

## **h, x – Diagramm:**

### **Grundlagen / Anwendungen**

- 1. Zustandsgrößen feuchter Luft**
- 2. h, x – Diagramm (Mollier)**
- 3. Zustandsänderungen im h, x-Diagramm**

## **1 Feuchte Luft Zustandsgrößen**

### **1 Zustandsgrößen der feuchten Luft**

**Feuchte Luft:** Gas – Dampf – Mischungssystem

Mischung besteht aus

trockener Luft und Wasserdampf oder  
trockener Luft, Wasserdampf und fl. Wasser (Nebel) oder  
trockener Luft, Wasserdampf und Eis

#### **Zustandsgrößen der feuchten Luft**

|             |                                       |
|-------------|---------------------------------------|
| $p$         | Druck [Pa]                            |
| $\theta, t$ | Lufttemperatur [°C]                   |
| $\varphi$   | relative Feuchte [%]                  |
| $x$         | Wassergehalt [g/kg]                   |
| $\rho$      | Dichte [kg/m³]                        |
| $h$         | Wärmeinhalt / spez. Enthalpie [kJ/kg] |

### Feuchte Luft

Mischung besteht aus trockener Luft und Wasserdampf

trockene (reine) Luft (im Bereich der Klimatechnik)

→ (näherungsweise) idealer Gas

Wasserdampf

→ (vereinfacht) ideales Gas

Zustandsgleichungen

$$p_L V = m_L R_L T$$

$$p_D V = m_D R_D T$$

es gilt

$$p = p_L + p_D$$

|            |                                     |                   |
|------------|-------------------------------------|-------------------|
| $p_L, p_D$ | Partialdrücke Luft, Wasserdampf     | [Pa]              |
| $m_L, m_D$ | Luft- bzw. Wasserdampfmenge (Masse) | [kg]              |
| $R_L, R_D$ | Gaskonstante                        | [J / kg K]        |
| $V$        | Volumen (gemeinsames)               | [m <sup>3</sup> ] |
| $T$        | Temperatur                          | [K]               |

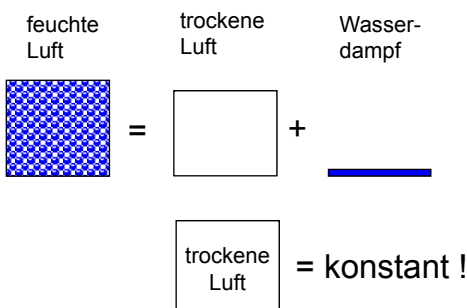
### Definition Wassergehalt bzw. absolute Feuchte

$$x = m_D / m_L$$

Gesamtmasse (= Masse der feuchten Luft) =

Masse der trockenen Luft + Masse des Wasserdampfes:

$$m_{\text{ges}} = m_L + m_D = m_L + x * m_L = m_L (1 + x)$$



### Zustandsänderungen RLT-Anlagen:

Heizen, Kühlen, Be-, Entfeuchten

Lasten im Raum: Heizlast, Kühllast, Feuchtelast

→ **Klimatechnik:**

Berechnungen mit **trockenem Massenstrom**,

dieser bleibt konstant, auch wenn sich die

Feuchtigkeit (Masse des Wasserdampfes) ändert

### Feuchtegehalt / abs. Feuchtigkeit

$$x = \frac{p_D \cdot V \cdot R_L \cdot T}{p_L \cdot V \cdot R_D \cdot T} = \frac{p_D \cdot R_L}{p_L \cdot R_D}$$

trockene Luft:  $R_L = 287 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$   
Wasserdampf:  $R_D = 461,5 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

$$x = 0,622 \cdot \frac{p_D}{p_L} \quad [\text{kg/kg}]$$

**Definition relative Feuchte**  $\varphi = p_D / p_{D,s}$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{D,s}}{p - \varphi \cdot p_{D,s}}$$

### Dichte feuchter Luft

trockene Luft :      feuchte Luft :

$$\rho_L = \frac{p}{R_L \cdot T}$$

$$\rho = \frac{m_L + m_D}{V} = \frac{m_L}{V} + \frac{m_D}{V} = \frac{p_L \cdot V}{R_L \cdot T \cdot V} + \frac{p_D \cdot V}{R_D \cdot T \cdot V}$$

Dichte bei 0°C / Meereshöhe

$$\rho = \frac{p - \varphi \cdot p_s}{R_L \cdot T} + \frac{\varphi \cdot p_s}{R_D \cdot T} = \frac{p - \varphi \cdot p_s}{R_L \cdot T} + \varphi \cdot \rho_s$$

trockene Luft:  $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$

Wasserdampf:  $\rho = 0,804 \text{ kg/m}^3$

### Enthalpie feuchter Luft

$$h = \frac{H}{m_L} = \sum_{i=1}^k \xi_i h_i$$

$$H = m_L h_L + m_{wfl} h_{wfl} + m_{wf} h_{wf} + m_{wd} h_{wd}$$

$$H / m_L = m_L / m_L \cdot h_L + m_{wfl} / m_L \cdot h_{wfl} + m_{wf} / m_L \cdot h_{wf} + m_{wd} / m_L \cdot h_{wd}$$

$$h = h_L + x_{fl} h_{wfl} + x_f h_{wf} + x_d h_{wd}$$

$$h = h_L + x h_w$$

Anwendungen / Berechnungen

→ **Enthalpiedifferenzen**

Nullpunkt willkürlich festgelegt:

trockene Luft:  $h = 0 \text{ kJ/kg}$  bei  $t = 0^\circ \text{C}$

Wasser:  $h_w = 0 \text{ kJ/kg}$  bei  $t = 0^\circ \text{C}$

### Enthalpie feuchter Luft

1. ungesättigte Luft ( $x = x_D < x_s$ )

$$h_{1+x} = h_L + xh_D$$

$$h_{1+x} = c_{pL}t + x(c_{pD}t + r_0)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{p,\theta} = c_{pD}t + r_0 = h_D$$

