	∞	6	∞
8	2	0	7	∞	6	6	9	9	9
8	∞	7	0	7	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	7	0	3	4	3	1	2
9	7	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	9	6	3	1	4	0	4	2
4	6	9	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.11

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tô màu đồ thị với số màu cần sử dụng ít nhất?
- Áp dụng thuật toán trên tìm cách tô màu đồ thị G đã cho với số màu ít nhất, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.12

Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tô màu đồ thị với số màu cần sử dụng ít nhất?
- Áp dụng thuật toán trên tìm cách tô màu đồ thị G đã cho với số màu ít nhất, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Câu hỏi 3.13. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$. Ta gọi đỉnh s là đỉnh "thắt" của cặp đỉnh u, v nếu mọi đường đi từ u đến v đều phải qua s . Dựa vào thuật toán duyệt theo chiều sâu (DFS), hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán tìm tất cả các đỉnh "thắt" s của cặp đỉnh u, v ?
- Tìm tập đỉnh "thắt" s của cặp đỉnh $u=1, v=12$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Tìm tập đỉnh "thắt" s của cặp đỉnh $u=1, v=13$ trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

$Ke(1) = \{2, 3, 4\}.$ $Ke(5) = \{3, 6, 7, 8, 12\}.$ $Ke(9) = \{10, 11, 13\}.$
 $Ke(2) = \{1, 3, 4, 6\}.$ $Ke(6) = \{2, 5, 7, 12\}.$ $Ke(10) = \{9, 11, 12, 13\}.$
 $Ke(3) = \{1, 2, 4, 5\}.$ $Ke(7) = \{4, 5, 6, 8\}.$ $Ke(11) = \{9, 10, 13\}.$
 $Ke(4) = \{1, 2, 3, 7\}.$ $Ke(8) = \{5, 7, 12\}.$ $Ke(12) = \{5, 6, 8, 10\}.$
 $Ke(13) = \{9, 10, 11\}.$

Câu hỏi 3.14. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$. Ta gọi đỉnh $s \in V$ là đỉnh "thắt" của cặp đỉnh $u, v \in V$ nếu mọi đường đi từ u đến v đều phải qua s . Dựa vào thuật toán duyệt theo chiều rộng (BFS), hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán tìm tất cả các đỉnh "thắt" $s \in V$ của cặp đỉnh $u, v \in V$.
- Tìm tập đỉnh "thắt" $s \in V$ của cặp đỉnh $u=1, v=13$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Tìm tập đỉnh "thắt" $s \in V$ của cặp đỉnh $u=1, v=12$ trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.15. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$. Ta gọi đỉnh $s \in V$ là đỉnh "thắt" của cặp đỉnh $u, v \in V$ nếu mọi đường đi từ u đến v đều phải qua s . Dựa vào thuật toán duyệt theo chiều rộng (BFS), hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán tìm tất cả các đỉnh "thắt" $s \in V$ của cặp đỉnh $u, v \in V$.
- Tìm tập đỉnh "thắt" $s \in V$ của cặp đỉnh $u=1, v=13$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Tìm tập đỉnh "thắt" $s \in V$ của cặp đỉnh $u=1, v=12$ trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề dưới đây, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.16. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$, trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{3, 5, 7\}$.

$Ke(5) = \{1, 3, 7, 9, 11, 13\}$.

$Ke(9) = \{5, 7, 11, 13\}$.

$Ke(2) = \{4, 6\}$.

$Ke(6) = \{3, 4, 8, 10\}$.

$Ke(10) = \{4, 6, 8, 12\}$.

$Ke(3) = \{1, 5, 7, 11\}$.

$Ke(7) = \{1, 3, 5, 9\}$.

$Ke(11) = \{3, 5, 9, 13\}$.

$Ke(4) = \{2, 6, 8, 10\}$.

$Ke(8) = \{4, 6, 10, 12\}$.

$Ke(12) = \{8, 10\}$.

$Ke(13) = \{5, 9, 11\}$.

Ta nói, đồ thị G có thành phần Euler nếu tồn tại một thành phần liên thông của G là Euler; đồ thị G có thành phần nửa Euler nếu tồn tại một thành phần liên thông của G là nửa Euler. Dựa vào thuật toán DFS, hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị G ?
- Tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị ở trên theo thuật toán đã được xây dựng ở Mục a? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Hãy chỉ ra tập đỉnh, tập cạnh của thành phần Euler (nếu có), thành phần nửa Euler (nếu có) của đồ thị G ?

Câu hỏi 3.17. Cho đồ thị có hướng, có trọng số không âm được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như dưới đây. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $s \in V$ đến đỉnh $t \in V$ trên đồ thị có trọng số không âm?
- Sử dụng thuật toán đã được mô tả tại Mục a, xây dựng thuật toán tìm đường đi từ s đến t đi qua đỉnh $u \in V$ sao cho đường đi từ s đến u có độ dài nhỏ nhất và đường đi từ u đến t có độ dài nhỏ nhất?
- Kiểm nghiệm thuật toán xây dựng tại Mục b, tìm đường đi từ đỉnh $s=1$ đến đỉnh $t=13$ đi qua đỉnh $u=6$ sao cho đường đi từ đỉnh 1 đến 6 có độ dài nhỏ nhất và đường đi từ đỉnh 6 đến 13 có độ dài nhỏ nhất? Chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

∞	2	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	2	∞	∞	∞	∞	9	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	6	∞	8	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	1	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	1	∞	∞	9	8	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	9	∞	∞	2	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	∞	9	8	∞	∞
∞	∞	∞	∞	7	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	6	7	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7	∞	∞	∞

Câu hỏi 3.18. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$, trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh được biểu diễn dưới ma trận kề như hình bên phải. Ta nói, đồ thị G có thành phần Euler nếu tồn tại một thành phần liên thông của G là Euler; đồ thị G có thành phần nửa Euler nếu tồn tại một thành phần liên thông của G là nửa Euler. Dựa vào thuật toán BFS, hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị G ?
- Tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị ở trên theo thuật toán đã được xây dựng ở Mục a? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Hãy chỉ ra tập đỉnh, tập cạnh của thành phần Euler (nếu có), thành phần nửa Euler (nếu có) của đồ thị G ?

0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0

Câu hỏi 3.19. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$, trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh được biểu diễn dưới ma trận kề như hình bên phải. Dựa vào thuật toán DFS, hãy thực hiện:

- Dựa vào thuật toán xây dựng thuật toán tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị G ?
- Tìm tất cả các thành phần liên thông của đồ thị ở trên theo thuật toán đã được xây dựng ở Mục a? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Hãy chỉ ra tập đỉnh, tập cạnh của thành phần Euler (nếu có), thành phần nửa Euler (nếu có) của đồ thị G ?

0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0

Câu hỏi 3.20. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 2, 3, 4, 5 \}.$ $Ke(5) = \{ 1, 6, 7, 8, 9 \}.$ $Ke(9) = \{ 5, 6, 8 \}.$
 $Ke(2) = \{ 1, 3, 4 \}.$ $Ke(6) = \{ 5, 7, 9 \}.$ $Ke(10) = \{ 7, 11, 12, 13 \}.$
 $Ke(3) = \{ 1, 2, 4 \}.$ $Ke(7) = \{ 5, 6, 8, 10 \}.$ $Ke(11) = \{ 10, 12, 13 \}.$
 $Ke(4) = \{ 1, 2, 3 \}.$ $Ke(8) = \{ 5, 7, 9 \}.$ $Ke(12) = \{ 10, 11, 13 \}.$
 $Ke(13) = \{ 10, 11, 12 \}.$

Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu hàng đợi xây dựng thuật toán tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.21. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp, xây dựng thuật toán tìm các cạnh cầu của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu hỏi 3.22. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 4, 6 \}.$ $Ke(5) = \{ 7, 9 \}.$ $Ke(9) = \{ 3, 5, 7, 13 \}.$
 $Ke(2) = \{ 3, 8, 10, 11 \}.$ $Ke(6) = \{ 1, 4, 10, 12 \}.$ $Ke(10) = \{ 2, 3, 6, 12 \}.$
 $Ke(3) = \{ 2, 9, 10, 13 \}.$ $Ke(7) = \{ 5, 9, 11, 13 \}.$ $Ke(11) = \{ 2, 7, 8, 13 \}.$
 $Ke(4) = \{ 1, 6, 8, 12 \}.$ $Ke(8) = \{ 2, 4, 11, 12 \}.$ $Ke(12) = \{ 4, 6, 8, 10 \}.$
 $Ke(13) = \{ 3, 7, 9, 11 \}.$

Hãy thực hiện:

- Chứng minh đồ thị đã cho ở trên là đồ thị Euler?
- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp, hãy xây dựng thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán đã được trình bày tại Mục b, tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=1$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ (u được nhập từ bàn phím) trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.23. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp, xây dựng thuật toán tìm các đỉnh trụ của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu hỏi 3.24. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

- | | | |
|---------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| $Ke(1) = \{2, 3, 4\}.$ | $Ke(5) = \{6, 7, 9\}.$ | $Ke(9) = \{5, 6, 8\}.$ |
| $Ke(2) = \{1, 3, 4, 6\}.$ | $Ke(6) = \{2, 5, 7, 8, 9\}.$ | $Ke(10) = \{8, 11, 12, 13\}.$ |
| $Ke(3) = \{1, 2, 4\}.$ | $Ke(7) = \{5, 6, 8\}.$ | $Ke(11) = \{10, 12, 13\}.$ |
| $Ke(4) = \{1, 2, 3\}.$ | $Ke(8) = \{6, 7, 9, 10\}.$ | $Ke(12) = \{10, 11, 13\}.$ |
| | | $Ke(13) = \{10, 11, 12\}.$ |

Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu hàng đợi xây dựng thuật toán tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.25. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $Ke(1) = \{4, 6\}.$ | $Ke(5) = \{7, 9\}.$ | $Ke(9) = \{3, 5, 7, 13\}.$ |
| $Ke(2) = \{3, 8, 10, 11\}.$ | $Ke(6) = \{1, 4, 10, 12\}.$ | $Ke(10) = \{2, 3, 6, 12\}.$ |
| $Ke(3) = \{2, 9, 10, 13\}.$ | $Ke(7) = \{5, 9, 11, 13\}.$ | $Ke(11) = \{2, 7, 8, 13\}.$ |
| $Ke(4) = \{1, 6, 8, 12\}.$ | $Ke(8) = \{2, 4, 11, 12\}.$ | $Ke(12) = \{4, 6, 8, 10\}.$ |
| | | $Ke(13) = \{3, 7, 9, 11\}.$ |

Hãy thực hiện:

- Chứng minh đồ thị đã cho ở trên là đồ thị Euler?
- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp, hãy xây dựng thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán đã được trình bày tại Mục b, tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=5$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ (u được nhập từ bàn phím) trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.26. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 2, 7, 8, 9, 10 \}.$	$Ke(5) = \{ 3, 4, 6 \}.$	$Ke(9) = \{ 1, 2, 8 \}.$
$Ke(2) = \{ 1, 3, 7, 9 \}.$	$Ke(6) = \{ 3, 4, 5 \}.$	$Ke(10) = \{ 1, 11, 12, 13 \}.$
$Ke(3) = \{ 2, 4, 5, 6 \}.$	$Ke(7) = \{ 1, 2, 8 \}.$	$Ke(11) = \{ 10, 12, 13 \}.$
$Ke(4) = \{ 3, 5, 6 \}.$	$Ke(8) = \{ 1, 7, 9 \}.$	$Ke(12) = \{ 10, 11, 13 \}.$
		$Ke(13) = \{ 10, 11, 12 \}.$

Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp xây dựng thuật toán tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.27. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 2, 7, 8, 9, 10 \}.$	$Ke(5) = \{ 3, 4, 6 \}.$	$Ke(9) = \{ 1, 2, 8 \}.$
$Ke(2) = \{ 1, 3, 7, 9 \}.$	$Ke(6) = \{ 3, 4, 5 \}.$	$Ke(10) = \{ 1, 11, 12, 13 \}.$
$Ke(3) = \{ 2, 4, 5, 6 \}.$	$Ke(7) = \{ 1, 2, 8 \}.$	$Ke(11) = \{ 10, 12, 13 \}.$
$Ke(4) = \{ 3, 5, 6 \}.$	$Ke(8) = \{ 1, 7, 9 \}.$	$Ke(12) = \{ 10, 11, 13 \}.$
		$Ke(13) = \{ 10, 11, 12 \}.$

Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu hàng đợi xây dựng thuật toán tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.28. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 4, 6 \}.$	$Ke(5) = \{ 7, 9 \}.$	$Ke(9) = \{ 3, 5, 7, 13 \}.$
$Ke(2) = \{ 3, 8, 10, 11 \}.$	$Ke(6) = \{ 1, 4, 10, 12 \}.$	$Ke(10) = \{ 2, 3, 6, 12 \}.$
$Ke(3) = \{ 2, 9, 10, 13 \}.$	$Ke(7) = \{ 5, 9, 11, 13 \}.$	$Ke(11) = \{ 2, 7, 8, 13 \}.$
$Ke(4) = \{ 1, 6, 8, 12 \}.$	$Ke(8) = \{ 2, 4, 11, 12 \}.$	$Ke(12) = \{ 4, 6, 8, 10 \}.$
		$Ke(13) = \{ 3, 7, 9, 11 \}.$

Hãy thực hiện:

- Chứng minh đồ thị đã cho ở trên là đồ thị Euler?
- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp, hãy xây dựng thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán đã được trình bày tại Mục b, tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=7$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ (u được nhập từ bàn phím) trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.29. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 2, 7, 8, 9, 10 \}$	$Ke(5) = \{ 3, 4, 6 \}$	$Ke(9) = \{ 1, 2, 8 \}$
$Ke(2) = \{ 1, 3, 7, 9 \}$	$Ke(6) = \{ 3, 4, 5 \}$	$Ke(10) = \{ 1, 11, 12, 13 \}$
$Ke(3) = \{ 2, 4, 5, 6 \}$	$Ke(7) = \{ 1, 2, 8 \}$	$Ke(11) = \{ 10, 12, 13 \}$
$Ke(4) = \{ 3, 5, 6 \}$	$Ke(8) = \{ 1, 7, 9 \}$	$Ke(12) = \{ 10, 11, 13 \}$
		$Ke(13) = \{ 10, 11, 12 \}$

Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp xây dựng thuật toán tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả đỉnh trụ của đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.30. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 2, 7, 8, 9, 10 \}$	$Ke(5) = \{ 3, 4, 6 \}$	$Ke(9) = \{ 1, 2, 8 \}$
$Ke(2) = \{ 1, 3, 7, 9 \}$	$Ke(6) = \{ 3, 4, 5 \}$	$Ke(10) = \{ 1, 11, 12, 13 \}$
$Ke(3) = \{ 2, 4, 5, 6 \}$	$Ke(7) = \{ 1, 2, 8 \}$	$Ke(11) = \{ 10, 12, 13 \}$
$Ke(4) = \{ 3, 5, 6 \}$	$Ke(8) = \{ 1, 7, 9 \}$	$Ke(12) = \{ 10, 11, 13 \}$
		$Ke(13) = \{ 10, 11, 12 \}$

Hãy thực hiện:

- Sử dụng cấu trúc dữ liệu hàng đợi xây dựng thuật toán tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị đã cho? Chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.31. Cho đồ thị vô hướng liên thông $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như dưới đây.

$Ke(1) = \{ 4, 6 \}$	$Ke(5) = \{ 7, 9 \}$	$Ke(9) = \{ 3, 5, 7, 13 \}$
$Ke(2) = \{ 3, 8, 10, 11 \}$	$Ke(6) = \{ 1, 4, 10, 12 \}$	$Ke(10) = \{ 2, 3, 6, 12 \}$
$Ke(3) = \{ 2, 9, 10, 13 \}$	$Ke(7) = \{ 5, 9, 11, 13 \}$	$Ke(11) = \{ 2, 7, 8, 13 \}$
$Ke(4) = \{ 1, 6, 8, 12 \}$	$Ke(8) = \{ 2, 4, 11, 12 \}$	$Ke(12) = \{ 4, 6, 8, 10 \}$
		$Ke(13) = \{ 3, 7, 9, 11 \}$

Hãy thực hiện:

- Chứng minh đồ thị đã cho ở trên là đồ thị Euler?
- Sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp, hãy xây dựng thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán đã được trình bày tại Mục b, tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=7$ trên đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả trung gian theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ (ù được nhập từ bàn phím) trên đồ thị được biểu diễn dưới dạng danh sách kề?

