BÀI GIẢNG

XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ

Mở đầu

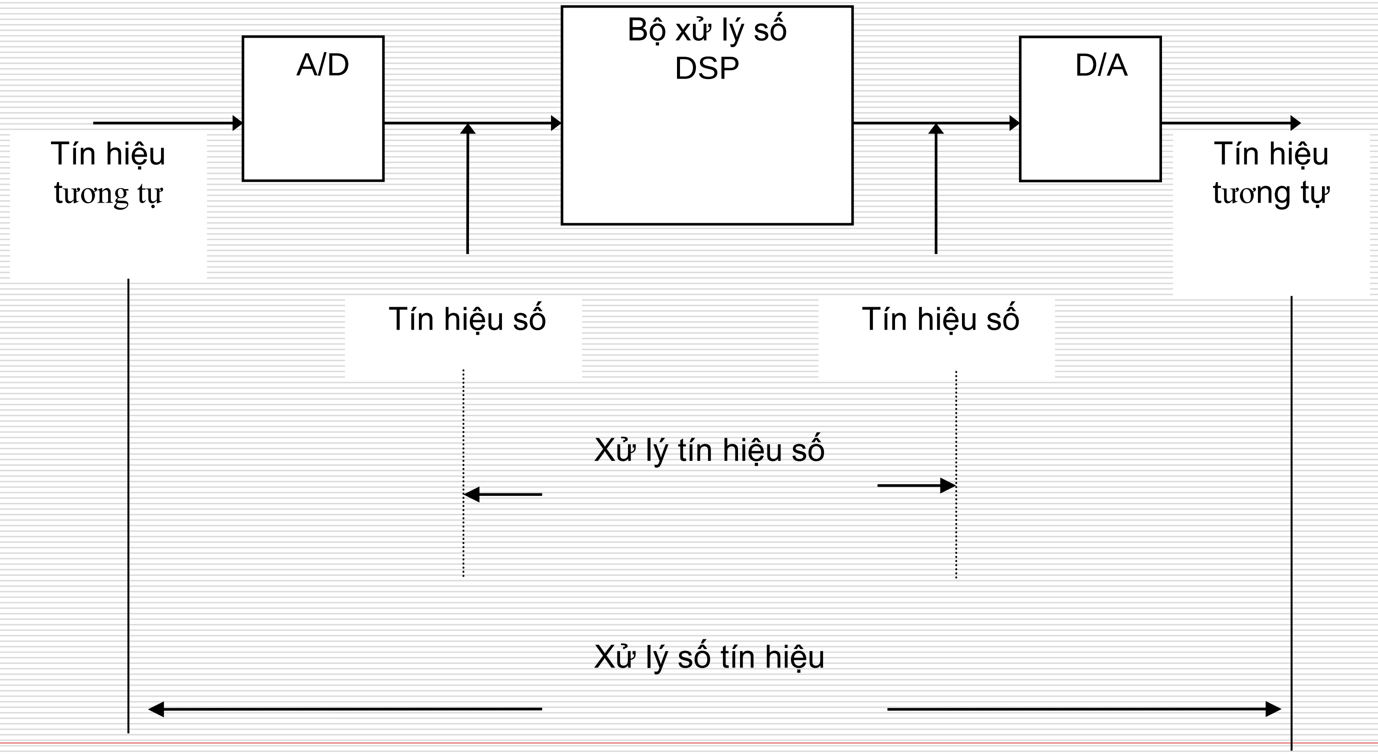
- Tín hiệu là khái niệm chỉ ra các hàm có mang hoặc chứa một loại thông tin nào đấy mà ta có thể biến đổi, hiện thị, gia công chẳng hạn như: tiếng nói, tín hiệu sinh học (điện tim, điện não đồ), âm thanh, hình ảnh, tín hiệu radar, sonar...
- Tín hiệu số là tín hiệu được biểu diễn bằng dãy số theo biến rời rạc.
- Xử lý tín hiệu số (DSP: Digital Signal Processing) là môn học đề cập đến các phép xử lý các dãy số để có được các thông tin cần thiết như phân tích, tổng hợp, mã hoá, biến đổi tín hiệu sang dạng mới phù hợp với hệ thống.
- Các phép xử lý tín hiệu số cơ bản bao gồm:
  - Phép chập
  - Tương quan
  - Lọc số
  - Các phép biến đổi rời rạc
  - Điều chế

Mở đầu (tt)

- Các cơ sở toán học về xử lý tín hiệu số đã có từ thế kỷ 17 và 18,(biến đổi Fourier) nhưng đến thập niên 80 của thế kỷ 20, cùng với sự ra đời của vi mạch tích hợp cỡ lớn VLSI, các chíp dùng cho xử lý tín hiệu số ra đời như TMS 320 của hãng Texas Instrument đã làm cho kỹ thuật xử lý tín hiệu số bước sang một bước ngoặt mới phát triển rực rỡ.
- Hiện nay, xử lý tín hiệu số đã có một phạm vi ứng dụng rộng rãi trong các lĩnh vực như: xử lý ảnh (mắt người máy), đo lường điều khiển, xử lý tiếng nói/âm thanh, quân sự (bảo mật, xử lý tín hiệu radar, sonar), điện tử y sinh và đặc biệt là trong viễn thông và công nghệ thông tin.
- So với xử lý tín hiệu tương tự, xử lý tin hiệu số có nhiều ưu điểm như sau:
  - Độ chính xác cao.
  - Sao chép trung thực, tin cậy.
  - Tính bền vững: không chịu ảnh hưởng nhiều của nhiệt độ hay thời gian
  - Linh hoạt và mềm dẻo: Chỉ cần thay đổi theo phần mềm ta có thể có các tính năng phần cứng thay đổi theo.
  - Thời gian thiết kế nhanh.
  - Các chip DSP ngày càng hoàn thiện và có độ tích hợp cao.

Mở đầu (tt)

- Hình vẽ sau mô tả một quá trình xử lý tín hiệu điển hình và ta có thể phân biệt các khái niệm "Xử lý tín hiệu số" và "Xử lý số tín hiệu":



CHƯƠNG I

Biểu diễn tín hiệu và hệ thống rời rạc trong miền thời gian rời rạc n

Giới thiệu

a. Khái niệm về tín hiệu

- **Về mặt vật lý:** tín hiệu là dạng biểu diễn vật lý của thông tin.

  Ví dụ:

  - Các tín hiệu ta nghe thấy là do âm thanh phát ra gây nên sự nén dãn áp suất không khí đưa đến tai chúng ta.

  - Ánh sáng ta nhìn được là do sóng ánh sáng chuyển tải các thông tin về màu sắc, hình khối đến mắt chúng ta.

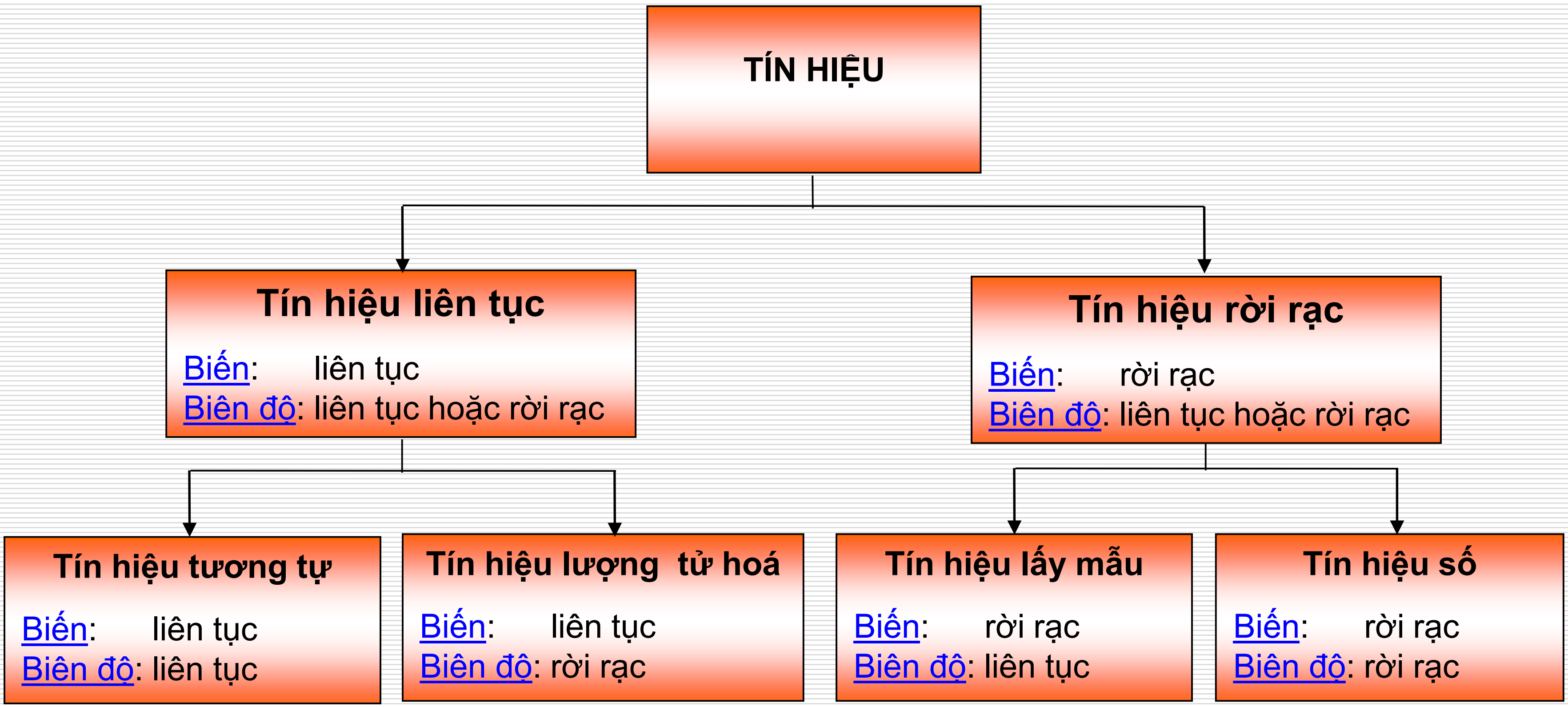
- **Về mặt toán học:** tín hiệu được biểu diễn bởi hàm của một hoặc nhiều biến số độc lập.

