1-5 试判断下列信号是否是周期信号。若是周期信号，确定其周期。

(1) $f(t)=3\sin(2t)+6\sin(\pi t)$　　(2) $f(t)=(a\sin t)^2$

(3) $f(t)=\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$　　(4) $f(t)=\cos(2\pi t),t\geqslant 0$

(5) $f[k]=e^{j[(k/4)-\pi]}$　　(6) $f[k]=\cos^2\left(\frac{\pi k}{8}\right)$

(7) $f[k]=\cos\left(\frac{k}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi k}{4}\right)$　　(8) $f[k]=\cos\left(\frac{\pi k}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi k}{8}\right)-2\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)$

1-6 已知虚指数信号

$$f(t)=e^{j\omega_0 t}$$

其角频率为 ω_0，基本周期为 $T=2\pi/|\omega_0|$。如果对 $f(t)$ 以抽样间隔 T_s 进行均匀抽样得离散时间序列

$$f[k]=f(kT_s)=e^{j\omega_0 kT_s}$$

试求出使 $f[k]$ 为周期信号的抽样间隔 T_s。

1-7 已知正弦信号

$$f(t)=\sin(20t)$$

对 $f(t)$ 等间隔抽样，求出使 $f[k]=f(kT_s)$ 为周期序列的抽样间隔 T_s。

1-8 试判断下列信号中哪些为能量信号，哪些为功率信号，或者都不是。

(1) $f(t)=5\sin(2t-\theta)$　　(2) $f(t)=5e^{-2t}$

(3) $f(t)=10t,\ t\geqslant 0$　　(4) $f[k]=(-0.5)^k,\ k\geqslant 0$

(5) $f[k]=1,\ k\geqslant 0$　　(6) $f[k]=e^{j2k},\ k\geqslant 0$

1-9 判断下列系统是否为线性系统，其中 $y(t)$、$y[k]$ 为系统的完全响应，$x(0)$、$x[0]$ 为系统初始状态，$f(t)$、$f[k]$ 为系统输入激励。

(1) $y(t)=x(0)+f(t)\cdot\frac{df(t)}{dt}$　　(2) $y(t)=x(0)\lg f(t)$

(3) $y(t)=\lg x(0)+\int_0^t f(\tau)d\tau$　　(4) $y(t)=x(0)+3t^2f(t)$

(5) $y(t)=x(0)\sin 5t+f(t)$　　(6) $y[k]=x[0]+f[k]\cdot f[k-1]$

(7) $y[k]=(k-1)x[0]+(k-1)f[k]$　　(8) $y[k]=x[0]+\sum_{i=0}^{k+2}k^2f[i]\quad(k=0,1,2,\cdots)$

1-5　试判断下列信号是否是周期信号。若是周期信号，确定其周期。

(1) $f(t)=3\sin(2t)+6\sin(\pi t)$ 否　　(2) $f(t)=(a\sin t)^2$ 是

(3) $f(t)=\cos\left(2t+\frac{\pi}{4}\right)$ 是　　(4) $f(t)=\cos(2\pi t), t\geq 0$ 否

(5) $f[k]=e^{j[(k/4)-\pi]}$ 否　　(6) $f[k]=\cos^2\left(\frac{\pi k}{8}\right)$ 是

(7) $f[k]=\cos\left(\frac{k}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi k}{4}\right)$ 否　　(8) $f[k]=\cos\left(\frac{\pi k}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi k}{8}\right)-2\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)$ 是

解：(1) 设 $f(t+T)=f(t)$

当 $t=0$，有 $f(T)=0$

则 $\sin 2T=-2\sin\pi T$

考虑到幅度不同，要求 $\sin 2T=\sin\pi T=0$

只能 $T=0$

∴不是

(2) $f(t)=a^2\cdot\frac{1-\cos 2t}{2}$

$=\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{2}\cos 2t$

$T=k\pi\ (k\in N^*)$

(3) $T=k\pi\ (k\in N^*)$

(4) 在$(-\infty,+\infty)$内不存在T，因D为$[0,+\infty)$ ∴无周期性

(5) $\frac{N}{4}=2m\pi$　　$N=8m\pi\ (m\in N^*)\ (N\in N^*)$

矛盾　∴无周期性

(6) $\frac{\pi N}{8}=m\pi$ $\quad N=8m\ (m\in N^*)$ $\therefore N=8$

(7) 由于 $\forall N$, $\cos(\frac{k}{2})$ 无周期性 但 $\cos(\frac{\pi}{4}k)$ 有周期性

而 $\cos(\frac{\pi}{4}k)$ 不恒为0

$\therefore f(t)$ 无周期性

(8) 当 $N=16$ 显然成立

故 N 一定为16的约数

但 $N=8$ 时 $f[k+8]\neq f[k]$, 那么 N 不是8的约数

$\therefore N=16$

1-8　试判断下列信号中哪些为能量信号，哪些为功率信号，或者都不是。

(1) $f(t)=5\sin(2t-\theta)$　　(2) $f(t)=5\mathrm{e}^{-2t}$

(3) $f(t)=10t,\ t\geqslant 0$　　(4) $f[k]=(-0.5)^k,\ k\geqslant 0$

(5) $f[k]=1,\ k\geqslant 0$　　(6) $f[k]=\mathrm{e}^{\mathrm{j}2k},\ k\geqslant 0$

解 (1) $f(t)=5\sin(2t-\theta)$

$T=\pi$

$$\therefore E=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{25T}{2} \qquad E\to\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{25}{2}=\frac{25}{2} \qquad P\in(0,\infty)$$