Câu hỏi 3.32. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Chứng minh rằng đồ thị G định chiều được?
- Chỉ ra một phép định chiều đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u = 5$?
- Viết chương trình kiểm tra một đồ thị vô hướng được biểu diễn dưới dạng ma trận kề có định chiều được hay không?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0

Câu hỏi 3.33. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán, tìm tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=3$ của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler trên đồ thị có hướng được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Câu hỏi 3.34.

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=13$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.
- Viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh u đến tất cả các đỉnh còn lại của đồ thị. Dữ liệu vào được cho dưới dạng ma trận trọng số?

∞	4	9	∞	∞	3	∞	∞	2	∞	∞	5	∞	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	∞	1
∞	∞	∞	5	∞	6	∞	4	∞	∞	7	∞	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	∞	1	3
∞	∞	5	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞	∞	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	2	∞	∞
∞	1	∞	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	∞	3	∞
∞	5	∞	4	∞	7	∞	3	∞	∞	∞	5	∞	∞

Câu hỏi 3.35. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Chứng minh rằng đồ thị G định chiều được?
- Chỉ ra một phép định chiều đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u = 7$?
- Viết chương trình kiểm tra một đồ thị vô hướng được biểu diễn dưới dạng ma trận kề có định chiều được hay không?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu hỏi 3.36. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán, tìm tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=5$ của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler trên đồ thị có hướng được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.37.

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=3$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.
- Viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh u đến tất cả các đỉnh còn lại của đồ thị. Dữ liệu vào được cho dưới dạng ma trận trọng số?

∞	4	9	∞	∞	3	∞	∞	2	∞	∞	5	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	1
∞	∞	∞	5	∞	6	∞	4	∞	∞	7	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	5	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	1	3
∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	2	∞
∞	1	∞	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	∞	3
∞	5	∞	4	∞	7	∞	3	∞	∞	∞	5	∞

Câu hỏi 3.39. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Chứng minh rằng đồ thị G định chiều được?
- Chỉ ra một phép định chiều đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u = 6$?
- Viết chương trình kiểm tra một đồ thị vô hướng được biểu diễn dưới dạng ma trận kề có định chiều được hay không?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu hỏi 3.40. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị bắt đầu tại đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán, tìm tìm một chu trình Euler bắt đầu tại đỉnh $u=9$ của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm một chu trình Euler trên đồ thị có hướng được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.41.

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=9$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.
- Viết chương trình tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh u đến tất cả các đỉnh còn lại của đồ thị. Dữ liệu vào được cho dưới dạng ma trận trọng số?

∞	4	9	∞	∞	3	∞	∞	2	∞	∞	5	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	1
∞	∞	∞	5	∞	6	∞	4	∞	∞	7	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	5	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	1	3	∞
∞	∞	5	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	2	∞
∞	1	∞	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	3	∞
∞	5	∞	4	∞	7	∞	3	∞	∞	∞	5	∞

Câu hỏi 3.42. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán duyệt các đỉnh trụ của đồ thị dựa vào ngăn xếp?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0

Câu hỏi 3.43. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt các cạnh cầu của đồ thị dựa vào hàng đợi?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Câu hỏi 3.44. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G , chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số?

∞	7	∞	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	6	∞	6	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	4	6	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞
∞	∞	4	∞	6	∞	4	4	∞	4	4	∞
7	6	6	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	7	∞	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	4	6	6	∞	4	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	4	∞	∞	4	∞	3	3	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	2	2
∞	∞	∞	4	∞	∞	3	3	∞	3	3	2
∞	∞	4	4	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	3	3	∞	2	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	2	∞	2	∞	∞

Câu hỏi 3.45. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán duyệt các đỉnh trụ của đồ thị dựa vào ngăn xếp?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0

Câu hỏi 3.46. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt các cạnh cầu của đồ thị dựa vào hàng đợi?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0

Câu hỏi 3.47. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G , chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số?

∞	7	∞	∞	8	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	6	∞	6	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	4	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞
∞	∞	4	∞	6	∞	4	4	∞	4	4	∞	∞	∞
8	6	6	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8	8	∞	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	4	6	6	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	4	∞	∞	4	∞	3	3	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	3	5	5	5
∞	∞	∞	4	∞	∞	∞	3	3	∞	3	3	5	5
∞	∞	4	4	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	5	5
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	∞	5	5	5
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	5	∞	5	5	5	∞

Câu hỏi 3.48. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Xây dựng thuật toán duyệt các đỉnh trụ của đồ thị dựa vào ngăn xếp?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Câu hỏi 3.49. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt các cạnh cầu của đồ thị dựa vào hàng đợi?
- Sử dụng thuật toán trình bày tại Mục a, tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận kề?

0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0

Câu hỏi 3.50. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G , chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?
- Viết chương trình tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số?

∞	5	∞	∞	5	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	6	∞	6	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	4	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞
∞	∞	4	∞	6	∞	4	4	∞	4	4	∞	∞
5	6	6	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	5	∞	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	4	6	∞	6	∞	4	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	4	∞	∞	4	∞	3	3	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	3	∞	2	2	∞
∞	∞	∞	4	∞	∞	∞	3	3	∞	3	3	2
∞	∞	4	4	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	3	3	∞	2
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	2	∞	2	∞

Câu hỏi 3.51. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Câu hỏi 3.52. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.53. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G , chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	7	∞	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	5	∞	5	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	5	∞	3	5	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	∞
∞	∞	3	∞	5	∞	3	∞	3	∞	3	∞	∞
7	5	5	∞	5	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	7	∞	∞	5	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	3	5	5	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	3	∞	∞	3	∞	1	1	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞	2	2
∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	1	1	∞	1	1	2
∞	∞	3	3	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞	2
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	1	1	∞	2
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	2	∞	2	∞

Câu hỏi 3.54. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Câu hỏi 3.55. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.56. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G , chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	7	∞	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	5	∞	5	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	5	∞	3	5	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	∞
∞	∞	3	∞	5	∞	3	3	∞	3	3	∞	∞
7	5	5	∞	∞	5	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	7	∞	∞	5	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	3	5	5	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	3	∞	∞	3	∞	1	1	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞	2	2
∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	1	1	∞	1	1	2
∞	∞	3	3	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	1	1	∞	2
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	2	∞	2	∞

Câu hỏi 3.57. Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Câu hỏi 3.58. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu hỏi 3.59. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G , chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	7	∞	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	5	∞	5	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	5	∞	3	5	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	∞
∞	∞	3	∞	5	∞	3	3	∞	3	3	∞	∞
7	5	5	5	∞	5	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	7	∞	∞	5	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	3	5	5	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	3	∞	∞	3	∞	1	1	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞	2	2
∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	1	1	∞	1	1	2
∞	∞	3	3	∞	∞	∞	∞	1	∞	1	∞	2
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	1	1	∞	2
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	2	∞	2	∞	∞

Câu hỏi 3.60. Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Câu hỏi 3.61. Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u=9$, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	8	∞	∞	8	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8	∞	7	∞	7	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	7	∞	6	7	∞	∞	∞	∞	∞	6	∞	∞
∞	∞	6	∞	6	∞	6	6	∞	6	6	∞	∞
8	7	7	7	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8	8	∞	7	∞	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	6	7	7	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	6	∞	∞	∞	6	∞	3	3	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	4	4
∞	∞	∞	6	∞	∞	∞	3	3	∞	3	3	4
∞	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	3	3	∞	4	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	∞	4	∞	∞

Câu hỏi 3.62.

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=10$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	4	9	∞	∞	3	∞	∞	2	∞	∞	5	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	1
∞	∞	∞	5	∞	6	4	∞	∞	7	∞	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	5	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	1	3
∞	∞	5	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	2	∞	∞
∞	1	∞	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	3	∞
∞	5	∞	4	∞	7	3	∞	∞	∞	5	∞	∞

Ghi chú: Ký hiệu (mã) câu hỏi được quy định X.Y

Trong đó : + X tương đương số điểm câu hỏi (X chạy từ 1 đến 5).

+ Y là câu hỏi thứ Y (Y chạy từ 1 trở đi)

2. Đề xuất các phương án tổ hợp câu hỏi thi thành các đề thi (Nếu thấy cần thiết) :

- Mỗi đề thi gồm 5 câu bao gồm

- 01 câu hỏi loại 1 điểm
- 01 câu hỏi loại 2 điểm kiểu 1
- 01 câu hỏi loại 2 điểm kiểu 2
- 01 câu hỏi loại 2 điểm kiểu 3
- 01 câu hỏi loại 3 điểm

3. Hướng dẫn cần thiết khác:

- Sắp xếp đề thi :

- Câu 1 là câu hỏi loại 2 điểm kiểu 1
- Câu 2 là câu hỏi loại 2 điểm kiểu 2
- Câu 3 là câu hỏi loại 2 điểm kiểu 3
- Câu 4 là câu hỏi loại 3 điểm
- Câu 5 là câu hỏi loại 1 điểm

Ngân hàng câu hỏi thi này đã được thống qua bộ môn và nhóm cán bộ giảng dạy học phần.

Trưởng khoa

Trưởng bộ môn

Hà Nội, ngày 15 tháng 12 năm 2010

Giảng viên chủ trì biên soạn

NGÂN HÀNG TOÁN RỜI RẠC 2

Câu 1.1: Viết hàm có tên là DFS(int u) trên C/C++ mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$	3
Câu 1.2: Viết hàm có tên là BFS(int u) trên C/C++ mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$	3
Câu 1.3 : Viết hàm có tên là int TPLT_DFS(int a[][]) trên C/C++ tìm số thành phần liên thông của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm DFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị G	4
Câu 1.4: Viết hàm có tên là int TPLT_BFS(int a[][]) trên C/C++ tìm số thành phần liên thông của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm BFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị G	4
Câu 1.5: Viết hàm có tên là T_DFS(int a[][]) trên C/C++ tìm cây khung T[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm DFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị G	4
Câu 1.6: Viết hàm có tên là T_BFS(int a[][]) trên C/C++ tìm cây khung T[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$ bằng cách sử dụng hàm BFS(int u) đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị G	5
Câu 1.7: Viết hàm có tên là EULER(int a[] []) trên C/C++ tìm chu trình/đường đi Euler CE[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[] []$, biết rằng G là đồ thị Euler/nửa Euler	6
Câu 1.8: Viết hàm có tên là DIJKSTRA(int u) trên C/C++ tìm đường đi ngắn nhất d[v] xuất phát từ đỉnh u đến các đỉnh v của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số $a[] []$	6
Câu 1.9: Viết hàm có tên là FLOYD(int a[][]) trên C/C++ tìm đường đi ngắn nhất d[] [] giữa các cặp đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số $a[] []$	7
Câu 1.10: Viết hàm có tên là PRIM(int a[][], int u) trên C/C++ tìm cây khung T[] nhỏ nhất bắt đầu tại đỉnh u của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số $a[] []$ bằng cách sử dụng thuật toán PRIM	8
Câu 1.11: Viết hàm có tên là KRUSKAL(int a[][]) trên C/C++ tìm cây khung T[] nhỏ nhất của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số $a[] []$ bằng cách sử dụng thuật toán KRUSKAL	8
Câu 1.12: Viết chương trình hoàn chỉnh tìm luồng cực đại f[] [] trên mạng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số c[] [] với đỉnh phát s và đỉnh thu t bằng cách sử dụng thuật toán Ford -Fulkerson:	10
Loại 2 điểm kiểu 1	12
CÂU 2.1.1 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:	12
CÂU 2.1.2 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:	13
CÂU 2.1.3 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	14
CÂU 2.1.6 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:	15
CÂU 2.1.7 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	17
CÂU 2.1.8 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:	17

Loại 2 điểm kiểu 2.....	18
CÂU 2.2.1 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	18
CÂU 2.2.2 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	19
CÂU 2.2.3 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	21
CÂU 2.2.6 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	22
CÂU 2.2.7 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	23
CÂU 2.2.12 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	24
CÂU 2.2.13 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:	27
Câu hỏi loại 2 điểm kiểu 3:	28
Câu 2.3.1 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau	28
CÂU 2.3.2 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau	29
Câu hỏi loại 3 điểm loại 3	31
Câu 3.1 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	31
CÂU 3.2 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	34
CÂU 3.3 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	35
CÂU 3.4 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	36
CÂU 3.7 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	37
CÂU 3.8 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	39
CÂU 3.9 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 9 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	39
CÂU 3.10 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau	41
Đề 1	42
ĐÁP ÁN ĐỀ 1	43
ĐỀ 2	49
ĐÁP ÁN ĐỀ 2	50
ĐỀ 3	56
ĐÁP ÁN ĐỀ 3	57

Câu 1.1: Viết hàm có tên là DFS(int u) trên C/C++ mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[][]$.

```
void DFS(int u)
{
    int i,j,top;
    top=1;
    stack[top]=u;
    cxet[u]=0;
    while(top > 0)
    {
        int s=stack[top];
        cout<<s<<" ";
        top--;
        for(int i=1 ; i<=n ; i++)
        {
            if(a[s][i]==1 && cxet[i]==1)
            {
                cxet[i]=0;
                top++;
                stack[top]=i;
                break;
            }
        }
    }
    cout<<endl;
}
```

Câu 1.2: Viết hàm có tên là BFS(int u) trên C/C++ mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề $a[][]$.

```
void BFS(int u)
{
    int i,j,dau,cuoi;
    dau=cuoi=1;
    queue[cuoi]=u;
    cxet[u]=0;
    while(dau<=cuoi)
    {
        int s=queue[dau];
        dau++;
        cout<<s<<" ";
        for(i=1 ; i<=n ; i++)
        {
            if(a[s][i]==1 && cxet[i]==1)
            {
                cuoi++;
                queue[cuoi]=i;
            }
        }
    }
}
```

```

        cxet[i]=0;
    }
}
}

```

Câu 1.3: Viết hàm có tên là `int TPLT_DFS(int a[][])` trên C/C++ tìm số thành phần liên thông của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề `a[][]` bằng cách sử dụng hàm `DFS(int u)` đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị G .

```

void TPLT_DFS(int a[ ][ ])
{
    solt = 0;
    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        if(chuaxet[i] == 1)
        {
            DFS(u);
            solt++;
        }
    }
    return solt;
}

```

Câu 1.4: Viết hàm có tên là `int TPLT_BFS(int a[][])` trên C/C++ tìm số thành phần liên thông của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề `a[][]` bằng cách sử dụng hàm `BFS(int u)` đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị G .

```

int TPLT_BFS(int a[][] )
{
    int solt=1;
    BFS(1);
    for(int i=1 ; i<=n ; i++)
    {
        if(cxet[i]==1)
        {
            BFS(i);
            solt++;
        }
    }
    return solt;
}

```

Câu 1.5: Viết hàm có tên là `T_DFS(int a[][])` trên C/C++ tìm cây khung $T[]$ của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề `a[][]` bằng cách sử dụng hàm `DFS(int u)` đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều sâu các đỉnh của đồ thị G .

```

void T_DFS(int a[ ][ ]) {
    stack <int> s;
    s.push(u);
}

```

```

chuaxet[u] = 1;
while(!s.empty()) {
    u = s.top();
    s.pop();
    for(int v = 1; v <= n; v++) {
        if(a[u][v] == 1 && chuaxet[v] == 0) {
            s.push(u);
            s.push(v);
            dau[c] = u;
            cuoi[c] = v;
            c++;
            chuaxet[v] = 1;
            break;
        }
    }
}
if(c < n - 1) {
    cout << "Đồ thị không liên thông." << endl;
} else {
    cout << "\nCây khung T: ";
    for(int i = 1; i < c; i++) {
        if(dau[i] < cuoi[i]) {
            cout << "(" << dau[i] << ", " << cuoi[i] << ") ";
        }
        else {
            cout << "(" << cuoi[i] << ", " << dau[i] << ") ";
        }
    }
}