Sonderfall trockene Luft  
 $x=0$

Beschreibung des Prozesses

- Erwärmung der trockenen Luft auf die Temperatur  $t$
- Verdampfung des Feuchtegehalts  $x$  bei  $t = 0^\circ\text{C}$
- Erwärmung des Feuchtegehalts  $x$  (Wasserdampf) auf die Temperatur  $t$

### Enthalpie feuchter Luft

2. gesättigte / übersättigte Luft mit  $t > 0^\circ\text{C}$ :  $x \geq x_s$ ,  $x_E = 0$

$$h = c_{pL}t + x_s(c_{pD}t + r_0) + (x - x_s)c_Wt$$

Sonderfall Sättigungszustand

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{p,\theta} = c_Wt = h_W$$

Wasseranteil ‚Nebel‘  $x=x_s$

Beschreibung des Prozesses

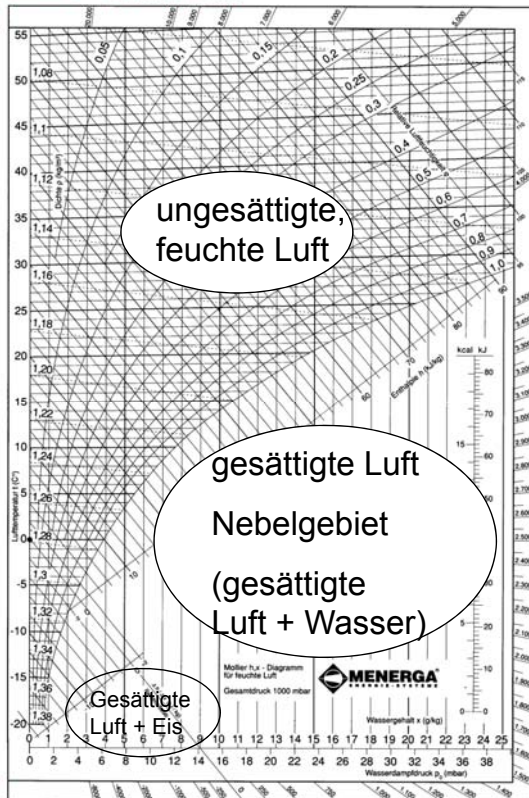
zusätzlich Erwärmung des Restwasser ( $x-x_s$ ) auf die Temperatur  $t$

3. gesättigte / übersättigte Luft mit  $t < 0^\circ\text{C}$ :  $x \geq x_s$ ,  $x_W = 0$

$$h = c_{pL}t + x_s(c_{pD}t + r_0) + (x - x_s)(c_Et - r_E)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{p,\theta} = c_Et - r_E = h_E$$

Wasseranteil ‚Eis‘



Zustandsgrößen der  
feuchten Luft

Darstellung im h,x-  
Diagramm

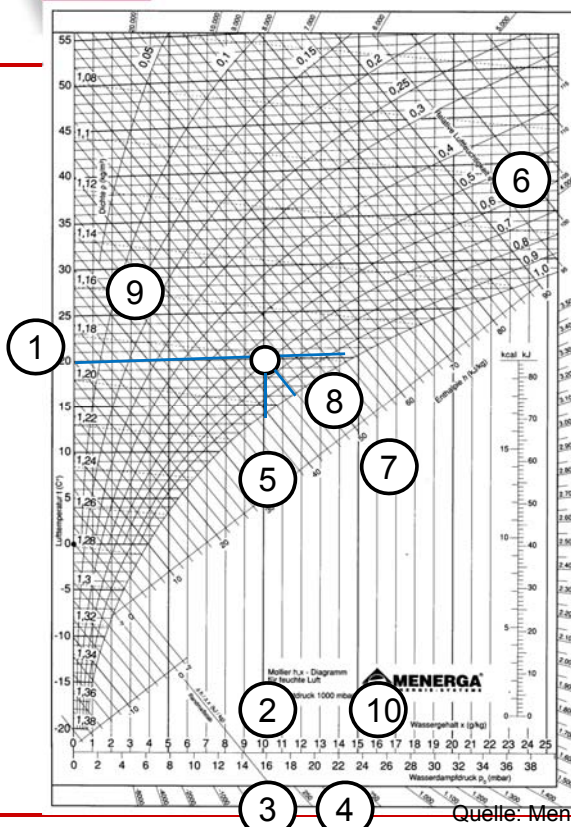
(nach Mollier)

