



## 1 Những khái niệm mở đầu

## 2 Hai tiên đề của Einstein

- 1. Hai tiên đề của Einstein
- 2. Mâu thuẫn của phép biến đổi Galileo với thuyết tương đối Einstein

## 3 Phép biến đổi Lorentz và hệ quả

- 1. Phép biến đổi Lorentz
- 2. Các hệ quả của phép biến đổi Lorentz
  - 1. Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả
  - 2. Sự co ngắn Lorentz
  - 3. Sự giãn nở của thời gian
  - 4. Phép cộng vận tốc

## 4 ĐỘNG LỰC HỌC TƯƠNG ĐỐI - HỆ THỨC EINSTEIN

- 1. Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm:
- 2. Động lượng và năng lượng
- 3. Các hệ quả

- Hệ quán tính:

- Hệ quán tính là một hệ mà trong đó một vật có gia tốc bằng 0 nếu như nó không tương tác với các vật khác (Định luật 1 của Newton).
- Một hệ chuyển động đều (vận tốc không đổi) so với một hệ quán tính thì bản thân nó cũng là một hệ quán tính.

- Khối lượng và trọng lượng:

- Khối lượng là thuộc tính cố hữu của vật chất, nó không phụ thuộc vào môi trường xung quanh và phương pháp đo. Khối lượng là bất biến.
- Trọng lượng của một vật là độ lớn của lực trọng trường tác dụng lên vật và nó thay đổi theo vị trí:  $p = mg$

- Cơ học cổ điển – Cơ học Newton:

- Không gian, thời gian và vật không phụ thuộc vào sự chuyển động của nó.
- Trong cả hệ quán tính đứng yên và hệ quán tính chuyển động: Thời gian xảy ra hiện tượng không thay đổi. Kích thước và khối lượng của vật dù đứng yên hay chuyển động đều không thay đổi.

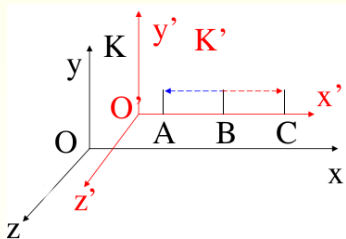
Thời gian và không gian trong cơ học Newton là tuyệt đối, không phụ thuộc vào chuyển động. Khối lượng của vật là bất biến. Vận tốc truyền tương tác giữa các vật thể là vô hạn.

- Tất cả các định luật cơ học đều như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính.
- Những chuyển động cơ học đều tuân theo các định luật của Newton.
- Không có khái niệm chuyển động tuyệt đối trong không gian, và cũng không có khái niệm về hệ quán tính ưu tiên.

- Cuối thế kỷ 19, đầu thế kỷ 20: Nghiên cứu những chuyển động của các vật thể có vận tốc rất lớn (vận tốc xấp xỉ bằng vận tốc ánh sáng).
- Không gian, thời gian và khối lượng của vật chuyển động phụ thuộc vào chuyển động.
- Cơ học Newton chỉ áp dụng cho những chuyển động có vận tốc bé:
- 1905: Lý thuyết tương đối hẹp Einstein ra đời. Đó là sự mở rộng của thuyết tương đối Galilean.

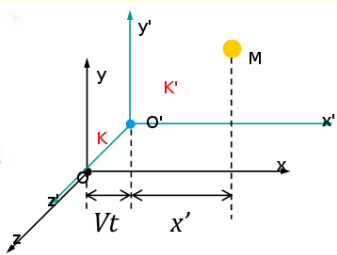
### Tiên đề của thuyết tương đối hẹp:

- Nguyên lý tương đối:  
Mọi định luật vật lý đều như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính.
- Nguyên lý về sự bất biến của vận tốc ánh sáng:  
Vận tốc ánh sáng trong chân không đều bằng nhau đối với mọi hệ quy chiếu quán tính. Nó có giá trị bằng  $c = 3.10^8 m/s$  và là giá trị vận tốc cực đại trong tự nhiên. Vận tốc của ánh sáng không phụ thuộc vào vận tốc của người quan sát cũng như vận tốc của nguồn sáng.