```

Câu 1.6: Viết hàm có tên là `T_BFS(int a[][])` trên C/C++ tìm cây khung `T[]` của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề `a[][]` bằng cách sử dụng hàm `BFS(int u)` đã biết mô tả thuật toán duyệt theo chiều rộng các đỉnh của đồ thị G .

```

void T_BFS(int u) {
    queue<int> q;
    q.push(u);
    chuaxet[u] = 1;
    while(!q.empty()) {
        u = q.front();
        q.pop();
        for(int v = 1; v <= n; v++) {
            if(a[u][v] == 1 && chuaxet[v] == 0) {
                q.push(v);
                dau[c] = u; cuoi[c] = v; c++;
                chuaxet[v] = 1;
            }
        }
    }
}
if(c < n - 1) {
    cout << "Đồ thị không liên thông." << endl;
}

```

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

5

```

    }
    else {
        cout << "\nCay khung T: ";
        for(int i = 1; i < c; i++) {
            if(dau[i] < cuoi[i]) {
                cout << "(" << dau[i] << ", " << cuoi[i] << ") ";
            }
            else {
                cout << "(" << cuoi[i] << ", " << dau[i] << ") ";
            }
        }
    }
}
}

```

Câu 1.7: Viết hàm có tên là EULER(int a[][]) trên C/C++ tìm chu trình/đường đi Euler CE[] của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề a[i][j], biết rằng G là đồ thị Euler/nửa Euler.

```

void EULER(int a[ ][ ]) {
    stack <int> s;
    s.push(u); //Them dinh u vao ngan xep
    int t = 1;
    while(!s.empty()) { //Lap den khi stack rong thi thoi
        int v = s.top(); //Lay phan tu dau ngan xep
        int x = 1;
        while(x <= n && a[v][x] == 0) x++;
        if(x <= n) {
            s.push(x);
            a[v][x] = 0;
            a[x][v] = 0;
        }
        else {
            CE[t] = v;
            t++;
            s.pop();
        }
    }
    for(int i = t - 1; i > 0; i--) {
        cout << CE[i] << " "; //In nguoc lai
    }
}

```

Câu 1.8: Viết hàm có tên là DIJKSTRA(int u) trên C/C++ tìm đường đi ngắn nhất d[v] xuất phát từ đỉnh u đến các đỉnh v của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[i][j].

```

void DIJKSTRA(int u) {
    int u, v;
    cout << "Nhap duong di tu dinh s = "; cin >> s;
    cout << "Den diem t = "; cin >> t;
    for(int v = 1; v <= n; v++) {

```

```

    d[v] = a[s][v];    //s là hàng, v là cột
    p[v] = s;
    vs[v] = 0;
}
p[s] = 0; d[s] = 0; vs[s] = 1;
cout << "Duong di ngan nhat tu dinh " << s << " den diem " << t << ", " << s << " ";
while(!vs[t]) {
    int min = 2000;
    for(int v = 1; v <= n; v++) {
        if((!vs[v]) && (d[v]) < min) {
            u = v; //Cap nhat
            min = d[v];
        }
    }
    cout << u << " ";
    vs[u] = 1;
    if(!vs[t]) {
        for(v = 1; v <= n; v++) {
            if((!vs[v]) && ((d[u] + a[u][v]) < d[v])) {
                d[v] = d[u] + a[u][v];
                p[v] = u;
            }
        }
    }
}
cout << "\nDo dai duong di ngan nhat = " << d[t];

```

Câu 1.9: Viết hàm có tên là FLOYD(int a[][]) trên C/C++ tìm đường đi ngắn nhất d[i][j] giữa các cặp đỉnh của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[i][j].

```

void FLOYD(int a[ ][ ]) {
    for(int i = 1; i <= n; i++) {
        for(int j = 1; j <= n; j++) {
            d[i][j] = a[i][j];
            if (d[i][j] == max) s[i][j] = 0;
            else s[i][j] = j;
        }
    }
    /* d[i][j] là mảng chứa các giá trị khoảng cách ngắn nhất i -> j
    s chứa giá trị phân tử ngay sau của i trên đường đi ngắn nhất i -> j */
    for(int k = 1; k <= n; k++) {
        for(int i = 1; i <= n; i++) {
            for(int j = 1; j <= n; j++) {
                if(d[i][k] != max && d[i][j] > (d[i][k] + d[k][j])) {
                    //Tìm d[i][j] nhỏ nhất
                    d[i][j] = d[i][k] + d[k][j];
                    s[i][j] = s[i][k];
                }
            }
        }
    }
}

```

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGỒ 2 – AO SEN

7

//Ung voi no la gia tri phan tu ngay sau i.

Câu 1.10: Viết hàm có tên là PRIM(int a[][], int u) trên C/C++ tìm cây khung T[] nhỏ nhất bắt đầu tại đỉnh u của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[][] bằng cách sử dụng thuật toán PRIM.

```
void PRIM(int a[ ][ ], int u) {
    int k, top, min, l, t, u;
    int s[100]; //Mang chua cac dinh cua cay khung nho nhât
    sc = 0; w = 0; u = 1;
    for(int i = 0; i <= n; i++) {
        chuaxet[i] = 1;
    }
    top = 1;
    s[top] = u; //Them dinh bat ky vao mang s[]
    chuaxet[u] = 0;
    while (sc < n - 1) {
        min = MAX;
        //Tim canh co do dai nho nhât voi cac dinh trong mang s[]
        for (int i = 1; i <= top; i++) {
            t = s[i];
            for (int j = 1; j <= n; j++) {
                if (chuaxet[j] && min > a[t][j]) {
                    min = a[t][j];
                    k = t;
                    l = j;
                }
            }
        }
        sc++;
        w = w + min;
        //Them vao danh sach canh cua cay khung
        T[sc][1] = k;
        T[sc][2] = l;
        chuaxet[l] = 0;
        a[k][l] = MAX; a[l][k] = MAX;
        top++; s[top] = l;
    }
}
```

Câu 1.11: Viết hàm có tên là KRUSKAL(int a[][]) trên C/C++ tìm cây khung T[] nhỏ nhất của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[][] bằng cách sử dụng thuật toán KRUSKAL.

```
void Heap(int first, int last) {
```



```

int j, k, t1, t2, t3;
j = first;
while(j <= (last/2)) {
    if((2*j) < last && w[2*j + 1] < w[2*j]) {
        k = 2*j + 1;
    }
    else k = 2*j;
    if(w[k] < w[j]) {
        t1 = dau[j]; t2 = cuoi[j]; t3 = w[j];
        dau[j] = dau[k]; cuoi[j] = cuoi[k]; w[j] = w[k];
        dau[k] = t1; cuoi[k] = t2; w[k] = t3; j = k;
    }
    else j = last;
}
}

int Find(int i) {
    int tro = i;
    while(f[tro] > 0) tro = f[tro];
    return tro;
}

void Union(int i, int j) {
    int x = f[i] + f[j];
    if(f[i] > f[j]) {
        f[i] = j; f[j] = x;
    }
    else {
        f[j] = i; f[i] = x;
    }
}

void KRUSKAL(int a[][]) {
    int i, last, u, v, r1, r2, nCanh, nDinh;
    for(int i = 0; i <= n; i++) f[i] = -1;
    for(i = m/2; i > 0; i++) {
        Heap(i, m);
    }
    last = m; nCanh = 0; nDinh = 0; mini = 0; connect = TRUE;
    while(nDinh < n - 1 && nCanh < m) {
        nCanh++; u = dau[1]; v = cuoi[1];
        r1 = Find(u); r2 = Find(v);
        if(r1 != r2) {
            nDinh++; Union(r1, r2);
            dau[nDinh] = u; cuoi[nDinh] = v;
            mini += w[1];
        }
        dau[1] = dau[last]; cuoi[1] = cuoi[last]; w[1] = w[last]; last--;
        Heap(1, last);
    }
    if (nDinh != n - 1) connect = FALSE;
}

```

CÓ BÁN TẠI PHÒNG HUYỀN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

Câu 1.12: Viết chương trình hoàn chỉnh tìm luồng cực đại f trên mạng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số $c[i][j]$ với đỉnh phát s và đỉnh thu t bằng cách sử dụng thuật toán Ford - Fulkerson:

Yêu cầu:

- (1) Nhập ma trận trọng số biểu diễn G từ tệp DT.INP; $s = 1$; $t = n$;
- (2) Tìm luồng cực đại f ;
- (3) Xuất kết quả ra tệp DT.OUT:
 - Dòng đầu ghi $Val(f)$;
 - N dòng sau ghi $f[i][j]$;

```
#include <limits.h>
#include <string.h>
#include <queue>
#include <fstream>
#define V 10
using namespace std;
bool readFile(int graph[V][V], int &n) {
    ifstream read ("DT.INP");
    if(read.is_open()) {
        read >> n;
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            for (int j = 1; j <= n; j++) {
                read >> graph[i][j];
            }
        }
        read.close();
        return true;
    }
    return false;
}
bool writeFile(int graph[V][V], int n, int value) {
    ofstream write ("DT.OUT");
    if (write.is_open()) {
        write << value << endl;
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            for (int j = 1; j <= n; j++) {
                write << graph[i][j] << " ";
            }
            write << endl;
        }
        return true;
    }
    return false;
}
bool BFS(int rGraph[V][V], int s, int t, int n, int parent[]) {
    bool visited[V];
    memset(visited, 0, sizeof(visited));
    queue <int> q;
```

```

q.push(s);
visited[s] = true;
parent[s] = -1;
while(!q.empty()) {
    int u = q.front();
    q.pop();
    for (int v = 1; v <= n; v++) {
        if (visited[v] == false && rGraph[u][v] > 0) {
            q.push(v);
            parent[v] = u;
            visited[v] = true;
        }
    }
}
return (visited[t] == true);
}

int Ford_Fulkerson(int graph[V][V], int s, int t) {
    int n = t, u, v;
    int rGraph[V][V];
    for (u = 1; u <= n; u++) {
        for (v = 1; v <= n; v++) {
            rGraph[u][v] = graph[u][v];
        }
    }
    int parent[V];
    int max_flow = 0;
    while (BFS(rGraph, s, t, n, parent)) {
        int path_flow = INT_MAX;
        for (v = t; v != s; v = parent[v]) {
            u = parent[v];
            path_flow = min(path_flow, rGraph[u][v]);
        }
        for (v = t; v != s; v = parent[v]) {
            u = parent[v];
            rGraph[u][v] -= path_flow;
            rGraph[v][u] += path_flow;
        }
        max_flow += path_flow;
    }
    return max_flow;
}

int main() {
    int n, graph[V][V];
    if (!readFile(graph, n)) {
        cout << "Unable to read file.";
    }
    int val = Ford_Fulkerson(graph, 1, n);
    if (!writeFile(graph, n, val)) {

```

```

        cout << "Unable to write file.";
    }
    return 0;
}

```

Loại 2 điểm kiểu 1

CÂU 2.1.1 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = 2, 9, 10	Ke(6) = 4, 5, 7
Ke(2) = 1, 3, 4, 8, 9, 10	Ke(7) = 4, 6, 8
Ke(3) = 2, 4, 5, 10	Ke(8) = 2, 4, 7, 9
Ke(4) = 2, 3, 5, 6, 7, 8	Ke(9) = 1, 2, 8, 10
Ke(5) = 3, 4, 6	Ke(10) = 1, 2, 3, 9

Hãy thực hiện:

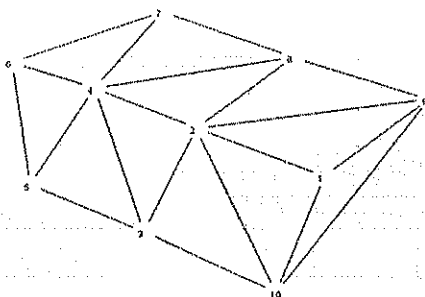
- Tìm $\deg(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?

Giải

- $\deg(1) = \deg(5) = \deg(6) = \deg(7) = 3$
 $\deg(2) = \deg(4) = 6$
 $\deg(3) = \deg(8) = \deg(9) = \deg(10) = 4$

b) Ma Trận kề

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0



c) Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	3	10
1	9	4	5
1	10	4	6
2	3	4	7
2	4	4	8
2	8	5	6
2	9	6	7
2	10	7	8
3	4	8	9
3	5	9	10

CÂU 2.1.2 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	5	7
1	5	5	9
1	8	5	10
1	10	6	7
2	3	6	10
2	4	7	8
2	6	7	9
4	6	7	10
4	8	8	9
5	6	9	10

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?

a) $\deg(1) = \deg(2) = \deg(8) = \deg(9) = 4$

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

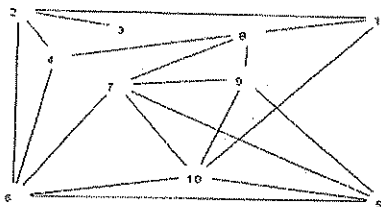
$$\text{Deg}(3) = 1$$

$$\text{Deg}(4) = 3$$

$$\text{Deg}(5) = \text{deg}(6) = \text{deg}(7) = \text{deg}(10) = 5$$

b) Ma Trận kề

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0



c) Danh sách kề

Ke(1) = 2, 5, 8, 10	Ke(6) = 2, 4, 5, 7, 10
Ke(2) = 1, 3, 4, 6	Ke(7) = 5, 6, 8, 9, 10
Ke(3) = 2	Ke(8) = 1, 4, 7, 9
Ke(4) = 2, 6, 8	Ke(9) = 5, 7, 8, 10
Ke(5) = 1, 6, 7, 9, 10	Ke(10) = 1, 5, 6, 7, 9

CÂU 2.1.3 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Tìm $\text{deg}(u)$ với mọi $u \in V$? (Không LT)
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?

Giải

Câu này đề bài sai chút ở chỗ 7-8 là 1 mà 8-7 lại là 0

- $\text{Deg}(1) = 4$
 $\text{Deg}(2) = 3$
 $\text{Deg}(3) = \text{deg}(5) = \text{deg}(6) = \text{deg}(7) = 5$
 $\text{Deg}(4) = 7$
 $\text{Deg}(8) = 6$
 $\text{Deg}(9) = \text{deg}(10) = 1$
- Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
5	6	6	2

CÓ BẢN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

1	4	4	5
1	5	4	6
1	7	4	7
1	8	4	8
2	3	5	6
2	4	5	7
2	6	5	8
3	4	6	8
3	6	7	8
3	7	9	10
3	8		

c) Danh sách kề

Ke(1) = 4, 5, 7, 8	Ke(6) = 2, 3, 4, 5, 8
Ke(2) = 3, 4, 6	Ke(7) = 1, 3, 4, 5, 8
Ke(3) = 2, 4, 6, 7, 8	Ke(8) = 1, 3, 4, 5, 6, 7
Ke(4) = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8	Ke(9) = 10
Ke(5) = 1, 4, 6, 7, 8	Ke(10) = 9

CÂU 2.1.6 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:

Ke(1) = 4, 10	Ke(6) = 1, 4, 7
Ke(2) = 4, 5, 6	Ke(7) = 3, 9
Ke(3) = 8	Ke(8) = 7, 9
Ke(4) = 2, 10	Ke(9) = 8
Ke(5) = 7, 8	Ke(10) = 1, 2

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg^+(u)$, $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
 - Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng ma trận kề?
 - Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?
- a) $\deg^+(1) = \deg^+(4) = \deg^+(5) = \deg^+(7) = \deg^+(8) = \deg^+(10) = 2$
 $\deg^-(2) = \deg^-(6) = 3$
 $\deg^-(3) = \deg^-(9) = 1$
 $\deg^-(1) = \deg^-(2) = \deg^-(7) = \deg^-(9) = \deg^-(10) = 2$
 $\deg^-(3) = \deg^-(5) = \deg^-(6) = 1$
 $\deg^-(4) = \deg^-(7) = \deg^-(8) = 3$
- b) Ma Trận kề

0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

c) Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	4	6	1
1	10	6	4
2	4	6	7
2	5	7	3
2	6	7	9
3	8	8	7
4	2	8	9
4	10	9	8
5	7	10	1
5	8	10	2

CÂU 2.1.7 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Tìm $\deg^+(u)$, $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?
- Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách cạnh?

