

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ  
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԵՎ ՄԵԽԱՆԻԿԱՅԻ ՖԱԿՈՒԼՏԵՏ  
ԱԿՏՈՒԱՐԱԿԱՆ ԵՎ ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ  
ԱՄԲԻՈՆ  
«ՖԻՆԱՆՍԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ» ԿՐԹԱԿԱՆ  
ԾՐԱԳԻՐ

ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ ՄԵՐԻ ԷԴԳԱՐԻ

ՄԱԳԻՍՏՐՈՍԱԿԱՆ ԹԵԶ

ՆԵՐԴՐՈՒՄԱՅԻՆ ՌԱԶՄԱՎԱՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՈՒՄ ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ  
ՄԵԹՈԴՆԵՐՈՎ

*« Ֆինանսական մաթեմատիկա » մասնագիտությամբ  
Ֆինանսական մաթեմատիկայի մագիստրատուրայի որակավորման  
աստիճանի հայցման համար*

ԵՐԵՎԱՆ 2024

Ուսանող՝ \_\_\_\_\_  
Հոսիսէփյան Մերի

Ղեկավար՝ \_\_\_\_\_  
Ճ.գ.թ., տ.գ.դ. պրոֆէսոր Գևորգյան Ռուբէն

«Թույլատրել պաշտպանության»

Ամբիոնի վարիչ՝ \_\_\_\_\_  
տ.գ.թ. դոցենտ Ավետիսյան Կարինէ

«22»05.2024թ

## ՀԱՄԱՌՈՏԱԳԻՐ

### Ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացում մեքենայական ուսուցման մեթոդներով

#### Оптимизация инвестиционных стратегий с помощью методов машинного обучения

#### Optimizing investment strategies using ML methods

Աշխատանքը նվիրված է ներդրումային որոշումների օպտիմալացմանը:

Հետազոտության հիմնական նպատակն է ֆինանսական շուկաների հիմքում ընկած բարդ օրինաչափությունները բացահայտելով՝ օպտիմալացնել ներդրումային ռազմավարությունները: Հետազոտությունը ուսումնասիրում է մեքենայական ուսուցման կիրառումը ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացման համար:

Այս հետազոտության արդյունքները կարող են օգտագործվել ներդրողների և պորտֆելի կառավարիչների կողմից ռիսկերի կառավարման, ակտիվների բաշխման և ներդրումային ռազմավարությունների բարելավման համար:

Հիմնական խնդիրը ներդրումային ռազմավարությունների կառուցումն է՝ օգտագործելով մեքենայական ուսուցման առաջադեմ տեխնիկաները, մասնավորապես՝ Թաքնված Մարկովյան Մոդելները (Hidden Markov Models), Մարկովի փոխարկման մոդելները (Markov Switching Models), Ավտոռեգրեսիվ ինտեգրված շարժվող միջինի (ARIMA) մոդելները, խորը ուսուցման տեխնիկաներից՝ Երկարաժամկետ-կարճաժամկետ հիշողության (LSTM) ցանցերը:

**Բանալի բառեր**՝ Ներդրումային ռազմավարություններ, մեքենայական ուսուցում, Թաքնված Մարկովյան Մոդելներ (Hidden Markov Models), Մարկովի փոխարկման մոդելներ (Markov Switching Models), Ավտոռեգրեսիվ ինտեգրված շարժվող միջին (ARIMA), Երկարաժամկետ-կարճաժամկետ հիշողության (LSTM) ցանցեր:

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ .....	5
ԳԼՈՒԽ 1. ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ ՖԻՆԱՆՍՆԵՐՈՒՄ, ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԱԿՆԱՐԿ.....	8
1.1. Մեքենայական ուսուցումը ֆինանսներում.....	8
1.2. Գրականության ակնարկ.....	9
ԳԼՈՒԽ 2. Մոդելներ .....	12
2.1 Մեքենայական ուսուցում .....	12
2.2.Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Միջինի մոդել .....	13
2.3.Մարկովյան շղթա .....	16
2.3.1 Թաքնված Մարկովյան Մոդելներ.....	17
2.3.2 Թաքնված Մարկովյան Մոդելի Ուսուցում .....	19
2.3.3 Թաքնված Մարկովյան Մոդելի Վերծանում .....	23
2.3.4 Մարկովի փոխարկման մոդել.....	25
2.4 Խորը ուսուցում, Նեյրոնային ցանցեր .....	26
2.4.1 Ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցեր .....	28
2.4.2 LSTM ռեկուրենտ ցանցեր.....	30
ԳԼՈՒԽ 4. ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ .....	33
ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ.....	61
ՕԳՏԱԳՈՐԾՎԱԾ ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ.....	62

## ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Շուկան փոխում է իր դինամիկան ժամանակի ընթացքում, պայմանավորված բազմաթիվ գործոններով, սկսած տնտեսական ցուցանիշներից մինչև աշխարհաքաղաքական իրադարձություններ:

Շուկայական վարքագիծը ճշգրիտ հասկանալու և կանխատեսելու կարողությունը կարևոր է ներդրողների, պորտֆելի կառավարիչների և ֆինանսական այլ մասնակիցների համար, որոնք նպատակ ունեն առավելագույնի հասցնել իրենց եկամուտները և արդյունավետ կառավարել ռիսկերը:

Նախքան ֆինանսական շուկայի մասնակիցները կսկսեն փնտրել եկամտաբեր առևտրային հնարավորություններ, կարևոր է, որ դիտարկեն շուկայի ներկա իրավիճակը և փորձեն կանխատեսել շուկայի հետագա վարքագիծը, որպեսզի կարողանան որոշել համապատասխան առևտրային ռազմավարություններ:

Բացահայտելով շուկայական ռեժիմները և հասկանալով դրանց անցումները, այնուհետև կառուցելով ներդրումային ռազմավարություններ, մասնագետներին հնարավորություն է տրվում ավելի լավ տեղեկացված որոշումներ կայացնել, օպտիմալացնել իրենց ներդրումային ռազմավարությունները և ավելի արդյունավետ կառավարել ռիսկերը:

Աշխատանքի արդիականությանը նպաստում է մեքենայական ուսուցման ալգորիթմների և տեխնիկայի արագ առաջընթացը, որի շնորհիվ զգալիորեն մեծացել է բարդ ֆինանսական տվյալները մշակելու, վերլուծելու կարողությունը, ինչպես նաև առաջադեմ ալգորիթմների կիրառումը, ինչպիսիք են՝ Մարկովյան Մոդելներ, LSTM, ARIMA:

**Հետազոտության նպատակը և խնդիրները:** Հետազոտության հիմնական նպատակն է բացահայտել և վերլուծել շուկայական ռեժիմները ֆինանսական շուկաներում և դրա հիման վրա ներդրումային ռազմավարություններ կառուցել՝ ինտեգրելով այնպիսի մոդելներ, ինչպիսիք են Երկարաժամկետ-կարճաժամկետ հիշողության (LSTM) ցանցերը, Թաքնված Մարկովյան մոդելները (HMM), Մարկովի փոխարկման մոդելները (MSM) և Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Միջին (ARIMA) մոդելները:

Ելնելով առաջադրված նպատակներից՝ դրվել են հետևյալ խնդիրները.

1. ARIMA մոդելի մշակման խնդիր: Խնդիրը ներառում է ARIMA մոդելի մշակում և ճշգրտում՝ ֆինանսական շուկայի կանխատեսումների բարելավման համար: Մոդելը կօգտագործվի գների ապագա շարժումների կանխատեսման մեջ՝ հիմնվելով պատմական տվյալների վրա:

2. Թաքնված Մարկովյան Մոդելի մշակման խնդիր: Համապատասխան Թաքնված Մարկովյան Մոդելի կառուցում, որը ճշգրիտ կերպով արտացոլում է ռեժիմի փոփոխությունների հավանականային բնույթը և մոդելավորում է անցումները հայտնաբերված շուկայական ռեժիմների միջև:

3. Մարկովի փոխարկման մոդելի մշակման խնդիր: Համապատասխան Մարկովի փոխարկման մոդելի կառուցում, որը կբացահայտի շուկայական ռեժիմները՝ հիմնվելով շուկայի պատմական դինամիկայի վրա, և ստացված արդյունքից ելնելով կկառուցվեն օպտիմալ ներդրումային ռազմավարություններ:

4. LSTM մոդելի մշակման խնդիր:

Խնդիրը կենտրոնանում է LSTM ցանցերի մշակման վրա՝ հասկանալու և կանխատեսելու բարդ օրինաչափությունները ֆինանսական ժամանակային շարքերի մեջ, ինչպիսիք են բաժնետոմսերի գները:

**Հետազոտության օբյեկտը և առարկան:** Հետազոտության օբյեկտ է հանդիսանում ֆինանսական շուկան, մասնավորապես՝ S&P 500 ինդեքսը, FTSE 100 ինդեքսը, Nikkei 225 ինդեքսը, բաժնետոմսերից՝ Apple, Amazon, Google, Advanced Micro Devices (AMD), իսկ առարկան վերաբերվում է առաջադեմ հաշվողական մեթոդների կիրառմանը, ինչպիսիք են մեքենայական ուսուցման ալգորիթմները, Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Միջին (ARIMA) մոդելները, Թաքնված Մարկովյան Մոդելները, Մարկովի փոխարկման մոդելը և LSTM մոդելները:

**Հետազոտության արդյունքների կիրառական նշանակությունը:**

Հետազոտության արդյունքները կիրառական նշանակություն ունեն ներդրողներին, պորտֆելի կառավարիչներին և վերլուծաբաններին օգնելու ավելի լավ հասկանալ շուկայի դինամիկան: Ինտեգրելով այնպիսի մոդելներ, ինչպիսիք են LSTM-ները, HMM-ները, MSM-ները և ARIMA-ն, նպատակ ունենալով բարձրացնել կանխատեսումների ճշգրտությունը, կառավարել ռիսկերը, օպտիմալացնել

ակտիվների բաշխումը, ժամանակին ներդրումային որոշումներ կայացնել և կատարելագործել առևտրային ռազմավարությունները:

**Ավարտական աշխատանքի կառուցվածքը:** Աշխատանքը բաղկացած է 3 գլուխներից: Առաջին գլխում ներկայացված է մեքենայական ուսուցման օգտագործումը ֆինանսներում և տրված է գրականության ակնարկ: Երկրորդ գլուխը նվիրված է մոդելներին: Աշխատանքի երրորդ գլխում իրականացվել է վերլուծական աշխատանք՝ հիմք ընդունելով՝ Apple, Amazon, Nike, Google, International Business Machines Corporation (IBM), Advanced Micro Devices (AMD) և S&P 500-ի ժամանակային շարքի տվյալները:

# **ԳԼՈՒԽ 1. ՄԵՔԵՆԱՅԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՑՈՒՄԸ ՖԻՆԱՆՍՆԵՐՈՒՄ, ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԱԿՆԱՐԿ**

## **1.1. Մեքենայական ուսուցումը ֆինանսներում**

Ֆինանսական շուկաները համաշխարհային տնտեսության կենսական մասն են՝ ծառայելով որպես հարթակ, որտեղ անհատները, ընկերությունները և կառավարությունները կարող են առևտուր անել ֆինանսական ակտիվներով, ինչպիսիք են բաժնետոմսերը, պարտատոմսերը, արժույթները և ապրանքները:

Ֆինանսական շուկաները ժամանակի ընթացքում ենթարկվում են տարբեր փոփոխությունների, որոնք բնութագրվում են շուկայական տարբեր ռեժիմներով:

Ֆինանսական շուկաների դինամիկան հասկանալը, ներառյալ շուկայական ռեժիմները և շուկայի վարքագծի վրա ազդող այլ գործոններ, կարևոր է շուկայի մասնակիցների համար տեղեկացված ներդրումային որոշումներ կայացնելիս և ռիսկերն արդյունավետ կառավարելիս:

1950-ականներին Հարի Մարկովիցի<sup>1</sup> կողմից մշակվեց Ժամանականից պորտֆելի տեսությունը (Modern Portfolio theory-MPT), հնարավորություն տալով ներդրողներին կառուցել պորտֆել, որը առավելագույնի է հասցնում ակնկալվող եկամուտը՝ ռիսկի տվյալ մակարդակի համար: MPT-ի հիմնական բաղադրիչը՝ դիվերսիֆիկացիան է: Թերևս MPT-ն կարևոր դեր է ունեցել ներդրումային ռազմավարությունների ձևավորման հարցում, այն հիմնված է ենթադրությունների վրա, ինչպիսիք են՝ ներդրողների վարքագիծը, շուկայի արդյունավետությունը, ռիսկ-եկամտաբերություն գծային կապը, եկամուտների նորմալ բաշխումը, սահմանափակում է դրա կիրառումը դինամիկ և ոչ գծային ժամանակակից ֆինանսական շուկաներում:

Մեքենայական ուսուցումը (Machine Learning-ML) առաջարկում է նոր ուղիներ, ապահովելով ֆինանսական բարդ օրինաչափություններ բացահայտելու և շուկայի ապագա դինամիկան կանխատեսելու հնարավորություն: Այն արհեստական բանականության (Artificial Intelligence-AI) տեսակ է, որը թույլ է տալիս ծրագրային ապահովման հավելվածներին ավելի ճշգրիտ լինել արդյունքները կանխատեսելիս՝ առանց դրա համար հստակ ծրագրավորված լինելու: Տվյալներից սովորելու և ժամանակի



ընթացքում կատարելագործվելու ML-ի կարողությունը թույլ է տալիս շարունակաբար հարմարվել նոր տեղեկատվությանը՝ այն դարձնելով անգնահատելի գործիք ֆինանսական որոշումների կայացման գործընթացներում: Մոդելները ինչպիսիք են՝ ARIMA-ն, HMM-ը և MSM-ները առաջարկում են արդյունավետ գործիքակազմ՝ ֆինանսական վերլուծաբանների և պորտֆելի կառավարիչների համար: ARIMA մոդելները ապահովում են հուսալի կարճաժամկետ կանխատեսումներ, HMM-ներն տալիս են պատկերացումներ թաքնված շուկայի ռեժիմների մասին, իսկ MSM-ները թույլ են տալիս մոդելավորել շուկայի դինամիկայի բարդ փոփոխությունները:

Այնուամենայնիվ քանի որ, ֆինանսական աշխարհը դառնում է ավելի բարդ, ինտենսիվ տեղեկատվությամբ, առաջանում է անհրաժեշտություն կիրառելու ավելի հզոր գործիքներ, ինչպիսիք են Խորը ուսուցման ալգորիթմները (Deep Learning) :

Deep learning-ի շնորհիվ պորտֆելի կառավարիչները կարող են ավելի մեծ ճշգրտությամբ կանխատեսել շուկայի միտումները՝ ակտիվների տեղաբաշխումը օպտիմալացնելու համար: Պորտֆելի կառավարման տեսանկյունից խորը ուսուցման մեթոդների կիրառման համատեքստում օգտագործելու ենք՝ LSTM ցանցերը:

## **1.2. Գրականության ակնարկ**

Տարիների ընթացքում տարբեր հետազոտողներ, վերլուծաբաններ, տնտեսագետներ փորձել են հասկանալ շուկայի դինամիկան և կանխատեսել հնարավոր փոփոխությունները: Ձգտել են օպտիմալացնել ներդրումային ռազմավարությունները՝ նպատակ ունենալով առավելագույնի հասցնել եկամուտները և նվազագույնի հասցնել ռիսկերը: Մեքենայական ուսուցումը հանդես է եկել, որպես հզոր գործիք, որն ի վիճակի է ուսումնասիրելու ժամանակային շարքի հիմքում ընկած բարդ օրինաչափությունները:

Ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացման համար որոշ հետազոտողներ կենտրոնացել են շուկայական ռեժիմների բացահայտման վրա: Այս մոտեցումը ներառում է շուկայական ռեժիմների և օրինաչափությունների վերլուծություն՝ համապատասխանաբար օպտիմալացնելու ռազմավարությունները՝ մեծացնելով ներդրումների բարելավված արդյունքների ներուժը:

Որոշ կայքեր, կրթական հարթակներ կատարել են հետազոտություն շուկայի ռեժիմների հայտնաբերման վերաբերյալ, դրանցից է՝ QuantStart<sup>2</sup> կրթական հարթակ, որը բացատրում է, թե ինչպես օգտագործել Թաքնված Մարկովյան Մոդելները(HMM) շուկայական ռեժիմները բացահայտելու համար, ինչը կարող է օգնել բացահայտել ռիսկերը ըստ կանխատեսված շուկայի տատանողության: Այն տրամադրում է մանրամասն ուսուցում HMM-ները ներդրումային ռազմավարությունների մեջ ներառելու համար, ընդգծելով Sharpe-ի հարաբերակցության բարելավման ներուժը՝ խուսափելով առևտրից շուկայական անբարենպաստ պայմաններում