- Thời gian là tuyệt đối:  $t = t'$
- Khoảng cách giữa hai điểm trong hai hệ quán tính:  $\ell = x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1 = \ell'$
- Công thức cộng vận tốc:  $v = v' + V$
- Các kết quả này chỉ đúng đối với các chuyển động có vận tốc bé hơn vận tốc của ánh sáng. Nếu vận tốc của vật trong hệ quán tính K' là  $v' = c \Rightarrow$  vận tốc của vật đó trong hệ quán tính K là  $v = v' + V = c + V > c$   
 $\Rightarrow$  Kết quả này mâu thuẫn với nguyên lý cực đại của vận tốc ánh sáng.

# 1. Phép biến đổi Lorentz



- K' chuyển động tương đối so với K với vận tốc  $V$  theo phương  $x$ . Ban đầu,  $O \equiv O'$ . Theo nguyên lý tương đối của Einstein  $t \neq t'$
- Giả sử tọa độ  $x'$  được miêu tả:  $x' = f(x, t)$   
Trong hệ quán tính K,  $x$  là tọa độ của gốc tọa độ  $O'$ ,  $O'$  chuyển động với vận tốc  $V$ .  
Ta có  $x - Vt = 0$

- Trong hệ quán tính K',  $x'$  là tọa độ của gốc tọa độ  $O'$ :  $x' = 0$   
 $\Rightarrow x' = \alpha(x - Vt)$
- Tọa độ của gốc tọa độ O trong hệ quán tính K':  $x = \beta(x' + Vt')$
- Thay  $x' \Leftrightarrow x, V \Leftrightarrow -V, t' \Leftrightarrow t$ , ta có  $\alpha = \beta$

Theo tiên đề 2: nếu  $x = ct \Rightarrow x' = ct'$   
 $ct' = \alpha t(c - V)$  và  $ct = \beta t'(c + V)$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Rightarrow t' = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \cdot x - x'}{V}$$

Thay  $x' \rightarrow t'$  ta có  $t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Vậy:

$$K \Rightarrow K' \begin{cases} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$

$$K' \Rightarrow K \begin{cases} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{array} \right.$$

Nếu  $V \ll c \Rightarrow$  phép biến đổi Lorentz  $\rightarrow$  Galileo

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x - Vt, y' = y, z' = z, t' = t \\ x = x' + Vt', y = y', z = z', t = t' \end{array} \right.$$

- Hai hiện tượng  $A_1$  và  $A_2$  ở K. Tọa độ của hai hiện tượng tương ứng là  $A_1(x_1, y, z, t_1)$  và  $A_2(x_2, y, z, t_2)$ , với  $x_1 \neq x_2$ .
- Khoảng thời gian giữa hai hiện tượng đó trong hệ quán tính K'

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1 - \frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Giả sử hai sự kiện  $A_1$  và  $A_2$  xảy ra đồng thời trong hệ quán tính K:

$$t_2 = t_1 \Rightarrow t'_2 - t'_1 = \frac{-\frac{V}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \neq 0$$

- Như vậy hai sự kiện  $A_1$  và  $A_2$  không xảy ra đồng thời trong hệ quán tính K'. **Khái niệm đồng thời chỉ là tương đối.**

## 2.1 Khái niệm về tính đồng thời và quan hệ nhân quả

- Vì  $t'_2 - t'_1$  phụ thuộc vào dấu của hiệu tọa độ  $x_2 - x_1$ ,  $\Rightarrow$  thứ tự xảy ra các sự kiện là bất kỳ. Trong các hệ quán tính khác sự kiện  $A_1$  xảy ra trước sự kiện  $A_2$  hoặc ngược lại.

