



# XỬ LÝ TÍN HIỆU SỐ

## Chương 5. Tổng hợp bộ lọc số

# Giới thiệu

- ▷ Định nghĩa bộ lọc số:  
Một hệ thống dùng làm biến dạng sự phân bố tần số của các thành phần của một tín hiệu theo các chỉ tiêu đã cho được gọi là bộ lọc số.
- ▷ Hệ thống trong miền  $n$ :  $y(n) = x(n) * h(n)$ 
  - $h(n)$  là đáp ứng xung của hệ thống.
- ▷ Biểu diễn trong miền  $z$ :  $Y(z) = X(z) \times H(z)$ 
  - $H(z)$  là hàm truyền đạt của hệ thống
- ▷ Biểu diễn trong miền tần số  $\omega$ :  $Y(\omega) = X(\omega) \times H(\omega)$ 
  - $H(\omega)$  là đáp ứng tần số của hệ thống

# Nhận xét

- ▷ Việc phân bố theo tần số của biên độ và pha của kích thích vào  $x(n)$  bị thay đổi tùy theo dạng của  $H(\omega)$ .
- ▷ Khi thay đổi  $H(\omega)$  sẽ nhận được đầu ra mong muốn – Đây chính là THIẾT KẾ BỘ LỌC SỐ.
- ▷ Các tiêu chí khi thiết kế bộ lọc số:
  - Phải là hệ thống tuyến tính bất biến
  - Có đáp ứng tần số mong muốn
  - Có thể thực hiện về mặt vật lý: nhân quả và ổn định
- ▷ Có 2 loại bộ lọc số:
  - Bộ lọc có chiều dài hữu hạn FIR (số hệ số của đáp ứng xung là hữu hạn).
  - Bộ lọc có chiều dài vô hạn IIR (số hệ số của đáp ứng xung là hữu hạn).

# BỘ LỘC SỔ FIR

# Các phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

- ▷ Phương pháp biến đổi Fourier
- ▷ Phương pháp cửa sổ (window)
- ▷ Phương pháp lấy mẫu tần số
- ▷ Phương pháp Least Square Error (bộ lọc FIR pha tuyến tính độ gợn sóng cân bằng)

## Bộ lọc có đáp ứng xung hữu hạn - FIR

- ▷ Bộ lọc FIR được xác định bởi phương trình sau:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i)$$

- ▷  $b_i$  là hệ số bộ lọc FIR và N là chiều dài bộ lọc.
- ▷ Áp dụng biến đổi z ta được:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N-1} z^{N-1}$$

# Bộ lọc FIR pha tuyến tính

- ▷ Đáp ứng tần số pha tuyến tính là một trong những đặc tính quan trọng nhất của bộ lọc FIR.

- Đáp ứng tần số của bộ lọc FIR biểu diễn theo độ lớn và pha:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega}) e^{j\theta(\omega)}$$

- $\theta(\omega)$  tuyến tính nên giả sử có dạng sau:

$$\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$$

- ▷ Một bộ lọc FIR nói chung không có pha tuyến tính nhưng đặc tính này được thỏa mãn khi:

$$h(n) = \pm h(N - 1 - n)$$

$$h(n) = h(N - 1 - n) - \text{đáp ứng xung đối xứng}$$

$$h(n) = -h(N - 1 - n) - \text{đáp ứng xung phản đối xứng}$$

# Đáp ứng tần số của bộ lọc FIR pha tuyến tính



## Bộ lọc FIR pha tuyến tính

- Đáp ứng tần số của bộ lọc FIR biểu diễn theo độ lớn và pha:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega}) e^{j\theta(\omega)}$$

- $\theta(\omega)$  tuyến tính nên giả sử có dạng sau:

$$\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$$

- Có thể phân chia thành 4 loại bộ lọc FIR:
  - Loại 1: dãy đối xứng có chiều dài lẻ
  - Loại 2: dãy đối xứng có chiều dài chẵn
  - Loại 3: dãy phản đối xứng có chiều dài lẻ
  - Loại 4: dãy phản đối xứng có chiều dài chẵn