Հաջորդ աշխատությունը՝ Շուկայական ռեժիմի հայտնաբերումն է և դրա հիման վրա ներդրումային ռազմավարությունների կառուցումը, օգտագործելով վիճակագրական և Մեքենայական ուսուցման վրա հիմնված մոտեցումները<sup>3</sup>, հեղինակներն են՝ Հայկազ Արամյանը, Ջեյսոն Ռամչանդանին և Մարիոս Սքելոֆիլակասը: Այս հոդվածի նպատակն է պարզել S&P 500-ի նորմալ (աճի) կամ կտրուկ անկման շուկայական վիճակները՝ օգտագործելով մի քանի վիճակագրական և մեքենայական ուսուցման մոդելներ, ինչպիսիք են՝ Գաուսյան Թաքնված Մարկովյան Մոդելները, k-means կլաստերավորումը և Գաուսյան խառնուրդների մոդելները: Այս նախագծում կիրառել են S&P 500-ի վրա ֆյուչերսային պայմանագրերը:

Հուլիս Գուանի<sup>4</sup> աշխատությունը նվիրված է LSTM ցանցերի և ARIMA մոդելների միջոցով բաժնետոմսերի գների կանխատեսմանը՝ հատուկ ուշադրություն դարձնելով Google-ի բաժնետոմսերի տվյալներին: Արդյունքները ցույց են տալիս, որ LSTM-ը գերազանցում է ARIMA-ին՝ ավելի քիչ սխալանքների առումով, առաջարկելով ավելի հզոր մոդել՝ բաժնետոմսերի գների բարդ օրինաչափությունները ֆիքսելու համար:

Յան Բուլլայի և գործընկերների կողմից<sup>5</sup> ուսումնասիրված հետևյալ հոդվածը՝ «Markov-switching asset allocation. Գոյություն ունե՞ն արդյոք շահութաբեր ռազմավարություններ» վերնագրով, վերբերվում է ակտիվների բաշխման ռազմավարության շահութաբերության ուսումնասիրությանը, հիմնված՝ Markov Switching մոդելների վրա: Հեղինակները գտնում են, որ MSM-ի վրա հիմնված ռազմավարությունը համեմատած ավանդական ներդրումային ռազմավարություններին՝ ավելի լավ է գործում՝ հարմարվելով շուկայական փոփոխություններին, նվազեցնելով ռիսկը անկայուն ժամանակահատվածներում՝ մեծացնելով միջին եկամտաբերությունը:

«Ֆինանսական նորությունների տրամադրության օգտագործումը բաժնետոմսերի գների կանխատեսման համար»<sup>6</sup> հոդվածը օգտագործում է բնական լեզվի առաջադեմ տեխնիկաներ՝ բաժնետոմսերի գների լավագույնս կանխատեսման համար:

Կառլո Պուխի և Մարինա Բագիչ Բաբակի աշխատությունը<sup>7</sup> «Բաժնետոմսերի շուկայի կանխատեսումը՝ օգտագործելով բնական լեզվի մշակումը» հակադրում է Բնական լեզվի մշակման (Natural language processing) տեխնիկան ավանդական վիճակագրական մոդելների հետ, ինչպիսիք են ARIMA-ն, օգտագործելով առաջադեմ մեքենայական ուսուցման մոդելներ, ինչպիսիք են LSTM, GRU և BERT-ի վրա հիմնված մոդելները, մասնավորապես FinBERT-ը: Ուսումնասիրությունը ցույց է տալիս, որ ֆինանսական նորություններից ստացված տեքստային վերլուծության համադրումը՝ գների պատմական տվյալների հետ կարող է զգալիորեն բարձրացնել բաժնետոմսերի գների կանխատեսումների ճշգրտությունը:

Առաջադեմ մոդելները, ինչպիսիք են ARIMA-ն, HMM-ն, MSM-ն, LSTM ցանցերը և նորությունների հավաքագրման տեխնիկան, նպաստում են ֆինանսական շուկայի կանխատեսման և ներդրումային ռազմավարության օպտիմալացմանը: Այս հետազոտությունը նպատակ ունի համեմատել մեթոդաբանությունները՝ որոշելու համար, թե որն է առաջարկում բաժնետոմսերի գների առավել ճշգրիտ և հուսալի կանխատեսումները:

## ԳԼՈՒԽ 2. Մոդելներ

### 2.1 Մեքենայական ուսուցում

Մենք գտնվում ենք մի դարաշրջանում, որտեղ առկա է ահռելի թվով տվյալների ներհոսք, և այս տվյալների հեղեղը պահանջում է տվյալների ավտոմատացված վերլուծություն: Պատկերացրեք, որ մենք նավարկում ենք տվյալների անսահման օվկիանոսում, մեքենայական ուսուցումը ծառայում է որպես կողմնացույց, որն ուղղորդում է մեր որոնումները՝ զինելով մեզ ավտոմատացված գործիքներով՝ վերլուծելու, վերծանելու և ներսում թաքնված գիտելիքները օգտագործելու համար:

1959 թվականին Արթուր Սամուելը սահմանեց մեքենայական ուսուցումը այսպես՝ «Հետազոտության ոլորտ է, որը հնարավորություն է տալիս մեքենային սովորել այն, ինչ բացահայտ ծրագրավորած չէ»:

Մասնավորապես մեքենայական ուսուցումը սահմանվում է, որպես մեթոդների մի շարք որոնք կարող են ավտոմատ կերպով հայտնաբերել օրինաչափությունները տվյալների մեջ:

Մեքենայական ուսուցումը բաժանվում է երեք հիմնական տեսակի՝

- Վերահսկվող ուսուցում (Supervised learning)
- Առանց վերահսկման ուսուցում (Unsupervised learning)
- Ամրապնդմամբ ուսուցում (Reinforcement learning )

Վերահսկվող ուսուցման ժամանակ ալգորիթմը վերապատրաստվում է պիտակավորված տվյալների բազայի հիման վրա, որտեղ հայտնի են մուտքային-ելքային տվյալների կապը: Երբ ասում ենք՝ պիտակավորված տվյալներ, նկատի ունենք մի տվյալների հավաքածու, որը ներառում է մուտքային-ելքային զույգեր, որտեղ յուրաքանչյուր մուտք ունի իրեն համապատասխան ելքային արժեք, որոնք կոչվում են՝ պիտակներ: Այս պիտակները անհրաժեշտ են հիմքում ընկած օրինաչափությունները կամ մուտքերի և արդյունքների միջև փոխհարաբերությունները սովորելու համար:

Պիտակավորված տվյալների օրինակ է տվյալների բազան, որն օգտագործվում է էլեկտրոնային նամակների դասակարգիչ ստեղծելու համար, այն է որ, ստացված հաղորդագրությունները կեղծ(spam) են թե ոչ կեղծ(ham): Այս դեպքում տվյալների

բազան բաղկացած է էլեկտրոնային նամակների որոշ նմուշներից, որոնք մուտքերն են, դրանց համապատասխան դասակարգումներից(ելքերից)՝ որպես «spam» կամ «ham»:

Ստորև աղյուսակում ներկայացված է պիտակավորված տվյալների օրինակ:

Աղյուսակ 1: Պիտակավորված տվյալների օրինակ

Էլեկտրոնային նամակներ	Պիտակներ
«Շնորհավորում եմ, դուք շահել եք անվճար ճանապարհորդություն»:	Կեղծ
Հանդիպում կիրակի օրվա համար:	Ոչ կեղծ
«Ձեր պատվերը առաքվել է»:	Ոչ կեղծ
«Դուք շահել եք 1.000.000 դրամ, անցեք հղումով գումարը ստանալու համար»	Կեղծ

Չվերահսկվող ուսուցման ժամանակ ալգորիթմը վերապատրաստվում է չպիտակավորված տվյալների բազայի հիման վրա, և նպատակը տվյալների ներսում թաքնված օրինաչափությունները հայտնաբերելն է:

Ամրապնդմամբ ուսուցումը մեքենայական ուսուցման մեթոդի մի տեսակ է, որտեղ գործակալը (համակարգչային ծրագիրը) փոխազդում է շրջակա միջավայրի հետ և սովորում է գործել դրա շրջանակներում:

Այս աշխատանքի շրջանակներում անդրադառնալու ենք և վերահսկվող և չվերահսկվող ուսուցմանը: Որպես չվերահսկվող ուսուցում հանդես են գալիս՝ Թաքնված Մարկովյան Մոդելները(HMM), իսկ որպես վերահսկվող՝ Մարկովի Փոխարկման մոդելը(MSM), նպատակ ունենալով բացահայտել թաքնված և բարդ օրինաչափությունները ֆինանսական տվյալների մեջ:

## 2.2. Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Միջինի մոդել

Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Միջինի մոդելները (ARIMA)՝ վիճակագրական մոդելներ են, որոնք օգտագործվում են ժամանակային շարքերի տվյալների վերլուծության և կանխատեսման համար: Նախքան ARIMA մոդելի առանձնահատ-

կուրյուններին անդրադառնալը, կարևոր է հասկանալ, թե ի՞նչ է իրենից ենթադրում ժամանակային շարքի ստոխաստիկ պրոցեսը:

Ստոխաստիկ պրոցեսը<sup>8</sup>՝ պատահական փոփոխականների՝  $\{Y_t\}_{-\infty}^{+\infty}$ , ժամանա-կով ինդեքսավորված հավքածուն է: Իսկ ժամանակային շարքը սահմանվում է, որպես՝  $\{y_t\}_{-\infty}^{+\infty}$  հաջորդականության՝  $\{y_t\}_{t=0}^T$  ենթաբազմություն՝  $\{Y_t\}_{-\infty}^{+\infty}$  ստոխաստիկ պրոցեսից:

Ստոխաստիկ պրոցեսը վերջավոր միջինով և վարիացիայով համարվում է՝ ստացիոնար, եթե միջինը և վարիացիան ժամանակի ընթացքում հաստատուն են՝

$$E(Y_t) = E(Y_{t+j}) = \mu \quad \text{և} \quad \text{Var}(Y_t) = \text{Var}(Y_{t+j}) = \sigma_Y^2$$

Իսկ կովարացիան կախված է միայն ժամանակի  $j$  պահից, ոչ թե  $t$ -ժամանակահատվածից՝  $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+j}) = \text{Cov}(Y_s, Y_{s+j}) = \gamma_j$ :

Ստացիոնար ստոխաստիկ պրոցեսի հատուկ տեսակ է՝ Սպիտակ աղմուկը (White noise) : Ստոխաստիկ գործընթացը համարվում է White noise, եթե միջինը հավասար է զրոյի, շեղումը հաստատուն է, իսկ դիտարկումները կորելացված չեն: Ժամանակային շարքերը, որոնց բնութագրիչները փոփոխվում են ըստ ժամանակի կոչվում են՝ ոչ ստացիոնար:

Ավտոռեգրեսիվ մոդելը իրենից ենթադրում է մի մոդել, որտեղ կախյալ փոփոխականը կախված է նախորդ ժամանակահատվածից առնվազն մեկ փոփոխականի հետ:

Անդրադառնանք ARIMA-ի յուրաքանչյուր բաղադրիչին:

- Ավտոռեգրեսիվ պրոցես (AR) – այս բաղադրիչը մոդելավորում է ժամանակային շարքի հաջորդ քայլը, որպես գծային ֆունկցիա նախորդ ժամանակահատվածի քայլերից: Մոդելում ներառված նախորդ քայլերը (այլ կերպ՝ լագերը) նշանակում են՝  $p$ -ով, որը հայտնի է որպես ավտոռեգրեսիայի կարգ: Ասում ենք, որ ստոխաստիկ պրոցեսը հետևում է  $p$  կարգի ավտոռեգրեսիվ պրոցեսին՝  $AR(p)$ , եթե այն կարող է ներկայացվել հետևյալ տեսքով՝

$$y_t = a + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

$\varepsilon_t$  - ն սխալանքն է (error term)՝ անկախ և միատեսակ բաշխված (iid), այսինքն ենթադրվում է, որ white noise-են՝

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad \text{Var}[\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2$$

Այսիպսով, եթե ավտոռեգեսիվ մոդելը կախված է մեկ լագից, այն հետևում է առաջին կարգի ավտոռեգեսիվ ստոխաստիկ պրոցեսին և նշանակվում՝ AR(1)-ով:

Կասենք, որ AR(1) պրոցեսը ստացիոնար է, եթե  $|b| < 1$ -ից բավարարում է հետևյալ պայմանին՝

$$Y_t = a + bY_{t-1} + \varepsilon_t$$

Եթե  $|b| \geq 1$ -ից, ապա՝ ոչ ստացիոնար:

- Ինտեգրված պրոցես I(d): Ոչ ստացիոնար ստոխաստիկ պրոցեսը, որը պետք է մեկ անգամ դիֆերենցել ստացիոնար դարձնելու համար, կոչվում է՝ առաջին կարգի ինտեգրված և նշանակվում հետևյալ կերպ՝ I(1): Ավելին, ոչ ստացիոնար ստոխաստիկ պրոցեսը, որը պետք է d անգամ դիֆերենցել ստացիոնար դարձնելու համար, կոչվում է՝ d կարգի ինտեգրված և նշանակվում հետևյալ կերպ՝  $Y \sim I(d)$ : Ժամանակային շարքը, որը առանց դիֆերենցելու ստացիանոր է, կոչվում է՝ ինտեգրված գրոյական կարգով, և նշվում է՝  $Y \sim I(0)$ :
- Շարժվող միջին (Moving Average-MA) – MA պրոցեսում կախյալ փոփոխականը ռեգրեսիայի է ենթարկվում ներկա և նախորդ ժամանակահատվածի սխալներից: Մոդելը, որը ներառում է q - թվով սխալանքներ, հետևում է q-րդ կարգի շարժվող միջին գործընթացին, որը նշվում է MA(q): MA(q) գործընթացը սահմանվում է որպես՝  $y_t = \mu + \varepsilon_t + \phi_1\varepsilon_{t-1} + \phi_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q\varepsilon_{t-q}$ :

$\varepsilon_t$  -ները iid են, հետևում է, որ՝  $E[\varepsilon_t] = 0$ ,  $\text{Var}[\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2$ :

- Ավտոռեգեսիվ Շարժվող միջինի պրոցես (ARMA)-ը AR և MA պրոցեսների համատեղումն է, քանի որ կախյալ փոփոխականը հաճախ ունի երկուսի բնութագրերը: Եթե հիմքում ընկած AR և MA մոդելները երկուսն էլ առաջին կարգի են, մոդելը նշվում է՝ ARMA(1, 1), իսկ ընդհանուր դեպքում, եթե հիմքում ընկած ավտոռեգեսիվ մոդելը p - կարգի է, իսկ շարժվող միջինը՝ q - կարգի, ապա ARMA գործընթացը նշվում է ARMA(p, q)-ով և սահմանվում հետևյալ կերպ՝

$$y_t = a + \underbrace{b_1y_{t-1} + b_2y_{t-2} + \dots + b_py_{t-p}}_{\text{AR(p) բաղադրիչ}} + \underbrace{\varepsilon_t + \phi_1\varepsilon_{t-1} + \phi_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_q\varepsilon_{t-q}}_{\text{MA(q) բաղադրիչ}}$$

a-ն հաստատուն է,  $\varepsilon_t$  -ները iid են, հետևում է, որ՝  $E[\varepsilon_t] = 0$ ,  $\text{Var}[\varepsilon_t] = E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2$ :

- Ավտոռեգեսիվ Ինտեգրված Շարժվող միջինի պրոցես (ARIMA)<sup>9</sup> - Եթե ARMA մոդելի ժամանակային շարքը պետք է որոշակի քանակով դիֆերենցել՝

ստացիոնար դարձնելու համար, մոդելը դառնում է այն, ինչը հայտնի է որպես՝ Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Շիջին մոդել կամ ARIMA մոդել: Ընդհանրացնելով՝ ARIMA մոդելը նշանակվում է՝ ARIMA(p, d, q)-ով, ինչը նշանակում է, որ AR-ը p-րդ կարգի է, ժամանակային շարքը ինտեգրված է d-անգամ, իսկ շարժվող միջինը՝ q-րդ կարգի է: Այն նաև նշանակում է, որ եթե հիմքում ընկած AR և MA մոդելները առաջին կարգի են, և ժամանակային շարքը մեկ անգամ դիֆերենցելով դառնում է ստացի, ապա ARIMA մոդելը նշվում է հետևյալ կերպ՝ ARIMA(1, 1, 1):