Giải

- $\deg^+(1) = \deg^+(3) = \deg^+(4) = \deg^+(6) = \deg^+(7) = \deg^+(8) = \deg^+(9) = \deg^+(10) = 2$
 $\deg^-(2) = 3$, $\deg^-(5) = 1$
 $\deg^-(1) = \deg^-(3) = \deg^-(4) = \deg^-(7) = \deg^-(8) = \deg^-(10) = 2$
 $\deg^-(2) = \deg^-(6) = 3$, $\deg^-(5) = \deg^-(9) = 1$

- Danh sách kề

$Ke(1) = 2, 3$	$Ke(6) = 7, 8$
$Ke(2) = 3, 4, 5$	$Ke(7) = 4, 8$
$Ke(3) = 9, 10$	$Ke(8) = 1, 2$
$Ke(4) = 6, 7$	$Ke(9) = 6, 10$
$Ke(5) = 6$	$Ke(10) = 1, 2$

- Danh sách cạnh

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	3	6	8
2	3	7	4
2	4	7	8
2	5	8	1
3	9	8	2
3	10	9	6
4	6	9	10
4	7	10	1
5	6	10	2

CÂU 2.1.8 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh và 20 cạnh được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh như sau:

Đỉnh đầu	Đỉnh cuối	Đỉnh đầu	Đỉnh cuối
1	2	6	7
1	5	6	8

2	3	7	2
2	4	7	8
2	5	8	1
3	6	8	10
4	6	9	6
4	7	9	7
5	9	10	1
5	10	10	4

Hãy thực hiện:

- a) Tìm $\deg^+(u)$, $\deg^-(u)$ với mọi $u \in V$?
b) Hãy biểu diễn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ dưới dạng danh sách kề?
a) $\deg^+(1) = \deg^+(4) = \deg^+(5) = \deg^+(6) = \deg^+(7) = \deg^+(8) = \deg^+(9) = \deg^+(10) = 2$
 $\deg^+(2) = 3, \deg^+(3) = 1$
 $\deg^-(1) = \deg^-(2) = \deg^-(4) = \deg^-(5) = \deg^-(8) = \deg^-(10) = 2$
 $\deg^-(3) = \deg^-(9) = 1$
 $\deg^-(6) = \deg^-(7) = 3$
b) Danh sách kề

Ke(1) = 2, 5	Ke(6) = 7, 8
Ke(2) = 3, 4, 5	Ke(7) = 2, 8
Ke(3) = 6	Ke(8) = 1, 10
Ke(4) = 6, 7	Ke(9) = 6, 7
Ke(5) = 9, 10	Ke(10) = 1, 4

- c) Ma Trận kề

0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Loại 2 điểm kiểu 2

CÂU 2.2.1 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGỒ 2 – AO SEN

| 1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 |

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Thuật toán BFS(u):

Bước 1 (Khởi tạo):

Queue = \emptyset ; Push(Queue, u); Chuaxet[u] = False;

Bước 2 (Lặp):

```
while (Queue  $\neq \emptyset$ ) {
    s = Pop(Queue); <Thăm đỉnh s>;
    for each t  $\in$  Ke(s) do {
        if (Chuaxet[t]) {
            Push(Queue, t); Chuaxet[t] = False;
        }
    }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return (<Tập đỉnh đã thăm>);

b)

TT	Trạng thái Queue	Các đỉnh đã duyệt	Số tpit
0	\emptyset	\emptyset	0
1	1	1	1
2	4 9 10	1 4 9 10	1
3	9 10 2 5	1 4 9 10 2 5	1
4	10 2 5 8	1 4 9 10 2 5	1
5	2 5 8	1 4 9 10 2 5 8	1
6	5 8	1 4 9 10 2 5 8	1
7	8	1 4 9 10 2 5 8	1
8	\emptyset	1 4 9 10 2 5 8	1
9	3	1 4 9 10 2 5 8 3	2
10	6 7	1 4 9 10 2 5 8 3 6 7	2
11	7	1 4 9 10 2 5 8 3 6 7	2
12	\emptyset	1 4 9 10 2 5 8 3 6 7	2

Thứ tự duyệt: 1 4 9 10 2 5 8 3 6 7

Số tpit là 2

CÂU 2.2.2 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	1	0	0	0	1	1	
0	0	0	1	1	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	
1	1	0	0	1	0	0	0	0	
0	1	0	1	0	0	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	1	0	0	

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

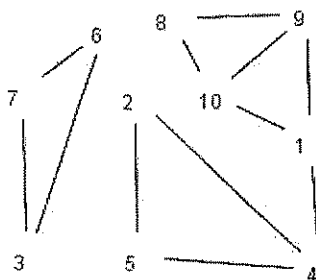
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- a) Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- b) Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

Thuật
{



}

a) Trình bày thuật toán
DFS(u):
toán DFS(u):

Chuaxet[u] = False;
for each $v \in V$ do
if (Chuaxet[v])
DFS(v);

b)

TT	Trạng thái Stack	Các đỉnh đã duyệt	Số tplt
0	\emptyset	\emptyset	
1	1	1	1
2	1 4	1 4	1
3	1 4 2	1 4 2	1
4	1 4 2 5	1 4 2 5	1
5	1 4 2	1 4 2 5	1
6	1 4	1 4 2 5	1
7	1	1 4 2 5	1
8	1 9	1 4 2 5 9	1
9	1 9 8	1 4 2 5 9 8	1
10	1 9 8 10	1 4 2 5 9 8 10	1
11	1 9 8	1 4 2 5 9 8 10	1
12	1 9	1 4 2 5 9 8 10	1
13	1	1 4 2 5 9 8 10	1
14	\emptyset	1 4 2 5 9 8 10	1
15	3	1 4 2 5 9 8 10 3	2
16	3 6	1 4 2 5 9 8 10 3 6	2
17	3 6 7	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2
18	3 6	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2
19	3	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2
20	\emptyset	1 4 2 5 9 8 10 3 6 7	2

Thứ tự duyệt: 1 4 2 5 9 8 10 3 6 7

Số tplt là 2

CÂU 2.2.3 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

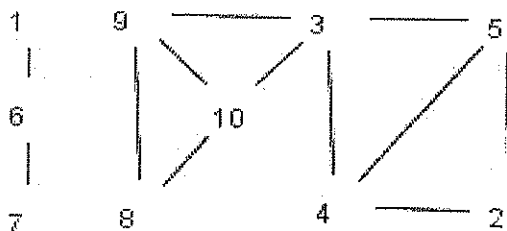
- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm số thành phần liên thông của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Thuật toán BFS(u):

Bước 1 (Khởi tạo):

Queue = \emptyset ; Push(Queue, u); Chuaxet[u] = False;
 Bước 2 (Lặp):
 while (Queue $\neq \emptyset$) {
 s = Pop(Queue); <Thăm đỉnh s>;
 for each t \in Ke(s) do {
 if (Chuaxet[t]) {
 Push(Queue, t); Chuaxet[t] = False;
 }
 }
 }
 Bước 3 (Trả lại kết quả) :
 b) Return (<Tập đỉnh đã thăm>);



c)

TT	Trạng thái Queue	Các đỉnh đã duyệt	Số tplt
0	\emptyset	\emptyset	0
1	1	1	1
2	6	1 6	1
3	7	1 6 7	1
4	\emptyset	1 6 7	1
5	2	1 6 7 2	2
6	4 5	1 6 7 2 4 5	2
7	5 3	1 6 7 2 4 5 3	2
8	3	1 6 7 2 4 5 3	2
9	9 10	1 6 7 2 4 5 3 9 10	2
10	10 8	1 6 7 2 4 5 3 9 10 8	2
11	8	1 6 7 2 4 5 3 9 10 8	2
12	\emptyset	1 6 7 2 4 5 3 9 10 8	2

Thứ tự duyệt: 1 6 7 2 4 5 3 9 10 8

Số tplt là 2

CÂU 2.2.6 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u ∈ V trên đồ thị G?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị G, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Trình bày thuật toán DFS(u):

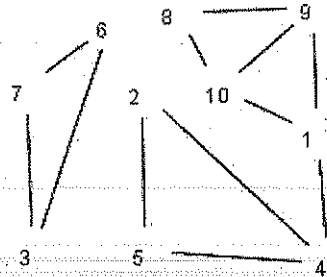
Thuật toán DFS(u):

```

{
    Chuaxet[u] = False;
    for each v ∈ V do
        if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}

```

- b) Vì DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1 và DFS(3) = 3, 6, 7 = V2 mà V1 ∪ V2 = V nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 2.



Cạnh (u,v) ∈ E	DFS(1) trên đồ thị có tập cạnh E \ (u,v)	SOLT > 2
1-4	DFS(1) = 1, 9, 8, 10 ≠ V1	Yes
1-9	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 10, 8, 9 = V1	No
1-10	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1	No
2-4	DFS(1) = 1, 4, 5, 2, 9, 8, 10 = V1	No
2-5	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1	No
3-6	DFS(3) = 3 ≠ V2	Yes
4-5	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1	No
6-7	DFS(3) = 3, 6 ≠ V2	Yes
8-9	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 10, 8 = V1	No
8-10	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1	No
9-10	DFS(1) = 1, 4, 2, 5, 9, 8, 10 = V1	No

Từ đây ta có kết luận: đỉnh 3, 6 là đỉnh trụ

CÂU 2.2.7 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Trình bày thuật toán DFS(u):

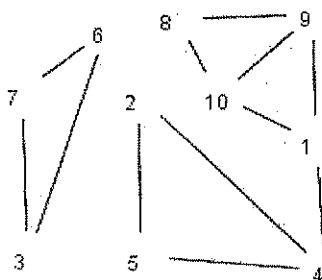
Thuật toán DFS(u):

```

{
    Chuaxet[u] = False;
    for each v ∈ V do
        if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}

```

- b) Vì DFS(1) = 1, 6, 7 = V1 và DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 9, 8, 10 = V2 mà V1 ∪ V2 = V nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 2.



Đỉnh $u \in V$	DFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh V\{v}	SOLT > 2
$1 \in V$	DFS(6) = 6, 7 = V1 \ {1}	No
$2 \in V$	DFS(4) = 4, 5, 3, 9, 8, 10 = V2 \ {2}	No
$3 \in V$	DFS(2) = 2, 4, 5 ≠ V2 \ {3}	Yes
$4 \in V$	DFS(2) = 2, 5, 3, 9, 8, 10 = V2 \ {4}	No
$5 \in V$	DFS(2) = 2, 4, 3, 9, 8, 10 = V2 \ {5}	No
$6 \in V$	DFS(1) = 1 ≠ V1 \ {6}	Yes
$7 \in V$	DFS(1) = 1, 6 = V1 \ {7}	No
$8 \in V$	DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 9, 10 = V \ {8}	No
$9 \in V$	DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 10, 8 = V \ {9}	No
$10 \in V$	DFS(2) = 2, 4, 5, 3, 9, 8 = V \ {10}	No

Từ đây ta có kết luận: đỉnh 3, 6 là đỉnh trụ

CÂU 2.2.12. Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm cây bao trùm của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Trình bày thuật toán DFS(u) :

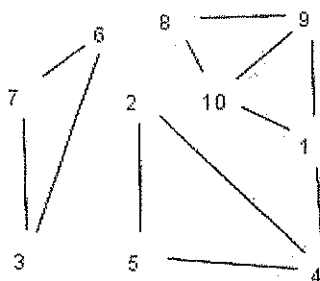
Thuật toán DFS(u):

```

{
  Chuaxet[u] = False;
  for each v ∈ V do
    if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}

```

b)



TT	Trạng thái Stack	Các đỉnh đã duyệt	Thêm cạnh
0	∅	∅	
1	1	1	
2	1 2	1 2	1-2
3	1 2 3	1 2 3	2-3
4	1 2	1 2 3 4	
5	1 2 4	1 2 3 4	2-4
6	1 2 4 6	1 2 3 4 6	4-6
7	1 2 4 6 5	1 2 3 4 6 5	5-6
8	1 2 4 6 5 7	1 2 3 4 6 5 7	5-7
9	1 2 4 6 5 7 8	1 2 3 4 6 5 7 8	7-8
10	1 2 4 6 5 7 8 9	1 2 3 4 6 5 7 8 9	8-9
11	1 2 4 6 5 7 8 9 10	1 2 3 4 6 5 7 8 9 10	9-10
Cây bao trùm của đồ thị là 1-2, 2-3, 2-4, 4-6, 5-6, 5-7, 7-8, 8-9, 9-10			

CÂU 2.2.13 Cho đơn đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:

0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu từ đỉnh $u \in V$ trên đồ thị G ?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm một đường đi ít cạnh nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 8 của đồ thị G , chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Thuật toán BFS(u):

Bước 1 (Khởi tạo):

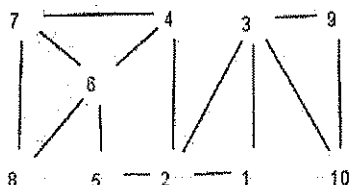
Queue = \emptyset ; Push(Queue, u); Chuaxet[u] = False;

Bước 2 (Lặp):

```
while (Queue  $\neq \emptyset$ ) {
    s = Pop(Queue); <Thăm đỉnh s>;
    for each t  $\in$  Ke(s) do {
        if (Chuaxet[t]) {
            Push(Queue, t); Chuaxet[t] = False;
        }
    }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return (<Tập đỉnh đã thăm>);



b)

TT	Trạng thái Queue	Các đỉnh đã duyệt	Mảng trước
0	\emptyset	\emptyset	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

1	2	2	0000000000
2	3 4 5	2 3 4 5	0022200000
3	4 5 9 10	2 3 4 5 9 10	0022200033
4	5 9 10 6 7	2 3 4 5 9 10 6 7	0022244033
5	9 10 6 7	2 3 4 5 9 10 6 7	0022244033
6	10 6 7	2 3 4 5 9 10 6 7	0022244033
7	6 7 1	2 3 4 5 9 10 6 7 1	10022244033
8	7 1 8	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10022244633
9	1 8	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10022244633
10	8	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10022244633
11	Ø	2 3 4 5 9 10 6 7 1 8	10022244633
Duyệt ngược mảng trước ta được 8<- 6<- 4<- 2			

Câu hỏi loại 2 điểm kiểu 3:

Câu 2.3.1 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	0	0

Hãy thực hiện:

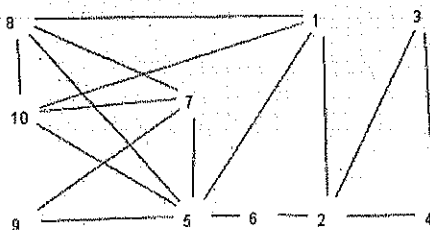
- Trình bày thuật toán tìm một chu trình Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một chu trình Euler của đồ thị G đã cho bắt đầu từ đỉnh 1, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Thuật toán chu trình Euler

```
void Euler(int a[] [ ] )
{
    Tạo mảng CE để ghi chu trình;
    Khởi tạo stack s để xếp các đỉnh đã xét ;
    push(s,1) ; //cho đỉnh 1 vào stack s
    while( s ≠ Ø )
    {
        Xét đỉnh v là đỉnh trên cùng của stack
        for(i=1; i<=n; i++) if(v kề với i){
            push(s,i); xóa cạnh (v,i); break;
        }
        if(i=n+1){
            lấy v khỏi stack s, đẩy v vào CE;
        }
    }
}
```

in ra chu trình CE theo thứ tự ngược lại.



b)

$$\text{Deg}(1) = \text{Deg}(2) = \text{Deg}(7) = \text{Deg}(8) = \text{Deg}(10) = 4$$

$$\text{Deg}(3) = \text{Deg}(4) = \text{Deg}(6) = \text{Deg}(9) = 2$$

$$\text{Deg}(5) = 6$$

Tất cả các đỉnh đều có bậc chẵn do đó đồ thị có chu trình Euler

TT	Cạnh xoá	Trạng thái Stack	Chu trình CE
0		\emptyset	\emptyset
1		1	\emptyset
2	1-2	1 2	\emptyset
3	2-3	1 2 3	\emptyset
4	3-4	1 2 3 4	\emptyset
5	2-4	1 2 3 4 2	\emptyset
6	2-6	1 2 3 4 2 6	\emptyset
7	5-6	1 2 3 4 2 6 5	\emptyset
8	1-5	1 2 3 4 2 6 5 1	\emptyset
9	1-8	1 2 3 4 2 6 5 1 8	\emptyset
10	5-8	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5	\emptyset
11	5-7	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7	\emptyset
12	7-8	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8	\emptyset
13	8-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10	\emptyset
14	1-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 1	1
15	5-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5	1
16	5-9	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9	1
17	7-9	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9 7	1
18	7-10	1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9 7 10	1

Lấy lần lượt các đỉnh của Stack sang CE và duyệt ngược lại ta được chu trình Euler là :

1 2 3 4 2 6 5 1 8 5 7 8 10 5 9 7 10 1

CÂU 2.3.2. Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

CÓ BẢN TẠI PHOTO HUYỀN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Đường đi Euler đồ thị có hướng

```
void Euler(int a[ ][ ])
```

```
{
    Tạo mảng CE để ghi chu trình;
    Khởi tạo stack s để xếp các đỉnh đã xét;
    Gán đỉnh u là đỉnh có bậc ra lớn hơn bậc vào 1 đơn vị;
    push(s,u); //cho đỉnh u vào stack s
    while( s ≠ ∅ ){
        Xét đỉnh v là đỉnh trên cùng của stack
        for(i=1; i<=n; i++) if(v kề với i){
            push(s,i); xóa cạnh (v,i); break;
        }
        if(i=n+1){
            lấy v khỏi stack s, đẩy v vào CE;
        }
    }
}
```

in ra đường đi CE theo thứ tự ngược lại.

