HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

o0o

CHƯƠNG VIII: CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

Bài giảng môn Vật lý 3 và thí nghiệm

Giảng viên: Tô Thị Thảo

Ngày 30 tháng 10 năm 2024

Nội dung

1. **Cơ học cổ điển**
    - Cơ học Newton: 3 định luật cơ học.
    - Không gian và thời gian là tuyệt đối.
    - Khối lượng là bất biến.
    - Vận tốc truyền tương tác là vô hạn.
    - Áp dụng cho thế giới vĩ mô chuyển động với vận tốc $v \ll c$
2. **Cơ học tương đối**
    - Lý thuyết tương đối của Einstein.
    - Không gian và thời gian có tính tương đối.
    - Khối lượng phụ thuộc chuyển động.
    - Vận tốc ánh sáng là vận tốc cực đại trong tự nhiên.
    - Áp dụng cho thế giới vĩ mô chuyển động với vận tốc $v \sim c$.
3. **Cơ học lượng tử**
    - Giả thiết de Broglie về lưỡng tính sóng hạt của hạt vi mô.
    - Hệ thức bất định Heisenberg.
    - Trạng thái của vi hạt được mô tả bởi hàm sóng và thỏa mãn phương trình Schrödinger.
    - Áp dụng cho thế giới vi mô.

1.1 Lưỡng tính sóng hạt của ánh sáng

Ánh sáng

- **sóng**: giao thoa, nhiễu xạ, phân cực...
- **hạt**:hiệu ứng quang điện, tán xạ Compton, bức xạ nhiệt...

Thuyết photon của Einstein: Ánh sáng là chùm hạt

- **Năng lượng**: $\varepsilon = h\nu$
- **Động lượng**: $p = \dfrac{h}{\lambda}$

$\Rightarrow$ Tính chất sóng và hạt có liên quan $\rightarrow$ biểu thị qua ε và p.

Thiết lập biểu thức hàm sóng ánh sáng đơn sắc

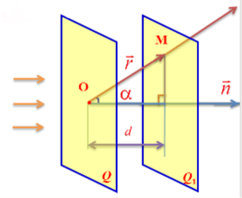
Thiết lập hàm sóng phẳng của ánh sáng đơn sắc:

Tại O $\in Q$: $\psi_0 = a\cos 2\pi\nu t$

Tại M $\in Q_1$:

$$\psi_M = a\cos 2\pi\nu\left(t - \frac{d}{c}\right) = a\cos 2\pi\left(\nu t - \frac{d}{\lambda}\right)$$

do $d = r\cos\alpha = \vec{r}.\vec{n}$



$\Rightarrow \psi = \psi_0 \cos 2\pi\left(\nu t - \dfrac{\vec{r}.\vec{n}}{\lambda}\right)$: hàm sóng phẳng của ánh sáng đơn sắc.

Biểu diễn hàm sóng dưới dạng phức: $\psi = \psi_0 e^{-2\pi i\left(\nu t - \frac{\vec{r}.\vec{n}}{\lambda}\right)}$

hay $\psi = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon t - \vec{p}.\vec{r})}$,

với $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1,05.10^{-34}$J.s: hằng số Planck rút gọn.

Biểu diễn qua véctơ sóng $\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{n}, \vec{p} = \hbar\vec{k}$

$$\psi = \psi_0 e^{-i(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$$

1.2 Giả thuyết de Broglie

Một vi hạt tự do có năng lượng xác định, động lượng xác định tương ứng với một sóng phẳng đơn sắc xác định:

– Năng lượng của vi hạt liện hệ với tần số dao động của sóng tương ứng theo hệ thức:

$$\varepsilon = h\nu \text{ hay } \varepsilon = \hbar\omega$$

– Động lượng của vi hạt liên hệ với bước sóng của sóng tương ứng theo hệ thức:

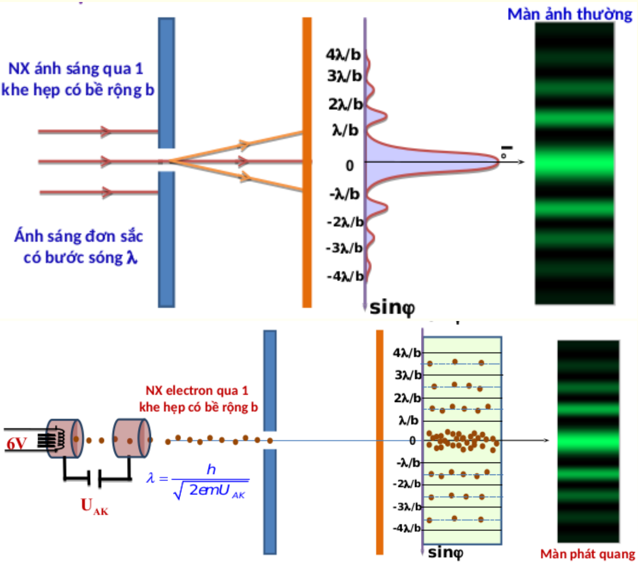
$$p = \frac{h}{\lambda} \text{ hay } \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