### 2.3. Մարկովյան շղթա

Մարկովյան շղթան<sup>10</sup> մոդել է, որը մեզ ինչ-որ բան է պատմում պատահական մեծությունների, վիճակների հաջորդականությունների հավանականությունների մասին, որոնցից յուրաքանչյուրը կարող է արժեքներ ընդունել որոշակի բազմությունից: Այս բազմությունները կարող են լինել բառեր կամ պիտակներ, որոնք ներկայացնում են որևէ բան, օրինակ՝ եղանակը: Շատ դեպքերում, մեզ հետաքրքրող իրադարձությունները թաքնված են և ուղղակիորեն չեն դիտարկվում:

Մարկովյան շղթայի հիմնական ենթադրությունը այն է, որ յուրաքանչյուր հաջորդ վիճակը գուշակելու համար, բավական է դիտարկել միայն ներկա վիճակը:

Մաթեմատիկորեն ներկայացնելու համար, ենթադրենք կան հետևյալ վիճակի (state) փոփոխականները՝  $q_1, q_2, \dots, q_i$ , ապա Մարկովյան հավասարումը կլինի՝

$$P(q_i = a | q_1 \dots q_{i-1}) = P(q_i = a | q_{i-1})$$

Այլ կերպ ասած, հավասարումը նշանակում է, որ ներկա վիճակի հավանականությունը՝ բոլոր նախորդ վիճակների պայմանով, նույնն է, ինչ ներկա վիճակի հավանականությունը, միայն նախորդ վիճակի պայմանով:

Մարկովյան շղթան նկարագրվում է հետևյալ բաղադրիչներով՝

- $Q = q_1, q_2, \dots, q_N$  - N վիճակների բազմություն,
- $A = a_{11}, a_{12}, \dots, a_{n1}, \dots, a_{nn}$  - անցումային հավանականության մատրից՝ A, յուրաքանչյուր  $a_{ij}$ , ներկայացնում է i վիճակից j վիճակ տեղափոխվելու հավանականությունը, այնպես որ՝  $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1 \quad \forall i$ ,



- $\pi = \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N$  - վիճակների սկզբնական հավանականության բաշխում,  $\pi_i$ -ն հավանականությունն է, որ Մարկովյան շղթան կսկսի  $i$ -րդ վիճակից: Որոշ  $j$ -վիճակների համար կարող է  $\pi_j = 0$  լինել, սա նշանակում է, որ նրանք չեն կարող լինել սկզբնական վիճակներ, իսկ  $\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$  :

### 2.3.1 Թաքնված Մարկովյան Մոդելներ

Շուկայական ռեժիմների հայտնաբերման և ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացման հիմնական մեթոդներից է՝ վիճակագրական ժամանակային շարքերի տեխնիկայի օգտագործումը, որը հայտնի է որպես Թաքնված Մարկովյան Մոդել (անգլերեն՝ Hidden Markov Model(HMM)): HMM-ը վիճակագրական մոդել է, որում մոդելավորվող համակարգը Մարկովյան գործընթացներն են՝ չդիտարկվող կամ թաքնված վիճակներով: Մենք պիտակները անվանում ենք թաքնված, քանի որ դրանք չեն դիտարկվում:

HMM<sup>10</sup>-ն նշվում է հետևյալ բաղադրիչներով՝

- $Q = q_1, q_2, \dots, q_N$  -  $N$  վիճակների բազմություն.
- $A = a_{11}, a_{12}, \dots, a_{n1}, \dots, a_{nn}$  - անցումային հավանականության մատրից՝  $A$ , յուրաքանչյուր  $a_{ij}$ , ներկայացնում է  $i$  վիճակից  $j$  վիճակ տեղափոխվելու հավանականությունը, այնպես որ՝  $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1 \quad \forall i$ .
- $O = o_1, o_2, \dots, o_T$  -  $T$  դիտարկումների հաջորդականություն, որոնցից յուրաքանչյուրը վերցված է  $V = v_1, v_2, \dots, v_V$  բառարանից.
- $B = b_i(o_t)$  -  $i$  վիճակից  $o_t$  դիտարկման առաջացման հավանականությունը,
- $\pi = \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N$  - վիճակների սկզբնական հավանականության բաշխում,  $\pi_i$ -ն հավանականությունն է, որ Մարկովյան շղթան կսկսի  $i$ -րդ վիճակից: Որոշ  $j$ -վիճակների համար կարող է  $\pi_j = 0$  լինել, սա նշանակում է, որ նրանք չեն կարող լինել սկզբնական վիճակներ, իսկ  $\sum_{i=1}^N \pi_i = 1$  .

Թաքնված Մարկովյան Մոդելը ունի երկու պարզ ենթադրություն՝

1. Ինչպես Մարկովյան շղթայում, այնպես և այստեղ, որոշակի վիճակի հավանականությունը կախված է միայն նախորդ վիճակից՝

$$P(q_i = a | q_1 \dots q_{i-1}) = P(q_i = a | q_{i-1})$$

2.  $o_i$  էլքի դիտարկման հավանականությունը կախված է միայն  $i$ -րդ վիճակից՝

$$P(o_i | q_1 \dots q_i, \dots, q_T, o_1, \dots, o_i, \dots, o_T) = P(o_i | q_i)$$

Թաքնված Մարկովյան Մոդելները ուսումնասիրում են երեք հիմնական խնդիրներ՝

- Ճշմարտանմանություն (Likelihood) – հաշվի առնելով Թաքնված Մարկովյան Մոդելների հետևյալ պարամետրերը՝  $\lambda = (A, B)$  և դիտարկումների  $O$ -հաջորդականությունը, պետք է որոշել հավանականությունը՝  $P(O|\lambda)$ : Այն որոշվում է տարբեր ալգորիթմների միջոցով, ինչպիսիք են՝ Forward, Backward ալգորիթմները:
- Վերծանում (Decoding) – Մա պատասխանում է այն հարցին, թե ո՞րն է ամենահավանական թաքնված վիճակների հաջորդականությունը, երբ ունենք դիտարկումների հաջորդականություն: Այսինքն հաշվի առնելով դիտարկումների  $O$ -հաջորդականությունը և HMM-ի՝  $\lambda = (A, B)$ , հայտնաբերել լավագույն թաքնված վիճակի հաջորդականությունը՝  $Q$ -ն (Viterbi ալգորիթմ):
- Ուսուցում (Learning) - Ի՞նչ կարող ենք սովորել մեր ունեցած տվյալներից: Այսինքն՝ դիտարկված տվյալներից ինչպե՞ս ստեղծել Թաքնված Մարկովյան Մոդելներ: Հաշվի առնելով դիտարկումների  $O$ -հաջորդականությունը և HMM-ի վիճակների բազմությունը, սովորենք HMM-ի՝  $A$  և  $B$  պարամետրերը (Baum-Welch ալգորիթմ):

Հետազոտության համատեքստում թաքնված վիճակները՝ շուկայի ռեժիմներն են, իսկ դիտարկելի տվյալները S&P 500-ի ժամանակային շարքերն են: Մենք փորձելու ենք բացահայտել այդ ռեժիմները Python-ծրագրավորման լեզվի միջոցով, որտեղ ներդրված է հատուկ գրադարան, Թաքնված Մարկովյան Մոդելները օգտագործելու համար: Ըստ էության ալգորիթմը սկզբում սովորում է  $A$  և  $B$  պարամետրերը (Learning), այնուհետև հայտնաբերում է թաքնված վիճակների հաջորդականությունը (Decoding):

### 2.3.2 Թաքնված Մարկովյան Մոդելի Ուսուցում

Թաքնված Մարկովյան Մոդելը, հաշվի առնելով դիտարկումների Օ-հաջորդականությունը և HMM-ի վիճակների բազմությունը, սովորում է՝  $A$  և  $B$  պարամետրերը: Ուսուցման մեջ մենք ունենք չպիտակավորված դիտարկումների Օ-հաջորդականություն և թաքնված վիճակներ՝  $Q$ : Մենք չգիտենք թաքնված վիճակներից որևէ մեկում գտնվելու հավանականությունը: Թաքնված Մարկովյան Մոդելում ուսուցումը սկսում է մոդելի պարամետրները գուշակելուց, դրանք են՝ անցումային և դիտարկումների հավանականությունները: Այնուհետև այդ պարամետրների գնահատականները կրկնակի ճշգրտվում են:

Սահմանենք Forward<sup>10</sup> հավանականությունը՝

$$a_t(j) = P(o_1, o_2 \dots o_t, q_t = j | \lambda)$$

Հավասարումը ցույց է տալիս  $j$  վիճակում գտնվելու հավանականությունը առաջին  $t$  դիտարկումները տեսնելուց հետո:  $q_t = j$  – ն նշանակում է վիճակների հաջորդականության  $t$ -րդ վիճակը  $j$  վիճակն է: Այս հավանականությունը հաշվարկվում է հետևյալ կերպ՝

$$a_t(j) = \sum_{i=1}^N a_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t),$$

Որտեղ որ  $a_{t-1}(i)$  –ն սահմանվում է որպես  $t-1$  պահին  $i$ -րդ վիճակում հավանականությունը,  $a_{ij}$ –ն ներկայացնում է  $i$  վիճակից  $j$  վիճակ տեղափոխվելու հավանականությունը,  $b_j(o_t)$  – ն  $i$  վիճակից  $o_t$  դիտարկման առաջացման հավանականությունը:

Ալգորիթմը հասկանալու համար սահմանենք backward հավանականությունը(backward probability)՝

$$\beta_t(i) = P(o_{t+1}, o_{t+2} \dots o_T | q_t = i, \lambda),$$

որտեղ  $\beta$ -ն  $t+1$ -պահից մինչև վերջ դիտարկումները տեսնելու հավանականությունն է հաշվի առնելով, որ  $t$  պահին գտնվում ենք  $i$ -րդ վիճակում:

Հաշվարկման քայլերը հետևյալն են՝

- Սկզբնավորում(Initialization)՝

$$\beta_T(i) = 1, \quad 1 \leq i \leq N$$

Այն ցույց է տալիս, որ մենք գտնվում ենք վերջնական վիճակում և հավասար է 1-ի, քանի որ մենք դիտարկել ենք ամբողջ հաջորդականությունը մինչև T-պահը:

- Ռեկուրսիա(Recursion)`

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j), \quad 1 \leq i \leq N, 1 \leq t < T$$

Այն ներկայացնում է t+1-ից մինչև T պահը դիտարկումների հաջորդականությունը դիտարկելու հավանականությունը, հաշվի առնելով, որ HMM-ը գտնվում է t-պահին i-րդ վիճակում:

- Ավարտ(Termination)`

$$P(O|\lambda) = \sum_{j=1}^N \pi_j b_j(o_1) \beta_1(j)$$

Սա ցույց է տալիս O-դիտարկումների հաջորդականության հավանականությունը:

Տեսնենք թե ինչպես կարող ենք օգտագործել forward և backward հավանականությունները դիտարկման հաջորդականությունից հաշվարկելու անցման հավանականությունները, չնայած որ մոդելի միջոցով անցած իրական ճանապարհը թաքնված է: Թաքնված Մարկովյան մոդելներում վիճակների միջև անցման հավանականությունը գնահատելու համար մենք կարող ենք օգտագործել պարզագույն առավելագույն ճշմարտանմանության(Likelihood) գնահատման տարբերակը: Կարող ենք գնահատել i վիճակից j վիճակի անցնելու հավանականությունը հետևյալ կերպ`

$$\hat{a}_{ij} = \frac{i \text{ վիճակից } j \text{ վիճակ անցումների ակնկալվող թիվը}}{i \text{ վիճակից անցումների ակնկալվող թիվը}}$$

i վիճակից j վիճակի անցումների ակնկալվող թիվը հաշվարկելու համար մենք պետք է հաշվի առնենք այն հավանականությունը, որ այս անցումը կատարվել է դիտարկման հաջորդականության t ժամանակի յուրաքանչյուր կետում: Գումարելով t բոլոր ժամանակահատվածները, կարող ենք գնահատել  $i \rightarrow j$  անցման ընդհանուր թիվը:

Օրինակ, ենթադրենք, որ մենք ունենք դիտարկումների հաջորդականություն, որը բաղկացած է բաժնետոմսերի օրական գներից, և մենք ցանկանում ենք գնահատել շուկայական տարբեր ռեժիմների միջև անցման հավանականությունը: Մենք կարող ենք սահմանել երկու վիճակ` «ցուլ» և «արջ», և օգտագործել Թաքնված Մարկովյան Մոդելը` այս վիճակների միջև անցումները մոդելավորելու համար` հիմնվելով բաժնետոմսերի օրական գների վրա: Անցման հավանականությունները գնահատելու համար մենք կարող ենք հաշվարկել i վիճակից j վիճակի անցումների ակնկալվող

թիվը՝ գումարելով  $t$  բոլոր ժամանակային կետերը, որտեղ մոդելը կանխատեսում է  $i$  վիճակից  $j$  վիճակի անցում: Այս ակնկալվող թիվը պետք է բաժանել  $i$  վիճակից անցումների ընդհանուր ակնկալվող թվի վրա՝ ստանալու համար  $\hat{a}_{ij}$  անցման հավանականությունը:

Սահմանենք հետևյալ փոփոխականը՝  $\xi_t$  – այն ցույց է տալիս, որ  $t$  պահին գտնվում ենք  $i$  վիճակում, իսկ  $t + 1$  պահին  $j$  վիճակում՝

$$\xi_t(i, j) = P(q_t = i, q_{t+1} = j | O, \lambda), \quad (2)$$

(2)-րդ հավասարումը հաշվարկելու համար, մենք սկզբում հաշվում ենք հետևյալ արտահայտությունը՝

$$\xi_t(i, j) = P(q_t = i, q_{t+1} = j, O | \lambda), \quad (3)$$

(3)-ը ցույց է տալիս  $t$  ժամանակում  $i$  վիճակում գտնվելու,  $t+1$  պահին  $j$  վիճակին անցնելու և ամբողջ հաջորդականությունը դիտարկելու համատեղ հավանականությունը: (3) արտահայտության հաշվարկը հետևյալն է՝

$$\xi_t(i, j) = a_t(i) a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j),$$

(2)-րդ բանաձևը հաշվարկելու համար հետևում ենք հավանականության օրենքներին, այն է որ՝

$$P(X|Y, Z) = \frac{P(X, Y|Z)}{P(Y|Z)}$$

Իսկ  $P(O|\lambda)$  ներկայացնում ենք այսպես՝

$$\sum_{j=1}^N a_t(j) \beta_t(j)$$

Այսպիսով վերջնական  $\xi_t$  – ն կլինի հետևյալ կերպ՝

$$\xi_t(i, j) = \frac{a_t(i) a_{ij} b_j(o_{t+1}) \beta_{t+1}(j)}{\sum_{j=1}^N a_t(j) \beta_t(j)}$$

Այս դեպքում  $i$ -վիճակից  $j$ -վիճակի անցման ակնկալվող թիվը կլինի բոլոր  $t$ -ժամանակային քայլերը գումարելով:  $\hat{a}_{ij}$ -ն հաշվարկելու համար նաև պետք է հաշվել  $i$  վիճակից անցումների ընդհանուր ակնկալվող թիվը, ուստի գումարում ենք բոլոր անցումները  $i$ -րդ վիճակից՝

$$\hat{a}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \sum_{k=1}^N \xi_t(i, k)} \quad (4)$$

Մեզ անհրաժեշտ է նաև դիտարկումների հավանականությունը վերահաշվարկելու բանաձև: Դիտարկումների հավանականությունը ներկայացնում է որոշակի սիմվոլ՝  $v_k$  (վերցված  $V$  բառարանից) դիտարկելու հավանականությունը, հաշվի առնելով հիմքում ընկած վիճակը: Վերահաշվարկի բանաձևը կլինի հետևյալը՝

$$\hat{b}_j(v_k) = \frac{\text{ակնկալվող } j \text{ վիճակի քանակը և } v_k \text{ սիմվոլը}}{\text{ակնկալվող } j \text{ վիճակի քանակը}}$$

Մեզ անհրաժեշտ է իմանալ  $t$  պահին  $j$  վիճակում գտնվելու հավանականությունը, որը մենք կանվանենք՝  $\gamma_t(j)$ , բանաձևը հետևյալն է՝

$$\gamma_t(j) = P(q_t = j | O, \lambda)$$

Մեկ անգամ ևս կհաշվենք՝ ներառելով դիտարկման հաջորդականությունը հավանականության մեջ՝

$$\gamma_t(j) = \frac{P(q_t = j, O | \lambda)}{P(O | \lambda)} \quad (5)$$

(5)-ը ներկայացնենք հետևյալ կերպ՝

$$\gamma_t(j) = \frac{a_t(j)\beta_t(j)}{P(O | \lambda)}$$

Այնուհետև կարող ենք հաշվարկել  $b$ -ն(դիտարկման հավանականությունը)՝

$$\hat{b}_j(v_k) = \frac{\sum_{t=1}^T s.t. \ O_t=v_k \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)} \quad (6)$$