Quelle: Menerga,  
Firmenunterlagen

01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

9



Zustandsgrößen der feuchten Luft  
Darstellung im h,x-Diagramm

1 Trockenkugeltemperatur

2 Absolute Feuchte

3 Partialdruck

4 Sättigungsdruck

5 Sättigungstemperatur

Taupunkttemperatur

6 relative Feuchte

7 Enthalpie

8 Feuchtkugeltemperatur

9 Dichte

10 absolute Feuchte bei

Sättigungsdruck

Quelle: Menerga, Firmenunterlagen

01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

10

## 2 h, x - Diagramm Grundlagen

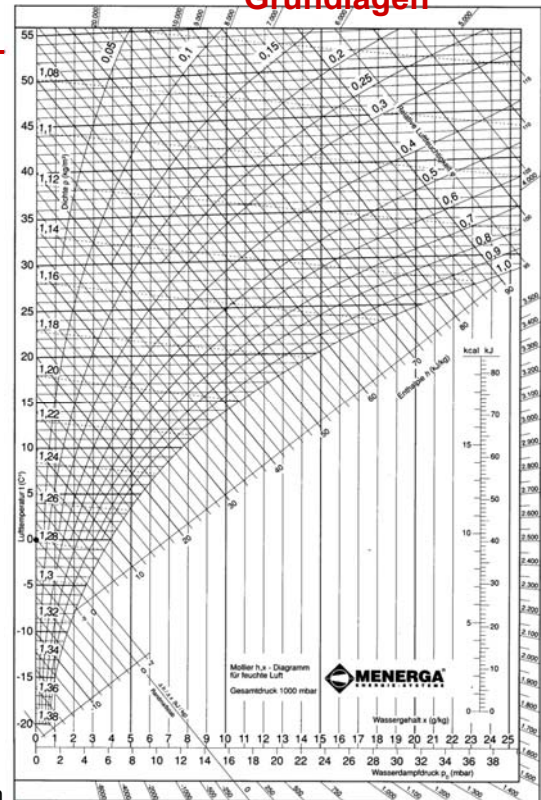
### h, x – Diagramm

Isenthalpen =  
Linien konstanter Enthalpie  $h = \text{konst.}$

Isothermen =  
Linien konstanter Temperatur  $t = \text{konst.}$

Isohumiden =  
Linien konstanter rel. Feuchtigkeit  
 $\phi = \text{konst.}$

Quelle: Menerga,  
Firmenunterlagen



01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

11

## 2 h, x - Diagramm Grundlagen

### Ermittlung der **Richtung einer Zustandsänderung**

Steigung der Zustandsänderung  $\Delta h / \Delta x$  („Arbeitsgerade“)  
Polgeraden vom Polpunkt ( $t=0^\circ\text{C}$ ,  $x=0\text{ g/kg}$ ,  $h=0\text{ kJ/kg}$ )

→ Randmaßstab, nur Endabschnitte dargestellt

→ Arbeitsgerade mit Polpunkt B

→ Parallele im Zustandspunkt 1

weitere Randbedingungen

→ Zustand 2

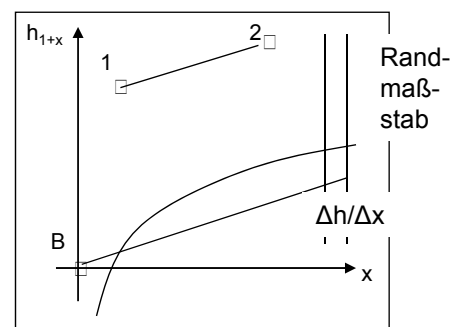
Grundlagen: Bilanzgleichungen

$$\dot{m}_L \cdot h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_L \cdot h_2$$

$$\dot{m}_L \cdot x_1 + \dot{m}_W = \dot{m}_L \cdot x_2$$

→ Zustandsänderung

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_W}$$



01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

12



## Korrektur Bezugsdruck / Höhenlage

h, x - Diagramm

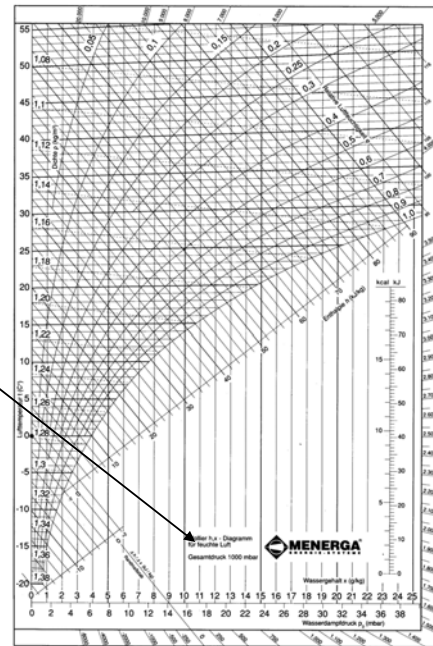
→ Bezugsdruck

anderer Umgebungsdruck / andere Höhenlage

→ Korrektur

Korrekturfaktor für Dichte  $\rho$  und relative Feuchte  $\varphi$

$$k = \frac{p_2}{p_1}$$



Quelle: Menerga,  
Firmenunterlagen

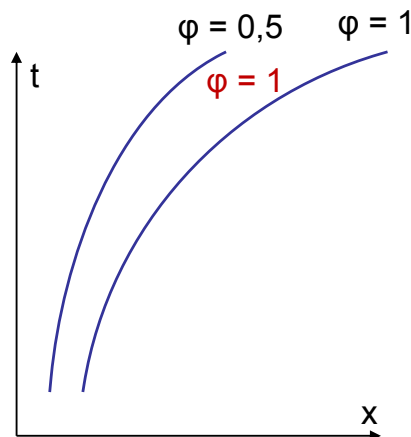
$p_1$  Bezugsdruck,  $p_2$  mittlerer Druck für die betreffende Höhenlage

