

## Công thức Bài toán đếm

### Nguyên lí đếm cơ bản

Nguyên lí cộng	Trong rổ bóng có m quả bóng xanh và n quả bóng đỏ khác nhau $\Rightarrow m + n$ cách bốc bóng
Nguyên lí nhân	Trong rổ bóng có m quả bóng xanh và n quả bóng đỏ khác nhau $\Rightarrow m.n$ cách bốc lần lượt một quả bóng xanh và một quả bóng đỏ

### Hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp

Hoán vị	Tập hợp A có n phần tử có $n!$ hoán vị
Chỉnh hợp	Số chỉnh hợp chập k của tập hợp A có n phần tử là $P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$
Tổ hợp	Số tổ hợp chập k của tập hợp A có n phần tử là $C(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!k!}$
Chỉnh hợp lặp	Là chỉnh hợp cho phép các phần tử trong nó được lấy lặp lại Số các chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là $n^k$
Tổ hợp lặp	Là tổ hợp cho phép các phần tử trong nó được lấy lặp lại Số các tổ hợp lặp chập k của n phần tử là $C_{n+k-1}^k = C(n+k-1, k)$
Hoán vị trong tập hợp có lặp	Số hoán vị lặp của n phần tử trong đó có $n_1$ phần tử như nhau loại 1, $n_2$ phần tử như nhau loại 2,... là: $\frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$



**Bài toán tìm số nghiệm nguyên không âm**

**Bài toán:** cho phương trình  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$ , tìm số nghiệm nguyên không âm của phương trình ( $x_1$  tới  $x_n \geq 0$ )

**Bước 1:** Nếu bài toán có ràng buộc  $x_i \geq$  số nguyên bất kì, ta phải đặt biến để đưa  $x_i$  về dạng chuẩn  $x_i' \geq 0$

**Bước 2:** Tính toán số bộ nghiệm thỏa mãn bằng tổ hợp lặp với  $n$  = số các số hạng  $x$  và  $k$  = giá trị vế phải

**Lưu ý:** Nếu ràng buộc ở bước 1 có dạng  $x_i \leq$  số nguyên bất kì ta phải chia nhỏ bài toán thành các bài toán con và giải lần lượt.

**Giải hệ thức truy hồi từ phương trình đặc trưng**

Phương trình đặc trưng	Hệ thức truy hồi $x_n = c_1 x_{n-1} + c_2 x_{n-2} + \dots + c_k x_{n-k}$ Có phương trình đặc trưng là: $x^k - c_1 x^{k-1} - c_2 x^{k-2} - \dots - c_k = 0$
Nếu PTĐT có k nghiệm phân biệt $r_1$ đến $r_k$	Nghiệm của hệ thức truy hồi: $x_n = \alpha_1 \cdot r_1^n + \alpha_2 \cdot r_2^n + \dots + \alpha_k \cdot r_k^n$
Nếu PTĐT có nghiệm kép $r_1 = r_2 = r$	Nghiệm của hệ thức truy hồi: $x_n = \alpha_1 \cdot r^n + \alpha_2 \cdot n \cdot r^n$
Nếu PTĐT có nghiệm phức $r \angle \pm \theta$	Nghiệm của hệ thức truy hồi: $x_n = r^n (\alpha_1 \cos n\theta + \alpha_2 \sin n\theta)$