(6) արտահայտության համարիչում մենք գումարում ենք  $\gamma_t(j)$ -ն բոլոր ժամանակային քայլերի համար, որտեղ որ  $O_t$  դիտարկումը մեզ հետաքրքրող  $v_k$  նշանն է: Հայտարարում գումարում ենք  $\gamma_t(j)$ -ն բոլոր  $t$  ժամանակային քայլերի համար: Մենք արդեն ունենք (4) և (6) հավասարումները,  $A$ -ի անցման և  $B$  դիտարկման հավանականությունները վերագնահատելու  $O$  դիտարկումների հաջորդականությունից՝ ենթադրելով, որ մենք արդեն ունենք  $A$ -ի և  $B$ -ի նախկին գնահատականները:

Ամփոփելով ասենք, որ ալգորիթմը բաղկացած է երկու քայլից, առաջին քայլում հաշվարկվում է դիտարկումների հաջորդականության յուրաքանչյուր փուլում յուրաքանչյուր վիճակում գտնվելու հավանականությունը՝  $\gamma$ , և դիտարկումների հաջորդականության մեկ վիճակից մյուսին անցնելու հավանականությունը՝  $\xi$ , իսկ երկրորդ քայլում օգտագործում ենք  $\gamma$ -ն և  $\xi$ -ը վերագնահատելու անցումը և դիտարկումների հաջորդականությունը:

### 2.3.3 Թաքնված Մարկովյան Մոդելի Վերծանում

Վերծանման ժամանակ ունենք դիտարկումների Օ-հաջորդականություն և HMM-ի՝  $\lambda = (A, B)$ , պետք է հայտնաբերել լավագույն թաքնված վիճակի հաջորդականությունը՝  $Q$ -ն: Խնդրի լուծման համար օգտագործվում է Viterbi-ի ալգորիթմը, այն դինամիկ ծրագրավորման տեսակ է, իսկ դինամիկ ծրագրավորումը վերաբերում է բարդ խնդիրների պարզեցմանը՝ այն ավելի պարզ խնդիրների բաժանելով, ռեկուրսիվ եղանակով:

Viterbi-ի<sup>10</sup> ալգորիթմի ժամանակ հաշվարկվում է հետևյալ մեծությունը՝

$$v_t(j) = \max_{q_1, \dots, q_{t-1}} P(q_1 \dots q_{t-1}, o_1, o_2 \dots o_t, q_t = j | \lambda)$$

Վերը նշված բանաձևը ցույց է տալիս  $t$ -պահին  $j$ -վիճակում գտնվելու ամենամեծ հավանականությունը, հաշվի առնելով դիտարկումների հաջորդականությունը մինչև  $t$ -պահ: Viterbi-ն հաշվարկում է յուրաքանչյուր վիճակում գտնվելու հավանականությունը հաշվի առնելով, որ մենք արդեն հաշվարկել էինք  $t - 1$  պահին յուրաքանչյուր վիճակում գտնվելու հավանականությունը: Տրված  $q_j$  վիճակի համար  $t$  ժամանակում  $v_t(j)$  արժեքը հաշվարկվում է հետևյալ կերպ՝

$$v_t(j) = \max_{i=1..N} v_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t)$$

որտեղ՝

- $v_{t-1}(i)$  – ցույց է տալիս նախորդ ժամանակահատվածում  $i$ -վիճակում գտնվելու ամենամեծ հավանականությունը,
- $a_{ij}$  – ցույց է տալիս  $q_i$  վիճակից՝  $q_j$  անցնելու հավանականությունը,
- $b_j(o_t) - o_t$  դիտարկման հավանականությունը, հաշվի առնելով ներկայիս  $j$ -վիճակը: Երբ ալգորիթմը շարժվում է դեպի նոր վիճակ, ապա կարող ենք այդ վիճակից հետ քայլեր կատարել և հասնել այն լավագույն ճանապարհին, որը մեզ հասցրել էր դեպի այդ վիճակը:

Ներկայացնենք Viterbi-ի ալգորիթմի քայլերը հետևյալ կերպ՝

- Սկզբնավորում(Initialization)՝

$$v_1(j) = \pi_j b_j(o_1) \quad 1 \leq j \leq N$$

$$b_{t_1}(j) = 0 \quad 1 \leq j \leq N$$

$t = 1$  պահին, մենք չունենք դիտարկվող նախկին վիճակներ, ուստի մենք բոլոր  $j$ -երի համար  $b_{t1}(j)$  -ին սահմանում ենք հավասար գրոյի: Մա ուղղակի պայման է և չի ազդում վիճակի ամենահավանական հաջորդականության հաշվարկի վրա: Մյուս կողմից,  $v_1(j)$  փոփոխականը ներկայացնում է  $j$  վիճակում գտնվելու հավանականությունը առաջին քայլում՝ հաշվի առնելով  $\pi$  վիճակի սկզբնական բաշխումը և առաջին դիտարկումը՝  $o_1$  :

• Ռեկուրսիա(Recursion)՝

$$v_t(j) = \max_{i=1..N} v_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t); \quad 1 \leq j \leq N, 1 < t \leq T \quad (7)$$

$$b_{t1}(j) = \operatorname{argmax}_{i=1..N} v_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t); \quad 1 \leq j \leq N, 1 < t \leq T \quad (8)$$

(7) արտահայտությունը հաշվարկում է  $t$ -պահին  $j$ -վիճակ տանող բոլոր հնարավոր ուղիների առավելագույն հավանականությունը:

(8) արտահայտությունը օգտագործվում է վիճակի ամենահավանական հաջորդականությունը վերականգնելու համար, երբ ավարտվի Viterbi-ի ալգորիթմը:

• Ավարտ(Termination)՝

$$\text{Լավագույն միավոր} \quad P^* = \max_{i=1..N} v_T(i) \quad (9)$$

$$\text{Հետադարձի սկիզբը} \quad QT^* = \operatorname{argmax}_{i=1..N} v_T(i) \quad (10)$$

(9) արտահայտությունը ներկայացնում է ամենահավանական թաքնված վիճակի հաջորդականության հավանականությունը՝ հաշվի առնելով դիտարկվող հաջորդականությունը:

(10) - ը ամենամեծ հավանականություն ունեցող վիճակն է, սա ամենահավանական հաջորդականության վերջին թաքնված վիճակն է:

Viterbi-ի ալգորիթմը լայնորեն օգտագործվում է խոսքի ճանաչման, բնական լեզվի մշակման, կենսահինֆորմատիկայի և շատ այլ ոլորտներում, որտեղ վերլուծվում են հաջորդական տվյալները: Այն արդյունավետ ալգորիթմ է HMM-ում թաքնված վիճակների ամենահավանական հաջորդականությունը գտնելու համար և համարվում է մեքենայական ուսուցման ոլորտում հիմնական ալգորիթմներից մեկը:



### 2.3.4 Մարկովի փոխարկման մոդել

Համիլթոնի Markov Regime Switching Model-ը ամենա հայտնի ոչ գծային ժամանակային շարքերի մոդելներից է: Մոդելը բնութագրում է ժամանակային շարքերի վարքագիծը տարբեր ռեժիմներում: Այն ենթադրում է, որ չդիտարկվող ռեժիմները որոշվում են հիմքում ընկած ստոխաստիկ գործընթացով, որը հայտնի է որպես Մարկովյան շղթա:

Regime-Switching model-ները թույլատրում են՝

- Տվյալները բնութագրել տարբեր ռեժիմներում
- Ժամանակային շարքերի բնութագրիչների (միջին, վարիացիա) փոփոխությունը տարբեր ռեժիմներում
- Ենթադրել, որ ժամանակի ցանկացած պահին, կա հավանականություն որ շարքը գտնվում է ռեժիմներից որևէ մեկում և կարող է անցնել մեկ այլ ռեժիմի:

Հետազոտության շրջանակներում շուկայի ռեժիմների բացահայտումը իրականացված է՝ Markov Switching Autoregressive model-ի (MS-AR) միջոցով:

Ավտոռեգրեսիվ մոդելները (AR) մեքենայական ուսուցման մոդելների դաս են, որոնք ավտոմատ կերպով կանխատեսում են հաջորդ արժեքը հաջորդականության մեջ՝ հիմք ընդունելով նախորդ արժեքները: Ի տարբերություն գծային ռեգրեսիայի, ավտոռեգրեսիվ մոդելը չի օգտագործում այլ անկախ փոփոխականներ, բացառությամբ նախկինում կանխատեսված արդյունքների:

Դիտարկենք հետևյալ բանաձևը՝

$$p(x) = \prod_{i=1}^n p(x_i | x_1, x_2, \dots, x_{i-1}) = \prod_{i=1}^n p(x_i | x_{<i})$$

Բանաձևը ենթադրում է, որ ապագա արժեքների բաշխումը կախված է նախորդ ժամանակի արժեքներից:

Դիտարկենք MS-AR<sup>11</sup>-ի պարզ մոդել: Նշանակենք՝  $s_t$ -ով չդիտարկով վիճակի(ռեժիմ) փոփոխականը՝ ենթադրելով մեկ կամ զրո:  $Z_t$  փոփոխականի switching պարզ մոդելը ներառում է երկու AR գործընթացներ՝

$$Z_t = \begin{cases} \alpha_0 + \beta Z_{t-1} + \varepsilon_t, & s_t = 0, \\ \alpha_0 + \alpha_1 + \beta Z_{t-1} + \varepsilon_t, & s_t = 1, \end{cases}$$

որտեղ  $|\beta| < 1$ ,  $\varepsilon_t$ -ն անկախ և միատեսակ բաշխված պատահական փոփոխական է՝ զրո միջինով և  $\sigma_\varepsilon^2$ -վարիացիայով: Սա AR (1) ստացիոնար պրոցես է  $\alpha_0/(1 - \beta)$  միջինով, երբ  $s_t = 0$ : Մեկ այլ AR (1) ստացիանոր պրոցես է երբ  $s_t$  -ն 0-ից անցում է կատարում 1-ի  $\{(\alpha_0 + \alpha_1)/(1 - \beta)\}$  միջինով:

Այնուհետև մոդելը ընդունում է երկու դինամիկ կառուցվածք  $\alpha_1 \neq 1$  պայմանով, կախված  $s_t$  վիճակի արժեքից: Այս պարագայում,  $z_t$ -ն կառավարվում է երկու բաշխմամբ, իսկ  $s_t$ -ն որոշում է այս երկու բաշխումների (ռեժիմների) միջև անցումը:

Ֆինանսական աշխարհում կիրառելով Markov Switching Model-ները ժամանակային շարքերի տվյալների վրա, կարող ենք ըստ էության ֆիքսել, շուկայի անցումը է մի ռեժիմից մյուսը, ինչը կարող է զգալի հետևանքներ ունենալ ներդրումային որոշումների վրա: Օրինակ՝ 0 վիճակից 1 վիճակի անցումը կարող է ազդանշան տալ ներդրողներին ավելի պաշտպանողական ռազմավարություն որդեգրել՝ ավելի բարձր սպասվող տատանողականության կամ շուկայի անկումների պատճառով:

## 2.4 Խորը ուսուցում, Նեյրոնային ցանցեր

Արհեստական բանականության մեկ այլ տեսակ է՝ Խորը Ուսուցումը (Deep Learning-DL), որը օգտագործում է բազմաշերտ նեյրոնային ցանցեր, դարձնելով առավել հարմար ներդրումային ռազմավարությունների ուսումնասիրման տեսանկյունից, քանի որ այն կարող է էլ ավելի լավ բնութագրել ֆինանսական տվյալների բարդ օրինաչափությունները:

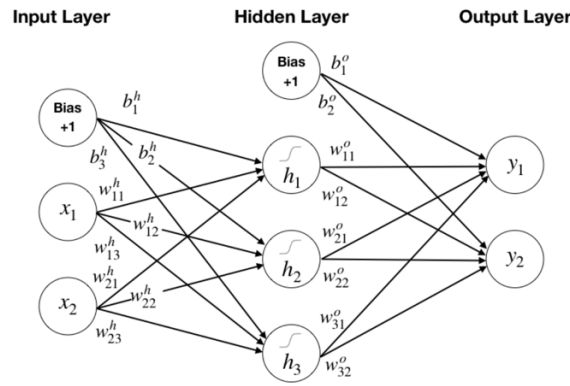
Նեյրոնային ցանցերը նախագծված են մոդելավորելու, թե ինչպես է մարդու ուղեղը ստանում և կառուցում պերցեպտրոններ (նեյրոնային ցանցեր): Մաթեմատիկայի<sup>12</sup> տեսանկյունից, դրանք ֆունկցիաների համադրույթներ են, որոնք կախված են որոշ թվերի՝ գործակիցների ընտրությունից: Գրաֆիկորեն դրանք կարող են ներկայացվել հաջորդաբար կատարվող գծային եւ ոչ գծային ձեւափոխությունների տեսքով, որոնք հաճախ ներկայացվում են որպես շերտեր: Ֆունկցիայի մասին մանրամասները, այսինքն մաթեմատիկական տեսքը, մեզ հայտնի չէ: Ֆունկցիայի պարամետրերը ընտրվում են համակարգչի կողմից էպոխների ընթացքում,

յուրաքանչյուր քայլում ընտրելով լավագույն պարամետրերը, փորձելով նվազագույնի հասնել կորստի ֆունկցիան: Ձեւափոխությունների արդյունքում ստացվածը իրենից ներկայացնում է ելքային տվյալը: Նեյրոնային ցանցի մուտքային և ելքային շերտերի միջև գտնվող նեյրոնները կոչվում են՝ թաքնված շերտեր: «Խորը» տերմինը սովորաբար վերաբերում է նեյրոնային ցանցում թաքնված շերտերի քանակին: Խորը ուսուցման մոդելները կարող են ունենալ հարյուրավոր կամ նույնիսկ հազարավոր թաքնված շերտեր: Շերտերը հիմնականում տարբերվում են տվյալ շերտի նեյրոնները նախորդ շերտի նեյրոնների հետ միացնելու ձևով:

Նեյրոնային ցանցերը<sup>13</sup> կազմված են հետևյալ շերտերից՝ մուտքային, թաքնված և ելքային շերտեր: Թաքնված և ելքային շերտերը բաղկացած են հանգույցներից(nodes) կամ նեյրոններից: Նեյրոնային ցանցերի ամենապարզ կառուցվածքներից մեկը այսպես կոչված «լրիվ կապակցված» շերտն է, որի ժամանակ դիտարկվում է հետևյալ ձեւափոխությունը՝

$$h(x) = \sigma (x \cdot W + b),$$

որտեղ՝  $x \in R^n$  մուտքային տվյալ,  $W \in R^{n \times m}$  - յուրաքանչյուր մուտքային տվյալի կշիռը node-ում, որն օգտագործվում է մուտքային արժեքների գծային կապը հաշվարկելու համար,  $b \in R^m$  - bias նեյրոնային ցանցում լրացուցիչ պարամետր է, որն օգտագործվում է node-ում մուտքերի կշռված գումարի հետ միասին՝ ելքի վրա ազդելու համար: Ըստ էության, այն օգնում է մոդելին ավելի լավ տեղավորել տվյալները՝ փոխելով ակտիվացման գործառույթը, իսկ  $\sigma$  -ն ոչ գծային ֆունկցիա է, որին կանվանենք ակտիվացման ֆունկցիա, այն կիրառվում է node-ի ելքի վրա՝ ցանցին ոչ գծային հատկություններ ներմուծելու կամ ելքը նորմալացնելու համար՝ հեշտացնելով բարդ օրինաչափություններ սովորելը:



Գծապատկեր 1. Նեյրոնային ցանցի կառուցվածքը (նկարը վերցված է 13 - ից)

Պատկերված ներկայացման մեջ  $h_1, h_2, \dots, h_m$  զագաթներին կանվանենք նեյրոններ:

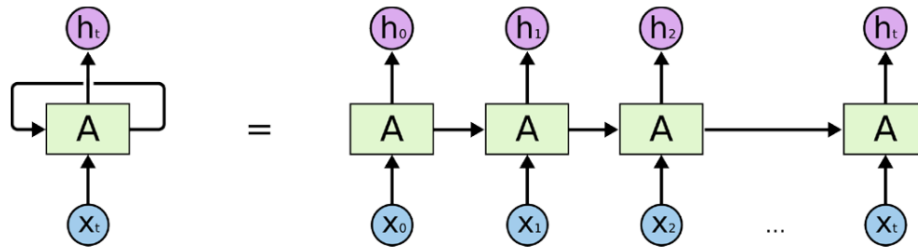
Գրաֆիկը ցույց է տալիս, որ թաքնված շերտի (hidden layer) յուրաքանչյուր node ունի երեք կշիռ, չհաշված bias-ը, մեկը մուտքային տվյալի bias-ի համար, և երկուսը երկու մուտքային տվյալներից յուրաքանչյուրի համար:

Նեյրոնային ցանցերում, որպես ակտիվացման ֆունկցիա ընտրվում են մոնոտոն չնվազող և դիֆերենցելի ֆունկցիաներ, օրինակ sigmoid ֆունկցիան՝  $\text{sigmoid}(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ :

### 2.4.1 Ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցեր

Պատկերացրեք, որ մեր նպատակն է ֆիլմի յուրաքանչյուր հատվածում տեղի ունեցած իրադարձությունները ֆիքսել: Ավանդական նեյրոնային ցանցերը չեն կարող ֆիքսել նախորդ ժամանակահատվածում տեղի ունեցած իրադարձությունները և օգտագործել հաջորդ ժամանակահատվածում ինչ-որ տեղեկություն տրամադրելու համար: Ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցերը (Recurrent neural network -RNN)<sup>14</sup> լուծում են այս խնդիրը: RNN-ները ունեն «հիշողություն», նրանք պահում և օգտագործում են ինֆորմացիան որը ստացել են նախորդ ժամանակահատվածի տվյալներից:

Ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցերը (Recurrent Neural Network-RNN) օգտագործվում են հաջորդական, ժամանակից կախված (time series) մուտքային տվյալների հետ աշխատանքի համար: Այս շերտի մուտքում տրվում է  $n$  չափի վեկտորների հաջորդականություն՝  $t$  երկարությամբ:



Գծապատկեր 2. Ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցի կառուցվածքը (նկարը վերցված է 14 -ից)

Ի տարբերություն ոչ ռեկուրենտ շերտերի, այստեղ շերտի ելքը որոշելու համար պետք է կատարել միեւնույն ձեւափոխությունը՝ ըստ ժամանակի: Մասնավորապես՝

$$h_t = A(x_t, h_{t-1}),$$

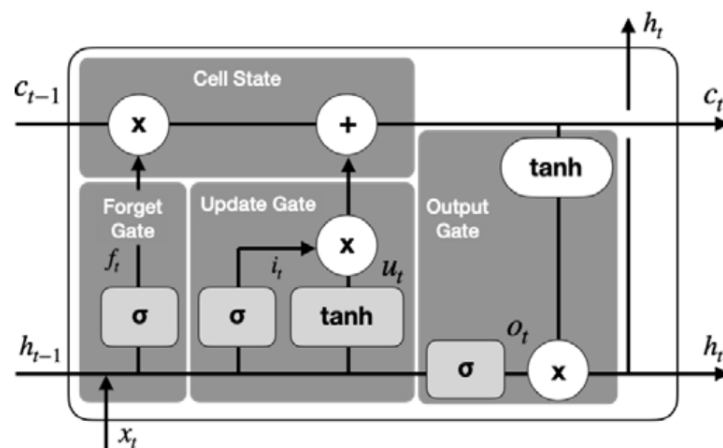
որտեղ՝  $A$ -ն նեյրոնային ցանցն է,  $x_t$ -ն մուտքային տվյալը՝  $t$ -պահին, իսկ  $h_t$  -ն կոչվում է՝ թաքնված վիճակ (hidden state) տրված  $t$  պահի համար: Որպես շերտի ելք կարող ենք վերցնել ամբողջ  $h$  հաջորդականությունը, կամ իր վերջին թաքնված վիճակի վեկտորը՝ ըստ խնդրի: Նկ 2.-ի ձախ կողմում պատկերված է նեյրոնային ցանցը՝ «չբացված վիճակում», ինչը թույլ է տալիս բացահայտ ձևով ցուցադրել ռեկուրենտ կապը: Աջ կողմում պատկերված է «բացված վիճակում»՝ ժամանակի առանցքով ձեւափոխության հաջորդական կիրառումը: Սովորական ռեկուրենտ նեյրոնային շերտ կանվանենք հետեւյալ կերպ հաշվարկներ կատարող շերտը՝  $h_t = \sigma(Uh_{t-1} + Wx_t + b)$ , որտեղ՝  $h_t \in R^m, x_t \in R^n, U \in R^{m \times m}, W \in R^{m \times n}, b \in R^m, t = 1 \dots T, h_0 = 0$ , իսկ  $U$ - ն,  $W$ - ն եւ  $b$ - ն շերտի պարամետրներ են:

Տեսականորեն, RNN-ները կարող են օգտագործել երկարաժամկետ կախվածությունը, բայց գործնականում սահմանափակվում են միայն մի քանի քայլ հետ նայելով: Բանն այն է, որ չնայած նրան, որ կառուցված մոդելը միշտ դիֆերենցելի է՝ նրանում ածանցյալները կա՛մ ձգտում են շատ մեծ թվերի, կա՛մ ձգտում 0-ի, ինչը եւ խափանում է օպտիմիզացիայի մեթոդների աշխատանքը<sup>13</sup>: Այս խնդիրը շտկելու նպատակով մշակվել են մի քանի նոր ռեկուրենտ նեյրոնային ցանցերի տեսակներ, որոնց ունեն ավելի «երկար հիշողություն»: Դրանցից են օրինակ LSTM եւ GRU(gated recurrent units)

ցանցերը: Այս հետազոտության մեջ դիտարկելու ենք LSTM ռեկուրենտ ցանցերը, քանի որ դրանք ավելի հզոր են, թեև զիջում են GRU ցանցին՝ իր աշխատանքի արագությամբ:

### 2.4.2 LSTM ռեկուրենտ ցանցեր

LSTM-ը՝ RNN-ի ավելի բարդ կառուցվածք ներկայացնող ներդրոնային ցանցի տեսակ է: Ստորև ներկայացված է LSTM-ի կառուցվածքը իր յուրաքանչյուր բաղադրիչով:



Գծապատկեր 3. LSTM ցանցի կառուցվածքը (նկարը վերցված է 13 - ից)

Սլաքները ցույց են տալիս ինֆորմացիայի հոսքի ուղղությունները, փոքր շրջանները՝ կատարվող թվաբանական գործողությունները, իսկ ուղղանկյունները՝ ակտիվացման ֆունկցիաները:

LSTM-ի կարևոր բաղադրիչը՝ բջիջի վիճակն է (Cell State), գծապատկերի վերևի հատվածում գտնվող հորիզոնական գիծը: Այն պատասխանատու է տվյալների ամբողջ հաջորդականության ընթացքում համապատասխան տեղեկատվության կրելու համար, և դրա տեղեկատվական հոսքը կարգավորվում է կառուցվածքներով, որոնք կոչվում են՝ անցախուց(gates):

LSTM-ները ունեն երեք gates-եր՝

- Forget gate – այն որոշում է թե ի՞նչ տեղեկատվություն պետք է անցնի cell state-ի միջոցով: Ստանում է նախորդ hidden state-ը՝  $h_{t-1}$ , ընթացիկ մուտքային տվյալը՝

$X_t$ -ն, հաշվում է ակտիվացման ֆունկցիան և բազմապատկում է ստացված արժեքը՝  $f_t$ , որը  $[0, 1]$  միջակայքում ներմալացվել է, cell state-ի կողմից՝ համապատասխանաբար նվազեցնելով կամ պահպանելով այն:

- Input gate – սիգմոիդ շերտը անվանվում է՝ input gate, այն որոշում է թե որ արժեքը պետք է թարմացվի՝ հաշվարկելով սիգմոիդ ֆունկցիան  $h_{t-1}$ -ից և  $X_t$ -ից: Այնուհետև  $\tanh$  ակտիվացման շերտը  $[-1, 1]$  միջակայքից ստեղծում է վեկտոր նոր արժեքների համար, բազմապատկելով նոր արժեքները՝  $ut$ , և, կախված ստացված նշանից, ավելացնում կամ հանում է արդյունքը cell state-ից:
- Output gate – այն ֆիլտրում է cell state-ը օգտագործելով սիգմոիդ ակտիվացումը՝  $o_t$  և բազմապատկում է նորմալացված cell state-ի հետ  $[-1, 1]$  միջակայքից օգտագործելով  $\tanh$  ակտիվացումը:

LSTM ցանցում հաշվարկները<sup>13</sup> կատարվում են հետևյալ կերպ՝

$$f_t = \sigma(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f)$$

$$i_t = \sigma(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i)$$

$$o_t = \sigma(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o)$$

$$u_t = \tanh(W_c x_t + U_c h_{t-1} + b_c)$$

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot u_t$$

$$h_t = o_t \odot \tanh c_t$$

որտեղ՝  $x_t$ ,  $h_t$ , և  $c_t$  վեկտորները համապատասխանաբար մուտքային տվյալների, ելքային տվյալների եւ ներքին վիճակի վեկտորներն են՝  $t$  պահին:

$f_t$ ,  $i_t$ ,  $o_t$ -ն հաջորդականությունները կանվանենք համապատասխանաբար forget gate, input gate եւ output gate:  $W_f, W_i, W_o, W_c, U_f, U_i, U_o, U_c$  մատրիցները եւ  $b_f, b_i, b_o, b_c$  վեկտորները կհանդիսանան շերտի պարամետրեր:

Ներդրնային ցանցերի աշխատանքը կախված է ինչպես ցանցի կառուցվածքից, այնպես էլ նրա պարամետրերի արժեքներից: Նախ պետք է որոշել ցանցի

կառուցվածքը, ապա սկսել պարամետրերի որոշման գործընթացը, որը կոչվում է ուսուցման կամ մարզման (training) փուլ: Նեյրոնային ցանցերի մարզման փուլը իրականացվում է ըստ Backpropagation կոչվող ալգորիթմի, ծրագիրը նախ կհաշվարկի կորստի ֆունկցիայի գրադիենտը յուրաքանչյուր node-ում և ըստ դրա կկարգավորի կշիռները հաջորդ node-ում կամ «խմբաքանակում»(batch): Լավագույն դեպքում, նմուշը ռեկուրսիվ կերպով գտելուց հետո ծրագիրը կհասնի պարամետրերի օպտիմալ փաթեթի, որոնք ստեղծում են կայուն արդյունքներ և ավելի քիչ սխալներ:



#### ԳԼՈՒԽ 4. ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆ

Հետազոտության շրջանակներում փորձելու ենք տարբեր մոդելների միջոցով կանխատեսել բաժնետոմսերի հաջորդ ժամանակահատվածների գները և շուկայի ռեժիմների հայտնաբերման միջոցով առաջարկել համապատասխան ներդրումային ռազմավարություններ: Հետազոտության մեջ օգտագործելու ենք՝ S&P 500 ինդեքսի, FTSE 100 ինդեքսի, Nikkei 225 ինդեքսի, հետևյալ բաժնետոմսերի՝ Apple-ի, Amazon-ի, Google-ի, International Business Machines Corporation(IBM)-ի, Advanced Micro Devices (AMD)-ի, փակման գների 1999-ից մինչև 2024 թվականն ընկած ժամանակահատվածի պատմական տվյալները:

S&P 500-ը ֆոնդային շուկայի ինդեքս է, որը բաղկացած է Միացյալ Նահանգների 500 խոշոր ընկերություններից, այն լայնորեն համարվում է ԱՄՆ ֆոնդային շուկայի ընդհանուր կատարողականի չափանիշ: S&P 500 ինդեքսի փակման գինը ինդեքսի վերջնական գինն է առևտրային օրվա վերջում, ինդեքսի փակման գինը որոշվում է՝ հաշվի առնելով ինդեքսում ընդգրկված 500 ընկերությունների բաժնետոմսերի գների կշռված միջինը: S&P 500 ինդեքսի փակման գինը կարող է օգտագործվել ԱՄՆ ֆոնդային շուկայի ընդհանուր կատարողականը վերլուծելու և շուկայական միտումների հիման վրա ներդրումային որոշումներ կայացնելու համար:

Amazon-ը՝ էլեկտրոնային գործառնությունների ամերիկյան ընկերություն է, տեղակայված Վաշինգտոնում: Ամերիկայի Միացյալ Նահանգներում այն հանդիսանում է ինտերնետային մանրածախ առևտրով զբաղվող ամենամեծ ընկերությունը:

Google-ը, ամերիկյան տեխնոլոգիական ընկերություն է, որը մասնագիտացված է համացանցին առնչվող ծառայությունների և արտադրանքների բնագավառում: Այն նաև համարվում է ԱՄՆ տեխնոլոգիական ոլորտի խոշոր հնգյակից մեկը:

Advanced Micro Devices, Inc. (AMD), կիսահաղորդչային ընկերություն է հիմնադրված Կալիֆոռնիա նահանգի Սանիվեյլ քաղաքում: Ընկերությունը առավել հայտնի է որպես համակարգչի մշակիչներ և գրաֆիկական համակարգերի արտադրող:

Nikkei 225-ը Tokyo Stock Exchange-ի շուկայի ինդեքսն է, այն ներառում է Ճապոնիայում ցուցակված 225 լավագույն ընկերությունները:

Apple-ը հայտնի է իր նորարարություններով սպառողական էլեկտրոնիկայի, ծրագրային ապահովման և առցանց ծառայությունների ոլորտում: Այն համարվում է ԱՄՆ-ի տեխնոլոգիական խոշոր հինգ ընկերություններից մեկը և հայտնի է այնպիսի արտադրանքներով, ինչպիսիք են iPhone, iPad և Mac համակարգիչները:

FTSE 100 Index (Financial Times Stock Exchange Index, ոչ պաշտոնական Footsie) Լոնդոնի ֆոնդային բորսայի առաջադեմ ինդեքսն է, որը կազմված է Մեծ Բրիտանիայի 100 խոշորագույն չիպային ընկերություններից:

### **Բաժնետոմսերի գների կանխատեսում.**

Հետազոտության շրջանակներում, բաժնետոմսերի պատմական տվյալներին հասանելիությունը ստացված է՝ Yahoo Finance-կայքի միջոցով: Մոդելների կիրառման համար օգտագործված է Python ծրագրավորման լեզուն:

Նախքան մոդելները կիրառելը, տվյալները համապատասխան մշակման են ենթարկվել:

### **Բաժնետոմսերի գների կանխատեսումը ARIMA մոդելների միջոցով.**

Քանի որ բաժնետոմսերի գները ոչ ստացիոնար են, այն է որ միջինը և վարիացիան փոխվում են ժամանակի ընթացքում, այդ իսկ պատճառով օգտագործել ենք բաժնետոմսերի եկամտաբերությունները, որպես՝ մուտքային փոփոխական գների կանխատեսման համատեքստում:

Եկամտաբերությունների ստացիոնարությունը ստուգելու համար կիրառվել է Dickey Fuller-ի թեստը: Վերցնենք Nikkei-ի օրինակը՝

```
sts.adfuller(nikkei.returns)
✓ 0.0s
(-26.74187400244949,
 0.0,
 1,
 1632,
 {'1%': -3.434363244707632,
  '5%': -2.8633126160514863,
  '10%': -2.567713701716287},
 5072.523144294239)
```

Գծապատկեր 4. Dickey-Fuller թեստը Nikkei-ի եկամտաբերության համար.