## Korrektur Bezugsdruck / Höhenlage – Beispiele

1.  $p_1 = 1 \text{ bar}$

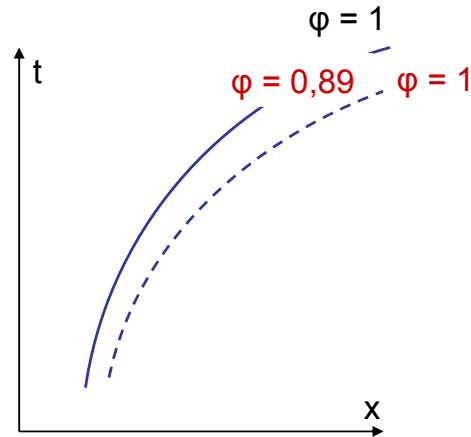
→  $p_2 = 2 \text{ bar}$

$\varphi = 1 \rightarrow \varphi = 0,5 \text{ (} = k \cdot \varphi_{\text{alt}} \text{)}$



2.  $p = 1 \text{ bar} / h = \text{ca. } 100 \text{ m (} p = 1 \text{ bar)}$

→  $h = 1000 \text{ m (} p = \text{ca. } 890 \text{ mbar)}$



### Höhenkorrektur / Druckkorrektur (Beispiel 2)

Luftmenge im Sättigungszustand ( $x=1$ ) enthält bei 1000m üNN ca. 1.2 g/kg mehr Wasserdampf im Vergleich zu gesättigter Luft bei 100 m üNN.

Für eine Luftmenge (Annahme:  $t$  und  $\phi$  konstant) steigt der Wasserdampfgehalt  $x$  (absolute Feuchte) mit zunehmender Höhe.

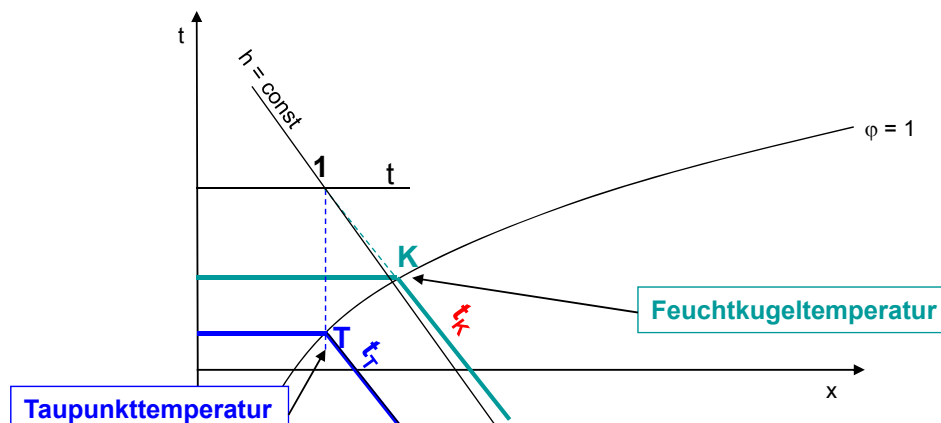
Der Wärmeinhalt gesättigter Luft ist auf 1000 m üNN um ca. 3 kJ/kg höher im Vergleich zu 100 m üNN

Der Wärmeinhalt  $h$  einer Luftmenge (Annahme  $t$  und  $\phi$  konstant) steigt mit zunehmender Höhe.

Luft mit  $\phi = 100\%$  r.F. auf ca. 100m üNN wird auf 1000m üNN zur Luft mit einer relativen Feuchte von  $\phi=89\%$ . Die Differenz  $\Delta\phi$  beträgt 11%.

Die relative Feuchte einer Luftmenge (Annahme  $t$  und  $x$  konstant) sinkt also mit zunehmender Höhe.

### Taupunkt - und Feuchtkugeltemperatur im h, x-Diagramm

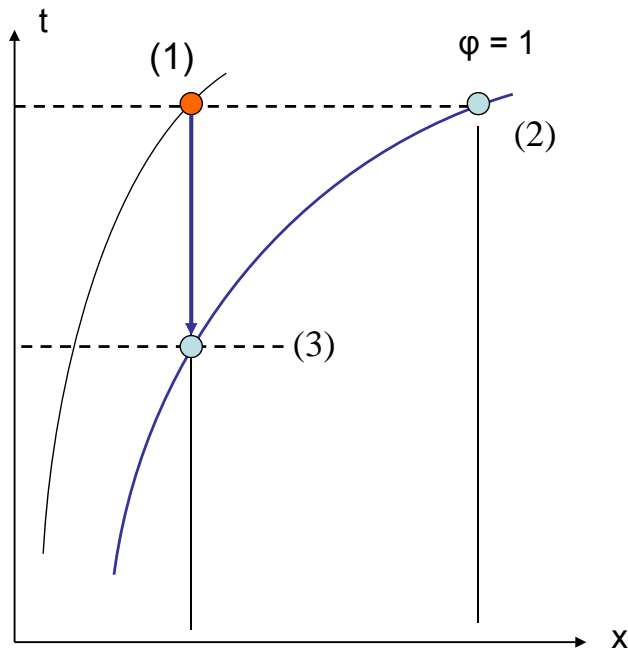


- die Taupunkttemperatur ist diejenige Temperatur, bis zu der man feuchte Luft abkühlen muss, bis sie vollständig mit Wasser gesättigt ist
- bei der Taupunkttemperatur beginnt Wasser aus der Luft auszufallen
- wichtig bei:
  - Kühlung und Entfeuchtung
  - Wärmedämmung