  Ví dụ:

  - Tín hiệu âm thanh x(t) là hàm của một biến độc lập trong đó x là hàm, t là biến.

  - Tín hiệu ảnh x(i,j) là hàm của nhiều biến độc lập.

b. Phân loại tín hiệu



Phân loại tín hiệu (tt)

Định nghĩa tín hiệu liên tục: Nếu biến độc lập của biểu diễn toán học của một tín hiệu là liên tục thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu liên tục

+ **Định nghĩa tín hiệu tương tự:** Nếu biên độ của tín hiệu liên tục là liên tục thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu tương tự

+ **Định nghĩa tín hiệu lượng tử hoá:** Nếu biên độ của tín hiệu liên tục là rời rạc thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu lượng tử hoá

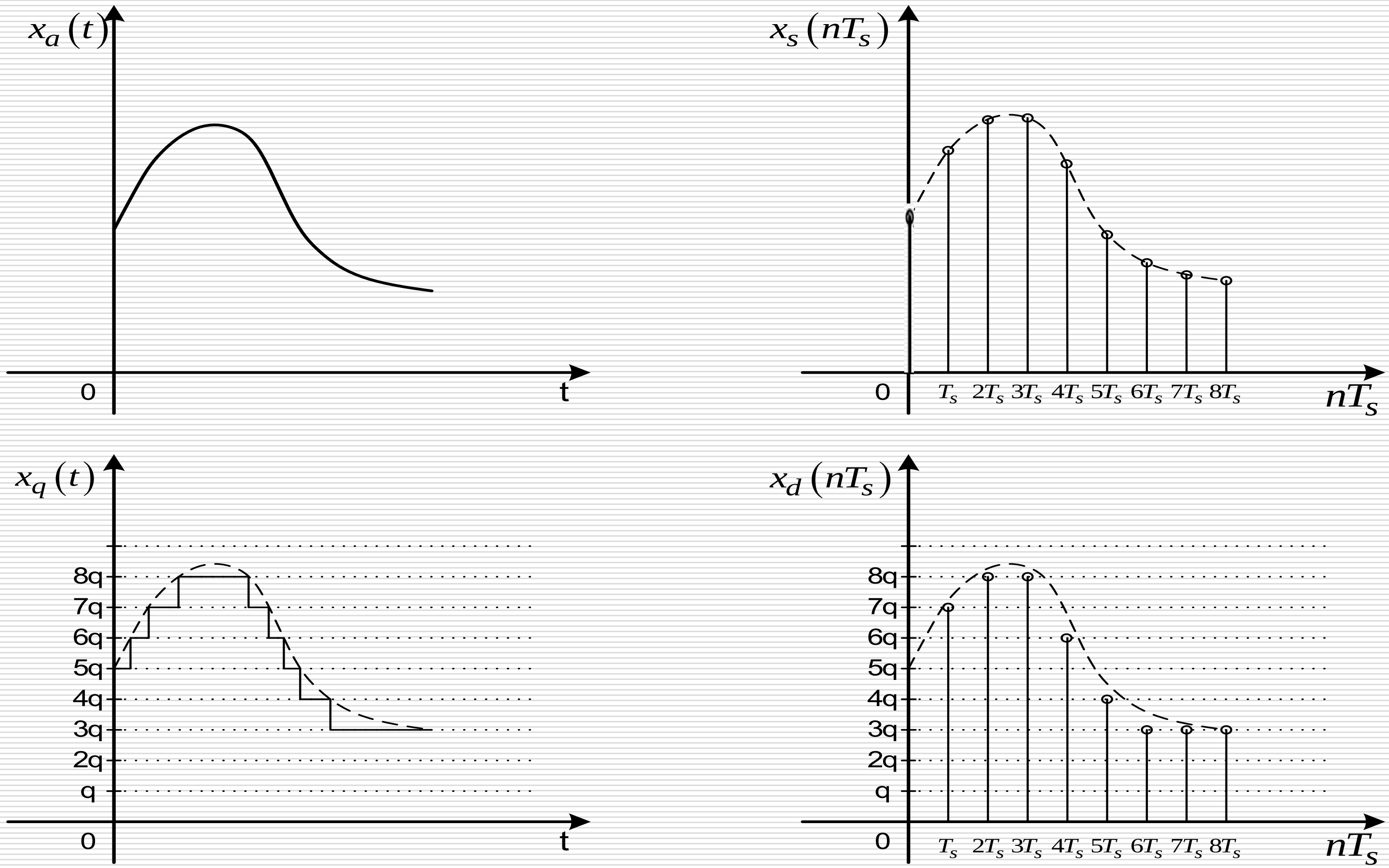
Định nghĩa tín hiệu rời rạc: Nếu biến độc lập của biểu diễn toán học của một tín hiệu là rời rạc thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu rời rạc

+ **Định nghĩa tín hiệu lấy mẫu:** Nếu biên độ của tín hiệu rời rạc là liên tục và không bị lượng tử hoá thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu lấy mẫu

+ **Định nghĩa tín hiệu số:** Nếu biên độ của tín hiệu rời rạc là rời rạc thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu số

Lưu ý: Việc phân loại tín hiệu sẽ là cơ sở để phân loại hệ thống xử lý, chẳng hạn như ta có hệ thống rời rạc hay hệ thống tương tự được phân loại tương ứng với loại tín hiệu mà hệ thống đó xử lý là tín hiệu rời rạc hay tín hiệu tương tự.

Minh hoạ sự phân loại tín hiệu



q : mức lượng tử
Ts: chu kỳ lấy mẫu

Định lý lấy mẫu Shannon

Nếu một tín hiệu tương tự $x_a(t)$ có tần số cao nhất là $F_{\max} = B$

được lấy mẫu tại tốc độ $F_s \geq 2F_{\max} \equiv 2B$, thì $x_a(t)$ có thể được

phục hồi một cách chính xác từ giá trị các mẫu của nó nhờ hàm nội suy.

Khi F_s=2F_{max} = 2B ta gọi F_s lúc này tần số lấy mẫu Nyquist.

Ký hiệu là F_{Nyquis} hay F_N.

VD:

Cho tín hiệu $x_a(t) = \cos(50\pi t) - 30\cos(150\pi t) + 20\sin(300\pi t)$.

a) Xác định tốc độ lấy mẫu nhỏ nhất cần thiết để có thể khôi phục được tín hiệu tương tự ban đầu một cách chính xác từ các mẫu của nó?

b) Giả sử tín hiệu được lấy mẫu tại tốc độ $F_s = 400\ Hz$. Xác định tín hiệu rời rạc thu được sau lấy mẫu?