Thực nghiệm xác nhận tính chất sóng của hạt vi mô

– Nhiễu xạ của chùm electron qua khe hẹp.

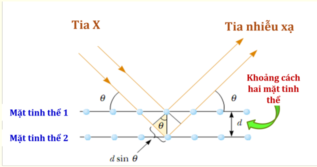
– Thí nghiệm 2: Nhiễu xạ của chùm electron trên tinh thể.

Thí nghiệm giao thoa của chùm electron qua khe hẹp



Tán xạ electron trên tinh thể

- Nhiễu xạ của electron trên tinh thể tuân theo định luật Bragg giống nhiễu xạ của tia X trên tinh thể.
- Bước sóng electron đo được phù hợp với giả thuyết de Broglie.



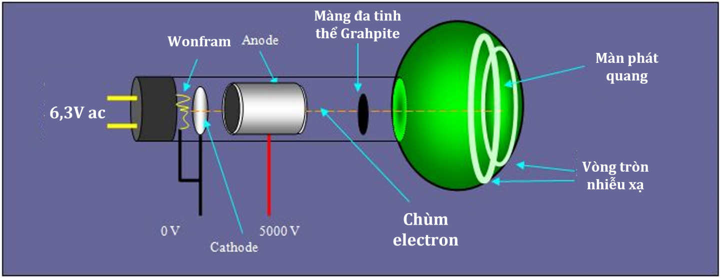
Nhiễu xạ cực đại:

$$2d\sin\theta = k\lambda$$

với k = 1, 2, 3...

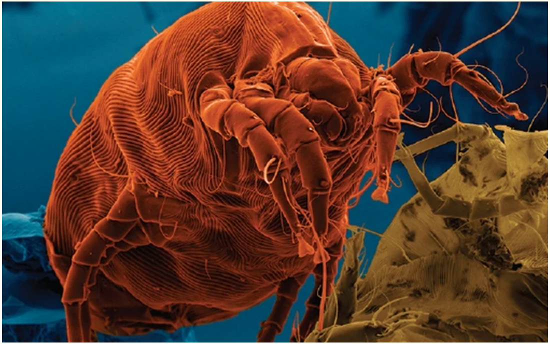
Công thức Bragg

Sơ đồ thí nghiệm

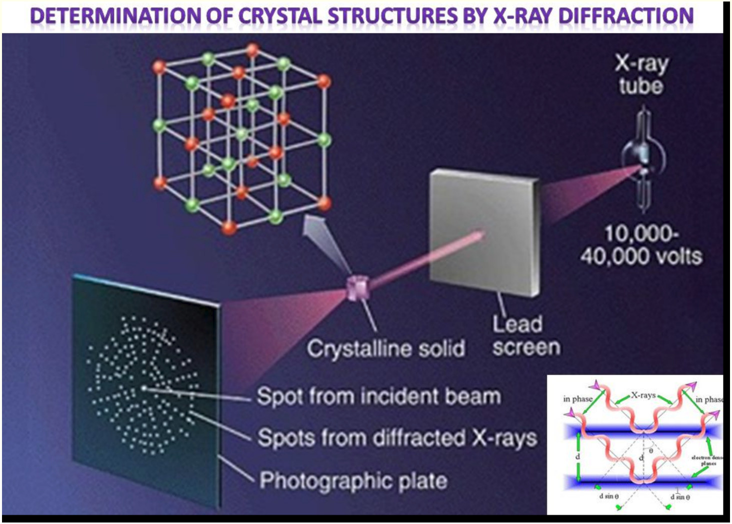


- Kính hiển vi điện tử dùng sóng electron thay cho sóng ánh sáng, có độ phóng đại lên đến 2 triệu lần.
- Nhiễu xạ electron, nhiễu xạ neutron được dùng để tìm hiểu cấu trúc vật chất, tương tự như nhiễu xạ tia X.