- Feuchtkugeltemperatur = Kühlgrenztemperatur
- die Feuchtkugeltemperatur ist die tiefste mögliche Temperatur, die sich beim Wärmeaustausch zwischen Luft und Wasser einstellen kann, wenn die zur Verdunstung kommende Wärme ausschließlich von der Luft kommt
- wichtig bei:
  - Befeuchtung von Luft mit Wasser
  - Kühlung adiabatisch



## Bestimmung der relativen Luftfeuchtigkeit



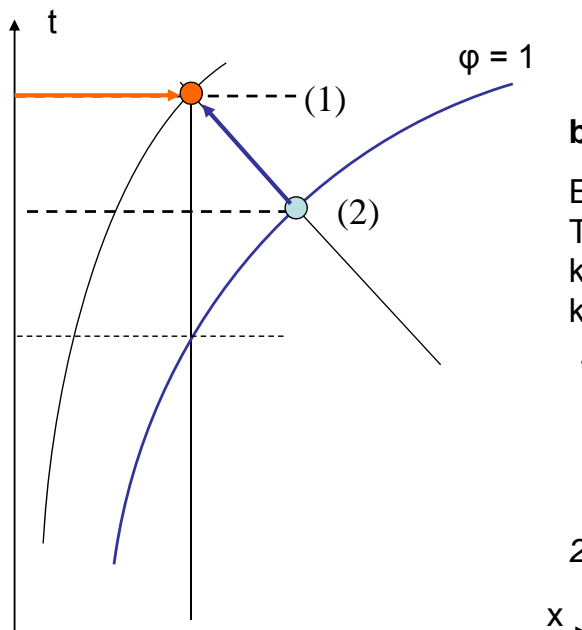
### a) mit Taupunkttemperatur:

Ein gekühlter Spiegel zeigt beim Erreichen der Taupunkttemperatur ( 3 ) einen Beschlag.

Der zugehörige Sättigungsdruck ( 3 ) wird durch den Sättigungsdruck bei Lufttemperatur ( = Trockenkugeltemperatur )  
In Punkt ( 2 ) dividiert

$$\varphi = p_{s3} / p_{s2}$$

## Bestimmung der relativen Luftfeuchtigkeit



### b) Feuchtkugel- Temperatur

Ein mit feuchtem Vlies umgebenes Thermometer misst zur Trockenkugeltemperatur (1) auch die Feuchtkugeltemperatur (2 ).

#### 1. Nicht isenthalpe Befeuchtergerade:

$$\frac{h_f - h}{x_f - x} = \frac{\Delta h}{\Delta x} = c_w \cdot t_f$$

#### 2. Vereinfachte Annahme einer isenthalpen Befeuchtergerade: $h = h_f$

## RLT Anlagen – Prozesse / h,x-Diagramm

Darstellung des Behaglichkeitsbereichs  
(Humanklimatisierung)

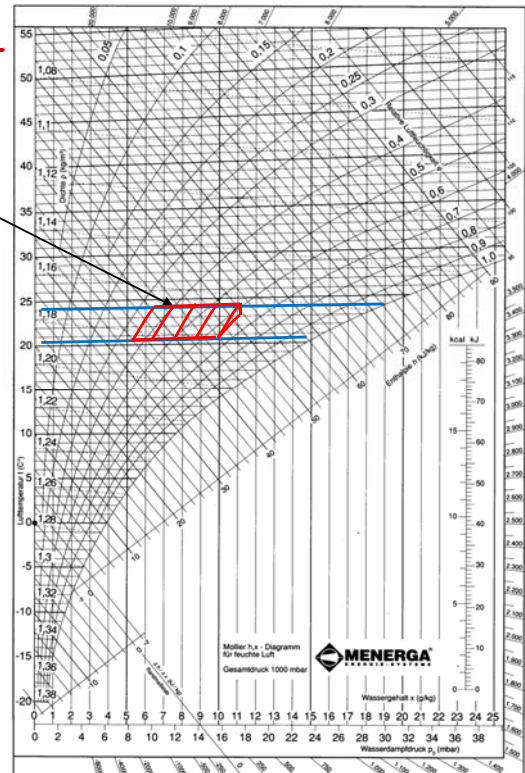
Vorgabe: Tätigkeitsgrad / Bekleidung

→ z. B. ISO 7730: Behaglichkeitstemp.

$\theta = 22^\circ\text{C}$  / Tol.  $\pm 2\text{K}$

Feuchtigkeit (30)  $35\% < \phi < 65\%$

$x_{\max} = 11,5 \text{ g / kg}$



Quelle: Menerga, Firmenunterlagen

01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

19

## RLT Anlagen – Prozesse / h,x-Diagramm

Aussenluftbedingungen

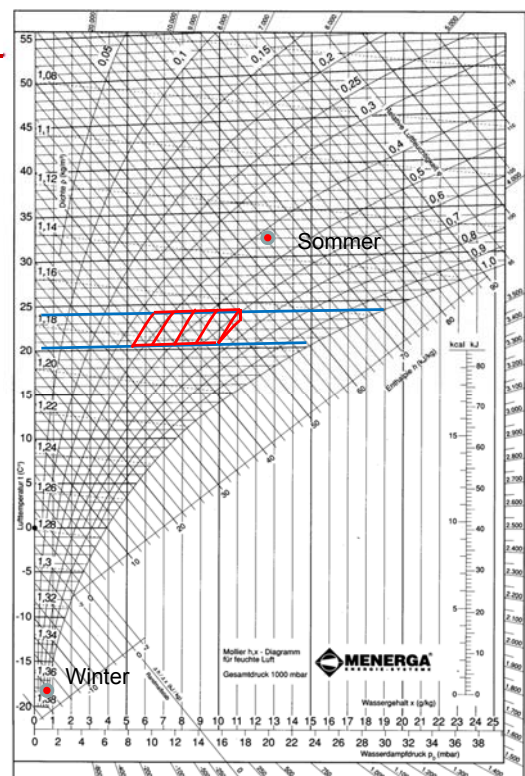
z. B. VDI 4710 Mühlberg / Inn

Sommer  $32^\circ\text{C}$  /  $65 \text{ kJ / kg}$

Winter  $-19^\circ\text{C}$

Prozesse /

Zustandsänderungen?