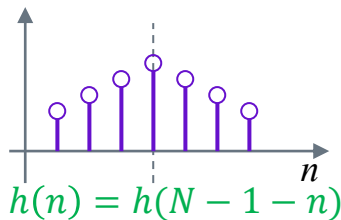
# Các loại bộ lọc FIR pha tuyến tính

Chiều dài lẻ

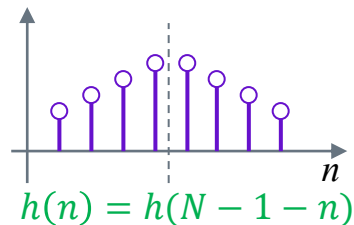
Chiều dài chẵn

Đối xứng

Loại 1

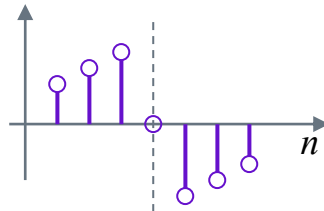


Loại 2

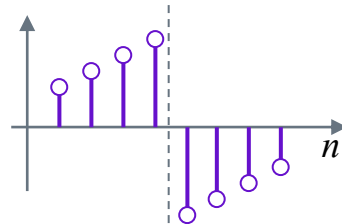


Phản đối xứng

Loại 3



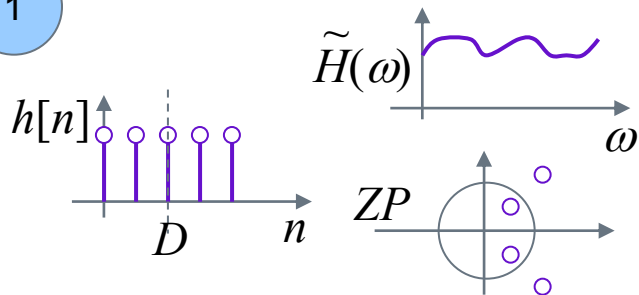
Loại 4



Đối xứng

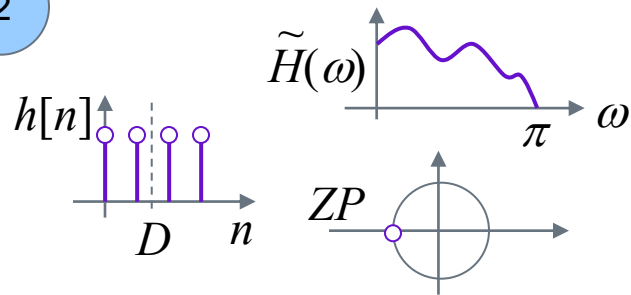
Chiều dài lẻ

1



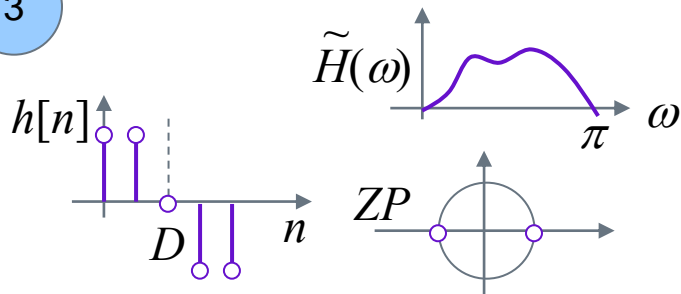
Chiều dài chẵn

2

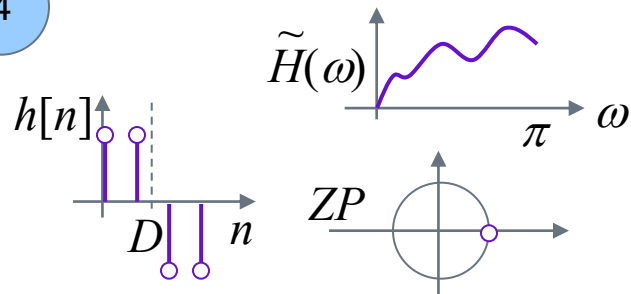


Phản đối xứng

3



4



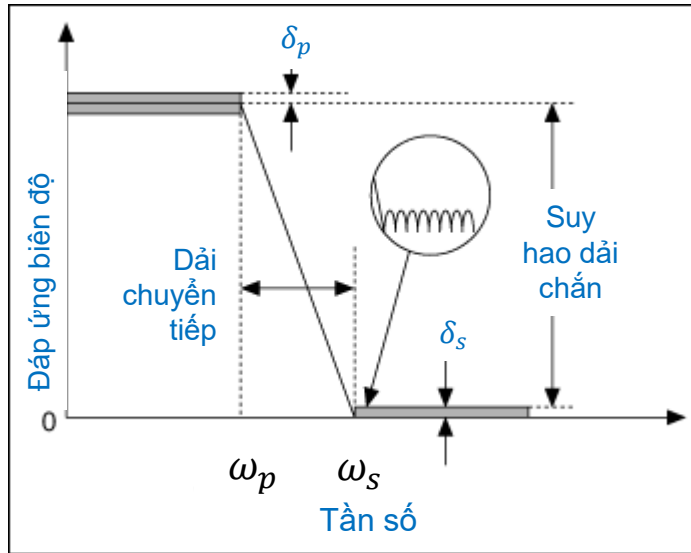
# Một số nhận xét

- ▶ **FIR loại 2**: Đáp ứng tần số luôn bằng 0 tại  $\omega = \pi$  nên không phù hợp cho bộ lọc thông cao.
- ▶ **FIR loại 3**: đáp ứng tần số luôn bằng 0 tại  $\omega = 0, \pi$  nên không phù hợp cho việc thiết kế bộ lọc thông cao và thông thấp.
- ▶ **FIR loại 4**: đáp ứng tần số luôn bằng 0 tại  $\omega = 0$  nên không phù hợp cho việc thiết kế bộ lọc thông thấp.
- ▶ **FIR loại 1**: đáp ứng tần số khác 0 tại  $\omega = 0, \pi$  nên có thể sử dụng để thiết kế tất cả các loại bộ lọc.

# Các đặc tính của các bộ lọc thực tế

- ▷ Các bộ lọc lý tưởng là không nhân quả nên không thể thực hiện được về mặt vật lý.
- ▷ Để đảm bảo tính nhân quả thì đáp ứng tần số  $H(\omega)$  phải đảm bảo:
  - Không thể bằng 0 trong một dải tần số, ngoại trừ tại một số điểm hữu hạn.
  - $H(\omega)$  không thể chuyển tiếp đột ngột từ dải thông sang dải chặn.
- ▷ Khi nới lỏng các điều kiện này thì có thể thực hiện các bộ lọc nhân quả sao cho xấp xỉ gần giống với các bộ lọc lý tưởng:
  - Biên độ  $|H(\omega)|$  không nhất thiết phải không đổi trong dải thông và bằng 0 trong dải chặn. Có thể chấp nhận một lượng gợn sóng nhỏ trong cả dải thông và dải chặn.
  - Sự chuyển tiếp của đáp ứng tần số từ dải thông sang dải chặn được xác định bằng vùng (dải) chuyển tiếp.

# Các đặc tính của các bộ lọc thực tế



Chỉ tiêu kỹ thuật bộ lọc

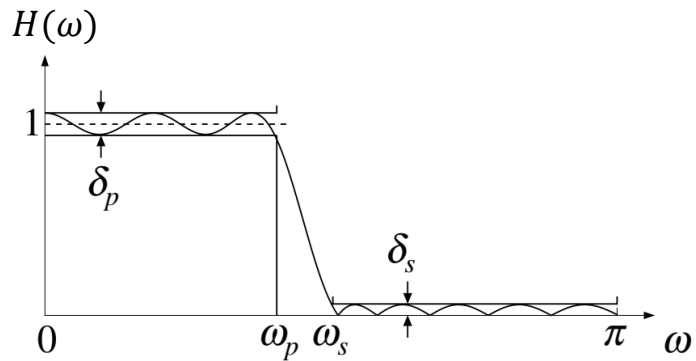
- ▷  $\omega_p$  - **tần số cạnh dải thông**
- ▷  $\omega_s$  - **tần số cạnh dải chắn**
- ▷  $\delta_p$  - **độ gợn dải thông**
- ▷  $\delta_s$  - **độ gợn dải chắn**

Tần số trung tâm:  $\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$

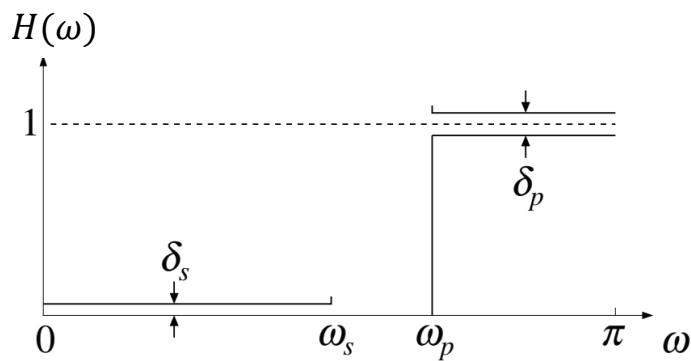
Dải chuyển tiếp:  $\Delta\omega = \omega_s - \omega_p$