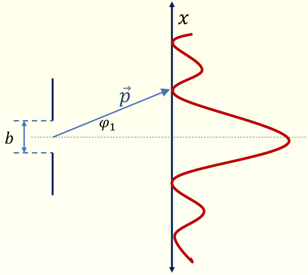
Hình ảnh của con mạt bụi được quan sát bằng kính hiển vi điện tử:



Ứng dụng của sóng de Broglie



1.3 Hệ thức bất định Heisenberg



- Sau khi qua khe, vị trí và động lượng $\vec{p}$ của hạt thay đổi.
- Xét phương $x \in$ mặt phẳng khe:

Vị trí của hạt trong khe: $0 \leq x \leq b$

$$\Delta x \approx b$$

Hình chiếu của $\vec{p}: 0 \leq p_x \leq p \sin \varphi$

Sau khi qua khe, hạt có thể rơi vào cực đại giữa hoặc phụ

$\Rightarrow$ Hình chiếu p_x được xác định với độ bất định nhỏ nhất khi:

$\Delta p_x \approx p \sin \varphi_1, \sin \varphi_1 = \lambda / b \Rightarrow \Delta x \Delta p_x \approx p\lambda$ mà $p = h\lambda$

$$\Delta x \Delta p_x \approx h$$

Tương tự

$$\Delta y \Delta p_y \approx h, \Delta z \Delta p_z \approx h$$

1.3 Hệ thức bất định Heisenberg

Hệ thức bất định giữa tọa và động lượng

$$\begin{cases} \Delta x.\Delta p_x \approx h \\ \Delta y.\Delta p_y \approx h \\ \Delta z.\Delta p_z \approx h \end{cases}$$

hay còn viết dưới dạng:

$$\begin{cases} \Delta x.\Delta p_x \approx \hbar \\ \Delta y.\Delta p_y \approx \hbar \\ \Delta z.\Delta p_z \approx \hbar \end{cases}$$

Ý nghĩa: Tọa độ và động lượng không đồng thời xác định. Nếu động lượng càng xác định thì tọa độ càng bất định và ngược lại.
$\rightarrow$ Các vi hạt chuyển động không theo quy luật của cơ học cổ điển mà tuân theo quy luật thống kê lượng tử.

Hệ thức bất định giữa năng lượng và thời gian: $\Delta\varepsilon.\Delta t \approx h$
Nếu năng lượng của hệ ở một trạng thái nào đó càng bất định thì thời gian để hệ tồn tại ở trạng thái đó càng ngắn và ngược lại.
$\rightarrow$ trạng thái có năng lượng bất định là trạng thái không bền, còn trạng thái có năng lượng xác định là trạng thái bền.

1.3 Hệ thức bất định Heisenberg

Ví dụ 1: Trong nguyên tử, electron chuyển động trong phạm vi 10^{-10} m (kích thước nguyên tử)

- Độ bất định về vị trí: $\Delta x \approx 10^{-10}$ m
- Độ bất định về vận tốc:
$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \approx \frac{1}{m}\frac{h}{\Delta x} = \frac{6,625.10^{-34}}{9,1.10^{-31}10^{-10}} \approx 7.10^{6} \text{ m/s}$$

không có vận tốc xác định $\Rightarrow$ electron chuyển động với quỹ đạo không xác định.

Ví dụ 2: Xét hạt vĩ mô, $m = 10^{-15}$ kg, $\Delta x \approx 10^{-8}$

- Độ bất định về vận tốc:
$$\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m} \approx \frac{1}{m}\frac{h}{\Delta x} = \frac{6,625.10^{-34}}{10^{-15}10^{-8}} \approx 6.6.10^{-11} \text{ m/s}$$

$\Rightarrow$ với hạt vĩ mô, Δv_x nhỏ $\rightarrow$ vị trí và vận tốc xác định đồng thời.

1. Vi hạt tự do: Chuyển động của nó được mô tả bởi hàm sóng tương tự như sóng phẳng đơn sắc:

$$\psi = \psi_0 e^{-\dfrac{i}{\hbar}(\varepsilon t - \vec{p}.\vec{r})}$$

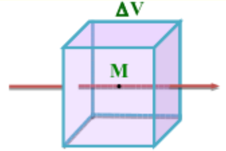
ψ_0 : biên độ của hàm sóng: $\psi^2 = |\psi|^2 = \psi.\psi^*$;
ψ^* là liên hợp phức của ψ

2. Vi hạt chuyển động trong trường thế, hàm sóng của nó là một hàm phức tạp của tọa độ và thời gian:

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(x, y, z, t)$$

b. Ý nghĩa thống kê của hàm sóng

Tính cường độ sáng tại M



- Theo quan điểm sóng: $I_M \sim \psi_0^2 = |\psi|^2$
- Theo quan điểm hạt I : $I_M \sim$ số hạt trong một đơn vị thể tích ΔV bao quanh M.