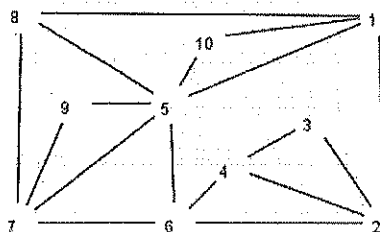
Đường đi Euler đồ thị vô hướng

```
void Euler(int a[ ][ ])
```

```
{
    Tạo mảng CE để ghi chu trình;
    Khởi tạo stack s để xếp các đỉnh đã xét;
    Gán đỉnh u là 1 trong 2 đỉnh bậc lẻ của đồ thị G;
    push(s,u); //cho đỉnh u vào stack s
    while( s ≠ ∅ ){
        Xét đỉnh v là đỉnh trên cùng của stack
        for(i=1; i<=n; i++) if(v kề với i){
            push(s,i); xóa cạnh (v,i); break;
        }
        if(i=n+1){
            lấy v khỏi stack s, đẩy v vào CE;
        }
    }
}
```

in ra đường đi CE theo thứ tự ngược lại.

b) Tìm đường đi Euler



$$\text{Deg}(1) = \text{Deg}(2) = \text{Deg}(6) = \text{Deg}(7) = 4$$

$$\text{Deg}(3) = \text{Deg}(9) = \text{Deg}(10) = 2$$

$$\text{Deg}(4) = \text{Deg}(8) = 3$$

$$\text{Deg}(5) = 6$$

Đồ thị có đường đi Euler do có đúng 2 đỉnh bậc lẻ còn lại là đỉnh bậc chẵn

⇒ chọn từ đỉnh 4 hoặc 8 để tìm đường đi Euler

TT	Cạnh xoá	Trạng thái Stack	Chu trình CE
0		∅	∅
1		4	∅
2	2-4	4 2	∅
3	2-3	4 2 3	∅
4	3-4	4 2 3 4	∅
5	4-6	4 2 3 4 6	∅
6	2-6	4 2 3 4 6 2	∅
7	1-2	4 2 3 4 6 2 1	∅
8	1-5	4 2 3 4 6 2 1 5	∅
9	5-6	4 2 3 4 6 2 1 5 6	∅
10	6-7	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7	∅
11	5-7	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5	∅
12	5-8	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8	∅
13	1-8	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1	∅
14	1-10	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10	∅
15	5-10	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5	∅
16	5-9	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9	∅
17	7-9	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9 7	∅
18	7-8	4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9 7 8	∅

Lấy lần lượt các đỉnh của Stack sang CE và duyệt ngược lại ta được đường đi Euler là :

4 2 3 4 6 2 1 5 6 7 5 8 1 10 5 9 7 8

Câu hỏi loại 3 điểm loại 3

Câu 3.1 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	20	5	17	∞	∞	∞
---	----	---	----	---	---	---

CÓ BẢN TẠİ PHOTO HUỖN TRƯNG NGŌ 2 – AO SEN

20	0	∞	1	∞	∞	1
5	∞	0	25	3	10	∞
17	1	25	0	15	∞	∞
∞	∞	3	15	0	1	∞
∞	∞	10	∞	1	0	1
∞	1	∞	∞	∞	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

a) Thuật toán Dijkstra

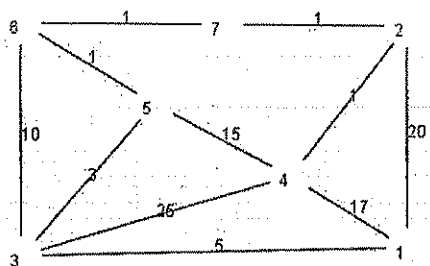
Khai báo ma trận $d[i]$ để lưu độ dài đường đi ngắn nhất từ u đến i ;

Khai báo ma trận $p[i]$ để lưu lại đỉnh đứng trước i ;

void Dijkstra(int u)

```
{
    Khởi tạo:
        d[i]=a[u][i];
        if(d[i]== $\infty$ )p[i]=-1;else p[i]=u;
        daxe[i]=0;
        daxe[u]=1;
    for(i=1;i<n;i++){
        Tìm đỉnh k sao cho d[k]=min{ d[j] | j=1..n, daxe[j]=0 }
    }
    Nếu ko tìm được break;
    daxe[k]=1;
    for(j=1;j<=n;j++){
        if(daxe[j]==0 và d[j]>d[k]+a[k][j]){
            d[j]=d[k]+a[k][j];p[j]=k;
        }
    }
    Từ mảng d[] và p[] trả lại kết quả;
}
```

b) Tìm đường đi ngắn nhất



D								T							
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7
1	0	20	5	17	∞	∞	∞	1	0	1	1	1	1	1	1
2	0	20	5	17	8	18	∞	2	0	1	1	1	3	3	1
3	0	20	5	17	8	9	∞	3	0	1	1	1	3	5	1
4	0	20	5	17	8	9	10	4	0	1	1	1	3	5	6
5	0	11	5	17	8	9	10	5	0	7	1	1	3	5	6
6	0	11	5	12	8	9	10	6	0	7	1	2	3	5	6
7								7							

Kết luận:

- Độ dài đường đi từ 1 \rightarrow 7: 10

- Đường đi - duyệt ngược theo hàng cuối của T: $7 \leftarrow 6 \leftarrow 5 \leftarrow 3 \leftarrow 1$

Đường đi: 1 3 5 6 7

CÂU 3.2 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	10	15	20	∞	1	∞
∞	0	3	∞	∞	∞	30
∞	∞	0	25	3	∞	45
∞	10	25	0	35	∞	∞
∞	2	3	∞	0	∞	3
∞	∞	1	1	∞	0	25
∞	1	∞	30	∞	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

a) Thuật toán Dijkstra

Khai báo ma trận $d[i]$ để lưu độ dài đường đi ngắn nhất từ u đến i ;

Khai báo ma trận $p[i]$ để lưu lại đỉnh đứng trước i ;

void Dijkstra(int u)

{

 Khởi tạo:

$d[i] = a[u][i]$;

 if ($d[i] = \infty$) $p[i] = -1$; else $p[i] = u$;

$daxet[i] = 0$;

$daxet[u] = 1$;

 for ($i = 1; i < n; i++$) {

 Tìm đỉnh k sao cho $d[k] = \min \{ d[j] \mid j = 1..n, daxet[j] = 0 \}$

 }

 Nếu ko tìm được break;

$daxet[k] = 1$;

 for ($j = 1; j < n; j++$) {

 if ($daxet[j] = 0$ và $d[j] > d[k] + a[k][j]$) {

$d[j] = d[k] + a[k][j]$; $p[j] = k$;

 }

 }

 Từ mảng $d[]$ và $p[]$ trả lại kết quả;

b) Tìm đường đi ngắn nhất

D	T
---	---

	1	2	3	4	5	6	7			1	2	3	4	5	6	7
1	0	10	15	20	∞	1	∞			1	0	1	1	1	1	1
2	0	10	2	2	∞	1	25			2	0	1	6	6	1	6
3	0	10	2	2	∞	1	25			3	0	1	6	6	1	6
4	0	10	2	2	37	1	25			4	0	1	6	6	4	6
5	0	10	2	2	37	1	25			5	0	1	6	6	4	6
6	0	10	2	2	37	1	25			6	0	1	6	6	4	6
7										7						

Kết luận:

- Độ dài đường đi từ 1 \rightarrow 7: 25

- Đường đi - duyệt ngược theo hàng cuối của T: $7 \leftarrow 6 \leftarrow 1$

Đường đi: 1 6 7

CÂU 3.3 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	15	∞	∞	∞	1	9
∞	0	8	∞	∞	∞	∞
∞	∞	0	4	1	∞	∞
∞	7	∞	0	∞	∞	1
∞	10	∞	2	0	∞	∞
∞	14	2	∞	∞	0	∞
∞	2	∞	∞	∞	∞	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 6 đến đỉnh 2 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Thuật toán Dijkstra

Khai báo ma trận $d[i]$ để lưu độ dài đường đi ngắn nhất từ u đến i ;

Khai báo ma trận $p[i]$ để lưu lại đỉnh đứng trước i ;

void Dijkstra(int u)

{

 Khởi tạo:

$d[i] = a[u][i]$;

 if ($d[i] = \infty$) $p[i] = -1$; else $p[i] = u$;

$daxet[i] = 0$;

$daxet[u] = 1$;

 for ($i = 1; i < n; i++$) {

 Tìm đỉnh k sao cho $d[k] = \min \{ d[j] \mid j = 1..n, daxet[j] = 0 \}$

 }

```

Nếu ko tìm được break;
daxet[k]=1;
for(j=1;j<=n;j++){
    if((daxet[j]=0 và d[j]>d[k]+a[k][j])){
        d[j]=d[k]+a[k][j];p[j]=k;
    }
}

```

Từ mảng d[] và p[] trả lại kết quả;

b) Tìm đường đi ngắn nhất

CÂU 3.4 Cho đơn đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	25	∞	27	∞	30	∞
25	0	∞	∞	1	∞	15
∞	∞	0	15	3	1	∞
27	∞	15	0	25	∞	∞
∞	1	3	25	0	∞	∞
∞	∞	1	∞	∞	0	1
∞	15	∞	∞	∞	1	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh $u \in V$?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 2 đến đỉnh 6 của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán

Giải

a) Thuật toán Dijkstra

Khai báo ma trận d[i] để lưu độ dài đường đi ngắn nhất từ u đến i;

Khai báo ma trận p[i] để lưu lại đỉnh đứng trước i;

void Dijkstra(int u)

{

 Khởi tạo:

 d[i]=a[u][i];

 if(d[i]= ∞)p[i]=-1;else p[i]=u;

 daxet[i]=0;

 daxet[u]=1;

 for(i=1;i<n;i++){

 Tìm đỉnh k sao cho d[k]=min { d[j] | j=1..n, daxet[j]=0

 }

 Nếu ko tìm được break;

CÓ BẢN TẠI PHOTO HUYỀN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

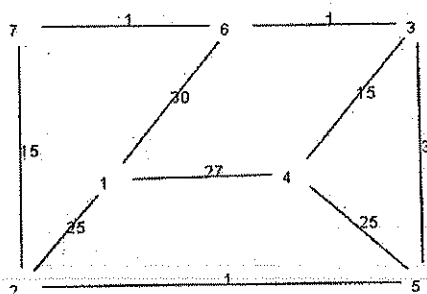
```

daxet[k]=1;
for(j=1;j<=n;j++){
    if(daxet[j]=0 và d[j]>d[k]+a[k][j]){
        d[j]=d[k]+a[k][j];p[j]=k;
    }
}

```

Từ mảng d[] và p[] trả lại kết quả;

b) Tìm đường đi ngắn nhất



D								T							
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7
1	25	0	∞	∞	1	∞	15	1	2	0	2	2	2	2	2
2	25	0	4	26	1	∞	15	2	2	0	5	5	2	2	2
3	25	0	4	19	1	5	15	3	2	0	5	3	2	3	2
4	25	0	4	19	1	5	6	4	2	0	5	3	2	3	6
5	25	0	4	19	1	5	6	5	2	0	5	3	2	3	6
6	25	0	4	19	1	5	6	6	2	0	5	3	2	3	6
7								7							

Kết luận:

- Độ dài đường đi từ 2->6: 5

- Đường đi - duyệt ngược theo hàng cuối của T: $6 \Leftarrow 3 \Leftarrow 5 \Leftarrow 2$

Đường đi: 1 6 7

CÂU 3.7 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	1	1	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	1	5	∞	6	∞
1	2	0	7	∞	6	6	1	1	9
1	∞	7	0	1	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	1	0	3	4	3	1	2
9	1	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

5	∞	1	6	3	1	4	0	4	2
4	6	1	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal, tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

- Thuật toán Kruskal

```
void kruskal(int a[][100])
```

```
{
```

```
    T= $\emptyset$ ;
```

```
    while( |T| < n-1){
```

```
        Chọn cạnh (k,l) là cạnh có độ dài nhỏ nhất;
```

```
        a[k][l]=a[l][k]=max; //xóa cạnh (k,l)
```

```
        if( T  $\cup$  (k,l) không tạo nên chu trình ) T=T $\cup$ (k,l)
```

```
    } }
```

- Tìm cây khung nhỏ nhất

CÂU 3.8 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	1	1	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	1	5	∞	6	∞
1	2	0	7	∞	6	6	1	1	9
1	∞	7	0	1	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	1	0	3	4	3	1	2
9	1	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	1	6	3	1	4	0	4	2
4	6	1	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

- Thuật toán Prim

```
void prim(int a[][100])
```

```
{
    int daset[100]={};
    Khai báo mảng p[ ] để lưu các đỉnh đã có trong cây khung T;
    p[1]=1; daset[1]=True; //cho đỉnh 1 vào mảng p.
    while( |p| < n ){
        Tìm cạnh (k,l) là cạnh có trọng số nhỏ nhất(với k∈p và l∉p)
        trongso+=a[k][l];
        T=T∪(k,l);
        thêm đỉnh l vào mảng p;
        daset[l]=True;
    }
}
```

Xuất T và trongso;

- Tìm cây khung nhỏ nhất

CÂU 3.9 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 9 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	8	8	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	7	5	∞	6	∞
8	2	0	7	∞	6	6	9	9	9
8	∞	7	0	7	7	∞	6	∞	∞

2	9	∞	7	0	3	4	3	1	2
9	7	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	9	6	3	1	4	0	4	2
4	6	9	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Kruskal, tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giải

- Thuật toán Kruskal

```
void kruskal(int a[][100])
```

```
{
    T= $\emptyset$ ;
    while( |T| < n-1){
        Chọn cạnh (k,l) là cạnh có độ dài nhỏ nhất;
        a[k][l]=a[l][k]=max; //xóa cạnh (k,l)
        if( T  $\cup$  (k,l) không tạo nên chu trình ) T=T $\cup$ (k,l)
    }
}
```

- Tìm cây khung nhỏ nhất

CÂU 3.10 Cho đơn đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ gồm 7 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau

0	4	8	8	2	9	∞	5	4	7
4	0	2	∞	9	7	5	∞	6	∞
8	2	0	7	∞	6	6	9	9	9
8	∞	7	0	7	7	∞	6	∞	∞
2	9	∞	7	0	3	4	3	1	2
9	7	6	7	3	0	3	1	1	5
∞	5	6	∞	4	3	0	4	5	∞
5	∞	9	6	3	1	4	0	4	2
4	6	9	∞	1	1	5	4	0	4
7	∞	9	∞	2	5	∞	2	4	0

Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số?
- Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện theo thuật toán?