Quelle: Menerga, Firmenunterlagen

01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

20

### Ziel der Zustandsänderungen in einer RLT-Anlage:

Luftzustand 1 ( Aussenl.) (ggf. Luftzustand 2 (Uml.)) in Luftzustand 3 (Zul.)  
überführen

→ im Diagramm von ( 1 ) bzw. ( 2 ) nach ( 3 ) gelangen

durch geschickte / effiziente Kombination der folgenden Schritte:

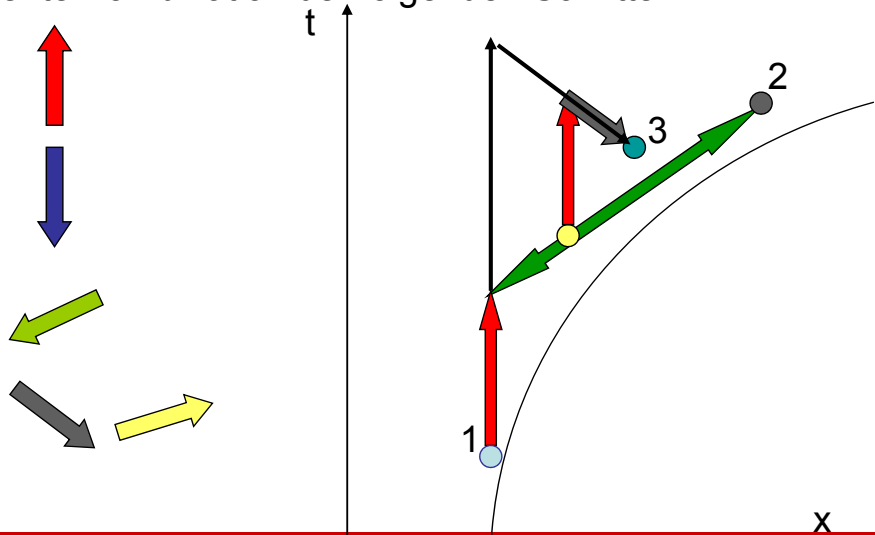
**Erwärmen**

**Abkühlen**

**Entfeuchten**

**Befeuchten**

**Mischen**



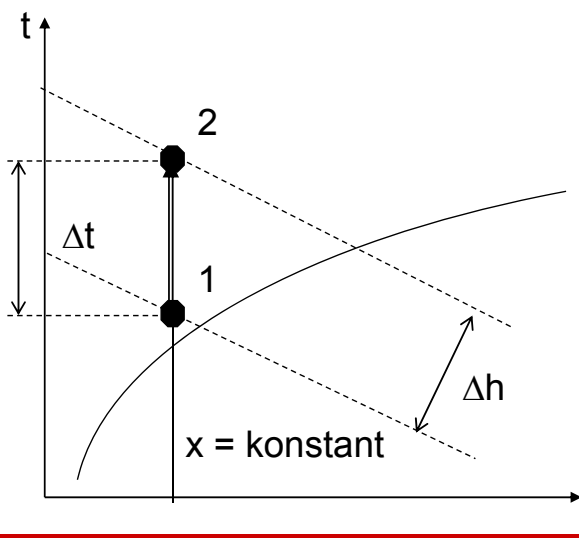
01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

21

### Erwärmung von Luftströmen / Heizen

Bei der Erwärmung von feuchter Luft steigt deren Temperatur, der absolute Wassergehalt  $x$  ändert sich nicht, es ändert sich jedoch der relative Wassergehalt  $\varphi$ .