∴功率信号

(2) $f(t)=5e^{-2t}$

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}\left(\frac{5}{4}e^{2T}-\frac{5}{4}e^{-2T}\right) \qquad E\to\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{5}{4}\cdot\frac{e^{2T}}{T} \qquad P\to\infty$$

都不是

(3) $f(t)=10t\ (t\geq 0)$

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_0^{\frac{T}{2}}100t^2\,dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{100}{3}t^3\Big|_0^{\frac{T}{2}}$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{25}{3}T^3 \qquad E\to\infty$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{25}{3}T \qquad P\to\infty$$

∴都不是

(4) $f[k]=(-0.5)^k,\ k\geq 0$

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=0}^{N}\frac{1}{4^i}$$

$$=\lim_{N\to\infty}\frac{1-(\frac{1}{4})^{N+1}}{1-\frac{1}{4}}$$

$$=\frac{4}{3} \qquad E\in(0,\infty)$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2N+1} \qquad P=0$$

$$=0$$

能量信号

(5) $f[k]=1 \quad (k\geqslant 0)$

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=0}^{N} 1$$

$$=\lim_{N\to\infty}(N+1) \qquad E\to\infty$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{N+1}{2N+1}=\frac{1}{2} \qquad P\in(0,\infty)$$

功率信号

(6) $f[k]=e^{j2k} \quad (k\geqslant 0)$

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=0}^{N}|e^{j\cdot 2i}|$$

$$=\lim_{N\to\infty}(N+1) \qquad E\to\infty$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{N+1}{2N+1}=\frac{1}{2} \qquad P\in(0,\infty)$$

功率信号

1-9 判断下列系统是否为线性系统，其中 $y(t)$、$y[k]$ 为系统的完全响应，$x(0)$、$x[0]$ 为系统初始状态，$f(t)$、$f[k]$ 为系统输入激励。

(1) $y(t)=x(0)+f(t)\cdot\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$ (2) $y(t)=x(0)\lg f(t)$

(3) $y(t)=\lg x(0)+\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau$ (4) $y(t)=x(0)+3t^2f(t)$

(5) $y(t)=x(0)\sin 5t+f(t)$ (6) $y[k]=x[0]+f[k]\cdot f[k-1]$

(7) $y[k]=(k-1)x[0]+(k-1)f[k]$ (8) $y[k]=x[0]+\sum_{i=0}^{k+2}k^2f[i]$ $(k=0,1,2,\cdots)$

解 (1) 零状态响应 $y_f(t)=f(t)\cdot\frac{df(t)}{dt}$

有 $T\{kf(t)\}=k^2y_f(t)$，非线性

∴ 系统非线性

(2) 无法分解为零输入、零状态响应

∴ 系统非线性

(3) 零输入响应 $y_x(t)=\lg x(0)$

有 $T\{kx(0)\}=y_x(t)+\lg k$，非线性

∴ 系统非线性

(4) $y(t)=y_x(t)+y_f(t)$ 可分解

$y_x(t)=x(0)$ 显然线性

$y_f(t)=3t^2f(t)$

$T\{kf(t)\}=3t^2\cdot kf(t)=ky_f(t)$ 线性

∴ 系统线性

(5) $y(t) = y_x(t) + y_f(t)$

$y_x(t) = x(0)\sin 5t$

$y_f(t) = f(t)$ 可分解

$T\{kx(0)\} = kx(0)\sin 5t = k y_x(t)$ 线性

$y_f(t)$ 显然线性

∴ 系统线性

(6) $y_f[k] = f[k]f[k-1]$

$T\{\alpha f[k]\} = \alpha^2 y_f[k]$ 非线性

∴ 系统非线性

(7) $y[k] = y_x[k] + y_f[k]$

$y_x[k] = (k-1)x[0]$

$y_f[k] = (k-1)f[k]$ 可分解

$T\{\alpha x[0]\} = (k-1)\alpha x[0] = \alpha y_x[k]$ 线性

$y_f(t)$ 同理线性

∴ 系统线性

(8) $y[k] = y_x[k] + y_f[k]$

$y_x[k] = x[0]$

$y_f[k] = \sum_{i=0}^{k+2} k^2 f[i]$ 可分解

y_x 显然线性

$T\{\alpha f[k]\} = \sum_{i=0}^{k+2} k^2 \cdot \alpha f[i] = \alpha \sum_{i=0}^{k+2} k^2 f[i] = \alpha y_f[k]$

线性

∴ 系统线性