Độ gợn dải thông  $a_p = 20\log_{10}(1 + \delta_p)(dB)$

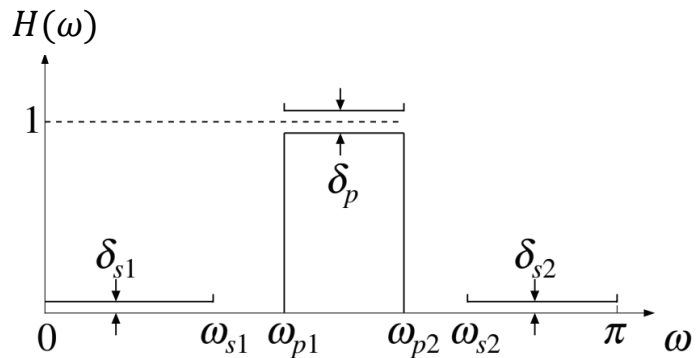
Suy hao dải chắn:  $a_s = -20\log_{10}(\delta_s)(dB)$



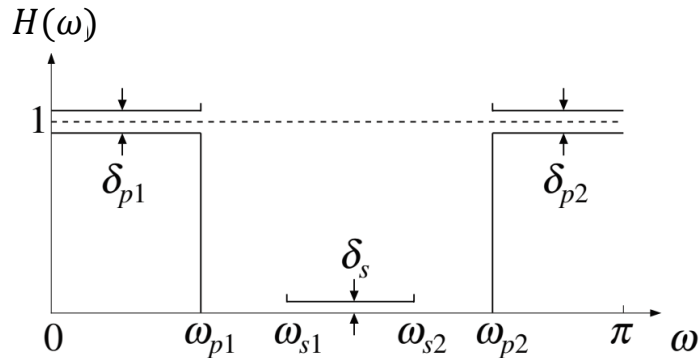
(a)



(b)



(c)



(c)

(a) Bộ lọc thông thấp; (b) Bộ lọc thông cao ; (c) Bộ lọc thông dải; (d) Bộ lọc chắn dải

# Phương pháp thiết kế biến đổi Fourier



## Hàm truyền đạt đã cắt của bộ lọc FIR tiêu chuẩn

- Hàm truyền đạt của bộ lọc FIR:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n} = \dots + h(-2)z^2 + h(-1).z^1 + h(0) + h(1).z^{-1} + h(2).z^{-2} + \dots$$

- Đây là bộ lọc không nhân quả nên trước hết ta sẽ hạn chế chiều dài chuỗi  $h(n)$  thành  $(2M+1)$  hệ số:

$$H(z) = h(M)z^M + \dots + h(1).z^1 + h(0) + h(1).z^{-1} + \dots + h(M).z^{-M}$$

- Do hàm truyền đạt bộ lọc chứa các số hạng có mũ dương của  $z$ , nghĩa là đầu ra bộ lọc phụ thuộc vào đầu vào bộ lọc trong tương lai. Để sửa hàm truyền đạt  $z$  không nhân quả, chúng ta trễ đáp ứng xung đã được cắt  $h(n)$  đi  $M$  mẫu để tạo ra bộ lọc FIR nhân quả như sau:

$$H(z) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{2M}.z^{-2M} \text{ với } b_n = h(n - M); n = 0, 1, \dots, 2M$$

Loại bộ lọc	Đáp ứng xung lý tưởng $h(n)$ (các hệ số FIR không nhân quả)
<b>Lọc thông thấp</b>	$h(n) = \begin{cases} \frac{\omega_c}{\pi}; & n = 0 \\ \frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}; &  n  > 0 \end{cases}$
<b>Lọc thông cao</b>	$h(n) = \begin{cases} 1 - \frac{\omega_c}{\pi}; & n = 0 \\ -\frac{\sin(\omega_c n)}{\pi n}; &  n  > 0 \end{cases}$
<b>Lọc thông dải</b>	$h(n) = \begin{cases} \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\pi}; & n = 0 \\ \frac{1}{\pi n} [\sin(\omega_{c2} n) - \sin(\omega_{c1} n)]; &  n  > 0 \end{cases}$
<b>Lọc chặn dải</b>	$h(n) = \begin{cases} 1 - \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\pi}; & n = 0 \\ \frac{1}{\pi n} [\sin(\omega_{c1} n) - \sin(\omega_{c2} n)]; &  n  > 0 \end{cases}$

Bảng 5.1

Các hệ số bộ lọc FIR nhân quả: dịch  $h(n)$  sang bên phải  $M$  mẫu. Hàm truyền đạt:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{2M} \cdot z^{-2M} \text{ với } b_n = h(n - M); n = 0, 1, \dots, 2M$$

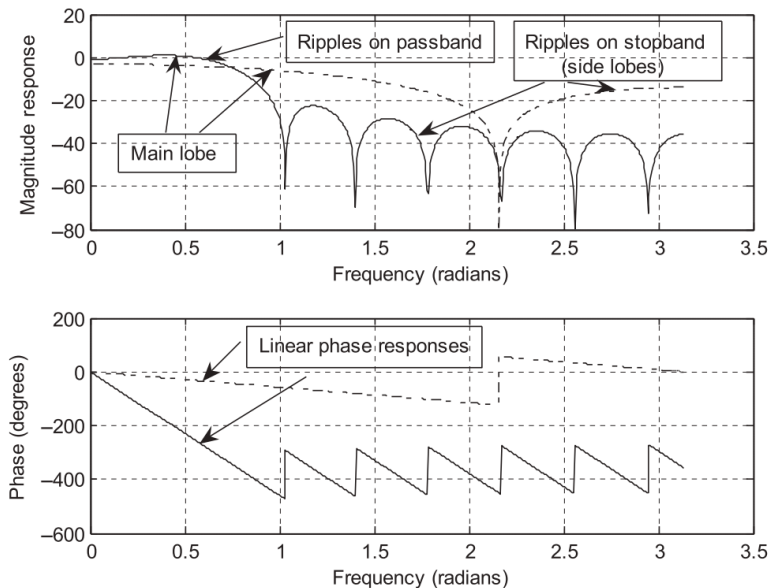
## Quy trình thiết kế biến đổi Fourier

- Chọn tần số cắt, loại bộ lọc cần thiết kế. Tra bảng thông số các bộ lọc lý tưởng, tính các hệ số của đáp ứng xung lý tưởng.
- Dịch các hệ số của đáp ứng xung  $h(n)$  sang bên phải  $M$  mẫu.