1.1. BIỂU DIỄN TÍN HIỆU RỜI RẠC

1.1.1 Các cách biểu diễn tín hiệu rời rạc

Trước khi biểu diễn ta có thể chuẩn hoá x(nTs) như sau:

$$x(nT_s) \xrightarrow{T_s=1} x(n)$$

tức là chuẩn hóa Ts =1.

a. Biểu diễn theo toán học

$$x(n) = \begin{cases} \text{biểu thức toán học} & N_1 \leq n \leq N_2 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

- **Ví dụ:**

$$x(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{4} & 0 \leq n \leq 4 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$

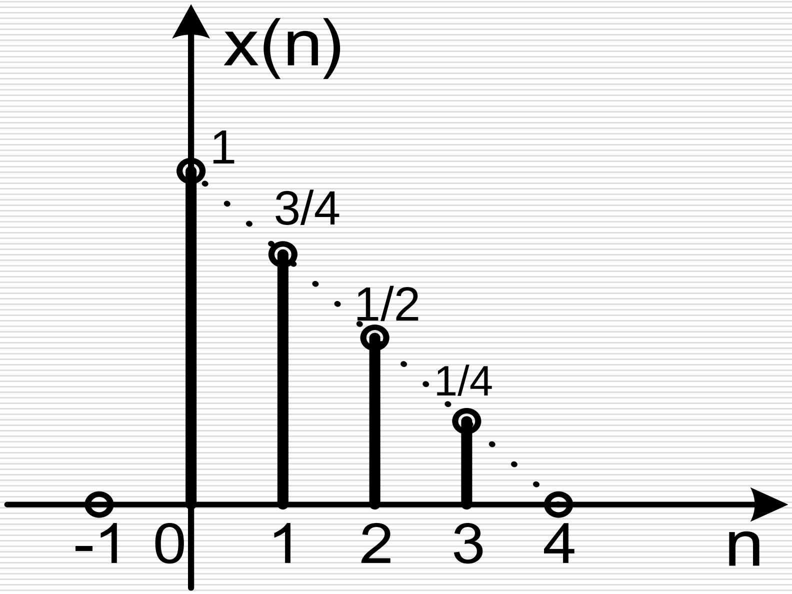
Ở đây ta thấy x(0)=1; x(1)=3/4; x(2)=1/2; x(3)=1/4; x(4)=0.

1.1. BIỂU DIỄN TÍN HIỆU RỜI RẠC(TT)

b. Biểu diễn bằng đồ thị

Cách biểu diễn này cho ta cách nhìn trực quan về một tín hiệu rời rạc

- **Ví dụ:**



1.1. BIỂU DIỄN TÍN HIỆU RỜI RẠC(TT)

c. Biểu diễn bằng dãy số

$$x(n) = \left\{ \dots, x(n-1), \underset{\vec{0}}{x}(n), x(n+1), \dots \right\}$$

- Lưu ý: ta phải có mốc đánh dấu để thể hiện điểm bắt đầu
- Do cách biểu diễn này, ta còn gọi *tín hiệu rời rạc* là *dãy*
  Ví dụ: Biểu diễn bằng dãy số theo dãy như sau:

$$x(n) = \left\{ \underset{\vec{0}}{1}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right\}$$

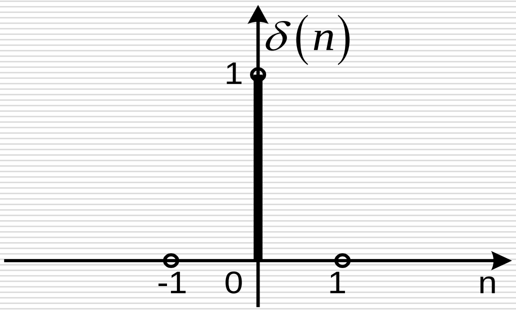
Ta thấy, cả ba ví dụ trên đều biểu diễn một tín hiệu.

1.1.2. Một số dãy cơ bản (Tín hiệu rời rạc cơ bản)

a. Dãy xung đơn vị:

Trong miền n, dãy xung đơn vị được định nghĩa:

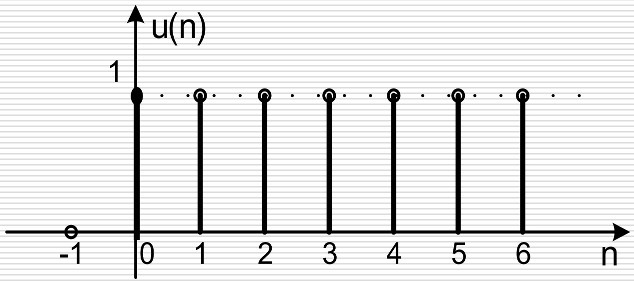
$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq \end{cases}$$



b. Dãy nhảy đơn vị

Trong miền n, dãy nhảy đơn vị được định nghĩa:

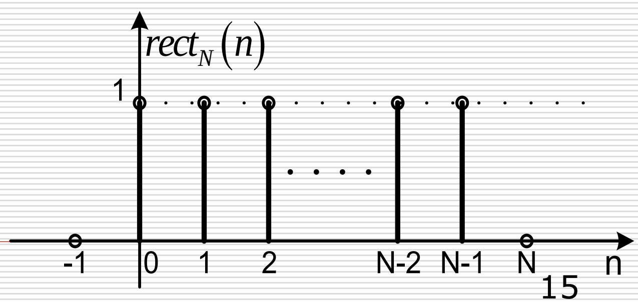
$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$



c. Dãy chữ nhật:

Trong miền n, dãy chữ nhật được định nghĩa:

$$rect_N(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & n \text{ còn lai} \end{cases}$$

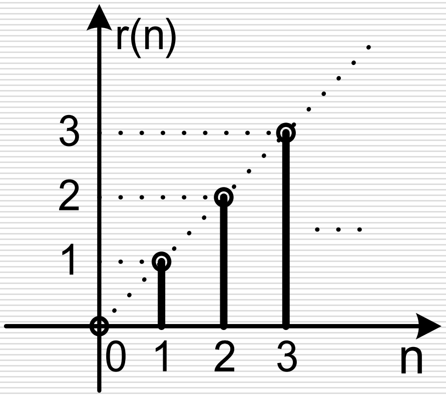


1.1.2. Một số dãy cơ bản (Tín hiệu rời rạc cơ bản)(tt)

d. Dãy dốc đơn vị:

Trong miền n, dãy dốc đơn vị được định nghĩa:

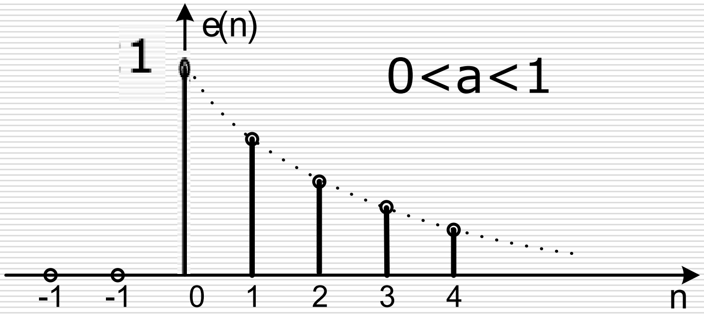
$$r(n) = \begin{cases} n & n \geq 0 \\ 0 & n \text{ còn lai} \end{cases}$$



e. Dãy hàm mũ:

Trong miền n, dãy hàm mũ được định nghĩa:

$$e(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n \text{ còn lai} \end{cases}$$



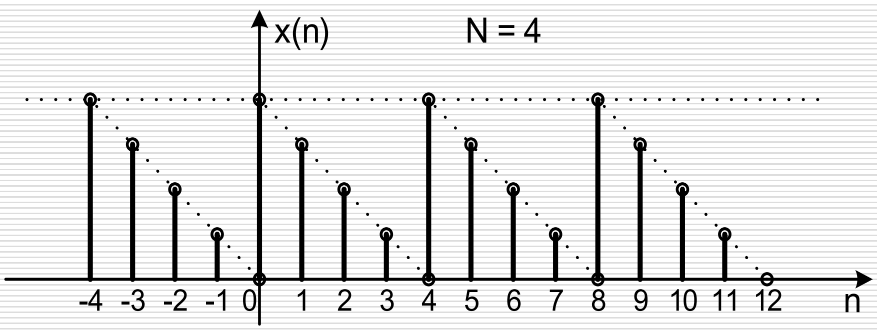
1.1.3. Một số định nghĩa

a. Dãy tuần hoàn:

Một dãy x(n) là tuần hoàn với chu kỳ N nếu thỏa mãn điều kiện sau đây:

x(n) = x (n + N)= x (n + lN)

Khi cần nhấn mạnh tính tuần hoàn, người ta ký hiệu dấu ~ phía trên. Ký hiệu: $\tilde{x}(n)_N$

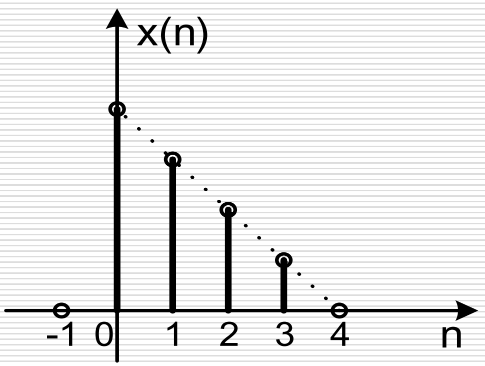


b. Dãy có chiều dài hữu hạn:

Một dãy được xác định với số hữu hạn N mẫu ta gọi là dãy có chiều dài hữu hạn với N là chiều dài của dãy.