Giai

a) Thuật toán Prim
void prim(int a[][100])

```
{
    int daxe[100]={};
    Khai báo mảng p[] để lưu các đỉnh đã có trong cây khung T;
    p[1]=1; daxe[1]=True; //cho đỉnh 1 vào mảng p
    while( |p| < n ){
        Tìm cạnh (k,l) là cạnh có trọng số nhỏ nhất(với k∈p và l∉p)
        trongso+=a[k][l];
        T=T∪(k,l);
        thêm đỉnh l vào mảng p;
        daxe[l]=True;
    }
    Xuất T và trongso;
}
```

b) Tìm cây khung nhỏ nhất

Đề 1

Câu 1 (2.5 điểm). Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều rộng tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1

thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler nhưng không phải là đồ thị Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

ược	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
ây	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Câu 3 (2.5 điểm). Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u=1$, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	2	∞	∞	7	9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	9
2	∞	6	∞	6	9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	5	6	∞	∞	∞	∞	∞	9	∞	∞
∞	∞	5	∞	1	∞	9	5	∞	5	5	∞	∞
7	6	6	1	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
9	9	∞	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	9	6	6	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	5	∞	∞	5	∞	3	3	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	4	4
∞	∞	∞	5	∞	∞	∞	3	3	∞	3	3	9
∞	∞	9	5	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	3	3	∞	2	∞
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	9	∞	2	∞

Câu 4 (2.5 điểm).

Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm?
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=1$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị G đã cho. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của

∞	4	9	∞	∞	3	∞	∞	1	∞	∞	5	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	1
∞	∞	∞	9	∞	2	∞	4	∞	∞	7	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	5	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	1	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	1	3
∞	∞	5	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

Câu 1.

c) Trình bày thuật toán BFS(u) :

Thuật toán BFS(u):

Bước 1 (Khởi tạo):

Queue = \emptyset ; Push(Queue, u); Chuaxet[u] = False;

Bước 2 (Lặp):

```
while (Queue  $\neq \emptyset$ ) {
    s = Pop(Queue); <Thăm đỉnh s>;
    for each t  $\in$  Ke(s) do {
        if ( Chuaxet[t] ) {
            Push(Queue, t); Chuaxet[t] = False;
        }
    }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả) :

Return (<Tập đỉnh đã thăm>);

d) Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = V. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh $u \in V$	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh $V \setminus v$	SOLT > 1
$1 \in V$	BFS(2) = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = $V \setminus \{1\}$	No
$2 \in V$	BFS(1) = 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = $V \setminus \{2\}$	No
$3 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 4 $\neq V \setminus \{3\}$	Yes
$4 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = $V \setminus \{4\}$	No
$5 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 4 $\neq V \setminus \{5\}$	Yes
$6 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = $V \setminus \{6\}$	No
$7 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13 = $V \setminus \{7\}$	No
$8 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13 = $V \setminus \{8\}$	No
$9 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8 $\neq V \setminus \{9\}$	Yes
$10 \in V$	BFS(1) = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9 $\neq V \setminus \{10\}$	Yes
$11 \in V$	BFS(2) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 = $V \setminus \{11\}$	Yes
$12 \in V$	BFS(2) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13 = $V \setminus \{12\}$	Yes
$13 \in V$	BFS(2) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 = $V \setminus \{13\}$	Yes

Từ đây ta có kết luận: đỉnh 3, 5, 9, 10 là trụ

e) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:

Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh (u,v) $\in E$	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh $E \setminus (u,v)$	SOLT>1
1-2	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
1-3	BFS(1) = 1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
1-4	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
2-3	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
2-4	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
3-4	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
3-5	BFS(1) = 1, 2, 3, 4 \neq V	Yes
5-6	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 6, 10, 11, 12, 13=V	No
5-7	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 7, 10, 11, 12, 13=V	No
5-8	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13=V	No
5-9	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
6-7	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
6-9	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
7-8	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
8-9	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13=V	No
9-10	BFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \neq V	Yes
10-11	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 11=V	No
10-12	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 12=V	No
10-13	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
11-12	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
11-13	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No
12-13	BFS(1) = 1, 3, 4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 11, 13=V	No

Từ đây ta có kết luận: cạnh (3,5), (9,10) là cầu

Câu 2:

a) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có:

BFS(1) = 1, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 3, 2, 8, 12, 13, 9 = V. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$\text{Deg}^+(1) = \text{Deg}^-(1) = 3$; $\text{Deg}^+(2) = \text{Deg}^-(2) = 2$; $\text{Deg}^+(4) = \text{Deg}^-(4) = 3$;
 $\text{Deg}^+(5) = \text{Deg}^-(5) = 2$; $\text{Deg}^+(6) = \text{Deg}^-(6) = 2$; $\text{Deg}^+(7) = \text{Deg}^-(7) = 2$;
 $\text{Deg}^+(8) = \text{Deg}^-(8) = 2$; $\text{Deg}^+(9) = \text{Deg}^-(9) = 2$; $\text{Deg}^+(10) = \text{Deg}^-(10) = 3$;
 $\text{Deg}^+(11) = \text{Deg}^-(11) = 2$; $\text{Deg}^+(12) = \text{Deg}^-(12) = 2$;
 $\text{Deg}^+(3) - \text{Deg}^-(3) = \text{Deg}^-(13) - \text{Deg}^+(13) = 1$;

G - Liên thông yếu và có $\text{Deg}^+(3) - \text{Deg}^-(3) = \text{Deg}^-(13) - \text{Deg}^+(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler nhưng không phải là Euler.

b) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :

Bước 1 (Khởi tạo):

stack = \emptyset ; CE = \emptyset ;

u = <Đỉnh bậc lẻ có $\text{Deg}^+(u) - \text{Deg}^-(u) = 1$; >; Push(stack, u);

Bước 2 (Lặp):

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

```

while (stack  $\neq \emptyset$ ) {
    s = Get(stack);
    if (Ke(s)  $\neq \emptyset$ ) {
        t = <đỉnh đầu trong danh sách Ke(s)>;
        Push(stack, t); E = E \ (s, t);
    }
    else {
        s = Pop(stack); E => CE;
    }
}

```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

c) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh u=3 là đỉnh có $\text{Deg}^+(3) - \text{Deg}^-(3) = 1$ là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	3	\emptyset
2	3, 1	\emptyset
3	3, 1, 4	\emptyset
4	3, 1, 4, 7	\emptyset
5	3, 1, 4, 7, 1	\emptyset
6	3, 1, 4, 7, 1, 5	\emptyset
7	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2	\emptyset
8	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1	\emptyset
9	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6	\emptyset
10	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4	\emptyset
11	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10	\emptyset
12	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8	\emptyset
13	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4	\emptyset
14	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11	\emptyset
15	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10	\emptyset
16	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12	\emptyset
17	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9	\emptyset
18	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8	\emptyset
19	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7	\emptyset
20	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5	\emptyset
21	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3	\emptyset
22	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2	\emptyset
23	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6	\emptyset
24	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11	\emptyset
25	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12	\emptyset
26	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13	\emptyset

27	3, 1; 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9	\emptyset
28	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9, 10	\emptyset
29	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9, 10, 13	\emptyset
30	3, 1, 4, 7, 1, 5, 2, 1, 6, 4, 10, 8, 4, 11, 10, 12, 9, 8, 7, 5, 3, 2, 6, 11, 12, 13, 9, 10	13
31...	<p><Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 13, 10, 9, 13, 12, 11, 6, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 12, 10, 11, 4, 8, 10, 4, 6, 1, 2, 5, 1, 7, 4, 1, 3</p> <p>Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 3-1-4-7-1-5-2-1-6-4-10-8-4-11-10-12-9-8-7-5-3-2-6-11-12-13-9-10-13</p>	

Câu 3.

a) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \phi$; $D(T) = 0$; $V_T = \phi$; $u = \langle \text{Đỉnh xuất phát bất kỳ} \rangle$;

$V = V \setminus u$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

while ($V \neq \phi$) {

<Chọn $e = (s, t)$ là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho $s \in V$, $t \in V_T$ >;

if ($d(e) = \infty$) { <đồ thị không liên thông>; return (∞);}

$T = T \cup \{e\}$; $D(T) = D(T) + d(e)$;

$V = V \setminus s$; $V_T = V_T \cup v$;

}

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return (T , $D(T)$);

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

$e=(s,t)$ $s \in V$, $t \in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \setminus v = ?$	$V_T \cup v = ?$	T , $D(T)$
Khởi tạo	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1	$T = \emptyset$; $D(T) = 0$
(1, 6)	2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 6	$T = T \cup (1, 6)$; $D(T) = 0 + 1 = 1$
(1, 2)	3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 6	$T = T \cup (1, 2)$; $D(T) = 1 + 2 = 3$
(2, 3)	4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 6	$T = T \cup (2, 3)$; $D(T) = 3 + 6 = 9$
(3, 4)	5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 6	$T = T \cup (3, 4)$; $D(T) = 9 + 5 = 14$

(4, 5)	7,8,9, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6	$T=T \cup (4,5);$ $D(T) = 14 + 1 = 15$
(4,8)	7, 9, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8	$T=T \cup (5,8);$ $D(T) = 15 + 5 = 20$
(8,9)	7, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9	$T=T \cup (8,9);$ $D(T) = 20 + 3 = 23$
(8,10)	7, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10	$T=T \cup (8,10);$ $D(T) = 23 + 3 = 26$
(10,11)	7, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11	$T=T \cup (10,11);$ $D(T) = 26 + 3 = 29$
(10, 12)	7, 13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12	$T=T \cup (10, 12);$ $D(T) = 29 + 3 = 32$
(11, 13)	7	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T \cup (12, 13);$ $D(T) = 32 + 2 = 34$
(7, 8)	\emptyset	1,2,3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T \cup (7, 8);$ $D(T) = 34 + 5 = 39$
V = ϕ : kết thúc bước lặp; D(T)=58			

$T = \{(1,2), (1, 6), (2,3), (3,4), (4, 5), (4,8), (7,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10, 12), (11, 13)\}$
 $D(T) = 39$

c) Để tìm cây khung lớn nhất lớn nhất của đồ thị G, tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

$T = \{(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)\}$
 $D(T) = 83$

Câu 4.

a) Trình bày thuật toán Dijkstra:

THUẬT TOÁN DIJKSTRA

BƯỚC KHỞI TẠO: s là đỉnh xuất phát

```
for v ∈ V do {
    d[v] = A[s,v]; truooc[v] = s;
}
```

BƯỚC LẶP:

```
While(V ≠ ∅){
    <Chọn u là đỉnh có d[u] nhỏ nhất>;
    <Cố định nhãn của đỉnh u>; V = V \ {u};
    for v ∈ V do {
        if (d[v] > d[u] + A[u,v]) {
            d[v] = d[u] + A[u,v];
            truooc[v] = u;
        }
    }
}
```

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

47

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: Return(d(s,t));

b) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bư ớc	Tập nhân các đỉnh													Đi nh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0, 1>	<4,1 >	<9, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<3, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<1, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 1>	<∞, 1>	1
2	-	<4,1 >	<4, 9>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 9>	<3, 9>	<∞, 1>	-	<5, 9>	<6, 9>	<5, 1>	<∞, 1>	9
3	-	<4,9 1>	<6, 7>	<10, 2>	<8, 2>	<5, 9>	-	<7, 7>	-	<5, 9>	<6, 9>	<5, 1>	<5, 2>	2
4	-	-	<6, 2>	<6, 5>	<5, 7>	<5, 9>	-	<7, 7>	-	<5, 9>	<6, 9>	<5, 1>	<5, 2>	7
5	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	<5, 9>	-	<7, 7>	-	<5, 9>	<6, 9>	<5, 1>	<5, 2>	5
6	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<5, 9>	<6, 9>	<5, 1>	<5, 2>	6
7	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	-	<6, 9>	<5, 1>	<5, 2>	12
8	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	-	<6, 9>	-	<5, 2>	13
9	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	-	<6, 9>	-	-	3
10	-	-	-	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	-	<6, 9>	-	-	4
11	-	-	-	-	-	-	-	<6, 6>	-	-	<6, 9>	-	-	8
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6, 9>	-	-	9

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

- 1->2 : độ dài 4.
- 1->2->3 : độ dài 6.
- 1->9->5->4 : độ dài 6
- 1->9->5 : độ dài 5
- 1->9->6 : độ dài 5
- 1->9->7 : độ dài 3
- 1->9->6->8 : độ dài 6
- 1->9 : độ dài 1
- 1->9->10 : độ dài 5
- 1->9->11 : độ dài 7
- 1->12 : độ dài 5
- 1->9->2->13 : độ dài 5

c) Tương tự câu b) có kết quả đường đi ngắn nhất từ đỉnh 3 đến đỉnh 4 là:
3->6->8->4: độ dài 4.

ĐỀ 2

Câu 1 (2,5 điểm). Cho đồ thị vô hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Câu 3 (2.5 điểm). Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u=1$, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	5	∞	∞	3	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
5	∞	7	∞	7	8	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	7	∞	6	7	∞	∞	∞	∞	6	∞	∞	∞
∞	∞	6	∞	6	∞	6	6	∞	6	6	∞	∞
3	7	7	7	∞	7	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞
8	8	∞	∞	7	∞	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	6	7	7	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	6	∞	∞	6	∞	3	3	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3	∞	3	∞	4	4
∞	∞	∞	6	∞	∞	∞	3	3	∞	3	3	4
∞	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	4	3	3	∞	8
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	∞	8	∞

Câu 4 (2.5 điểm).

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=1$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	4	9	∞	∞	3	∞	∞	2	∞	∞	5	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	1
∞	∞	∞	5	∞	6	∞	4	∞	∞	7	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	5	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	1	3
∞	∞	5	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	2	∞
∞	1	∞	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	∞	3
∞	5	∞	4	∞	7	∞	3	∞	∞	∞	5	∞

Đ.

Câu 1.

- Trình bày thuật toán DFS(u) :

Thuật toán DFS(u):

```

{
    Chuaxet[u] = False;
    for each v ∈ V do
        if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}

```

- Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì $DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh $u \in V$	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh $V \setminus \{u\}$	SOLT > 1
$1 \in V$	$DFS(2) = 2, 3, 4, 5 \neq V \setminus \{1\}$	Yes
$2 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{2\}$	No
$3 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{3\}$	No

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

$4 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{4\}$	No
$5 \in V$	$DFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{5\}$	Yes
$6 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{6\}$	No
$7 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{7\}$	No
$8 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{8\}$	No
$9 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8 = V \setminus \{9\}$	Yes
$10 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8 = V \setminus \{10\}$	Yes
$11 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 13 = V \setminus \{11\}$	No
$12 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13 = V \setminus \{12\}$	No
$13 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12 = V \setminus \{13\}$	No
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 1, 5, 9, 10 là trụ		

h) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:

Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh $(u,v) \in E$	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh $E \setminus (u,v)$	SOLT > 1
1-5	$BFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 \neq V$	Yes
1-6	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
1-7	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V$	No
1-8	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V$	No
1-10	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V$	No
2-3	$BFS(1) = 1, 5, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
2-4	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
2-5	$BFS(1) = 1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
3-4	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
3-5	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
4-5	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
6-7	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
6-8	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
7-10	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V$	No
8-10	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13, 8 = V$	No
9-10	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8$	Yes
9-11	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 11, 13 = V$	No
9-12	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
9-13	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
11-12	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13, 12 = V$	No
11-13	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
12-13	$BFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V$	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh (1, 5), (9, 10) là cầu		

Câu 2:

d) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có:

BFS(1) = 1, 9, 10, 12, 7, 11, 8, 4, 5, 6, 2, 13, 3 = V. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$Deg^+(2) = Deg^-(2) = Deg^+(3) = Deg^-(3) = Deg^+(4) = Deg^-(4) = 2;$
 $Deg^+(5) = Deg^-(5) = 3; Deg^+(6) = Deg^-(6) = 2; Deg^+(7) = Deg^-(7) = 3;$
 $Deg^+(8) = Deg^-(8) = 2; Deg^+(9) = Deg^-(9) = 3; Deg^+(10) = Deg^-(10) = 2;$
 $Deg^+(11) = Deg^-(11) = 2; Deg^+(12) = Deg^-(12) = 2;$
 $Deg^+(1) - Deg^-(1) = Deg^+(13) - Deg^-(13) = 1;$

G - Liên thông yếu và có $Deg^+(1) - Deg^-(1) = Deg^+(13) - Deg^-(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler.

e) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :*Bước 1 (Khởi tạo):*stack = \emptyset ; CE = \emptyset ; $u = \text{Đỉnh bậc lẻ có } Deg^+(u) - Deg^-(u) = 1; >; \text{Push}(\text{stack}, u);$ *Bước 2 (Lặp):*