Nhận xét: $|\psi|^2$: mật độ xác suất tìm hạt trong một đơn vị thể tích ΔV bao quanh M.

Xác suất tìm thấy hạt trong toàn bộ không gian là:

$\iiint |\psi|^2 dV = 1$: điều kiện chuẩn hóa của hàm sóng.

c. Điều kiện hàm sóng

- ✓ Hàm sóng phải giới nội
- ✓ Hàm sóng phải đơn trị
- ✓ Hàm sóng phải liên tục, đạo hàm bậc nhất của hàm sóng phải liên tục.

- Hàm sóng của vi hạt tự do $\psi(\vec{r},t) = \psi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon t - \vec{p}.\vec{r})} = e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}\psi(\vec{r})$
- Vi hạt chuyển động trong trường thế $U(\vec{r})$, hàm sóng là một hàm phức tạp của tọa độ và thời gian:

$$\psi(\vec{r},t) = \psi(t)\psi(\vec{r})$$

Trạng thái dừng, hàm $\psi(\vec{r})$ phải thỏa mãn phương trình Schrödinger

$$\boxed{\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}\left[\varepsilon - U(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = 0}$$

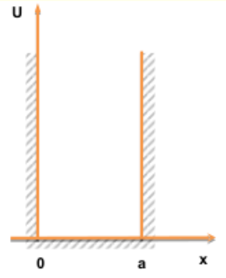
$\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$: toán tử Laplace

Biết được dạng cụ thể của $U(\vec{r}) \rightarrow$ tìm được hàm sóng $\psi(\vec{r})$ và năng lượng ε của vi hạt.

Chuyển động của vi hạt trong giếng thế năng một chiều

Xét chuyển động của vi hạt hạt theo phương x, trong một miền mà thế năng U được xác định theo điều kiện:

$$U = \begin{cases} 0 & \text{khi } 0 < x < a \\ \infty & \text{khi } x \leq 0 \text{ và } \geq a \end{cases}$$



Phương trình Schrödinger của hạt trong giếng có dạng:

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2}\psi(\vec{r}) = 0$$

$$\leftrightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2}\psi = 0 \text{ Đặt } \frac{2m\varepsilon}{\hbar^2} = k^2$$

$\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$ Nghiệm có dạng: $\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx$

Nghiệm: $\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx$

Nhận xét: Hàm sóng phải liên tục, giới nội, ta có:

$$\begin{cases} \psi(0) = B = 0 \\ \psi(a) = A\sin ka = 0 \end{cases}$$

Nếu $A = 0$ thì phương trình có nghiệm tầm thường, do đó $A \neq 0$

$\Rightarrow k = \dfrac{n\pi}{a}$.

A được xác định từ điều kiện chuẩn hóa của hàm sóng:

$$\int_0^a |\psi(x)|^2 dx = 1 \rightarrow \int_0^a A^2 \sin^2 \frac{n\pi}{a} dx = 1 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

Hàm sóng:

$$\boxed{\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x}$$

Năng lượng:

$$\boxed{E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2}$$

Giếng thế một chiều

Hàm sóng: $\psi_n(x) = \sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\dfrac{n\pi}{a}x$

Năng lượng: $E_n = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}n^2$

Kết luận

- ✓ Mỗi trạng thái của hạt ứng với một hàm sóng $\psi_n(x)$
- ✓ Năng lượng của hạt trong giếng phụ thuộc vào số nguyên n, nghĩa là biến thiên một cách gián đoạn, ta nói năng lượng bị lượng tử hóa.
- ✓ Mật độ xác suất tìm thấy hạt trong giếng

  $$|\psi_n(x)|^2 = \left(\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi}{a}x\right)^2$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$$

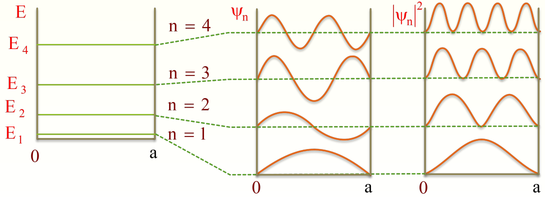
Với $n = 1 : \psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} x$ $\qquad E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$

Với $n = 2 : \psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi}{a} x$ $\qquad E_2 = 4\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = 4E_1$

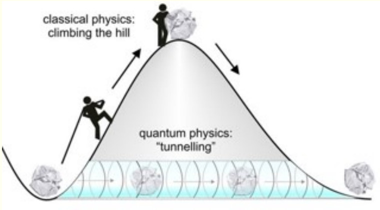
Tương tự với $n = 3, 4, 5, \ldots$

Khoảng cách giữa 2 mức năng lượng:

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}(2n+1)$$



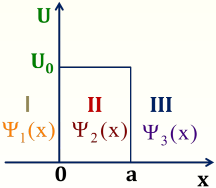
Đối với cơ học cổ điển, nếu hạt có năng lượng $E < U$ thì hạt không thể vượt qua được hàng rào thế.