L: Toán tử chiều dài

L[x(n)] = [0, 3] = 4



1.1.3. Một số định nghĩa (tt)

c. Năng lượng của dãy:

Năng lượng của một dãy x(n) được định nghĩa: $E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$

Ví dụ: $E_{x_1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\delta(n)|^2 = 1$ Dãy có năng lượng hữu hạn

$E_{x_2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |rect_N(n)|^2 = N$ Dãy có năng lượng hữu hạn

$E_{x_3} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |u(n)|^2 = \infty$ Dãy có năng lượng vô hạn (không tồn tại thực tế)

d. Công suất trung bình của một tín hiệu

Công suất trung bình của một tín hiệu được định nghĩa:

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2 \quad \Leftrightarrow \quad P \equiv \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} E_N$$

1.1.3. Một số định nghĩa (tt)

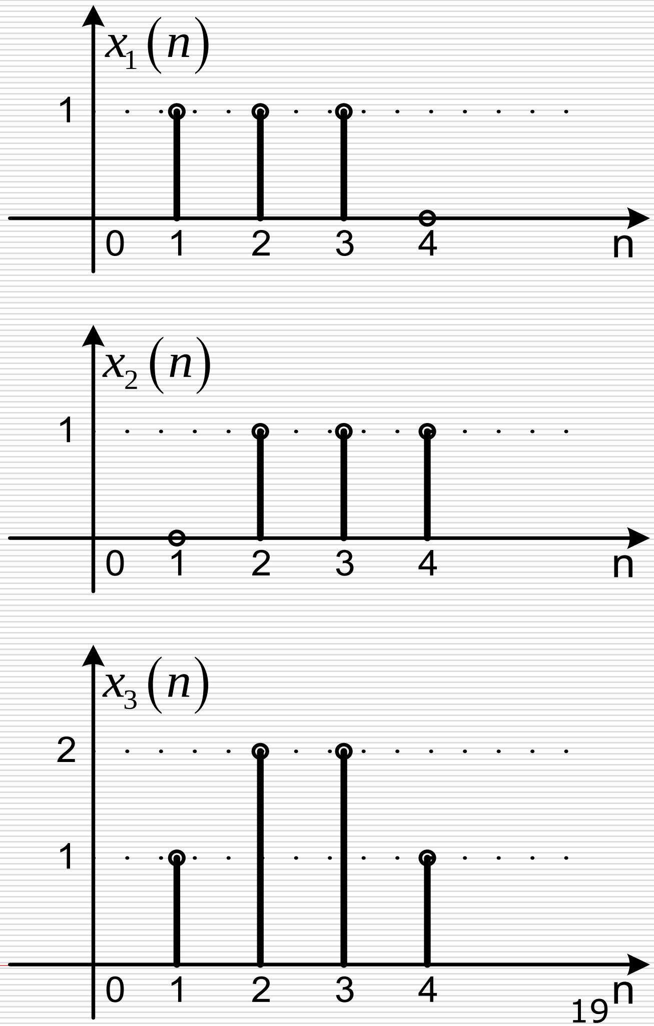
e. Tổng của 2 dãy:

Tổng của 2 dãy nhận được bằng cách cộng từng đôi một các giá trị mẫu đối với cùng một trị số của biến độc lập.

Ví du:

Hãy thực hiện phép cộng:

$$x_3(n) = x_1(n) + x_2(n)$$

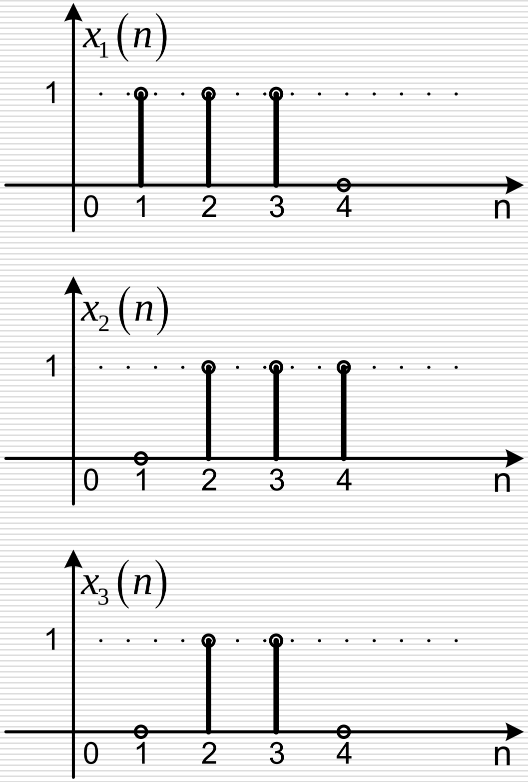


1.1.3. Một số định nghĩa (tt)

f. Tích của 2 dãy:
Tích của 2 dãy nhận được bằng cách nhân từng đôi một các giá trị mẫu đối với cùng một trị số của biến độc lập

Ví dụ: Hãy thực hiện

$$x_3(n) = x_1(n).x_2(n)$$



g. Tích với hằng số:
Tích của một dãy với các hằng số nhận được bằng cách nhân tất cả các giá trị mẫu của dãy với hằng số đó.

1.1.3. Một số định nghĩa (tt)

h. Trễ: dãy $x_2(n)$ là dãy lặp lại trễ của dãy $x_1(n)$ nếu:

$$x_2(n) = x_1(n - n_0) \qquad n_0 \text{ : nguyên}$$

Ví dụ: một tín hiệu x(n) được mô tả như sau:

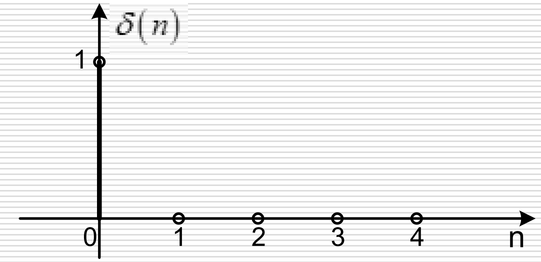
$$x(n) = \delta(n) + \frac{3}{4}\delta(n-1) + \frac{1}{2}\delta(n-2) + \frac{1}{4}\delta(n-3)$$

KL: Một dãy x(n) bất kỳ đều có thể biểu diễn dưới dạng sau đây:

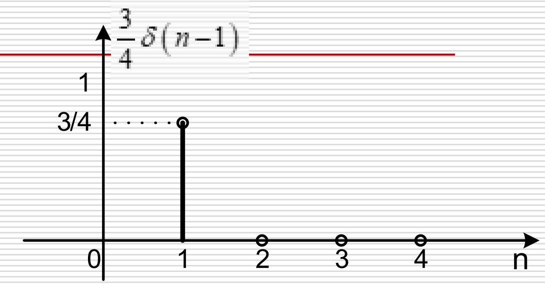
$$\boxed{x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).\delta(n-k)}$$

Chú ý: x(k) là giá trị x(n) tại thời điểm n = k, do vậy về mặt bản chất x(k) và x(n) khác nhau (n là biến thời gian rời rạc, k là chỉ số), nhưng về mặt thể hiện x(n) và x(k) là như nhau.