```

while (stack  $\neq \emptyset$ ) {
    s = Get(stack);
    if (K(s)  $\neq \emptyset$ ) {
        t = < đỉnh đầu trong danh sách K(s)>;
        Push(stack, t); E = E  $\cup$  (s, t);
    }
    else {
        s = Pop(stack); E = E  $\cup$  CE;
    }
}

```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

f) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh u=13 là đỉnh có $Deg^+(1) - Deg^-(1) = 1$ là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	13	\emptyset
2	13, 2	\emptyset
3	13, 2, 4	\emptyset
4	13, 2, 4, 7	\emptyset
5	13, 2, 4, 7, 6	\emptyset
6	13, 2, 4, 7, 6, 3	\emptyset
7	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2	\emptyset
8	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5	\emptyset
9	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3	\emptyset
10	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13	\emptyset

11	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5	Ø
12	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4	Ø
13	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11	Ø
14	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9	Ø
15	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1	Ø
16	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	Ø
17	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	Ø
18	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8	Ø
19	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6	Ø
20	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5	Ø
21	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7	Ø
22	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11	Ø
23	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	Ø
24	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 1	Ø
25	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	1
26	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1
27	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1
28	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9, 10	1
29	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1, 10
30	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1, 10, 9
31...	<Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 1, 10, 9, 12, 10, 11, 7, 5, 6, 8, 9, 7, 8, 12, 1, 9, 11, 4, 5, 13, 3, 5, 2, 3, 6, 7, 4, 2, 13 Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 13-2-4-7-6-3-2-5-3-13-5-4-11-9-1-12-8-7-9-8-6-5-7-11-10-12-9-10-1	

Câu 3.

c) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \emptyset$; $D(T) = 0$; $V_T = \emptyset$; $u = \langle \text{Đỉnh xuất phát bất kỳ} \rangle$;

$V = V \setminus u$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

while ($V \neq \emptyset$) {

<Chọn $e = (s, t)$ là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho $s \in V$, $t \in V_T$ >;

if ($d(e) = \infty$) { <đồ thị không liên thông>; return (∞); }

$T = T \cup \{e\}$; $D(T) = D(T) + d(e)$;

$V = V \setminus s$; $V_T = V_T \cup v$;

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return ($T, D(T)$);

d) Kiểm nghiệm thuật toán:

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

$e=(s,t)$ $s \in V$, $t \in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \setminus v = ?$	$V_T \cup v = ?$	$T, D(T)$
Khởi tạo	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1	$T = \emptyset; D(T) = 0$
(1, 5)	2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 5	$T = T \cup (1, 5);$ $D(T) = 0 + 3 = 3$
(1, 2)	3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 5, 2	$T = T \cup (1, 2);$ $D(T) = 3 + 5 = 8$
(2, 3)	4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 5, 2, 3	$T = T \cup (2, 3);$ $D(T) = 8 + 7 = 15$
(3, 4)	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4	$T = T \cup (3, 4);$ $D(T) = 15 + 6 = 21$
(4, 7)	6, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7	$T = T \cup (4, 7);$ $D(T) = 21 + 6 = 27$
(4, 8)	6, 9, 10, 11, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8	$T = T \cup (4, 8);$ $D(T) = 27 + 6 = 33$
(8, 9)	6, 10, 11, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9	$T = T \cup (8, 9);$ $D(T) = 33 + 3 = 36$
(8, 10)	6, 11, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10	$T = T \cup (8, 10);$ $D(T) = 36 + 3 = 39$
(10, 11)	6, 12, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11	$T = T \cup (10, 11);$ $D(T) = 39 + 3 = 42$
(10, 12)	6, 13	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12	$T = T \cup (10, 12);$ $D(T) = 42 + 3 = 45$
(9, 13)	6	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T = T \cup (12, 13);$ $D(T) = 45 + 4 = 49$
(5, 6)	\emptyset	1, 5, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 6	$T = T \cup (7, 8);$ $D(T) = 49 + 7 = 56$
$V = \phi$: kết thúc bước lặp; $D(T) = 58$			

$T = \{(1,2), (1,5), (2,3), (3,4), (4,7), (4,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10,12), (9,13), (5,6)\}$
 $D(T) = 56$

c) Để tìm cây khung lớn nhất lớn nhất của đồ thị G , tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUYỀN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

$T = \{(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)\}$
 $D(T) = 83$

Câu 4.

c) Trình bày thuật toán Dijkstra:

THUẬT TOÁN DIJKSTRA

BƯỚC KHỞI TẠO: s là đỉnh xuất phát

```
for  $v \in V$  do {
     $d[v] = A[s, v]$ ;  $truoc[v] = s$ ;
```

```
}
```

BƯỚC LẶP:

```
While( $V \neq \emptyset$ ) {
    <Chọn  $u$  là đỉnh có  $d[u]$  nhỏ nhất>;
    <Cổ định nhãn của đỉnh  $u$ >;  $V = V \setminus \{u\}$ ;
    for  $v \in V$  do {
        if ( $d[v] > d[u] + A[u, v]$ ) {
             $d[v] = d[u] + A[u, v]$ ;
             $truoc[v] = u$ ;
```

```
}
```

```
}
```

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: $\text{Return}(d(s, t))$;

d) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bước	Tập nhãn các đỉnh													Đỉnh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0, 1>	<6, 1>	<9, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<7, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<2, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 1>	<∞, 1>	1
2	-	<4, 9>	<7, 9>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 9>	<4, 9>	<∞, 1>	<2, 1>	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<∞, 1>	9
3	-	<4, 9>	<6, 2>	<10, 2>	<8, 2>	<5, 9>	<4, 9>	<∞, 1>	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	2
4	-	-	<6, 2>	<10, 2>	<5, 7>	<5, 9>	<4, 9>	<8, 7>	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	7
5	-	-	<6, 2>	<6, 5>	<5, 7>	<5, 9>	-	-	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	5
6	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	<5, 9>	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	6
7	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	<5, 1>	<5, 2>	12
8	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	<5, 2>	13
9	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	3
10	-	-	-	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	4
11	-	-	-	-	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	8

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

55

								6>		9>	2>			
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	9
13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6,1 2>	-	-	10

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

- 1->9->2 : độ dài 4.
- 1->9->2->3 : độ dài 6.
- 1->9->7->5->4 : độ dài 6
- 1->9->7->5 : độ dài 5
- 1->9->6 : độ dài 5
- 1->9->7 : độ dài 4
- 1->9->6->8 : độ dài 6
- 1->9 : độ dài 2
- 1->9->10 : độ dài 6
- 1->12->11 : độ dài 6
- 1->12 : độ dài 5
- 1->9->2->13 : độ dài 5

c) Tương tự câu b) đường đi ngắn nhất từ đỉnh 4 đến đỉnh 6 là:

4->1->6: độ dài 4

Đề 3

Câu 1 (2.5 điểm). Cho đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh $u \in V$ trên đồ thị?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các đỉnh trụ của đồ thị, chỉ rõ kết quả theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?
- Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu tìm tất cả các cạnh cầu của đồ thị, chỉ rõ kết quả thực hiện theo mỗi bước thực hiện của thuật toán?

0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0

Câu 2 (2.5 điểm). Cho đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Chứng minh rằng G là đồ thị nửa Euler?
- Trình bày thuật toán tìm một đường đi Euler của đồ thị?
- Áp dụng thuật toán, tìm một đường đi Euler của đồ thị đã cho, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán?

0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Câu 3 (2.5 điểm). Cho đồ thị vô hướng có trọng số $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Hãy thực hiện:

- Trình bày thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng có trọng số.
- Áp dụng thuật toán PRIM tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị G bắt đầu tại đỉnh $u=1$, chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	1	∞	∞	1	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	∞	6	∞	6	7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	6	∞	5	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	∞
∞	∞	5	∞	6	∞	5	5	∞	5	5	∞	∞	∞
7	6	6	6	∞	6	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
7	7	∞	∞	6	∞	6	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	5	6	6	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	5	∞	∞	5	∞	2	2	∞	∞	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	∞	4	4	∞
∞	∞	∞	5	∞	∞	∞	2	2	∞	2	2	4	∞
∞	∞	5	5	∞	∞	∞	∞	∞	2	∞	2	∞	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	2	2	∞	4	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	4	∞	4	∞	∞

Câu 4 (2.5 điểm).

- Trình bày thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u \in V$ đến các đỉnh còn lại trên đồ thị có trọng số không âm.
- Áp dụng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh $u=5$ đến các đỉnh còn lại của đồ thị $G = \langle V, E \rangle$ được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như hình bên phải. Chỉ rõ kết quả theo từng bước thực hiện của thuật toán.

∞	3	9	∞	∞	3	∞	∞	2	∞	∞	5	∞	∞
∞	∞	2	∞	4	1	5	∞	∞	3	∞	∞	∞	1
∞	∞	∞	5	∞	6	∞	4	∞	∞	7	∞	∞	∞
1	2	∞	∞	∞	7	∞	∞	4	∞	∞	5	∞	∞
2	∞	∞	1	∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4
∞	∞	∞	∞	3	∞	∞	1	1	5	∞	∞	∞	∞
∞	∞	3	∞	∞	3	∞	4	∞	∞	∞	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	4	∞	∞	1	3	∞
∞	∞	5	∞	∞	∞	∞	2	∞	∞	4	6	∞	∞
6	∞	∞	∞	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1	∞
∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5	∞	∞	2	∞
∞	9	∞	3	∞	∞	4	∞	5	∞	∞	∞	3	∞
∞	1	∞	4	∞	7	∞	3	∞	∞	∞	5	∞	∞

DÁP ÁN ĐỀ 3

Câu 1:

- Trình bày thuật toán DFS(u):

Thuật toán DFS(u):

{ Chuaxet[u] = False;

```

for each  $v \in V$  do
  if (Chuaxet[v]) DFS(v);
}

```

j) Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì $DFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13 = V$. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh $u \in V$	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh $V \setminus v$	SOLT > 1
$1 \in V$	$DFS(2) = 2, 3, 4 \neq V \setminus \{1\}$	Yes
$2 \in V$	$DFS(1) = 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13 = V \setminus \{2\}$	No
$3 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{3\}$	No
$4 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{4\}$	No
$5 \in V$	$DFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 \neq V \setminus \{5\}$	Yes
$6 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{6\}$	No
$7 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{7\}$	No
$8 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V \setminus \{8\}$	No
$9 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8 \neq V \setminus \{9\}$	Yes
$10 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8 \neq V \setminus \{10\}$	Yes
$11 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 13 = V \setminus \{11\}$	No
$12 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13 = V \setminus \{12\}$	No
$13 \in V$	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12 = V \setminus \{13\}$	No
Từ đây ta có kết luận: đỉnh 1, 5, 9, 10 là trụ		

k) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:

Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh $(u,v) \in E$	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh $E \setminus (u,v)$	SOLT>1
1-5	DFS(1) = 1, 2, 3, 4 $\neq V$	Yes
1-6	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
1-7	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
1-8	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
1-10	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
2-3	DFS(1) = 1, 5, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
2-4	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
2-5	DFS(1) = 1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
3-4	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
3-5	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
4-5	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
6-7	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
6-8	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
7-10	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V	No
8-10	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13, 8=V	No
9-10	DFS(1) = 1, 2, 3, 4, 6, 5, 7, 9, 8 $\neq V$	Yes
9-11	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 11, 13=V	No
9-12	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
9-13	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
11-12	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13, 12=V	No
11-13	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
12-13	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh (1, 5), (9,10) là cầu		

Câu 2:

g) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có:

BFS(1) = 1, 9, 10, 12, 7, 11, 8, 4, 5, 6, 2, 13, 3 = V. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$Deg^+(2) = Deg^-(2) = Deg^+(3) = Deg^-(3) = Deg^+(4) = Deg^-(4) = 2$;

$Deg^+(5) = Deg^-(5) = 3$; $Deg^+(6) = Deg^-(6) = 2$; $Deg^+(7) = Deg^-(7) = 3$;

$Deg^+(8) = Deg^-(8) = 2$; $Deg^+(9) = Deg^-(9) = 3$; $Deg^+(10) = Deg^-(10) = 2$;

$Deg^+(11) = Deg^-(11) = 2$; $Deg^+(12) = Deg^-(12) = 2$;

$Deg(1) - Deg^+(1) = Deg(13) - Deg^+(13) = 1$;

G - Liên thông yếu và có $Deg(1) - Deg^+(1) = Deg(13) - Deg^+(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler.

h) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :

Bước 1 (Khởi tạo):

stack = \emptyset ; CE = \emptyset ;

u = <Đỉnh bậc lẻ có $Deg^+(u) - Deg^-(u) = 1$; >; Push(stack, u);

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

Bước 2 (Lặp):