# Ví dụ kết quả bộ lọc 17 hệ số và bộ lọc 3 hệ số

Một số nhận xét :

1. Sự dao động (các gợn sóng) xuất hiện trong dải thông và dải chặn của đáp ứng tần số biên độ tạo nên hiệu ứng Gibbs. Gợn sóng Gibbs bắt nguồn từ việc cắt đột ngột đáp ứng xung chiều dài vô hạn (IIR). Để khắc phục vấn đề này, các hàm cửa sổ sẽ được sử dụng và được mô tả trong phần sau.
2. Sử dụng một số lượng lớn hơn các hệ số bộ lọc sẽ tạo ra đặc tính chuyển đổi sắc nét của dải quá độ nhưng có thể gây ra thời gian trễ tăng lên và tăng độ phức tạp tính toán khi thực hiện bộ lọc FIR được thiết kế.
3. Đáp ứng pha là tuyến tính trong dải thông. Điều này nghĩa là tất cả các thành phần tần số của đầu vào bộ lọc trong dải thông bị trễ cùng một lượng thời gian tại đầu ra bộ lọc. *Chú ý rằng chúng ta áp đặt yêu cầu pha tuyến tính, nghĩa là, các hệ số FIR là đối xứng quanh hệ số ở giữa, và bậc bộ lọc FIR là số lẻ. Nếu các phương pháp thiết kế không thể tạo ra hệ số đối xứng hay hệ số phản đối xứng, bộ lọc FIR kết quả sẽ không có đặc tính pha tuyến tính.*



# Phương pháp cửa sổ

# Giới thiệu

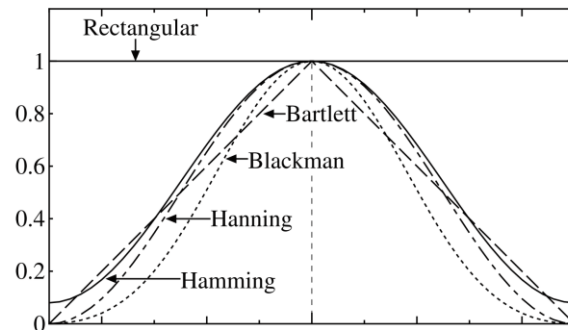
- ▷ Để khắc phục gợn sóng Gibbs trong dải thông và dải chắn của bộ lọc FIR được thiết kế, phương pháp cửa sổ (biến đổi Fourier với hàm cửa sổ) được phát triển .
- ▷ Nhắc lại rằng, gợn sóng Gibbs xuất hiện do việc cắt đột ngột chuỗi hệ số chiều dài vô hạn. Do đó giải pháp là tìm kiếm một hàm cửa sổ đối xứng và có thể giảm từ từ các hệ số FIR xuống 0 tại cả hai đầu của dải. Áp chuỗi cửa sổ vào hệ số bộ lọc được:

$$h_w(n) = h(n) \cdot w(n)$$

- ▷ Ở đó  $w(n)$  tạo nên hàm cửa sổ. Các hàm cửa sổ thông dụng được sử dụng trong thiết kế bộ lọc FIR như sau:

# Thiết kế bộ lọc trong thực tế - Các hàm cửa sổ thông dụng

Loại cửa sổ	Dãy miền thời gian: $h(n); 0 \leq n \leq N - 1$
Chữ nhật	$w(n) = \begin{cases} 1 & \text{với } 0 \leq n \leq N - 1 \\ 0 & \text{với các } n \text{ khác} \end{cases}$
Tam giác (Barlett)	$w(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N-1} & \text{với } 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N-1} & \text{với } \frac{N-1}{2} \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{với các } n \text{ khác} \end{cases}$
Hanning	$w(n) = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & \text{với } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{với các giá trị } n \text{ khác} \end{cases}$
Hamming	$w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & \text{với } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{với các giá trị } n \text{ khác} \end{cases}$
Blackman	$w(n) = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) & \text{với } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{với các giá trị } n \text{ khác} \end{cases}$



# Một số đặc tính của cửa sổ được sử dụng phổ biến

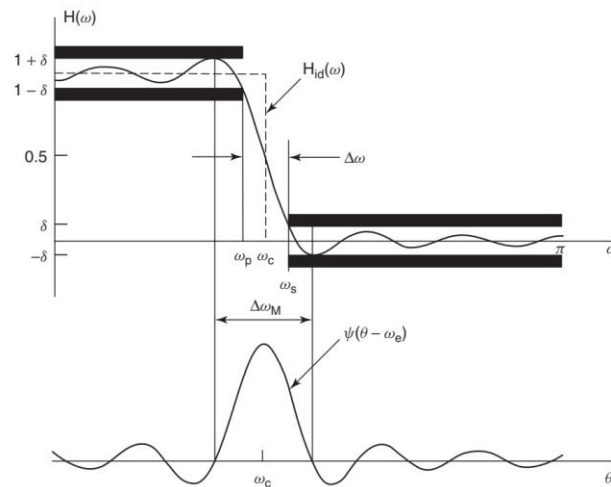
BẢNG 5.2

Loại cửa sổ	$\Delta\omega_M$ Bề rộng đỉnh trung tâm	$a_{sl}$ Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp đầu tiên và biên độ đỉnh trung tâm	$a_s$ Độ suy giảm nhỏ nhất của dải chặn
Chữ nhật	$4\pi/N$	13	21
Tam giác (Barlett)	$8\pi/N$	27	25
Hanning	$8\pi/N$	32	44
Hamming	$8\pi/N$	43	53
Blackman	$12\pi/N$	58	74

$$a_s = -20\log_{10}(\delta_s)(dB)$$

Nhận xét:

- Giá trị độ gọn dải thông và suy hao dải chặn phụ thuộc vào loại bộ lọc.
- Bề rộng đỉnh trung tâm phụ thuộc vào chiều dài bộ lọc.