**Quan hệ nhân quả:** Nguyên nhân xảy ra trước, kết quả xảy ra sau.  
Nguyên nhân quyết định cho sự ra đời của kết quả.

- Xét hai sự kiện có quan hệ nhân quả trong hệ quán tính K  
 $x_1 = vt_1, x_2 = vt_2$ , với  $x_2 > x_1$   
 $v$  là vận tốc truyền tương tác từ sự kiện nguyên nhân đến sự kiện kết quả. Ta có:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) \left(1 - \frac{Vv}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Do  $v < c \Rightarrow$  nếu  $t_2 > t_1 \rightarrow t'_2 > t'_1 \Rightarrow$  Thứ tự của các sự kiện có quan hệ nhân quả không thay đổi trong mọi hệ quán tính.

## 2.2 Sự co ngắn Lorentz:

- Giả sử một vật đứng yên trong hệ quán tính  $K'$  đặt dọc theo trục  $x$ , độ dài của nó là:

$$\ell_0 = x'_2 - x'_1$$

- Từ các biểu thức của phép biến đổi Lorentz:

$$x'_2 = \frac{x_2 - Vt_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; x'_1 = \frac{x_1 - Vt_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; t_2 = t_1$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

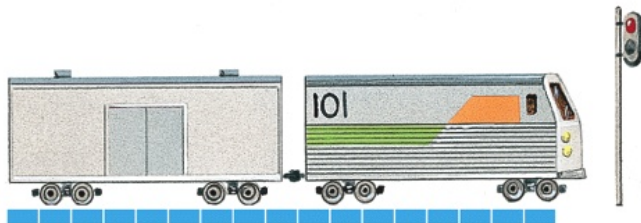
$$\ell = x_2 - x_1 = \ell_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

### Kết luận:

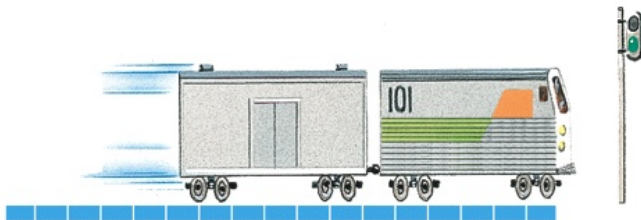
- Độ dài (dọc theo phương chuyển động) của một thanh trong hệ quy chiếu quán tính mà nó **đang chuyển động ngắn** hơn độ dài của thanh trong hệ quy chiếu mà nó **đứng yên**.
- Khi vật chuyển động, kích thước của nó bị co ngắn theo phương chuyển động. Kích thước của vật khác nhau tùy thuộc vào vị trí của người quan sát ở trong hệ quy chiếu đứng yên hay chuyển động.
- Không gian có tính tương đối, nó phụ thuộc vào chuyển động.

$$V \ll c \Rightarrow l = l_0$$

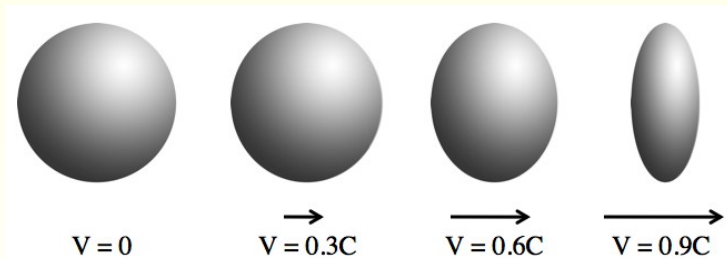
## 2.2 Sự co ngắn Lorentz



At rest



In motion



**Thí dụ:** Vật chuyển động phải có vận tốc bao nhiêu để kích thước của nó theo phương chuyển động trong hệ qui chiếu gắn với trái đất giảm đi 2 lần.

## 2.3. Sự giãn của thời gian

### Thời gian là tương đối:

Trong hệ qc chuyển động  $K'$ :  $\Delta t'$ , trong hệ qc đứng yên  $K$ :  $\Delta t$

Theo phép biến đổi Lorentz:

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Nếu  $V = 2,9996 \cdot 10^8 \text{ m/s} \rightarrow \Delta t' = 10^{-2} \Delta t$

- Khoảng thời gian diễn ra cùng một quá trình trong hệ chuyển động ngắn hơn trong hệ đứng yên.
- Đồng hồ trong hệ chuyển động chạy chậm hơn đồng hồ đứng yên.