Đối với cơ học lượng tử, vi hạt có khả năng xuyên qua hàng rào thế cao hơn năng lượng của nó ⇒ Hiệu ứng chui ngầm

Xét vi hạt chuyển động từ miền I với hàng rào thế có dạng:

$$U = \begin{cases} 0 & x \leq 0 & \text{miền I} \\ U_0 & 0 < x < a & \text{miền II} \\ 0 & x \geq a & \text{miền III} \end{cases}$$



Phương trình Schrödinger cho ba miền:

Miền I: $\Delta\psi_1(\vec{r}) + k_1^2\psi_1(\vec{r}) = 0$ với $k_1^2 = \dfrac{2mE}{\hbar^2}$

Miền II: $\Delta\psi_2(\vec{r}) - k_2^2\psi_2(\vec{r}) = 0$ với $k_2^2 = \dfrac{2m}{\hbar^2}(U_0 - E)$

Miền III: $\Delta\psi_3(\vec{r}) + k_1^2\psi_3(\vec{r}) = 0$ với $k_1^2 = \dfrac{2mE}{\hbar^2}$

Nghiệm của các phương trình:

$$\psi_1(x) = A_1e^{ik_1x} + B_1e^{-ik_1x}$$

$$\psi_2(x) = A_2e^{ik_2x} + B_2e^{-ik_2x}$$

$$\psi_3(x) = A_3e^{ik_1(x-a)} + B_3e^{-ik_1(x-a)}$$

Hệ số truyền qua (xuyên hầm):

$$D = \frac{\psi_3\psi_3^*}{\psi_1\psi_1^*} = \frac{|A_3|^2}{|A_1|^2}$$

Theo tính chất liên tục của hàm sóng và đạo hàm bậc nhất của hàm sóng:

Điều kiện biên bờ: **Các hệ thức:**

$$\psi_1(0) = \psi_2(0) \qquad A_1 + B_1 = A_2 + B_2$$

$$\psi_1'(0) = \psi_2'(0) \qquad ik_1(A_1 - B_1) = -k_2(A_2 - B_2)$$

$$\psi_2(a) = \psi_3(a) \qquad A_2e^{-k_2a} + B_2e^{k_2a} = A_3$$

$$\psi_2'(a) = \psi_3'(a) \qquad -k_2(A_2e^{-k_2a} - B_2e^{k_2a}) = ik_1A_3$$

Do không có sóng phản xạ từ $\infty \Rightarrow B_3 = 0$

Từ hai phương trình cuối, ta xác định A_2, B_2 qua A_3 được

$$A_2 = \frac{1 - in}{2}A_3e^{k_2a} \qquad B_2 = \frac{1 + in}{2}A_3e^{-k_2a}$$

Trong đó: $$n = \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{E}{U_0 - E}}$$

Giả thiết độ cao hàng rào thế rất lớn $E \ll U_0$ hoặc bề rộng của khá lớn

$k_2 a \ll 1$: $A_1 = \dfrac{(1-in)\left(1+\dfrac{i}{n}\right)}{4} A_3 e^{k_2 a}$

Khi đó, hệ số truyền qua D:

$$D = \frac{16n^2}{(1+n^2)} e^{-2k_2 a} \qquad \text{nếu } \frac{16n^2}{(1+n^2)} \sim 1 \leftrightarrow (U_0 = 10E)$$

Khi đó: $D = e^{-2k_2 a} = e^{-\frac{2a}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E)}} \neq 0$

Như vậy, dù $E < U_0$ vẫn có hạt xuyên qua hàng rào thế

a(m)	10^{-10}	$1,5.10^{-10}$	2.10^{-10}	5.10^{-10}
D	0,1	0,03	0.008	5.10^{-7}

Hệ số D đáng kể khi a nhỏ $\Rightarrow$ hiệu ứng chui ngầm chỉ xảy ra rõ rệt trong kích thước vi mô.