## Bảng 5.3

Loại cửa sổ	Độ dài cửa sổ theo bề rộng dải quá độ (thực nghiệm)	Độ gọn sóng trong dải thông [dB]	Độ suy giảm dải chặn [dB]
Chữ nhật	$\Delta\omega = 0.9 \times \frac{2\pi}{N}$	0.7416	21
Hanning	$\Delta\omega = 3.1 \times \frac{2\pi}{N}$	0.0546	44
Hamming	$\Delta\omega = 3.3 \times \frac{2\pi}{N}$	0.0194	53
Blackman	$\Delta\omega = 5.5 \times \frac{2\pi}{N}$	0.0017	74

# Thiết kế bộ lọc trong thực tế - Phương pháp cửa sổ

1. Độ gợn dải thông và suy hao dải chắn sẽ quyết định loại cửa sổ nên dùng.
2. Độ rộng vùng chuyển tiếp (quá độ) sẽ quyết định bậc của bộ lọc (số các hệ số của bộ lọc), đồng thời xác định loại bộ lọc (1,2,3,4) tùy vào yêu cầu.
3. Xác định bộ lọc lý tưởng miền tần số thông qua tần số cắt.
4. Chuyển bộ lọc lý tưởng miền tần số sang miền thời gian. Dịch bộ lọc miền thời gian sang phải theo giá trị tính được từ bậc của bộ lọc ở bước 2 để chuyển thành hệ thống nhân quả
5. Nhân bộ lọc lý tưởng miền thời gian với hàm cửa sổ được xác định ở bước 1.

# Thiết kế bộ lọc trong thực tế - Phương pháp cửa sổ

Ví dụ: Thiết kế bộ lọc có các tham số sau đây:  $\omega_p = 0,2\pi$ ;  $\omega_s = 0,3\pi$ ;  $\delta_p = \delta_s = 0,01$

1. Chọn loại cửa sổ:

$$\delta = 0.01 \rightarrow -20 \log_{10}(\delta) = -40 \text{dB} \rightarrow \textit{Hanning Window}$$

2. Xác định bậc của bộ lọc:

$$w_s - w_p = 0.3\pi - 0.2\pi = 0.1\pi \rightarrow 0.1\pi = 8\pi / M \rightarrow M = 80$$

Thiết kế bộ lọc thông thấp nên có thể chọn loại 1.

3. Xác định loại bộ lọc lý tưởng

$$w_c = (w_s + w_p) / 2 = 0.25\pi$$

$$H_d(w) = \begin{cases} 1, & |w| \leq 0.25\pi \\ 0, & 0.25\pi < |w| \leq \pi \end{cases}$$

# Thiết kế bộ lọc trong thực tế - Phương pháp cửa sổ

4. Đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng:

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d(w) e^{jwn} dw = \frac{1}{2\pi} \int_{-w_c}^{w_c} e^{jwn} dw = \frac{w_c}{\pi} \frac{\sin(w_c n)}{w_c n}$$

Trễ đáp ứng xung để được hệ thống nhân quả:

$$h(n) = \frac{0.25\pi \sin[0.25\pi(n - 40)]}{\pi \cdot 0.25\pi(n - 40)} = \frac{\sin[0.25\pi(n - 40)]}{\pi(n - 40)}$$

5. Nhân  $h(n)$  với cửa sổ Hanning

# Phương pháp lấy mẫu tần số

# Phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

## ❑ Phương pháp cửa sổ:

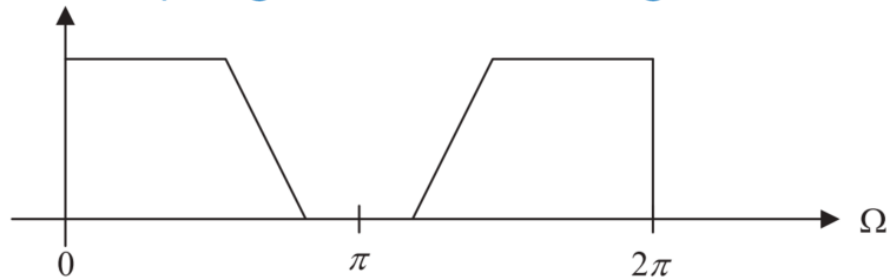
$$H(\omega)_{\text{lý tưởng}} \xrightarrow{IDFT} h[n]_{\text{lý tưởng}} \xrightarrow{\text{windowing}} h_d[n]$$

## ❑ Phương pháp lấy mẫu tần số

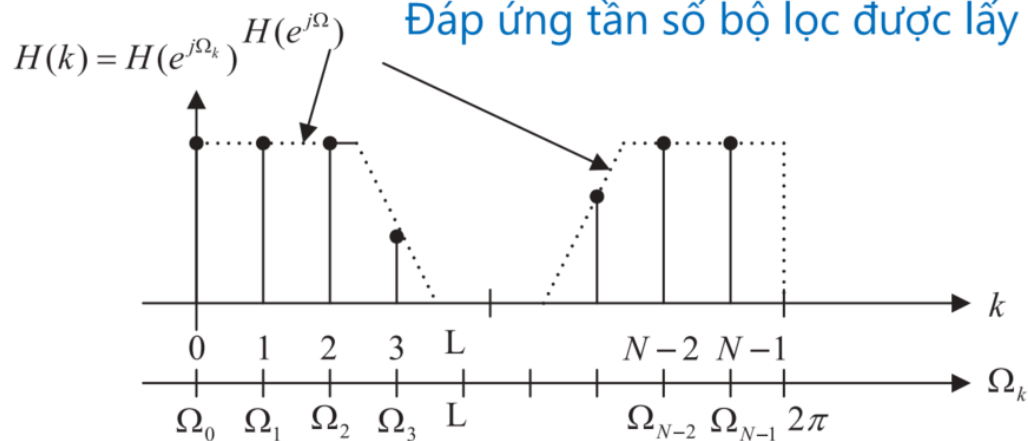
$$H(\omega)_{\text{lý tưởng}} \Rightarrow H_d(k) = H(\omega)_{\text{lý tưởng}} \Big|_{\omega_k = \frac{2\pi}{N} k} \xrightarrow{IDFT} h_d[n]$$