Nếu  $V \ll c \Rightarrow \Delta t' = \Delta t$



### 3. Sự giãn của thời gian



**Thí dụ:** Một hạt vi mô (mêzôn) trong các tia vũ trụ chuyển động với vận tốc bằng 0,95 lần vận tốc ánh sáng. Hỏi khoảng thời gian theo đồng hồ người quan sát đứng trên trái đất ứng với khoảng “thời gian sống” một giây của hạt đó.

## 2.4. Phép biến đổi vận tốc

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - Vdt}{dt - \frac{V}{c^2}dx}$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$u'_x = \frac{u_x - V}{1 - \frac{V}{c^2}u_x}$$

Nếu  $u_x = c \Rightarrow$

$$u'_x = \frac{c - V}{1 - \frac{V}{c^2}c} = c$$

- Phương trình cơ bản của chuyển động chất điểm:

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}; m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Động lượng và năng lượng

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}; m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Năng lượng:

$$dW = dA = \vec{F}d\vec{s} = F.ds = \frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] .ds$$

Ta có:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] = m_0 \frac{d}{dt} \left[ v \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$dW = \left[ \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{dv}{dt} + \frac{m_0 v^2}{c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}} \frac{dv}{dt} \right] ds$$

Do  $\frac{dv}{dt} ds = v dv$

$$dW = \frac{m_0 v dv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left[ 1 + \frac{v^2}{c^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right] = \frac{m_0 v dv}{\left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}}$$

Mặt khác,  $dm = \frac{m_0 v dv}{c^2(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}}$ , so sánh với  $dW = \frac{m_0 v dv}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}}$

$$\Rightarrow dW = c^2 \cdot dm \Leftrightarrow W = mc^2 + C$$

## Hệ thức Einstein

$$W = mc^2$$

### 3. Các hệ quả

- Khi vật đứng yên ( $m = m_0$ )  $\Leftrightarrow$  năng lượng nghỉ của vật:

$$W = m_0 c^2$$

- Khi vật chuyển động, động năng của hệ được xác định bởi biểu thức:

$$W_d = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

- Gần đúng cơ học cổ điển:

$$v \ll c \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

$$\text{Do đó } W_d \approx m_0 c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{m_0 v^2}{2}$$

$\Rightarrow$  **Biểu thức động năng của cơ học cổ điển !!!**

### 3. Các hệ quả

- Biểu thức liên hệ giữa động lượng và khối lượng của vật:

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- Bình phương hai vế:  $m_0^2 c^4 = W^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = W^2 - \frac{W^2 v^2}{c^2}$

-Thay

$$W = mc^2; \vec{p} = m\vec{v}$$

- Cuối cùng ta có

$$W^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

**Thí dụ:** Tìm hiệu điện thế tăng tốc  $U$  mà prôtôn vượt qua để cho kích thước của nó trong hệ quy chiếu gần với trái đất giảm đi hai lần. Cho  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ .

### 3. Các hệ quả - Ứng dụng trong hiện tượng phân rã hạt nhân:

- Giả sử một hạt nhân (năng lượng  $W$ ) phân rã  $\rightarrow$  hai hạt thành phần (năng lượng  $W_1, W_2$ ). Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$W = W_1 + W_2$$

- Sử dụng hệ thức Einstein:  $mc^2 = \frac{m_1c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{m_2c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;

trong đó  $m, m_1, m_2$ : khối lượng nghỉ của các hạt. Và do:

$$\frac{m_1c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > m_1c^2; \quad \frac{m_2c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > m_2c^2 \Rightarrow m > m_1 + m_2$$

Khối lượng trước khi phân rã  $>$  tổng khối lượng của các hạt thành phần.

- Phần năng lượng do hao hụt khối lượng được chuyển thành nhiệt và bức xạ:  $\Delta W = [m - (m_1 + m_2)c^2] = \Delta m \cdot c^2$