**Erhitzerleistung:**

$$\dot{Q}_E = \dot{m} \cdot \Delta h$$

$$\dot{Q}_E = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$$

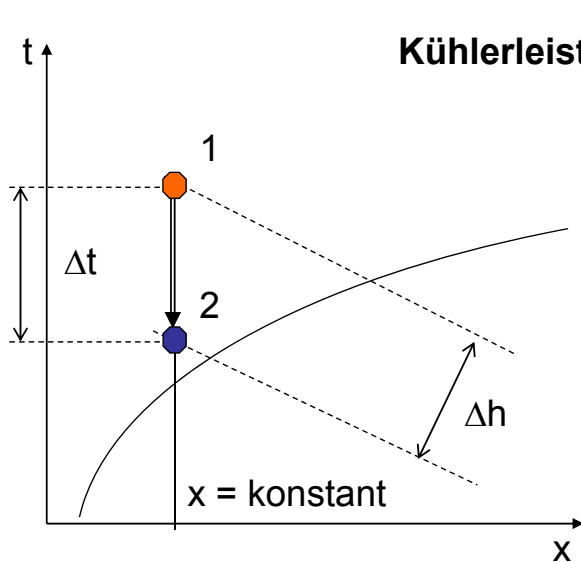
01.04.2014

M. Renner – h,x-Diagramm:  
Grundlagen / Anwendungen

22

Wandtemperatur des **Kühlers** > Taupunkttemperatur

Abkühlen ohne Entfeuchten



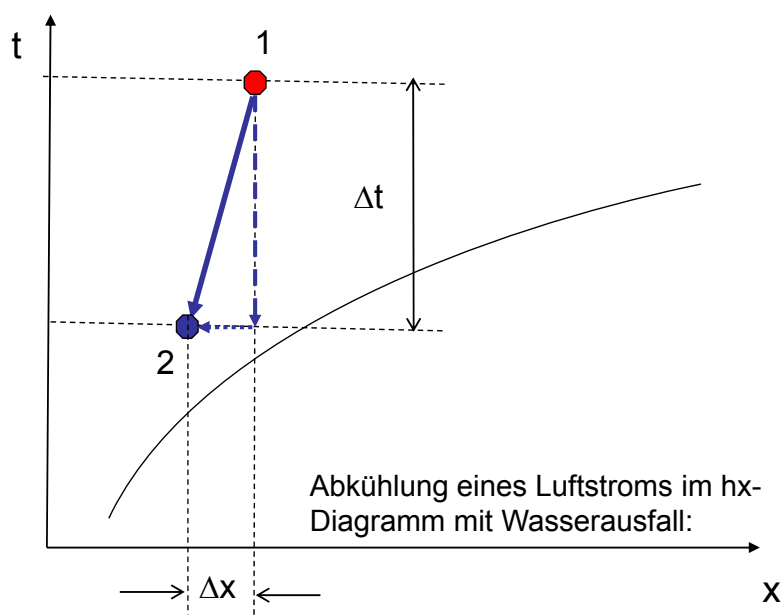
Kühlerleistung:

$$\dot{Q}_K = \dot{m} \cdot \Delta h$$

$$\dot{Q}_K = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$$

Abkühlung eines Luftstroms im  
h, x-Diagramm ohne Wasserausfall

Wandtemperatur des **Kühlers** < Taupunkttemperatur



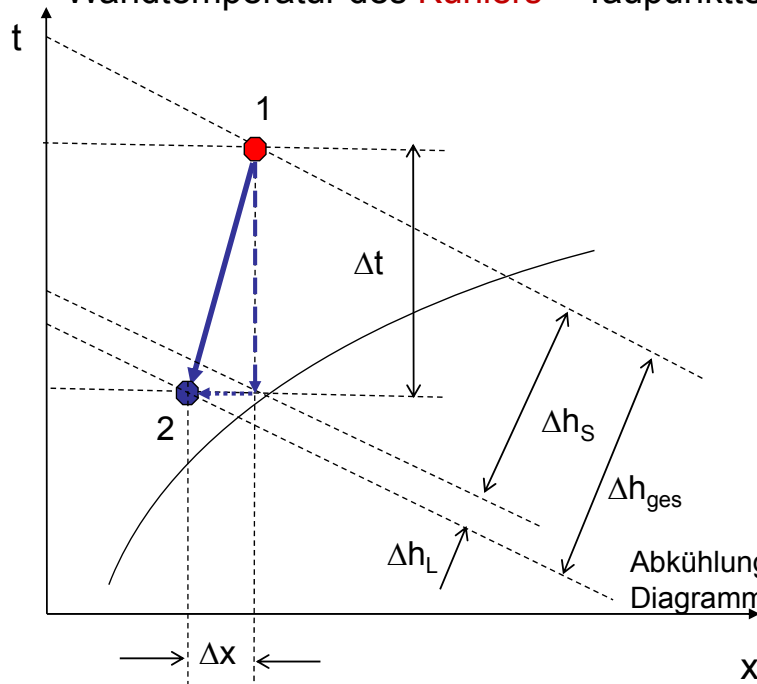
Ein Teil des Luftstroms  
kommt direkt mit der  
kalten Oberfläche in  
Berührung,

es fällt Wasser aus und  
die Luft wird

gleichzeitig entfeuchtet.

Der Effekt hängt von  
der Kühlerkonstruktion  
ab.

Wandtemperatur des **Kühlers** < Taupunkttemperatur.



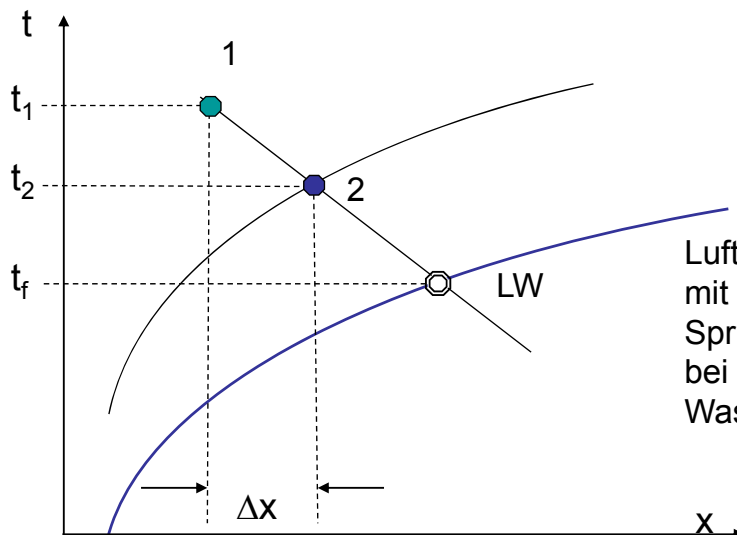
Verhältnis des sensiblen Anteils  
zur gesamten Änderung des  
Wärmeinhalts