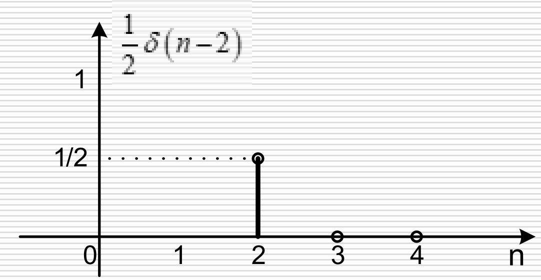
$\delta(n)$



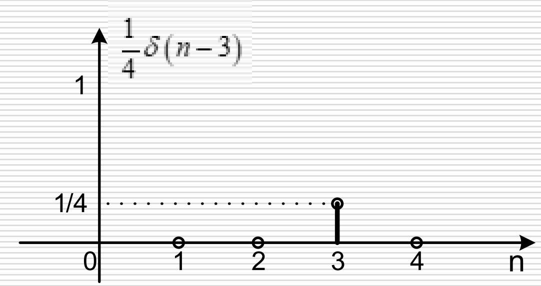
$\frac{3}{4}\delta(n-1)$



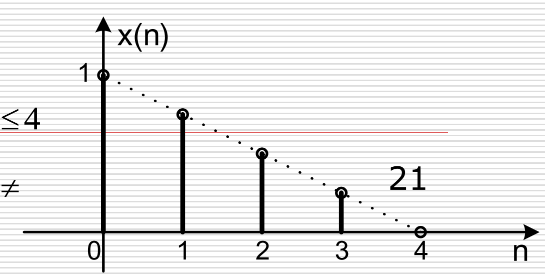
$\frac{1}{2}\delta(n-2)$



$\frac{1}{4}\delta(n-3)$



$$x(n) = \begin{cases} 1 - \frac{n}{4} & 0 \le n \le 4 \\ 0 & n \ne \end{cases}$$



1.2. CÁC HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH BẤT BIẾN
1.2.1. Các hệ thống tuyến tính

a. Một số khái niệm.

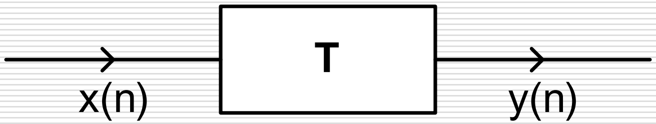
- Kích thích và đáp ứng:

  + Dãy vào của hệ thống được gọi là kích thích

  + Dãy ra được gọi là đáp ứng của hệ thống ứng với kích thích đang khảo sát

- Toán tử T

  + Một hệ thống tuyến tính đặc trưng bởi toán tử T làm nhiệm vụ biến đổi dãy vào thành dãy ra.



$$T\left[x(n)\right] = y(n)$$

b. Hệ thống tuyến tính:

Đối với các hệ thống tuyến tính toán tử T phải tuân theo nguyên lý xếp chồng, tức là phải tuân theo quan hệ sau đây:

$$T\left[a.x_1(n) + b.x_2(n)\right] = a.T\left[x_1(n)\right] + b.T\left[x_2(n)\right]$$

$$= a.y_1(n) + b.y_2(n)$$

1.2.1 CÁC HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH (tt)

c. Đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính:

Trong hệ thống ta có biểu diễn của tín hiệu đầu vào:

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).\delta(n-k)$$

Thực hiện biến đổi theo toán tử T ta xác định y(n):

$$y(n) = T[x(n)] = T\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).\delta(n-k)\right] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).T[\delta(n-k)]$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h_k(n) \qquad h_k(n) = T[\delta(n-k)]$$

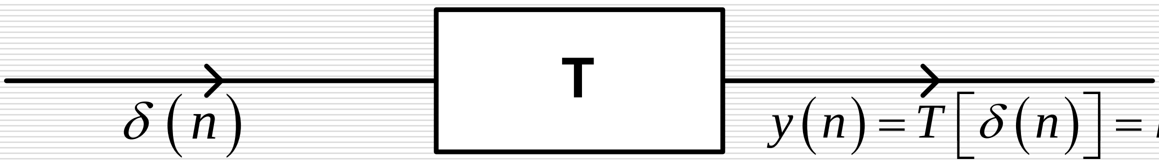
$h_k(n)$ được gọi là đáp ứng xung.

Đáp ứng xung đặc trưng hoàn toàn cho hệ thống thay cho toán tử T.

1.2.2 . Các hệ thống tuyến tính bất biến

a. Định nghĩa:
Nếu y(n) là đáp ứng với kích thích x(n) thì hệ thống được gọi là bất biến nếu y(n - k) là đáp ứng với kích thích x(n - k).

b. Phép chập (convolution):

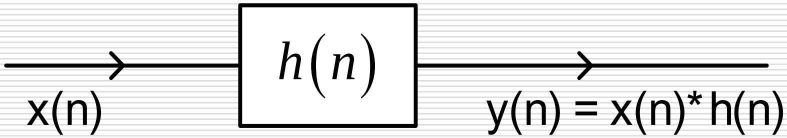


$$\delta(n) \qquad y(n) = T[\delta(n)] = h(n)$$

$$\delta(n-k) \qquad T[\delta(n-k)] = h(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(n-k)$$

$$y(n) = x(n) * h(n)$$



Dấu hoa thị (*) ký hiệu phép chập.

Như vậy, đáp ứng ra của hệ thống TTBB sẽ bằng dãy vào chập với đáp ứng xung.

Phương pháp tính phép chập

Về nguyên tắc ta phải tính y(n) = x(n) * h(n) theo cách tìm từng giá trị y(n) ứng với từng giá trị n cụ thể từ n = - ∞ đến n = ∞.

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(n-k) \qquad (n: -\infty \rightarrow \infty)$$

n = 0 $\Rightarrow$ $y(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(0-k)$

n = 1 $\Rightarrow$ $y(1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(1-k)$

n=2 ..... Cứ thay vào như vậy về nguyên tắc ta phải tính đến giá trị n = ∞.
Đối với các giá trị n < 0 ta cũng phải tính lần lượt:

n = -1 $\Rightarrow$ $y(-1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(-1-k)$

n = -2 và phải tính đến giá trị n = - ∞
Tập hợp các giá trị tìm được ta có kết quả phép chập y(n) cần tìm.

Các bước tính phép chập bằng đồ thị

- *Bước 1:* Đổi biến n thành biến k, x(n) -> x(k), h(n) -> h(k), cố định x(k)
- *Bước 2:* Quay h(k) đối xứng qua trục tung để thu được h(-k), tức h(0-k) ứng với n=0.
- *Bước 3:* Dịch chuyển h(-k) theo từng giá trị n, nếu n>0 dịch chuyển về bên phải, nếu n<0 dịch chuyển về phía trái ta thu được h(n-k).
- *Bước 4* Thực hiện phép nhân x(k).h(n-k) theo từng mẫu đối với tất cả các giá trị của k.
- *Bước 5* Cộng các giá trị thu được ta có một giá trị của y(n), tổng hợp các kết quả ta có dãy y(n) cần tìm.
- ***Lưu ý:*** ta có thể cố định h(k) rồi lấy đối xứng x(k) qua trục tung rồi tiến hành các bước như trên kết quả sẽ không thay đổi do phép chập có tính chất giao hoán.

Ví dụ tính phép chập bằng đồ thị

- Cho một HTTTBB có: $x(n) = rect_5(n)$

$$h(n) = \begin{cases} 1 - \dfrac{n}{4} & 0 \le n \le 4 \\ 0 & n \text{ còn lai} \end{cases}$$

Hãy tìm đáp ứng ra của hệ thống y(n)?