# Đáp ứng tần số lấy mẫu

$H(e^{j\Omega})$  Đáp ứng tần số bộ lọc mong muốn



$H(k) = H(e^{j\Omega_k})$  Đáp ứng tần số bộ lọc được lấy mẫu



## Quy trình thiết kế bộ lọc FIR bằng phương pháp lấy mẫu tần số

1. Cho chiều dài bộ lọc là  $2M+1$ , xác định đáp ứng tần số biên độ cho dải tần số chuẩn hóa từ 0 đến  $\pi$ .

$$H_k \text{ at } \Omega_k = \frac{2\pi k}{(2M+1)} \quad \text{for } k=0, 1, \dots, M$$

2. Tính hệ số bộ lọc FIR

$$b_n = h(n) = \frac{1}{2M+1} \left\{ H_0 + 2 \sum_{k=1}^M H_k \cos \left( \frac{2\pi k(n-M)}{2M+1} \right) \right\} \quad \text{for } n=0, 1, \dots, M$$

3. Sử dụng tính đối xứng (yêu cầu pha tuyến tính) để xác định phần hệ số còn lại:

$$h(n) = h(2M-n) \quad \text{for } n=M+1, \dots, 2M$$



Thiết kế bộ lọc FIR thông thấp pha tuyến tính với 7 taps và tần số cắt

$$\Omega_c = 0.3\pi \text{ (rad)}$$

sử dụng phương pháp lấy mẫu tần số.

GIẢI:

Bởi vì  $N = 2M+1=7$ ,  $M = 3$ , các tần số lấy mẫu được cho bởi:

$$\Omega_k = \frac{2\pi}{7}k \text{ (rad)}, \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

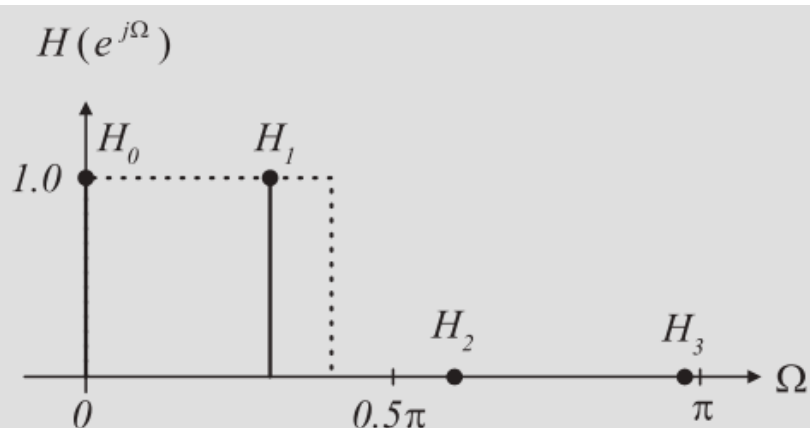
Sau đó, chúng ta xác định các giá trị biên độ  $H_k$  tại các tần số xác định như sau:

$$\Omega_0 = 0 \text{ (rad)}, H_0 = 1.0$$

$$\Omega_1 = \frac{2}{7}\pi \text{ (rad)}, H_1 = 1.0$$

$$\Omega_2 = \frac{4}{7}\pi \text{ (rad)}, H_2 = 0.0$$

$$\Omega_3 = \frac{6}{7}\pi \text{ (rad)}, H_3 = 0.0.$$



$$h(n) = \frac{1}{2M+1} \left\{ H_0 + 2 \sum_{k=1}^M H_k \cos \left( \frac{2\pi k(n-M)}{2M+1} \right) \right\}$$

$$h(n) = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \sum_{k=1}^3 H_k \cos \left[ \frac{2\pi k(n-3)}{7} \right] \right\}, n=0,1,2,3.$$

$$= \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \cos \left[ \frac{2\pi(n-3)}{7} \right] \right\}$$

Do tính đối xứng, chúng ta thu được phần còn lại của các hệ số như sau:

$$\begin{aligned} h(4) &= h(2) = 0.32100, \\ h(5) &= h(1) = 0.07928, \\ h(6) &= h(0) = -0.11456. \end{aligned}$$

$$h(0) = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \cos \left( \frac{-6\pi}{7} \right) \right\} = -0.11456$$

$$h(1) = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \cos \left( \frac{-4\pi}{7} \right) \right\} = 0.07928$$

$$h(2) = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \cos \left( \frac{-2\pi}{7} \right) \right\} = 0.32100$$

$$h(3) = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \cos \left( \frac{-0 \times \pi}{7} \right) \right\} = 0.42857.$$