**Sensibler Wärmefaktor / sensible  
heat factor (SHF)**

$$SHF = Q_{\text{sens}} / Q_{\text{tot}} = \Delta h_{\text{sens}} / \Delta h_{\text{tot}}$$

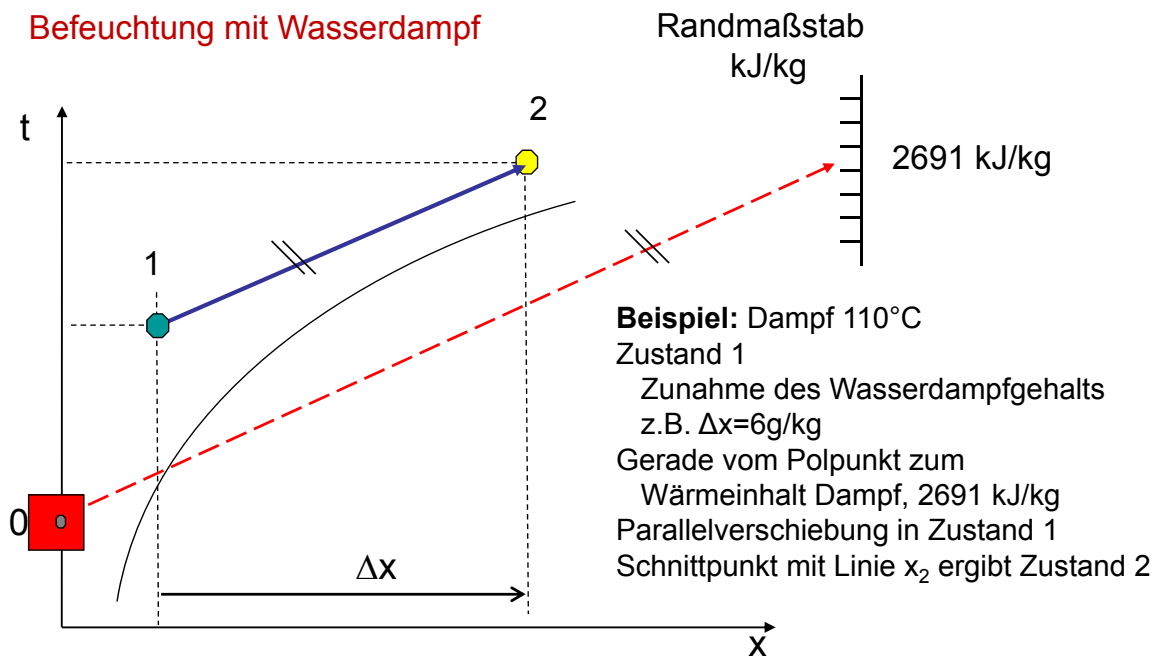
Abkühlung eines Luftstroms im h-x-  
Diagramm mit Wasserausfall:

Bei adiabater Wasserrückführung im **Befeuchter** ( Wasserrücklauf ) nimmt das Wasser immer die Feuchtkugeltemperatur der Luft an, es kommt zu einem Mischzustand zwischen eintretender Luft und Feuchtkugeltemperatur auf der zugehörigen Linie  $h = \text{konst.}$  bzw. entlang  $c_{w,t_f}$ :



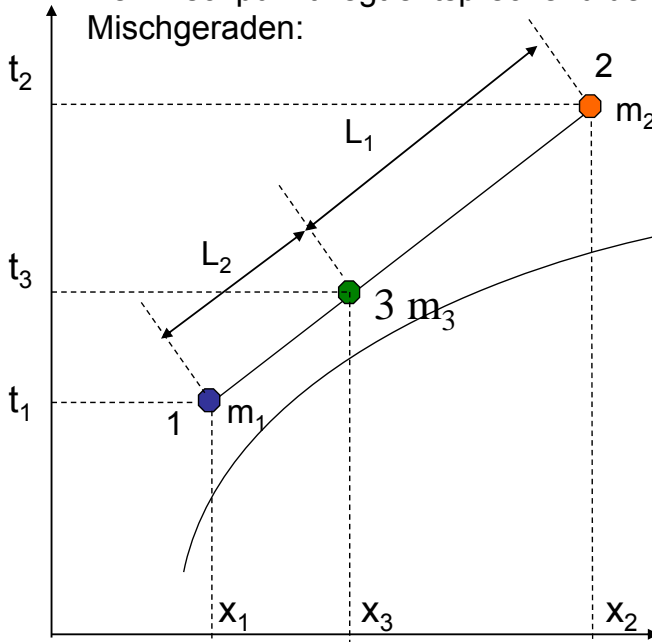
Luftbefeuchtung  
mit Wasser –  
Sprühbefeuchtung  
bei adiabater  
Wasserrückführung

Befeuchtung mit Wasserdampf



Adiabatische Mischung von Luftströmen

Der Mischpunkt liegt entsprechend der abgewandten Massenverhältnisse auf der Mischgeraden:



$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2}$$

$$t_3 = \frac{t_1 * \dot{m}_1 + t_2 * \dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

$$x_3 = \frac{x_1 * \dot{m}_1 + x_2 * \dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$

$$h_3 = \frac{h_1 * \dot{m}_1 + h_2 * \dot{m}_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}$$



**Vielen Dank**

**für Ihre Aufmerksamkeit!**