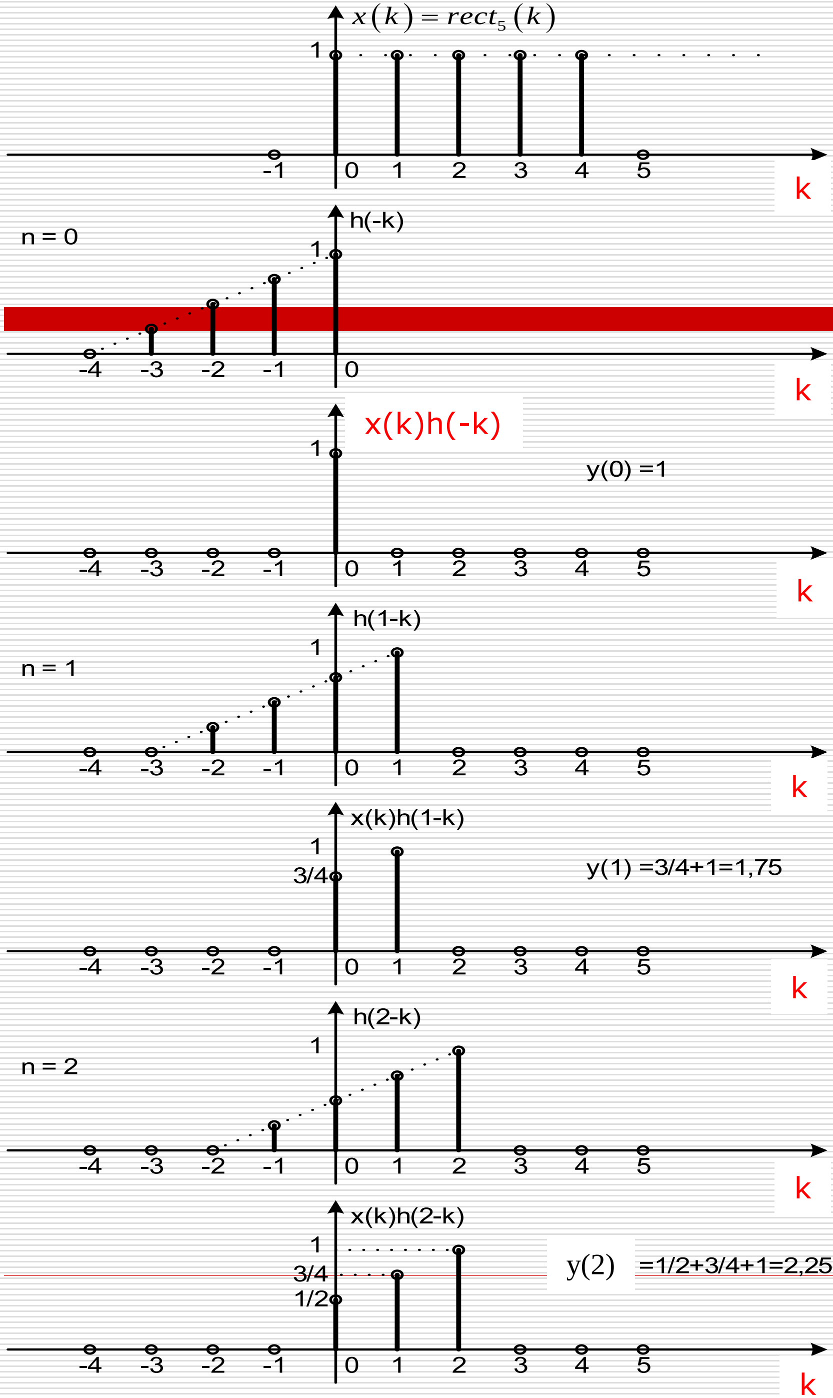
- **Giải:**

Ta thực hiện theo phương pháp tính phép chập bằng đồ thị:

+ Đổi biến n thành biến k

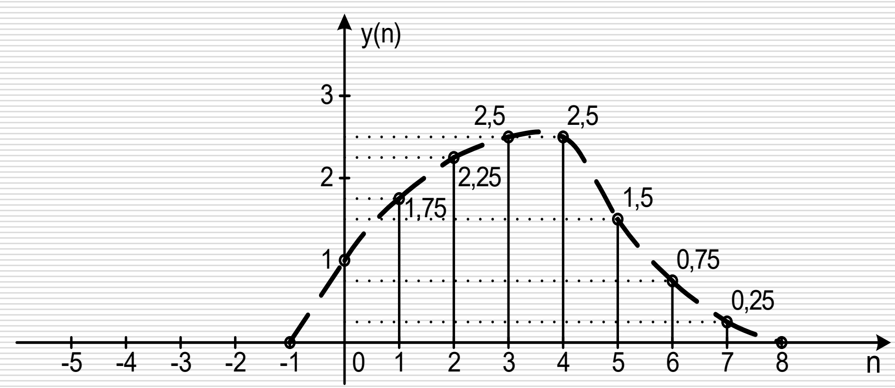
+ Giữ nguyên x(k), lấy đối xứng h(k) thành h(-k)

+ Dịch h(-k) sang trái (n<0) hoặc sang phải (n>0) theo từng mẫu, sau đó tính từng giá trị của y(n) ứng với từng n cụ thể như đồ thị sau.



y(0) = 1	y(5) = 1,5
y(1)=1,75	y(6) = 0,75
y(2)=2,25	y(7) = 0,25
y(3) = 2,5	y(8) = 0
y(4) = 2,5	y(-1) = 0

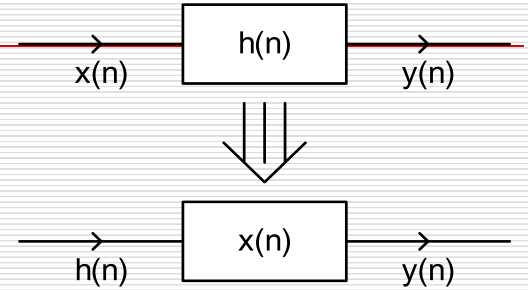
Dựa vào kết quả tính toán, ta vẽ được đáp ứng ra của hệ thống:



Các tính chất của phép chập

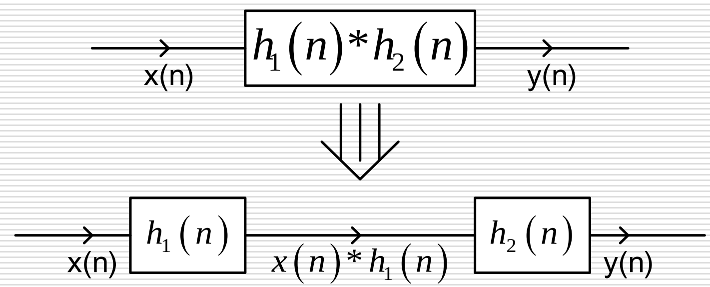
Tính giao hoán:

$$y(n) = x(n) * h(n) = h(n) * x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k)$$



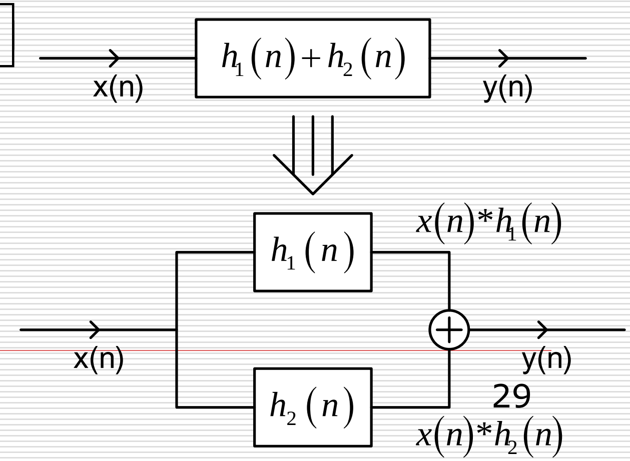
Tính kết hợp:

$$y(n) = x(n) * \left[h_1(n) * h_2(n)\right] = \left[x(n) * h_1(n)\right] * h_2(n)$$



Tính phân phối (chập và cộng):

$$y(n) = x(n) * \left[h_1(n) + h_2(n)\right] = \left[x(n) * h_1(n)\right] + \left[x(n) * h_2(n)\right]$$



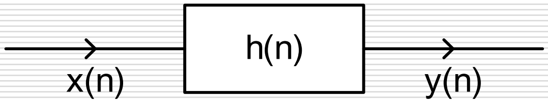
1.2.3 Hệ thống tuyến tính bất biến và nhân quả

Định nghĩa: Một hệ thống tuyến tính bất biến được gọi là nhân quả nếu đáp ứng ra của nó ở thời điểm bất kỳ $n = n_0$ hoàn toàn độc lập với kích thích của nó ở các thời điểm tương lai, $n > n_0$.

Đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính bất biến và nhân quả:

Định lý: Đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính bất biến và nhân quả phải bằng 0 với n < 0 (h(n) = 0 với mọi n <0)

- Một dãy nhân quả x(n) nếu x(n) = 0 với n < 0.



Tính phép chập cua HT TTBB nhân quả:

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k).h(n-k)$$

- Nếu x(n) nhân quả: $$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k).h(n-k)$$

  x(k) ≠ 0 khi k ≥ 0

- Nếu h(n) nhân quả: h(n) ≠ 0 khi n ≥ 0:
  Vì h(n – k) ≠ 0 ; (n – k) ≥ 0 ⇒

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(k).h(n-k)$$

1.2.4. Hệ thống tuyến tính bất biến và ổn định

Định nghĩa: Một hệ thống tuyến tính bất biến gọi là ổn định nếu ứng với dãy vào bị chặn ta cũng có dãy ra bị chặn (biên độ bị hạn chế)

$$|x(n)| < \infty \rightarrow |y(n)| < \infty$$

Hệ thống này còn được gọi là hệ thống BIBO (Bounded Input Bounded Output)

Định lý về hệ thống ổn định:

Một HTTTBB được gọi là ổn định nếu và chỉ nếu đáp ứng xung h(n) của nó thoả mãn điều kiện sau đây:

$$\boxed{S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty}$$

Xét sự ổn định của các hệ thống có đáp ứng xung sau:

$$h_1(n) = u(n) \qquad S_1 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_1(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |1| = \infty$$