# Phương pháp lặp (phương pháp thiết kế tối ưu)

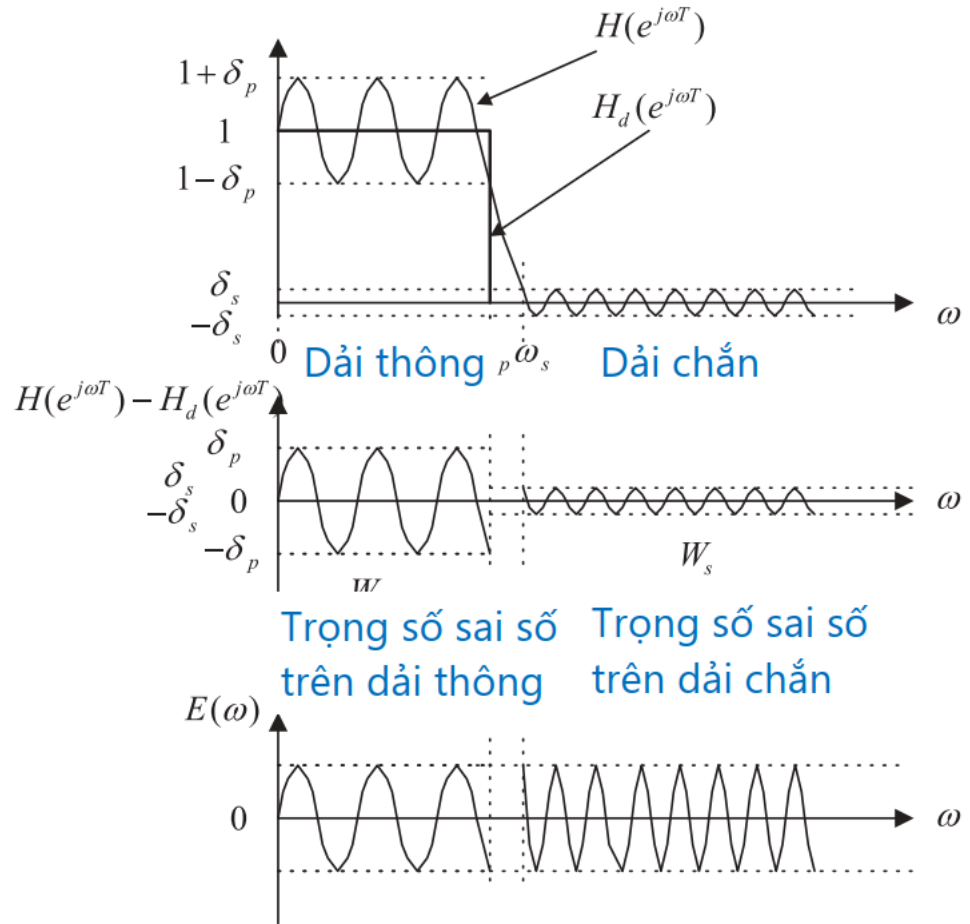
# Phương pháp thiết kế bộ lọc FIR

- ❑ Phần này giới thiệu thuật toán Parks-McClellan, một phương pháp thiết kế tối ưu phổ biến được sử dụng trong công nghiệp do tính hiệu quả và tính linh hoạt của nó.
- ❑ Thiết kế bộ lọc FIR sử dụng thuật toán Parks-McClellan được phát triển dựa trên ý tưởng tối thiểu hóa sai số xấp xỉ cực đại trong phép tính gần đúng đa thức Chebyshev đối với đáp ứng tần số biên độ của bộ lọc mong muốn.
- ❑ Gọi  $H_d(e^{j\omega T})$  là đáp ứng biên độ lý tưởng,  $H(e^{j\omega T})$  là đáp ứng tần số của bộ lọc FIR pha tuyến tính và  $W(\omega)$  là hàm trọng số để nhấn mạnh dải tần số nào đó.
- ❑ Quá trình này nhằm giảm thiểu sai số  $E(\omega)$

$$E(\omega) = W(\omega) [H(e^{j\omega T}) - H_d(e^{j\omega T})]$$

$$\min (\max |E(\omega)|)$$

- Hình ở giữa mô tả sai số giữa đáp ứng tần số lý tưởng và đáp ứng tần số thực tế.
- Nói chung, mức độ sai số trong dải thông và dải chắn là khác nhau. Điều này làm cho việc tối ưu hóa trở nên mất cân bằng vì quá trình tối ưu hóa liên quan đến toàn bộ dải tần.
- Khi độ lớn sai số trong một dải tần ắt (các) dải khác, quá trình tối ưu hóa có thể giảm nhẹ sự đóng góp do sai số độ lớn nhỏ. Để làm cho độ lớn sai số được cân bằng, hàm trọng số có thể được sử dụng.
- Ý tưởng: gán trọng số thấp cho dải có sai số biên độ lớn hơn và ngược lại.



## Quy trình thiết kế bộ lọc FIR tối ưu cho thuật toán Parks-McClellan:

- ▶ 1. Chỉ định các tần số biên bằng tần như tần số dải thông và tần số dải chặn, độ gợn bằng thông, suy hao dải chặn, bậc bộ lọc và tần số lấy mẫu của hệ thống DSP.
- ▶ 2. Chuẩn hóa tần số biên dải thành giới hạn Nyquist (tần số gấp =  $f_s/2$ ) và xác định biên độ lý tưởng.
- ▶ 3. Tính giá trị tuyệt đối của độ gợn dải thông và độ suy hao dải chặn nếu chúng được đưa ra dưới dạng giá trị dB:

$$\delta_p = 10 \left( \frac{\delta_p \text{dB}}{20} \right) - 1 \qquad \delta_s = 10 \left( \frac{\delta_s \text{dB}}{20} \right)$$

Sau đó tính toán tỷ số và đặt nó vào dạng phân số:  $\frac{\delta_p}{\delta_s} = \text{fraction form} = \frac{\text{numerator}}{\text{denominator}} = \frac{W_s}{W_p}$

- ▶ 4. Áp dụng thuật toán Remez để tính hệ số bộ lọc.
- ▶ 5. Nếu các thông số kỹ thuật không được đáp ứng, hãy tăng bậc bộ lọc và lặp lại các bước từ 1 đến 4.

# Một số ký hiệu

- Ký hiệu và ý nghĩa của tần số góc được sử dụng trong tài liệu về hệ thống thời gian rời rạc và xử lý tín hiệu số cũng phải được hiểu rõ ràng.
- Với tín hiệu hình sin  $x(t) = A \sin(\omega t)$  trong đó:
  - $\omega = 2\pi f$  là tần số góc tính bằng rad/s,  $f$  là tần số tính bằng Hz, và nghịch đảo của nó là khoảng thời gian  $T_p$  tính bằng giây. Vậy ta có  $\omega = 2\pi / T_p$  rad/s.
  - Nếu lấy mẫu tín hiệu này bằng khoảng thời gian đồng nhất, chúng ta cần phân biệt khoảng thời gian  $T_p$  với khoảng thời gian lấy mẫu được ký hiệu bởi  $T_s$ . Chuỗi lấy mẫu được cho bởi:
    - $x(nT_s) = A \sin(\omega nT_s) = A \sin(\frac{2\pi nT_s}{T_p}) = A \sin(2\pi n f / f_s) = A \sin(n\omega / f_s)$ .

# Một số ký hiệu

- Tần số  $w$  (tính bằng rad/s) được chuẩn hóa bởi  $fs$  hầu như luôn được ký hiệu là  $\omega$  và được gọi là tần số chuẩn hóa (tính bằng rad). *Tần số  $w$  là biến tần số tương tự và tần số  $\omega$  là tần số kỹ thuật số chuẩn hóa.*
- Trên cơ sở này, tần số lấy mẫu  $\omega_s = 2\pi$  rad.
- Đôi khi,  $w$  được chuẩn hóa bằng  $\pi fs$  hoặc  $2\pi fs$  sao cho tần số lấy mẫu tương ứng trở thành 2 hoặc 1 rad.
- Lưu ý rằng khoảng thời gian lấy mẫu được ký hiệu đơn giản là  $T$  trong tài liệu về xử lý tín hiệu số khi không có sự mơ hồ và tần số chuẩn hóa được ký hiệu là  $\omega = wT$ . Sự khác biệt giữa tần số góc tính bằng rad/s và tần số chuẩn hóa thường được sử dụng trong tài liệu về DSP cần được nói rõ trong các nội dung.