```
while (stack  $\neq \emptyset$ ) {
    s = Get(stack);
    if (Ke(s)  $\neq \emptyset$ ) {
        t = <đỉnh đầu trong danh sách Ke(s)>;
        Push(stack, t); E = E \ (s, t);
    }
    else {
        s = Pop(stack); E  $\Rightarrow$  CE;
    }
}
```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

i) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh u=13 là đỉnh có $Deg^*(1) = 1$ là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	13	\emptyset
2	13, 2	\emptyset
3	13, 2, 4	\emptyset
4	13, 2, 4, 7	\emptyset
5	13, 2, 4, 7, 6	\emptyset
6	13, 2, 4, 7, 6, 3	\emptyset
7	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2	\emptyset
8	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5	\emptyset
9	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3	\emptyset
10	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13	\emptyset
11	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5	\emptyset
12	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4	\emptyset
13	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11	\emptyset
14	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9	\emptyset
15	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1	\emptyset
16	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	\emptyset
17	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	\emptyset
18	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8	\emptyset
19	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6	\emptyset
20	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5	\emptyset
21	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7	\emptyset
22	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11	\emptyset
23	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	\emptyset
24	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 1	\emptyset
25	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	1
26	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1
27	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRĂNG NGÕ 2 – AO SEN

28	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9, 10	1
29	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1, 10
30	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1, 10, 9
31...	<p><Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 1, 10, 9, 12, 10, 11, 7, 5, 6, 8, 9, 7, 8, 12, 1, 9, 11, 4, 5, 13, 3, 5, 2, 3, 6, 7, 4, 2, 13</p> <p>Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 13-2-4-7-6-3-2-5-3-13-5-4-11-9-1-12-8-7-9-8-6-5-7-11-10-12-9-10-1</p>	

Câu 3.

e) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \emptyset$; $D(T) = 0$; $V_T = \emptyset$; $u = \langle \text{Đỉnh xuất phát bất kỳ} \rangle$;

$V = V \cup u$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

while ($V \neq \emptyset$) {

 <Chọn $e = (s, t)$ là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho $s \in V$, $t \in V_T$ >;

 if ($d(e) = \infty$) { <đồ thị không liên thông>; return (∞); }

$T = T \cup \{e\}$; $D(T) = D(T) + d(e)$;

$V = V \cup s$; $V_T = V_T \cup v$;

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return($T, D(T)$);

f) Kiểm nghiệm thuật toán:

$e=(s,t)$ $s \in V$, $t \in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \setminus v = ?$	$V_T \cup v = ?$	$T, D(T)$
Khởi tạo	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1	$T = \emptyset$; $D(T) = 0$
(1, 6)	2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 6	$T = T \cup (1, 6)$; $D(T) = 0 + 1 = 1$
(1, 2)	3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 6	$T = T \cup (1, 2)$; $D(T) = 1 + 2 = 3$
(2, 3)	4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 6	$T = T \cup (2, 3)$; $D(T) = 3 + 6 = 9$
(3, 4)	5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 6	$T = T \cup (3, 4)$; $D(T) = 9 + 5 = 14$
(4, 5)	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6	$T = T \cup (4, 5)$; $D(T) = 14 + 1 = 15$
(4, 8)	7, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	$T = T \cup (5, 8)$; $D(T) = 15 + 5 =$

			20
(8,9)	7, 10, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9	$T=T \cup (8,9);$ $D(T) = 20 + 3 = 23$
(8,10)	7, 11, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10	$T=T \cup (8,10);$ $D(T) = 23 + 3 = 26$
(10,11)	7, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11	$T=T \cup (10,11);$ $D(T) = 26 + 3 = 29$
(10, 12)	7, 13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12	$T=T \cup (10, 12);$ $D(T) = 29 + 3 = 32$
(11, 13)	7	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T \cup (12, 13);$ $D(T) = 32 + 2 = 34$
(7, 8)	\emptyset	1,2,3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T=T \cup (7, 8);$ $D(T) = 34 + 5 = 39$
$V = \phi$: kết thúc bước lặp; $D(T)=58$			

$T = \{(1,2), (1, 6), (2,3), (3,4), (4, 5), (4,8), (7,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10, 12), (11, 13)\}$
 $D(T) = 39$

c) Để tìm cây khung lớn nhất lớn nhất của đồ thị G, tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

$T = \{(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)\}$
 $D(T) = 83$

Câu 4.

e) Trình bày thuật toán Dijkstra:

THUẬT TOÁN DIJKSTRA

BƯỚC KHỞI TẠO: s là đỉnh xuất phát

for $v \in V$ do {

$d[v] = A[s, v]$; trước[v] = s; }

BƯỚC LẶP:

While($V \neq \emptyset$) {

<Chọn u là đỉnh có d[u] nhỏ nhất>;

<Cố định nhãn của đỉnh u>; $V = V \setminus \{u\}$;

for $v \in V$ do {

if ($d[v] > d[u] + A[u, v]$) {

$d[v] = d[u] + A[u, v]$;

trước[v] = u;

}

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: Return(d(s,t));

f) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bước	Tập nhãn các đỉnh													Đỉnh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0, 1>	<6, 1>	<9, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<7, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<2, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 1>	<∞, 1>	1
2	-	<4, 9>	<7, 9>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 9>	<4, 9>	<∞, 1>	<2, 1>	<6, 9>	<8, 9>	<5, 1>	<∞, 1>	9
3	-	<4, 9>	<6, 2>	<10, 2>	<8, 2>	<5, 9>	<4, 9>	<∞, 1>	-	<6, 9>	<8, 9>	<5, 1>	<5, 2>	2
4	-	-	<6, 2>	<10, 2>	<5, 7>	<5, 9>	<4, 9>	<8, 7>	-	<6, 9>	<8, 9>	<5, 1>	<5, 2>	7
5	-	-	<6, 2>	<6, 5>	<5, 7>	<5, 9>	-	-	-	<6, 9>	<8, 9>	<5, 1>	<5, 2>	5
6	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	<5, 9>	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<8, 9>	<5, 1>	<5, 2>	6
7	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6, 1>	<5, 1>	<5, 2>	12
8	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6, 1>	-	<5, 2>	13
9	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6, 1>	-	-	3
10	-	-	-	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6, 1>	-	-	4
11	-	-	-	-	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6, 1>	-	-	8
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6, 9>	<6, 1>	-	-	9
13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6, 1>	-	-	10

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

CÓ BẢN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

1->9->2 : độ dài 4.
 1->9->2->3 : độ dài 6.
 1->9->7->5->4 : độ dài 6
 1->9->7->5 : độ dài 5
 1->9->6 : độ dài 5
 1->9->7 : độ dài 4
 1->9->6->8 : độ dài 6
 1->9 : độ dài 2
 1->9->10 : độ dài 6
 1->12->11 : độ dài 6
 1->12 : độ dài 5
 1->9->2->13 : độ dài 5

- c) Tương tự câu b) đường đi ngắn nhất từ đỉnh 4 đến đỉnh 6 là:
 4->1->6: độ dài 4

ĐÁP ÁN ĐỀ 3

Câu 1.

- l) Trình bày thuật toán DFS(u) :

Thuật toán DFS(u):

```

{
  Chuaxet[u] = False;
  for each v ∈ V do
    if ( Chuaxet[v] ) DFS(v);
}

```

- m) Tìm các đỉnh trụ của đồ thị:

- Vì DFS(1) = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13 = V. Nên Số thành phần liên thông (SOLT) của đồ thị là 1.
- Phương pháp xác định trụ được tiến hành như bảng dưới đây:

Đỉnh u ∈ V	BFS(v) trên đồ thị có tập đỉnh V \ v	SOLT > 1
1 ∈ V	DFS(2) = 2, 3, 4 ≠ V \ {1}	Yes
2 ∈ V	DFS(1) = 1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 12, 13 = V \ {2}	No
3 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \ {3}	No
4 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \ {4}	No
5 ∈ V	DFS(1) = 1, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 ≠ V \ {5}	Yes
6 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13 = V \ {6}	No
7 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13 = V \ {7}	No
8 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13 = V \ {8}	No
9 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8 ≠ V \ {9}	Yes
10 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8 ≠ V \ {10}	Yes
11 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 13 = V \ {11}	No
12 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13 = V \ {12}	No
13 ∈ V	DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12 = V \ {13}	No

Từ đây ta có kết luận: đỉnh 1, 5, 9, 10 là trụ

- n) Tìm các cạnh cầu của đồ thị:

Phương pháp được tiến hành như trong bảng sau. Chú ý, thứ tự các đỉnh được duyệt theo thuật toán là quan trọng:

Cạnh $(u,v) \in E$	BFS(1) trên đồ thị có tập cạnh $E \setminus (u,v)$	SOLT>1
1-5	$DFS(1) = 1, 2, 3, 4 \neq V$	Yes
1-6	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
1-7	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V$	No
1-8	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V$	No
1-10	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13=V$	No
2-3	$DFS(1) = 1, 5, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
2-4	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
2-5	$DFS(1) = 1, 5, 3, 2, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
3-4	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
3-5	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
4-5	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
6-7	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
6-8	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
7-10	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 11, 12, 13=V$	No
8-10	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 9, 11, 12, 13, 8=V$	No
9-10	$DFS(1) = 1, 2, 3, 4, 6, 5, 7, 9, 8 \neq V$	Yes
9-11	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 12, 11, 13=V$	No
9-12	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
9-13	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
11-12	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 13, 12=V$	No
11-13	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
12-13	$DFS(1) = 1, 5, 2, 3, 4, 6, 7, 10, 8, 9, 11, 12, 13=V$	No
Từ đây ta có kết luận: cạnh $(1, 5), (9, 10)$ là cầu		

Câu 2:

j) Chứng minh G là nửa Euler:

Ta có:

$BFS(1) = 1, 9, 10, 12, 7, 11, 8, 4, 5, 6, 2, 13, 3 = V$. Nên G liên thông yếu.

Ta lại có:

$Deg^+(2) = Deg^-(2) = Deg^+(3) = Deg^-(3) = Deg^+(4) = Deg^-(4) = 2;$
 $Deg^+(5) = Deg^-(5) = 3; Deg^+(6) = Deg^-(6) = 2; Deg^+(7) = Deg^-(7) = 3;$
 $Deg^+(8) = Deg^-(8) = 2; Deg^+(9) = Deg^-(9) = 3; Deg^+(10) = Deg^-(10) = 2;$
 $Deg^+(11) = Deg^-(11) = 2; Deg^+(12) = Deg^-(12) = 2;$
 $Deg^+(1) - Deg^-(1) = Deg^+(13) - Deg^-(13) = 1;$

G - Liên thông yếu và có $Deg^+(1) - Deg^-(1) = Deg^+(13) - Deg^-(13) = 1$; nên theo định lý G là nửa Euler.

k) Xây dựng thuật toán tìm một đường đi Euler:

Thuật toán Euler-Path :

Bước 1 (Khởi tạo):

$stack = \emptyset; CE = \emptyset;$

$u = \text{Đỉnh bậc lẻ có } Deg^+(u) - Deg^-(u) = 1; >; Push(stack, u);$

Bước 2 (Lặp):

$while (stack \neq \emptyset) \{$
 $\quad s = Get(stack);$
 $\quad if (Ke(s) \neq \emptyset) \{$

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGŨ 2 – AO SEN

```

    t = <đỉnh đầu trong danh sách Kc(s)>;
    Push(stack, t); E = E \ (s, t);
}
else {
    s = Pop(stack); E => CE;
}
}

```

Bước 3 (Trả lại kết quả):

<Lật ngược lại các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler>

1) Kiểm nghiệm thuật toán:

Đỉnh $u=13$ là đỉnh có $Deg^+(1) - Deg^-(1) = 1$ là đỉnh đầu tiên đưa vào stack. Trạng thái của stack và CE được thể hiện trong bảng sau:

Bước	Trạng thái stack	CE
1	13	∅
2	13, 2	∅
3	13, 2, 4	∅
4	13, 2, 4, 7	∅
5	13, 2, 4, 7, 6	∅
6	13, 2, 4, 7, 6, 3	∅
7	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2	∅
8	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5	∅
9	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3	∅
10	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13	∅
11	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5	∅
12	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4	∅
13	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11	∅
14	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9	∅
15	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1	∅
16	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	∅
17	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12	∅
18	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8	∅
19	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6	∅
20	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5	∅
21	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7	∅
22	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11	∅
23	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	∅
24	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 1	∅
25	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10	1
26	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1
27	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1
28	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9, 10	1
29	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12, 9	1, 10
30	13, 2, 4, 7, 6, 3, 2, 5, 3, 13, 5, 4, 11, 9, 1, 12, 8, 6, 5, 7, 11, 10, 12	1, 10,

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

	9
31...	<Đưa lần lượt các đỉnh sang CE ta có : CE= 1, 10, 9, 12, 10, 11, 7, 5, 6, 8, 9, 7, 8, 12, 1, 9, 11, 4, 5, 13, 3, 5, 2, 3, 6, 7, 4, 2, 13
	Lật ngược các đỉnh trong CE ta nhận được đường đi Euler : 13-2- 4-7- 6-3-2-5-3-13-5-4-11-9-1-12-8-7-9-8-6-5-7-11-10-12-9-10-1

Câu 3.

g) Trình bày thuật toán PRIM:

Thuật toán Prim:

Bước 1 (Khởi tạo):

$T = \emptyset$; $D(T) = 0$; $V_T = \emptyset$; $u = \text{Đỉnh xuất phát bất kỳ}$;

$V = V_G$; $V_T = V_T \cup u$;

Bước 2 (Lặp):

while ($V \neq \emptyset$) {

<Chọn $e = (s, t)$ là cạnh có trọng số nhỏ nhất sao cho $s \in V$, $t \in V_T$ >;

if ($d(e) = \infty$) { <đồ thị không liên thông>; return (∞);}

$T = T \cup \{e\}$; $D(T) = D(T) + d(e)$;

$V = V \setminus s$; $V_T = V_T \cup v$;

}

Bước 3 (Trả lại kết quả):

Return(T , $D(T)$);

h) Kiểm nghiệm thuật toán:

$e=(s,t)$ $s \in V$, $t \in V_T$ có độ dài nhỏ nhất	$V \setminus v = ?$	$V_T \cup v = ?$	T , $D(T)$
Khởi tạo	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1	$T = \emptyset$; $D(T) = 0$
(1, 6)	2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 6	$T = T \cup (1, 6)$; $D(T) = 0 + 1 = 1$
(1, 2)	3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 6	$T = T \cup (1, 2)$; $D(T) = 1 + 2 = 3$
(2, 3)	4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 6	$T = T \cup (2, 3)$; $D(T) = 3 + 6 = 9$
(3, 4)	5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 6	$T = T \cup (3, 4)$; $D(T) = 9 + 5 = 14$
(4, 5)	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6	$T = T \cup (4, 5)$; $D(T) = 14 + 1 = 15$
(4, 8)	7, 9, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8	$T = T \cup (5, 8)$; $D(T) = 15 + 5 = 20$
(8, 9)	7, 10, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9	$T = T \cup (8, 9)$; $D(T) = 20 + 3 = 23$
(8, 10)	7, 11, 12, 13	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10	$T = T \cup (8, 10)$;

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

			$D(T) = 23 + 3 = 26$
(10,11)	7, 12,13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11	$T = T \cup (10,11);$ $D(T) = 26 + 3 = 29$
(10, 12)	7, 13	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12	$T = T \cup (10, 12);$ $D(T) = 29 + 3 = 32$
(11, 13)	7	1,2,3,4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T = T \cup (12, 13);$ $D(T) = 32 + 2 = 34$
(7, 8)	\emptyset	1,2,3,4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13	$T = T \cup (7, 8);$ $D(T) = 34 + 5 = 39$
$V = \phi$: kết thúc bước lặp; $D(T)=58$			

$T = \{(1,2), (1, 6), (2,3), (3,4), (4, 5), (4,8), (7,8), (8,9), (8,10), (10,11), (10, 12), (11, 13)\}$
 $D(T) = 39$

c) Để tìm cây khung lớn nhất của đồ thị G, tại mỗi bước của thuật toán PRIM chọn cạnh có trọng số lớn nhất. Kết quả như sau:

$T = \{(1, 5), (1, 13), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (3, 11), (4, 7), (4, 8), (5, 7), (9, 12), (9, 13), (10, 13)\}$
 $D(T) = 83$

Câu 4.

g) Trình bày thuật toán Dijkstra:

THUẬT TOÁN DIJKSTRA

BƯỚC KHỞI TẠO: s là đỉnh xuất phát

for $v \in V$ do {
 $d[v] = A[s,v]$; $truoc[v] = s$;
}

BƯỚC LẶP:

While($V \neq \emptyset$) {
 <Chọn u là đỉnh có $d[u]$ nhỏ nhất>;
 <Gõ đỉnh nhãn của đỉnh u>; $V = V \setminus \{u\}$;
 for $v \in V$ do {
 if ($d[v] > d[u] + A[u,v]$) {
 $d[v] = d[u] + A[u,v]$;
 $truoc[v] = u$;
 }
 }
}

BƯỚC TRẢ LẠI KẾT QUẢ: Return($d(s,t)$);

h) Kiểm nghiệm thuật toán:

Bước	Tập nhãn các đỉnh													Đỉnh
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1	<0, 1>	<6, 1>	<9, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<7, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<2, 1>	<∞, 1>	<∞, 1>	<5, 1>	<∞, 1>	1
2	-	<4, 2>	<7, 2>	<∞, 2>	<∞, 2>	<5, 2>	<4, 2>	<∞, 2>	<2, 2>	<6, 2>	<8,9 2>	<5, 2>	<∞, 2>	9

CÓ BÁN TẠI PHOTO HUỖN TRANG NGÕ 2 – AO SEN

		9>	9>	1>	1>	9>	9>	1>	1>	9>	>	1>	1>	
3	-	<4, 9>	<6, 2>	<10 2>	<8, 2>	<5, 9>	<4, 9>	<8, 1>	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	2
4	-	-	<6, 2>	<10 2>	<5, 7>	<5, 9>	<4, 9>	<8, 7>	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	7
5	-	-	<6, 2>	<6, 5>	<5, 7>	<5, 9>	-	-	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	5
6	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	<5, 9>	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<8,9 >	<5, 1>	<5, 2>	6
7	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	<5, 1>	<5, 2>	12
8	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	<5, 2>	13
9	-	-	<6, 2>	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	3
10	-	-	-	<6, 5>	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	4
11	-	-	-	-	-	-	-	<6, 6>	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	8
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6, 9>	<6,1 2>	-	-	9
13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	<6,1 2>	-	-	10

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại:

1->9->2 : độ dài 4.
 1->9->2->3 : độ dài 6.
 1->9->7->5->4 : độ dài 6
 1->9->7->5 : độ dài 5
 1->9->6 : độ dài 5
 1->9->7 : độ dài 4
 1->9->6->8 : độ dài 6
 1->9 : độ dài 2
 1->9->10 : độ dài 6
 1->12->11 : độ dài 6
 1->12 : độ dài 5
 1->9->2->13 : độ dài 5

c) Tương tự câu b) đường đi ngắn nhất từ đỉnh 4 đến đỉnh 6 là:

4->1->6: độ dài 4