$\rightarrow$ không ổn định

$$h_2(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \qquad S_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h_2(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} a^n$$

nếu |a| < 1 $\rightarrow$ ổn định

nếu |a| ≥ 1 $\rightarrow$ không ổn định

1.4. PHƯƠNG TRÌNH SAI PHÂN TUYẾN TÍNH HỆ SỐ HẰNG

Một HTTT bất biến về mặt toán học được mô tả bởi một phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng dạng tổng quát sau đây:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

a_k, b_r: hệ số hằng.
N: Bậc của phương trình

$$\Leftrightarrow \qquad y(n) = \sum_{r=0}^{M} \frac{b_r}{a_0} x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} \frac{a_k}{a_0} y(n-k)$$

a_0= 1, thì $\qquad y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$

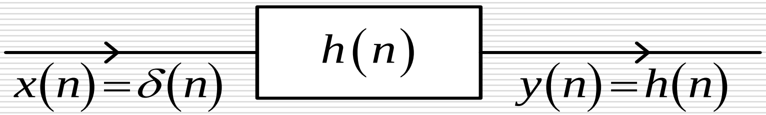
a_k, b_r đặc trưng cho hệ thống, tương đương với đáp ứng xung h(n)

Có hai phương pháp giải PTSP:
- Phương pháp thế

$$x(n)=\delta(n) \longrightarrow \boxed{h(n)} \longrightarrow y(n)=h(n)$$

- Phương pháp tìm nghiệm tổng quát: giải phương trình tìm nghiệm thuần nhất,nghiệm riêng rồi xác định nghiệm tổng quát.

VD:Cho phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng y(n) = Ay(n-1) + x(n). Hãy tìm đáp ứng xung h(n) của PTSP đã mô tả với điều kiện: y(-1) = 0.



Thay vào các giá trị của n

n = 0:

$$h(0) = Ah(-1) + \delta(0) = 0 + 1$$

$h(0) = 1$ (Do h(-1)=y(-1)=0)

n = 1:

$$h(1) = Ah(0) + \delta(1) = A.1 + 0$$

$h(1) = A$

n = 2:

$$h(2) = Ah(1) + \delta(2) = A.A + 0$$

$h(2) = A^2$

n = 3:

$$h(3) = Ah(2) + \delta(3) = A.A^2 + 0$$

$h(3) = A^3$

....

Cứ thế tiếp tục ta có:

$$h(n) = \begin{cases} A^n & n \geq 0 \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

1.5. CÁC HỆ THỐNG KHÔNG ĐỆ QUY VÀ ĐỆ QUY

1.5.1. Các hệ thống không đệ qui

Từ phương trình sai phân tổng quát:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

Trong trường hợp đặc biệt cho N = 0 thì:

$$a_0 y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

$a_0 = 1$:

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

Định nghĩa: Một HTTT bất biến được mô tả bởi phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc 0 được gọi là hệ thống không đệ qui.

Nhận xét:

$y(n) = F\left[x(n), x(n-1), ..., x(n-M)\right]$ phụ thuộc vào đầu vào ở thời điểm hiện tại và các thời điểm quá khứ.

- Hệ thống không đệ qui chính là hệ thống có đáp ứng xung chiều dài hữu hạn. Ký hiệu FIR (Finite-Duration Impulse Response)
- Hệ thống FIR luôn luôn ổn định $\rightarrow$ là đặc điểm ưu việt nhất của hệ thống này nên hay dùng trong đa số mạch điện.

1.5.2. Hệ thống đệ qui

Phương trình sai phân: $$\sum_{k=0}^{N} a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)$$

Nếu N > 0, a_0 = 1: $$y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) - \sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

Định nghĩa: Một HTTTBB được mô tả bởi phương trình sai phân bậc N > 0 được gọi là hệ thống đệ qui.

Nhận xét:

$$y(n) = F\left[x(n), x(n-1), ..., x(n-M), y(n-1), y(n-2), ..., y(n-N)\right]$$

Trong trường hợp này đầu ra (đáp ứng hệ thống) không những chỉ phụ thuộc vào đầu vào ở các thời điểm hiện tại và quá khứ, mà còn phụ thuộc vào đầu ra ở các thời điểm quá khứ.

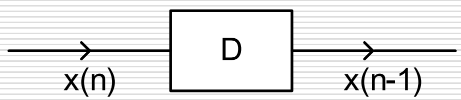
N >0 , M = 0: ta có hệ thống đệ qui thuần túy

1.6. THỰC HIỆN HỆ THỐNG

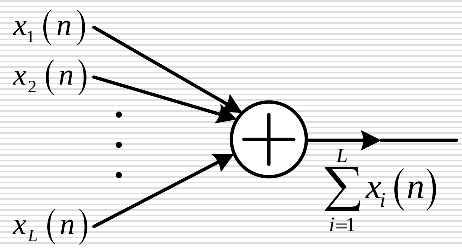
1.6.1. Các phần tử thực hiện

Có 3 phần tử chính để thực hiện hệ thống trong miền rời rạc như sau:

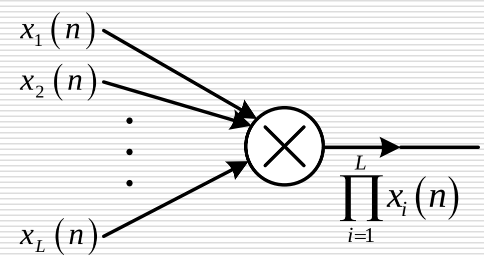
+ Phần tử trễ



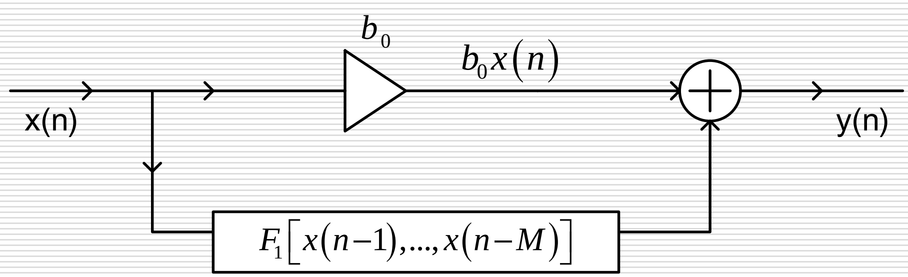
+ Phần tử cộng



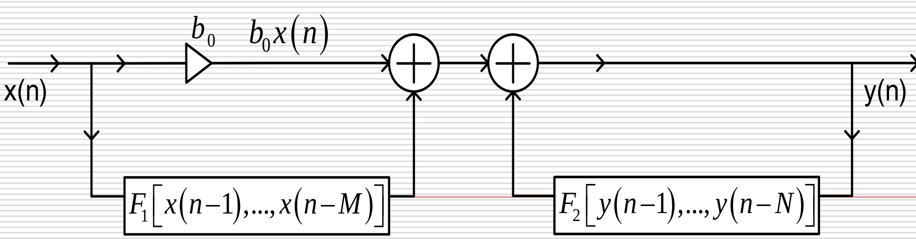
+ Phần tử nhân



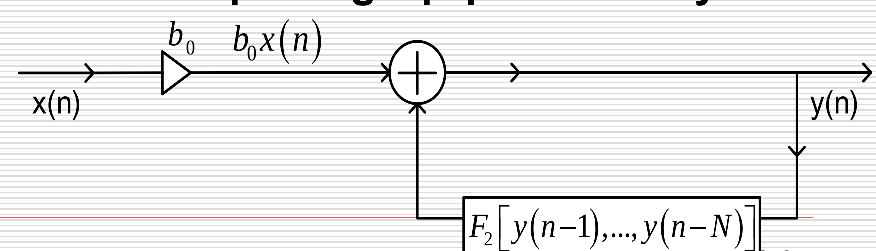
Hệ thống không đệ qui



Hệ thống đệ qui



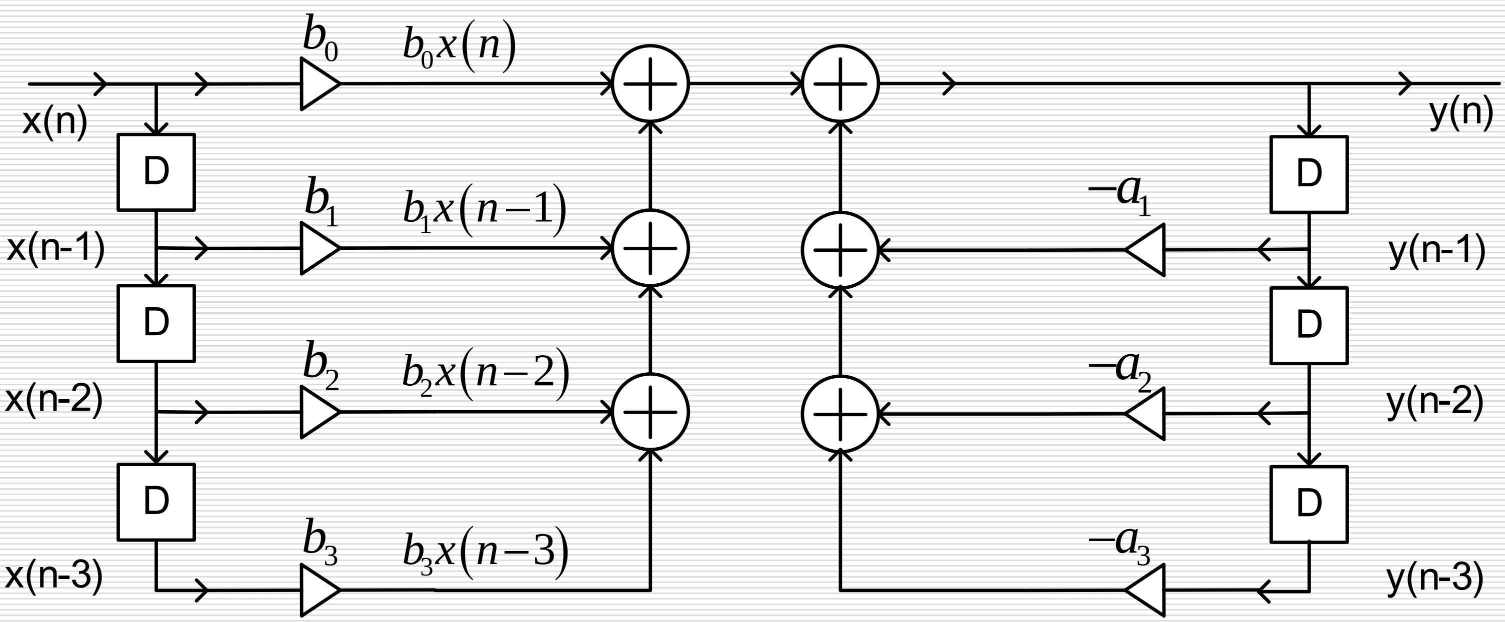
Hệ thống đệ qui thuần túy



Ví dụ thực hiện hệ thống

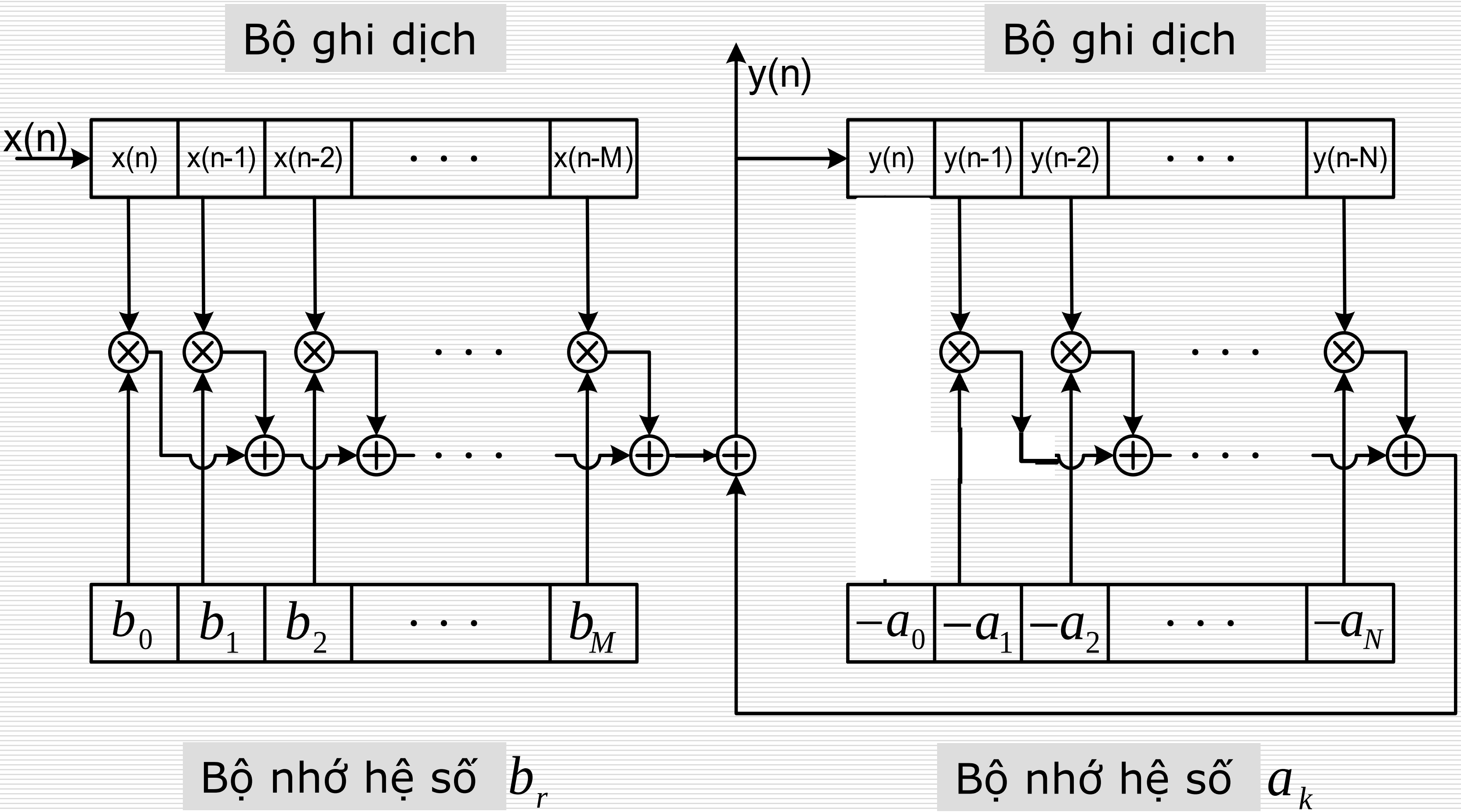
Hãy biểu diễn HTTTBB được mô tả bằng phương trình sai phân sau đây:

$$y(n) = b_0 x(n) + \sum_{r=1}^{3} b_r x(n-r) + \sum_{k=1}^{3} (-a_k) y(n-k)$$



$$y(n)=\sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r)-\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)$$

Thực hiện hệ thống bằng phần cứng



1.7 TƯƠNG QUAN TÍN HIỆU

Phép tương quan thường dùng để so sánh nhận biết các tín hiệu, phân biệt tín hiệu với nhiễu, phát hiện vật thể,... rất hay dùng trong các tín hiệu Radar dùng trong quân sự, có hai loại tương quan:

Tương quan chéo:

Tương quan chéo giữa tín hiệu x(n) với y(n) (một trong hai tín hiệu phải có năng lượng hữu hạn) được định nghĩa như sau:

$$R_{xy}(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m).y(m-n)$$

Tự tương quan:

Trong phép tương quan chéo khi x(n) $\equiv$ y(n) ta có phép tự tương quan của tín hiệu x(n) với chính nó và được định nghĩa như sau:

$$R_{xx}(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m).x(m-n)$$

1.7 TƯƠNG QUAN TÍN HIỆU (tiếp)

Sự tương quan là một công cụ rất hữu dụng:

- ✓ để phát hiện các tín hiệu bị sửa đổi bởi nhiễu cộng ngẫu nhiên
- ✓ để đo trễ thời gian giữa hai tín hiệu
- ✓ xác định đáp ứng xung của một hệ thống
- ✓ và nhiều thứ khác...

Sự tương quan thường được sử dụng trong radar, xô na (hệ thống phát hiện tàu ngầm), truyền thông số và các lĩnh vực kỹ thuật khác. Ví dụ, trong các ứng dụng radar và xô na, tín hiệu nhận được được phản xạ từ vật thể mục tiêu là phiên bản trễ của tín hiệu phát đi. Nhờ đo trễ round-trip (khứ hồi) bằng hàm tương quan thích hợp, radar và xô na có thể xác định được khoảng cách tới vật thể.

Tổng kết

1. Định lý lấy mẫu
2. Phân loại tín hiệu, hệ thống xử lý tín hiệu
3. Cách biểu diễn tín hiệu rời rạc
4. Các tín hiệu (dãy) cơ bản
5. Các phép toán cơ bản
6. Các khái niệm cơ bản
7. Hệ thống tuyến tính bất biến. Đáp ứng xung h(n)
8. Phép chập
9. Hệ thống TTBB nhân quả, tín hiệu nhân quả
10. Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng
11. Thực hiện hệ thống
12. Tương quan tín hiệu