# Ví dụ

Trong quá trình thực hiện thiết kế bộ lọc thông thấp FIR bằng phương pháp cửa sổ với các tham số: dải thông dưới  $0 \rightarrow 1850\text{Hz}$ ; dải chặn  $2150 \rightarrow 4000\text{Hz}$ ; độ suy hao dải chặn  $\geq 20\text{dB}$ ; tần số lấy mẫu  $F_s = 8000\text{Hz}$ . Sử dụng bảng 5.2 về đặc tính của cửa sổ, chọn phương án cửa sổ cùng độ dài cửa sổ thích hợp nhất.

Suy hao dải chặn  $\geq 20\text{dB}$

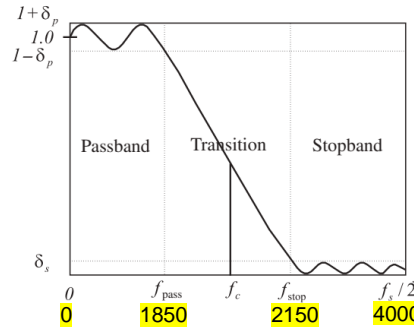
→ chọn cửa sổ chữ nhật.

$$\omega = \omega T = 2\pi f / F_s$$

$$\omega_p = \frac{2\pi f_p}{F_s} = \frac{2\pi \cdot 1850}{8000}$$

$$\omega_s = \frac{2\pi f_s}{F_s} = \frac{2\pi \cdot 2150}{8000}$$

$$\Delta\omega_M = \omega_s - \omega_p = 0,075\pi = 4\pi/N \rightarrow N=54$$



Loại cửa sổ	$\Delta\omega_M$ Bề rộng đỉnh trung tâm	$a_{sl}$ - Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp đầu tiên và biên độ đỉnh trung tâm	$a_s$ Độ suy giảm nhỏ nhất của dải chặn
Chữ nhật	$4\pi/N$	13	21
Tam giác (Barlett)	$8\pi/N$	27	25
Hanning	$8\pi/N$	32	44
Hamming	$8\pi/N$	43	53
Blackman	$12\pi/N$	58	74

# Ví dụ

► Trong quá trình thực hiện thiết kế bộ lọc thông dải FIR bằng phương pháp cửa sổ với các tham số: dải chặn dưới  $0 \rightarrow 500\text{Hz}$ ; dải thông  $1600 \rightarrow 2300\text{Hz}$ ; dải chặn trên  $3400 \rightarrow 4000\text{Hz}$ , độ suy hao dải chặn  $\geq 50\text{dB}$ ; tần số lấy mẫu  $F_s = 8000\text{Hz}$ . Sử dụng bảng 5.2 về đặc tính của cửa sổ, chọn phương án cửa sổ cùng độ dài cửa sổ thích hợp nhất.

► Suy hao dải chặn  $\geq 50\text{dB}$

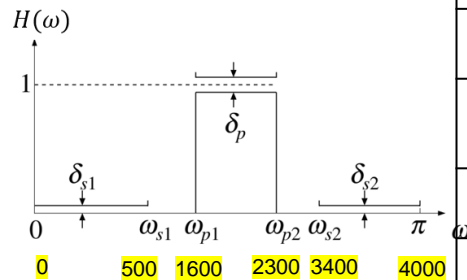
→ chọn cửa sổ Hamming

→  $\omega = \omega T = 2\pi f / F_s$

→  $\omega_{p1} = \frac{2\pi f_{p1}}{F_s} = \frac{2\pi \cdot 1650}{8000}$

→  $\omega_{s1} = \frac{2\pi f_{s1}}{F_s} = \frac{2\pi \cdot 500}{8000}$

→  $\omega_{p2} = \frac{2\pi \cdot 2300}{8000}$ ;  $\omega_{s2} = \frac{2\pi \cdot 3400}{8000}$



Loại cửa sổ	$\Delta\omega_M$ Bề rộng đỉnh trung tâm	$a_{sl}$ - Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp đầu tiên và biên độ đỉnh trung tâm	$a_s$ Độ suy giảm nhỏ nhất của dải chặn
Chữ nhật	$4\pi/N$	13	21
Tam giác (Barlett)	$8\pi/N$	27	25
Hanning	$8\pi/N$	32	44
Hamming	$8\pi/N$	43	53
Blackman	$12\pi/N$	58	74

$\Delta\omega_{M1} = \omega_{p1} - \omega_{s1} = 0,2875\pi = 8\pi/N \rightarrow N1=28$

$\Delta\omega_{M2} = \omega_{s2} - \omega_{p2} = 0,275\pi = 8\pi/N \rightarrow N2=29$ . Chọn  $N = 29$

# Ví dụ

▷ Thiết kế bộ lọc thông thấp FIR bằng phương pháp cửa sổ với các tham số: dải thông 0- $\rightarrow$ 1750Hz; dải chặn 2650- $\rightarrow$ 4000Hz; suy hao dải chặn  $\geq 40\text{dB}$ ; độ gợn trong dải thông  $\leq 0.04\text{dB}$ ; tần số lấy mẫu  $F_s = 8000\text{Hz}$ . Sử dụng bảng 5.3, chọn phương án cửa sổ cùng độ dài cửa sổ thích hợp nhất.

▷ Suy hao dải chặn  $\geq 40\text{dB}$ , độ gợn trong

▷ dải thông  $\leq 0.04\text{dB}$

→ chọn cửa sổ Hamming

→  $\omega = \omega T = 2\pi f / F_s$

→  $\omega_{p1} = \frac{2\pi f_{p1}}{F_s} = \frac{2\pi \cdot 1750}{8000}$

→  $\omega_{s1} = \frac{2\pi f_{s1}}{F_s} = \frac{2\pi \cdot 2650}{8000}$

→  $\Delta\omega_{M1} = \omega_{s1} - \omega_{p1} = 0,225\pi = 3,3 \times 2\pi / N \rightarrow N=30$

Loại cửa sổ	Độ dài cửa sổ theo bề rộng dải quá độ (thực nghiệm)	Độ gợn sóng trong dải thông [dB]	Độ suy giảm dải chặn [dB]
Chữ nhật	$\Delta\omega = 0.9 \times \frac{2\pi}{N}$	0.7416	21
Hanning	$\Delta\omega = 3.1 \times \frac{2\pi}{N}$	0.0546	44
Hamming	$\Delta\omega = 3.3 \times \frac{2\pi}{N}$	0.0194	53
Blackman	$\Delta\omega = 5.5 \times \frac{2\pi}{N}$	0.0017	74