Գծապատկեր 4-ում -26-ը  $t$ -վիճականին է, որքան բացասական լինի, այնքան զրոյական վարկածի մերժումը (այն է, որ շարքը ստացիոնար է) ուժեղ կլինի, 0.0-ն  $p$ -ի արժեքն է, որը ցույց է տալիս նշանակալիությունը, 1-ը լագերի քանակն է օգտագործված տեստում, 1632-ը դիտարկումների քանակն է, 1%, 5% և 10%-ի արժեքները կրիտիկական կետերն են տրված նշանակալիության մակարդակներում, եթե  $t$ -վիճականին ավելի փոքր է այս կետերից, նշանակում է, որ տրված նշանակալիության մակարդակներում մերժում ենք զրոյական վարկածը, որը շարքը ստացիոնար է: Իսկ 5072-ը AIC(Akaike information criteria), BIC(Bayesian information criteria) ինֆորմացիոն կրիտերիաներն են, որոնք օգտագործվում են վիճակագրական մոդելների գնահատման համար՝ գնահատելով ինֆորմացիայի կորուստը մոդելում, որքան քիչ է ինֆորմացիայի կորուստը այնքան ավելի լավն է մոդելը:

Այնուհետև յուրաքանչյուր բաժնետոմսի համար կառուցվել է AR մոդել, որն ավտոմատ կերպով ընտրում է կանխատեսումների օպտիմալ լագը՝ հիմնվելով այդ լագի վրա (սահմանափակվելով մինչև AR (10) մոդելի ստուգումը): Մոդելը օպտիմալ լագը որոշում է հիմնվելով LLR թեստի, AIC, BIC-ի վրա:

LLR(Likelihood Ratio Test)-ը վիճակագրական մոդել է, որն գնահատում է, թե արդյոք ավելի պարզ մոդելը բավարար է տվյալների նկարագրության համար, կամ ավելի բարդ մոդելը զգալիորեն բարելավում է համապատասխանությունը: ARIMA մոդելի համատեքստում LLR թեստը հաճախ օգտագործվում է տարբեր քանակի լագերի մոդելները համեմատելու համար (օրինակ՝ AR(1)-ը AR(2)-ի): Այն օգնում է որոշել, թե արդյոք ավելի շատ լագեր ավելացնելը (մոդելը ավելի բարդ դարձնելը) զգալիորեն կբարելավի մոդելը: Արդյունքում բոլոր բաժնետոմսերի համար ստացել ենք հետևյալ լավագույն AR մոդելները՝

S&P 500 – AR (9)

Apple – AR (9)

Nikkei 225 – AR (2)

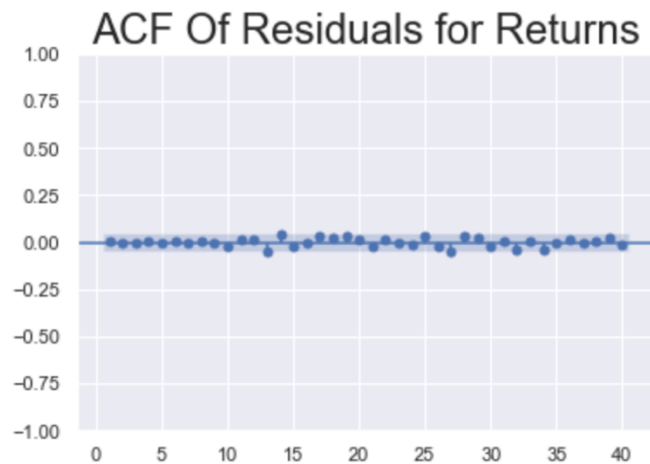
Ftse 100 – AR (8)

Amd – AR (3)

Amazon – AR (8)

Google – AR (9)

Որպես օրինակ, դիտարկենք Apple-ի համար ընտրված AR (9) մոդելը, սա նշանակում է, որ AR(9) մոդելը կանխատեսում է փոփոխականի արժեքը՝ օգտագործելով նրա նախորդ ինը արժեքները: Այն ենթադրում է, որ ընթացիկ գինը վերջին ինը ժամանակային կետերի գների ֆունկցիան է: Որպեսզի համուզվենք մոդելի ընտրության մեջ, պատկերենք ACF(autocorrelation function) գծապատկերը սխալանքների(residuals)՝



Գծապատկեր 5. Եկամտաբերության residual-ների ACF գծապատկեր.

Գծապատկեր 5-ը ցույց է տալիս, որ residual-ների ավտոկորելացիան մոտ է զրոյի՝ վստահության մակարդակում(բաց կապույտ հատվածը), հետևաբար մոդելը ադեկվատ կերպով ընկալում է շարքի դինամիկան:

Նույնությամբ կիրառվել է MA ավտոմատացված մոդելը՝ մինչև 10 լագ համեմատելու համար, և լավագույն ընտրված լագերը հետևյալն են՝

S&P 500 – MA (9)

Apple – MA (9)

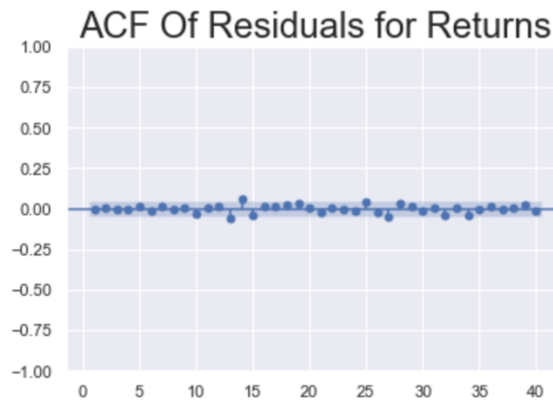
Nikkei 225 – MA (2)

Ftse 100 – MA (9)

Amd – MA (3)

Amazon – MA (8)

Google – MA (9)



Գծապատկեր 6. Եկամտաբերության residual-ների ACF գծապատկեր.

Գծապատկեր 6-ը ցույց է տալիս Apple-ի համար MA(9) մոդելի residual-ների ACF գծապատկերը: Նկարից ելնելով կարող ենք ասել, որ այստեղ նույնպես residual-ների ավտոկորելացիա չի նկատվում:

Նույնությամբ կառուցել է ARMA մոդել և ընտրվել լավագույնը, որոնք հետևյալն են՝

S&P 500 – ARMA (3,3)

Apple – ARMA (4,4)

Nikkei 225 – ARMA (4,4)

Ftse 100 – ARMA (4,4)

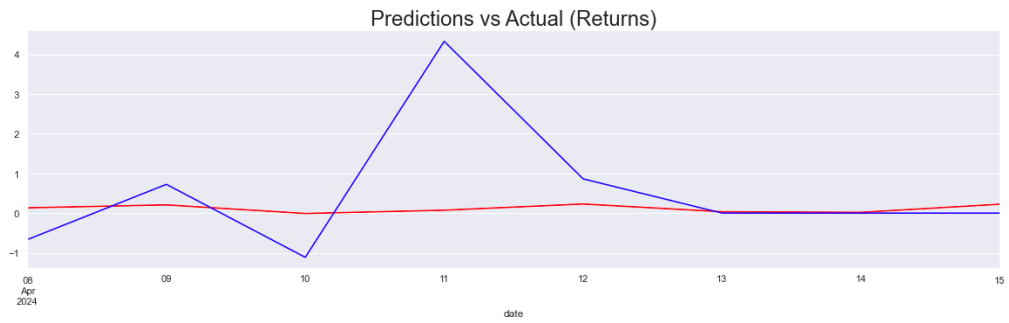
Amd – ARMA (2,2)

Amazon – ARMA (2,2)

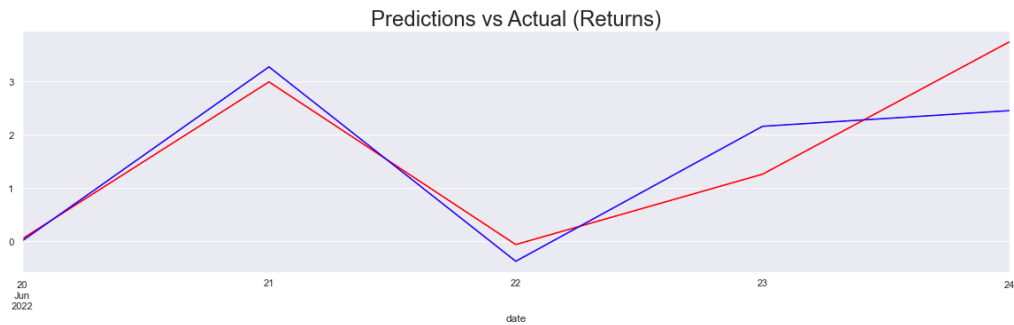
Google – ARMA (3,3)

Այնուհետև ժամանակային շարքը բաժանվել է երկու մասին՝ վերապատրաստման (training data set) հատված և թեստավորման (testing data set) : Training data set-ում մոդելները սովորում են շարքի դինամիկան, գտնում օրինաչափություններ, այնուհետև ստուգելու համար արդյոք մոդելը լավ է սովորել այս բարդ շարքերի օրինաչափությունները, ստուգում ենք testing data set-ի օգնությամբ: Կիրառելով յուրաքանչյուր ընտրված լավագույն AR, MA, ARMA-մոդելները ստուգել ենք մոդելի կանխատեսման ճշտությունը 2024-04-08 թվականից մինչև 2024-04-15-ը, և ընտրել ամենացածր միջին քառակուսային շեղումը ունեցող մոդելը:

Ստորև ներկայացված են յուրաքանչյուր բաժնետոմսի կանխատեսումները, կարմիր գիծը ցույց է տալիս կանխատեսված արժեքները, իսկ կապույտը՝ իրական:



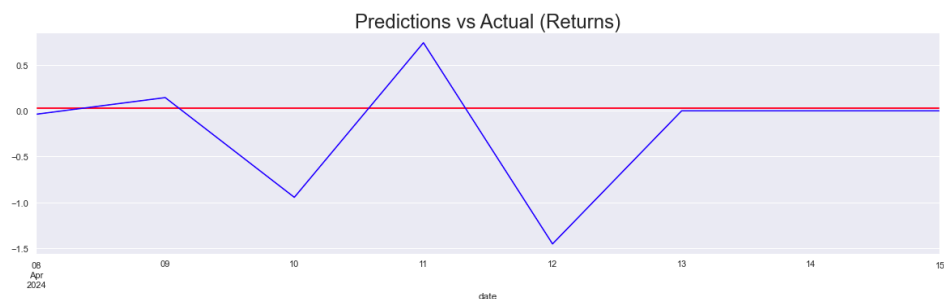
Գծապատկեր 7. Apple-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-ARMA(4,4)



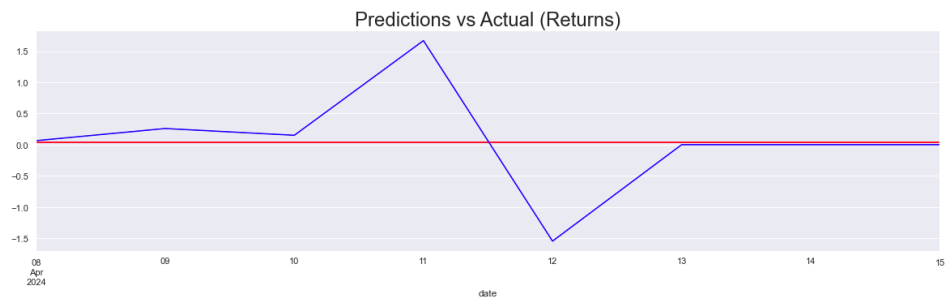
Գծապատկեր 8. Apple-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-ARMAX(4,4)

Գծապատկեր 8-ը ARMAX մոդելն է կառուցված Apple-ի համար: Մոդելի անվան X-ը վերաբերվում է՝ էկզոգեն փոփոխականին, որն այս պարագայում S&P 500 ինդեքսն է: Բնական է որ այս երկու փոփոխականները կորելացված են, և կանխատեսումը Apple-ի օգտագործելով S&P-ն գրեթե ճշգրիտ կլիներ, սակայն թեստավորման տվյալներից դուրս կանխատեսում կատարելու համար, անհրաժեշտ է ունենալ նաև այդ նույն ժամանակահատվածի համար էկզոգեն փոփոխականի տվյալները, ինչն էլ հնարավոր է միայն առանձին էկզոգեն փոփոխականի կանխատեսում իրականացնելու և այդ տվյալները ARMAX-ի մեջ օգտագործելու պարագայում:

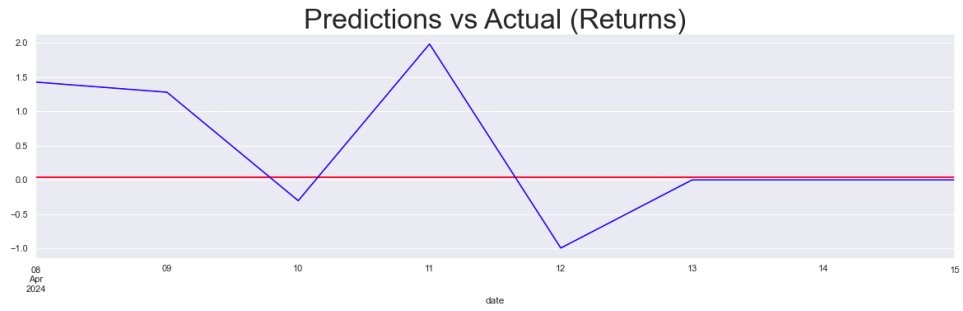
Առաջ անցնելով, ներկայացնենք մյուս կանխատեսումները:



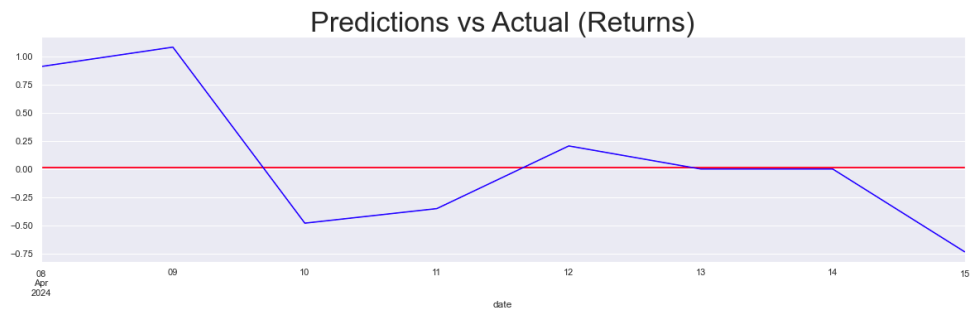
Գծապատկեր 9. S&P 500-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-MA(9)



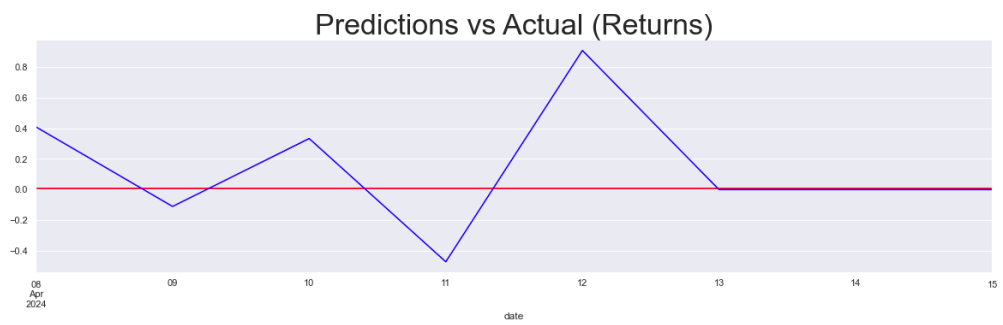
Գծապատկեր 10. Amazon-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-MA(8)



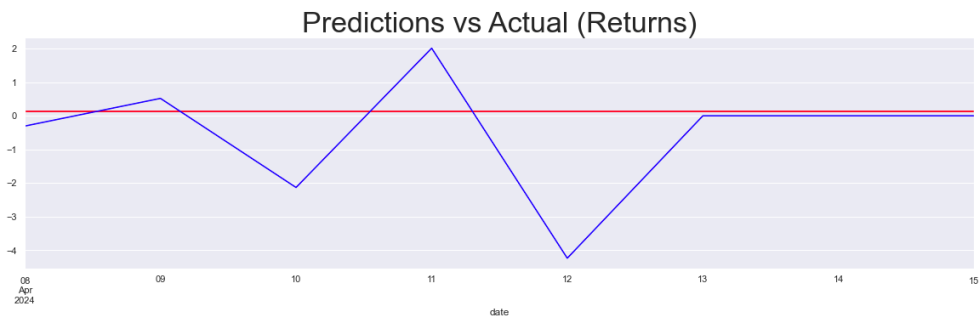
Գծապատկեր 11. Google-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-AR(9)



Գծապատկեր 12. Nikkei-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-ARMA(4,4)



Գծապատկեր 13. Ftse 100-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-ARMA(4,4)



Գծապատկեր 14. AMD-ի Եկամտաբերության կանխատեսում-ARMA(2,2)

Գծապատկերներից ելնելով կարող ենք եզրակացնել, որ ARIMA մոդելները այդքան էլ լավ չեն կանխատեսման համար, գուցե պետք են այլ մոտեցումներ մոդելները բարելավելու համար: Այնուամենայնիվ հետազոտության շրջանակներում կանրադառնանք խորը ուսուցման մոդելներից մեկին՝ LSTM-ին, քանի որ այն ավելի լավ է ֆիքսում տվյալներում առկա բարդ օրինաչափությունները:

### **Բաժնետոմսերի գների կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**

Հաջորդիվ բաժնետոմսերի գնի կանխատեսման համար կիրառել ենք Deep Learning-ի առաջադեմ տեխնիկաներից մեկ՝ LSTM ցանցերը: LSTM-ը կիրառելու համար օգտագործել ենք՝ TensorFlow-ի Keras գրադարանը, որը հզոր գործիք է ներդրոնային ցանցերը կառուցելու և վարժեցնելու համար: Մոդելի հիմքում ընկած են LSTM շերտերը, որն ինչպես նշվել էր՝ ի վիճակի է երկարաժամկետ կախվածությունները ֆիքսել հաջորդական տվյալների մեջ:

Յուրաքանչյուր արժեթղթի համար օգտագործվել է տարբեր LSTM մոդելներ՝ ժամանակային շարքերի տարբերության պատճառով:

Քանի որ LSTM ցանցերը պահանջում են տվյալների մեծ քանակություն՝ ֆիքսելու հիմքում ընկած բարդ օրինաչափությունները, այդ իսկ պատճառով օգտագործել ենք ամբողջությամբ 1999թ.-ից սկսած ժամանակային շարքերը: Այնուհետև մշակել ենք տվյալները՝ նորմալիզացրել, քանի որ մուտքային տվյալների մաշտաբները պետք է լինեն համադրելի: Բաժնետոմսերի գների տվյալների նորմալիզացման համար օգտագործել ենք՝ MinMaxScaler՝ scikit-learn գրադարանից: Մոդելը կիրառելու համար տվյալները բաժանել ենք training, testing հատվածների:

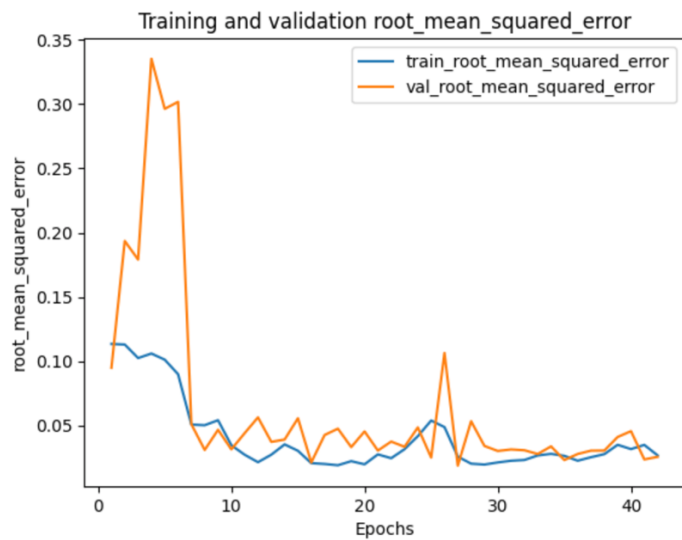
### **S&P-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**



S&P-ի համար, որպես վերապատրաստման ժամանակահատված օգտագործել ենք 1999-2019 թվականը, իսկ թեստավորման համար՝ 2020-2024 թվականը: Որպես LSTM մոդել օգտագործել ենք՝ 5 շերտ(layer), յուրաքանչյուրում 200 unit(nodes/neuron): Յուրաքանչյուր շերտից հետո, որպեսզի չունենանք գերհարմարեցում(overfitting-այն է երբ մոդելը շատ լավ է սովորում վերապատրաստման տվյալների վրա և արդեն չտեսած տվյալների վրա չի կարողանում ֆիքսել տարբեր տատանումները) օգտագործել ենք՝ բաց թողնված շերտեր(Dropout layers), այն տեղադրվում են յուրաքանչյուր LSTM շերտից հետո՝ վերապատրաստման ընթացքում unit-ների ելքերի մի մասը պատահականորեն բաց թողնելու համար(20%-ը բաց է թողնվել): LSTM-ի յուրաքանչյուր մուտքային տվյալի օրինակի համար մոդելը դիտարկում է 20 նախորդ ժամանակային քայլերը՝ հաջորդ ժամանակային քայլը կանխատեսելու համար:

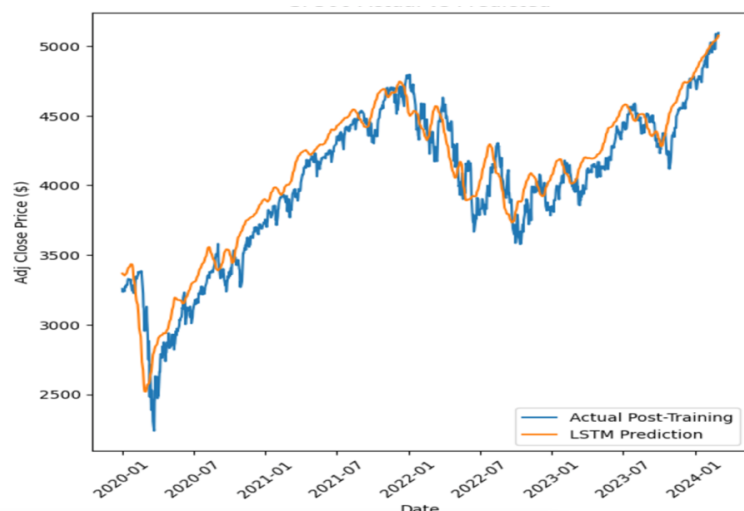
Որպես կորուստի ֆունկցիա դրված է՝ միջին քառակուսային շեղումը(MSE), որտեղ նպատակն է նվազագույնի հասցնել կանխատեսված և իրական արժեքների տարբերությունը, որպես լրացուցիչ չափումներ, այդ թվում՝ միջին քառակուսի սխալի արմատը (RMSE) և միջին բացարձակ սխալ (MAE): Մեկ այլ կարևոր հասկացություն է՝ էպոխը, որը ցույց է տալիս տվյալների բազայի մեկ ամբողջական անցումը: Մոդելը յուրաքանչյուր էպոխի ընթացքում սովորում է տվյալներից և թարմացնում իր պարամետրերը: Էպոխների քանակը ընտրել ենք՝ 100: Կարևոր է հասկանալ խմբաքանակի չափը (batch size), այն վերաբերում է վերապատրաստման գործընթացի մեկ կրկնության ժամանակ օգտագործված ուսուցման օրինակների քանակին: Ավելի մեծ խմբաքանակի չափերը կարող են հանգեցնել ավելի արագ վերապատրաստման, քանի որ դրանք թույլ են տալիս մոդելին զուգահեռ մշակել ավելի շատ օրինակներ: Խմբաքանակի չափը վերցրել ենք՝ 128:

Վերապատրաստման տվյալների (training data) 25%-ը հատկացված է մոդելի գնահատման համար (validation data) : Validation data-ն օգտագործվում է չտեսնված տվյալների վրա՝ մոդելի կատարողականը վերահսկելու և ավելորդ գերհարմարեցումը կանխելու համար:



Գծապատկեր 15. S&P-RMSE

Գծապատկեր 15-ը նկարագրում է վերապատրաստման և գնահատման ընթացքում սխալների դինամիկան: Այն նկարագրում է սխալների միջին քառակուսային արմատը (RMSE): Նկարում երևացող ցատկերը կարող են հուշել պահեր, երբ մոդելի կանխատեսումները ավելի քիչ ճշգրիտ են գնահատման հավաքածուի վրա, հնարավոր է, որ չափից ավելի հարմարեցման պատճառով: Սակայն գրաֆիկից երևում է, որ մոտ 43 էպոխներից հետո սխալները կայունանում են, սա նշանակում է, որ մոդելը սովորում է տվյալների բազայից, ոչ թե գերհարմարվում: RMSE-ի արժեքը հավասար է՝ 0,0380-ի, իսկ MAE-ն՝ 0.0276-ի, որը պատկերացում է տալիս կանխատեսված և փաստացի արժեքների միջին բացարձակ տարբերության մասին:

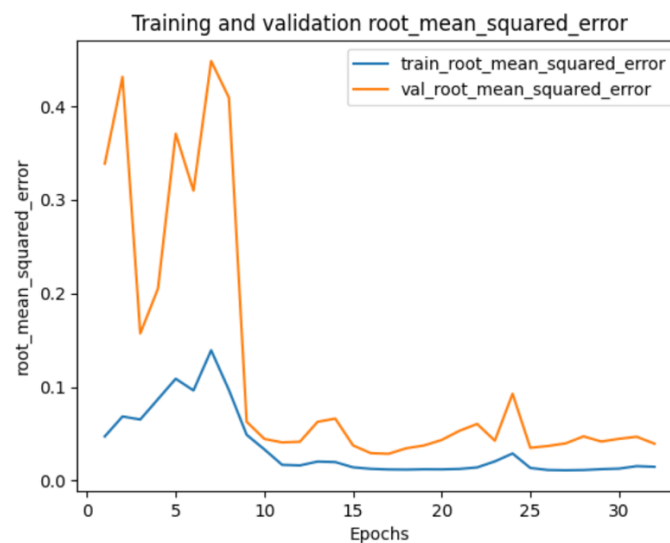


Գծապատկեր 16. S&P 500 ինդեքսի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 16-ը ցույց է տալիս S&P 500 բաժնետոմսերի իրական գները՝ համեմատած 2020 թվականի հունվարից մինչև 2024 թվականի մարտ մեր LSTM մոդելի կանխատեսումների հետ: Կապույտ գույնով նշված են իրական տվյալները, իսկ նարնջագույնով կանխատեսած: Գրաֆիկից հետևում է, որ կանխատեսումները շատ մոտ են իրական արժեքներին, այդ իսկ պատճառով, որպես լավագույն դիտարկել ենք այս մոդելը և իրականացրել կանխատեսում Ապրիլ ամսվա համար:

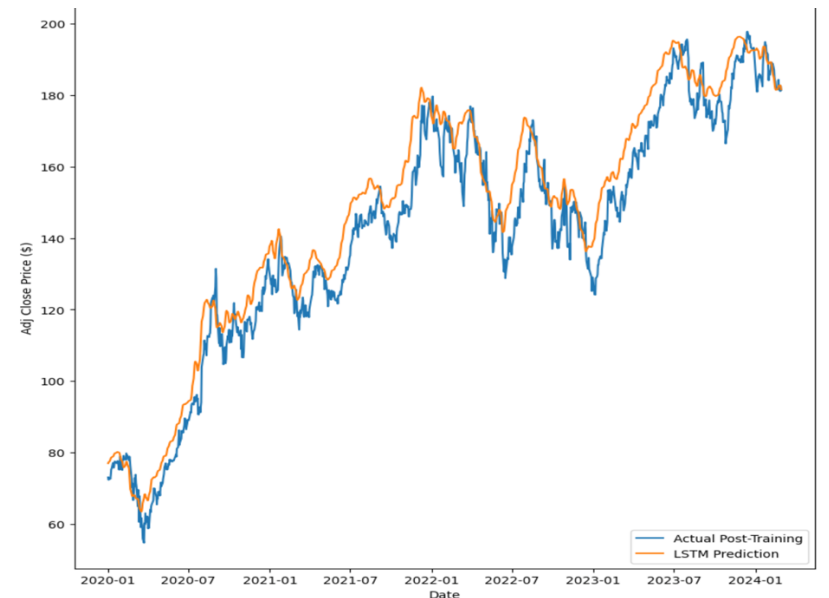
### **Apple-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**

Apple-ի համար, կրկին օգտագործել ենք LSTM-ի 5 շերտ, սակայն յուրաքանչյուր շերտում սահմանված է 180 unit, որից 20% բաց է թողնվել:



Գծապատկեր 17. Apple -RMSE

Գծապատկեր 17-ից երևում է, որ առկա է որոշակի չափով գերհարմարացումներ՝ սկզբնական շրջանում, քանի որ մոդելը ավելի լավ է աշխատում վերապատրաստման հավաքածուի վրա, քան գնահատման: Էպոխների աճի հետ զուգահեռ թե՛ վերապատրաստման, թե՛ գնահատման սխալները նվազում են, ինչը ցույց է տալիս, որ մոդելը արդյունավետորեն սովորում է վերապատրաստման տվյալներից: RMSE-ի արժեքը հավասար է 0,0593-ի, այս չափանիշը ցույց է տալիս սխալի համեմատաբար ցածր մակարդակ՝ ենթադրելով, որ մոդելի կանխատեսումները սերտորեն համընկնում են իրական արժեքների հետ: Թեստային հավաքածուի վրա գնահատված կորուստը 0,0035 է, այն հաստատում է մոդելի արդյունավետությունը վերապատրաստման ընթացքում կանխատեսման սխալները նվազագույնի հասցնելու գործում:



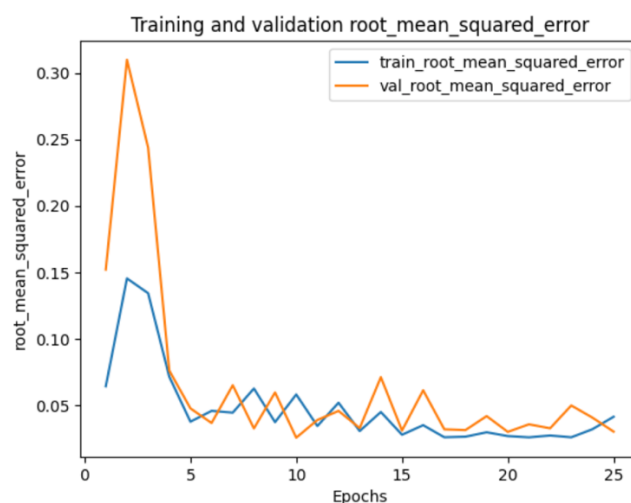
Գծապատկեր 18. Apple-ի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 18-ից երևում է որ մոդելը ուշադիր հետևում է իրական գների միտումներին՝ արդյունավետորեն գրավելով և՛ գագաթները, և՛ անկումները ողջ ժամանակա-հատվածում: Այս մոդելը ընտրվել է, որպես լավագույն մոդել, որի հիման վրա էլ իրականացվել է կանխատեսում 2024թ.-ի Ապրիլ ամսվա համար:

Ստորև ներկայացված յուրաքանչյուր LSTM մոդել հանդիսանում է հետազոտության շրջանակներում՝ լավագույն մոդել համապատասխան արժեքային համար:

#### **Google-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**

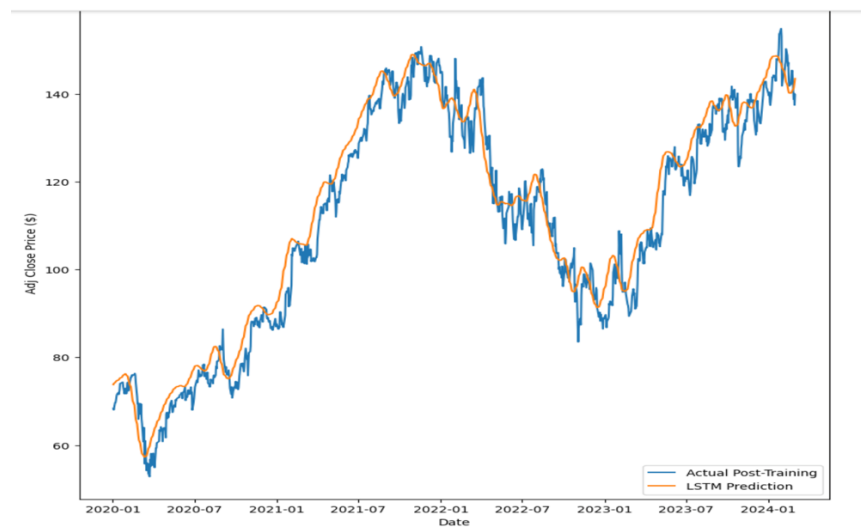
Գուգլի գնի կանխատեսման համար մեկ այլ LSTM մոդելի ընտրություն է կատարվել, այն է, որ LSTM-ը բաղկացած է երեք շերտից, յուրաքանչյուրը պարունակում է 50 unit և համապատասխանաբար 30% բաց թողնված unit-ներ:



Գծապատկեր 19. Google – RMSE

Էպոխների վերջում և՛ վերապատրաստման, և՛ գնահատման RMSE-ները ցույց են տալիս համեմատաբար ցածր և կայուն արժեքներ, RMSE-ի գնահատումը ցույց է տալիս չնչին տատանումներ, բայց սովորաբար հետևում է RMSE-ի ուսուցմանը: RMSE-ն մոտ 0,0552 է, որը ցույց է տալիս կանխատեսման սխալների միջին մեծությունը:

Կորուստը՝ 0.0036 է, որն արտացոլում է իրական արժեքների և գնահատվածի միջև միջին քառակուսի տարբերությունը: Միջին բացարձակ սխալ՝ 0.0432 է, որը ցույց է տալիս կանխատեսված և իրական արժեքների միջին բացարձակ տարբերությունը: Այս չափանիշները ցույց են տալիս, որ մոդելը լավ է աշխատում սխալների նվազագույնի հասցնելու առումով:

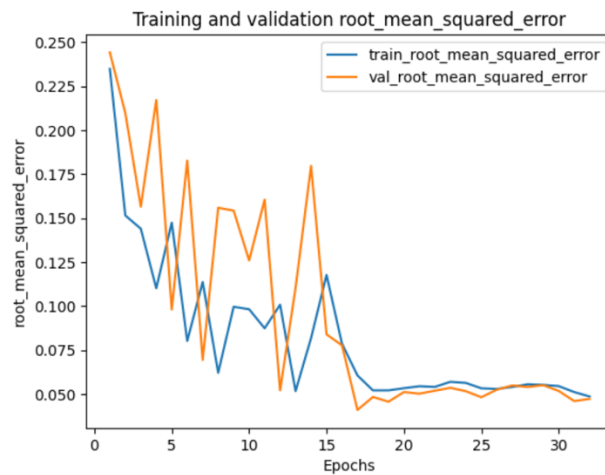


Գծապատկեր 20. Google-ի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 20-ը ցույց է տալիս, որ LSTM-ի կանխատեսումները սերտորեն հետևում են բաժնետոմսերի իրական գներին՝ ճշգրիտ ֆիքսելով ինչպես միտումները, այնպես էլ տատանումները:

### **AMD-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**

AMD-ի համար, օգտագործել ենք LSTM-ի 5 շերտ, յուրաքանչյուր շերտում սահմանված է 200 unit, որից 20% բաց է թողնվել: LSTM-ի յուրաքանչյուր մուտքային տվյալի օրինակի համար մոդելը դիտարկում է 30 նախորդ ժամանակային քայլերը՝ հաջորդ ժամանակային քայլը կանխատեսելու համար:



Գծապատկեր 21. Google - RMSE

Գծապատկեր 21-ից երևում է, որ սկզբնական տատանումներից հետո երկու RMSE արժեքներն էլ սկսում են համընկնել և կայունանալ: Վերապատրաստման և գնահատման սխալների համընկնումը ցույց է տալիս, որ մոդելը չափազանց հարմարեցված չէ, քանի որ այն լավ է ընդհանրացնում գնահատման տվյալներին: Հետագա էպոխներում կայուն և ցածր RMSE-ն ցույց է տալիս մոդելի կոդմից արդյունավետ ուսուցում և հարմարեցում: RMSE- 0.0642 է, կորուստը՝ 0.004, MAE- 0.052:

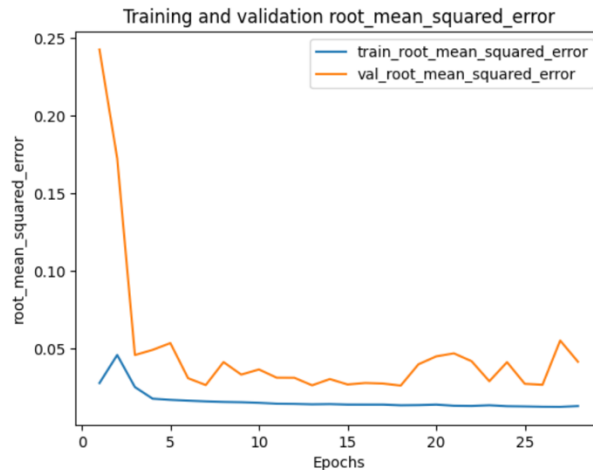


Գծապատկեր 22. AMD-ի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 22-ից երևում է, որ չնայած կանխատեսումների իրական արժեքներին մոտ լինելուն, այնուամենայնիվ կան ժամանակաշրջաններ, երբ մոդելի կանխատեսումները մի փոքր շեղվում են իրական գներից:

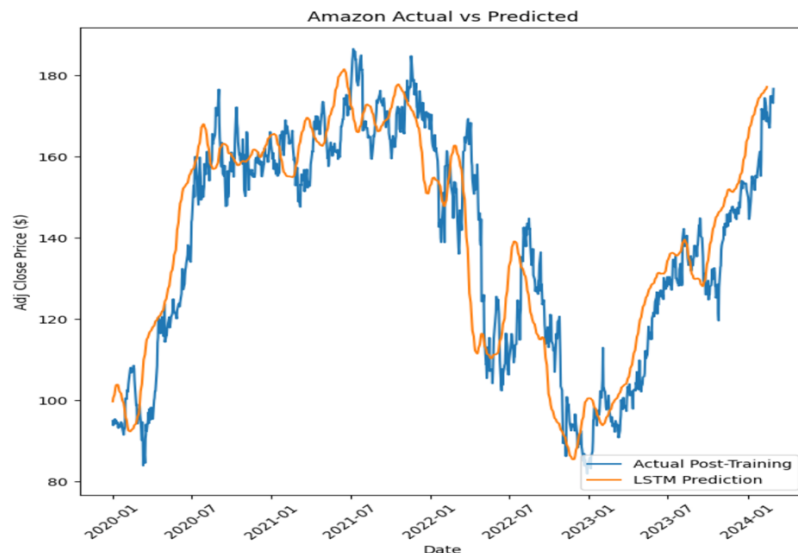
### Amazon-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.

Ամազոնի համար ընտրվել է LSTM – ի 2 շերտ, յուրաքանչյուրը 50 unit, որից 20% բաց է թողնվել: Սակայն LSTM-ի յուրաքանչյուր մուտքային տվյալի օրինակի համար մոդելը դիտարկում է 30 նախորդ ժամանակային քայլերը՝ հաջորդ ժամանակային քայլը կանխատեսելու համար:



Գծապատկեր 23. Google - RMSE

Գծապատկեր 23-ից երևում է, որ սկզբում կտրուկ նվազել և՛ վերապատրաստման, և՛ գնահատման RMSE-ները, ինչը սովորաբար ցույց է տալիս, որ մոդելը սկսում է արագ սովորել զգալի օրինաչափություններ տվյալներից: RMSE - 0.0715 է, կորուստը՝ 0.0051, MAE- 0.057:



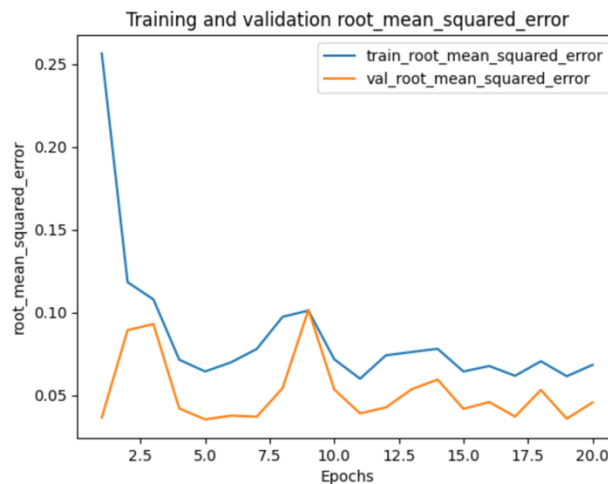
Գծապատկեր 25. Amazon-ի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 25-ը ցույց է տալիս, որ կան ժամանակաշրջաններ, երբ կանխատեսումը լիովին չի համապատասխանում իրական գներիին, հատկապես գների արագ

փոփոխությունների ժամանակ: Այնուամենայնիվ կանխատեսված գները (նաբնջագույն) ուշադիր հետևում են բաժնետոմսերի իրական գներին (կապույտ), հատկապես ճշգրիտ ֆիքսելով հիմնական միտումներն ու ցիկլերը:

**Ftse 100-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**

Ftse 100 index-ի համար ընտրվել է LSTM – ի 5 շերտ, յուրաքանչյուրը 50 unit, որից 20% բաց է թողնվել:

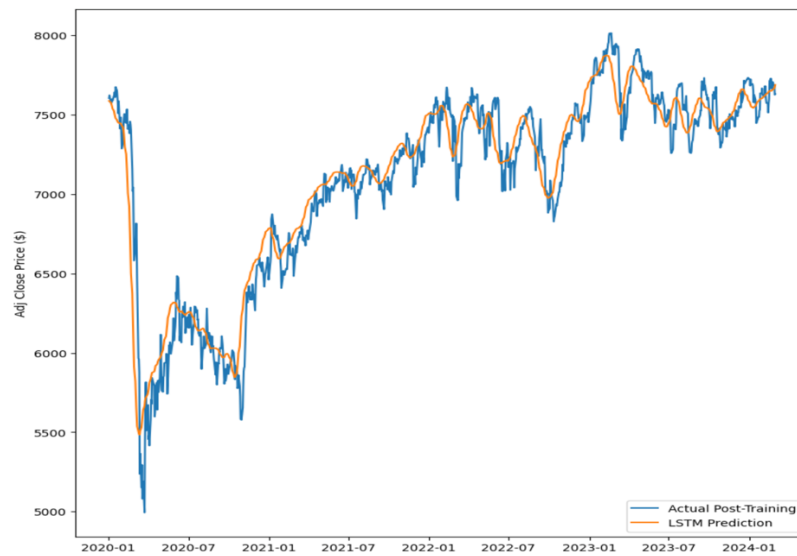


Գծապատկեր 26. FTSE 100 index – RMSE

Գծապատկեր 26-ում RMSE պատկերը տալիս է ակնարկ այն մասին, թե ինչպես են փոխվել մոդելի սխալները 20 էպոխների ընթացքում: Սկզբում նկատելի կտրուկ նվազում է նկատվում և՛ վերապատրաստման, և՛ գնահատման RMSE-ում, ինչը ցույց է տալիս ուժեղ նախնական ուսուցում: Սա սովորական է այն սցենարների դեպքում, երբ մոդելը արագորեն ընտրում է առավել ակնհայտ օրինաչափությունները: Սկզբնական վերելքներից և անկումներից հետո RMSE արժեքները և՛ վերապատրաստման, և՛ գնահատման համար ցույց են տալիս նվազման միտում՝ չնչին տատանումներով:

RMSE - 0.07 է, MAE- 0.048: MAE-ն ավելի քիչ զգայուն է արտանետումների(outliers) նկատմամբ՝ համեմատած RMSE-ի հետ և ապահովում է միջին սխալի ավելի պարզ ցուցում: Կորուստը՝ 0.006 է, այն ցույց է տալիս, թե որքան լավ է մոդելի վերապատրաստման ալգորիթը նվազագույնի հասցնում՝ վերապատրաստման ժամանակ կանխատեսման սխալը:



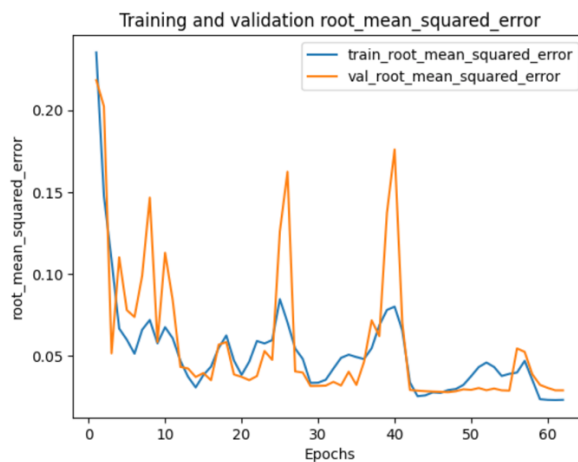


Գծապատկեր 27. FTSE 100 index-ի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 27-ում երևում է, որ մոդելը, ըստ երևույթին, ճշգրտորեն արտացոլում է շուկայի զգալի շարժումները՝ ինչպես վերև, այնպես էլ ներքև՝ ենթադրելով, որ այն սովորել է լավ մեկնաբանել բաժնետոմսերի գների վրա ազդող հիմքում ընկած գործոնները:

### **Nikkei 225 index-ի կանխատեսումը LSTM ցանցերի միջոցով.**

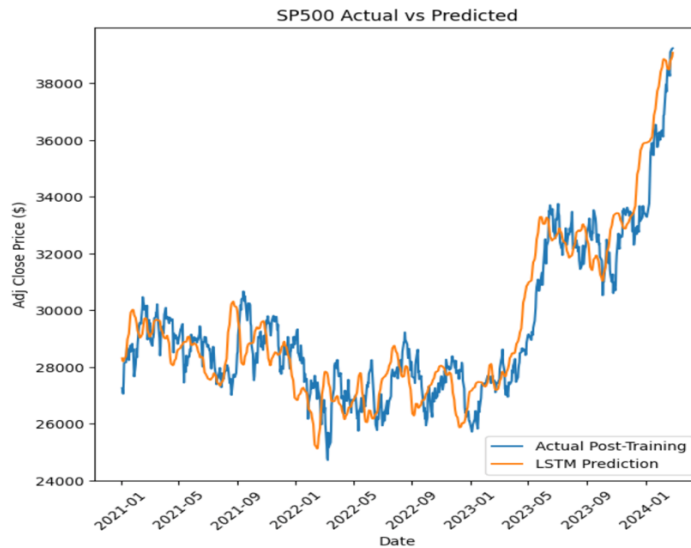
Nikkei 225 index-ի համար, օգտագործել ենք LSTM-ի 5 շերտ, յուրաքանչյուր շերտում սահմանված է 200 unit, որից 20% բաց է թողնվել:



Գծապատկեր 28. Nikkei 225 index – RMSE

Գծապատկեր 28-ում RMSE-ը երկու տվյալների հավաքածուների համար ցույց է տալիս անկայունություն միջին էպոխներում, հատկապես RMSE-ի գնահատման մեջ 30-րդ և 40-րդ դարաշրջաններում: Սա կարող է հուշել պահեր, երբ մոդելը պայքարում է որոշակի բարդությունների կամ աղմուկի հետ: Էպոխների աճի հետ զուգահեռ երկուսն

էլ միտում ունեն դեպի ներքև և սկսում են կայունանալ: RMSE-ն՝ 0,040 է, ինչը ենթադրում է, որ մոդելը հասնում է իր կանխատեսումների բարձր ճշգրտությանը:



Գծապատկեր 28. Nikkei 225 index-ի գնի կանխատեսման արդյունքները

Գծապատկեր 28-ը ցույց է տալիս, որ կանխատեսված գները շատ մոտ են իրական արժեքներին: . Կան աննշան տարաձայնություններ, որոնք տեսանելի են շուկայի արագ փոփոխությունների ժամանակ:

**Շուկայական ռեժիմների և գների կանխատեսում՝ Մարկովի փոխարկման մոդել (Markov-Switching model-MS)-ի միջոցով.**

MS մոդելների օգնությամբ բացահայտել ենք շուկայական ռեժիմները, դա վերաբերվում է այն ժամանակահատվածներին, երբ շուկան դրսևորում է բարձր կամ ցածր տատանողականություն: Մոդելի համար օգտագործել ենք ժամանակային շարքերի վերլուծության ենթամոդուլ հանդիսացող՝ statsmodels-ի Markov switching regression մոդելը: Քանի որ մենք ուսումնասիրում ենք ամերիկյան շուկան, այդ իսկ պատճառով ռեժիմների կանխատեսման համար օգտագործել ենք՝ S&P 500 index-ի փակման գների լոգարիթմական եկամտաբերությունը(log return) քանի որ ալգորիթմը դրա միջոցով լավ է գտնում օրինաչափություններ տվյալների միջև:

Number of observations for State 0 : 4212      Number of observations for State 1 : 1885  
Hidden States Visualization (MSM)



Գծապատկեր 29: MS-ռեժիմներ

Գծապատկեր 29-ում պատկերված է S&P 500 ինդեքսի ժամանակային շարքի վրա մոդելավորած ռեժիմները: Ռեժիմները երկուսն են՝ 0 և 1, որտեղ՝ 0-ն ցուցադրված է կանաչ գույնով, իսկ 1-ը կապույտ:

Կարող ենք ասել, որ 0-ն նկարագրում է այն ժամանակահատվածները, որտեղ շուկան դրսևորել է ցածր տատանողականություն, իսկ 1-ում՝ բարձր: Մոդելի հիմքում ընկած է՝ Մարկովյան շղթան, այն է որ հաջորդ ռեժիմի բացահայտումը կախված է միայն ներկա ռեժիմից:

Մեկ ռեժիմից՝ մյուսին անցումը նկարագրվում է մոդելի միջոցով ստացված փոխանցումային մատրիցի (transition probability) օգնությամբ:

```
Transition Matrix:
[[0.98985098]
 [0.02268881]]

[[0.01014902]
 [0.97731119]]
Probability of transitioning from Regime 0 to Regime 0: 0.9899
Probability of transitioning from Regime 0 to Regime 1: 0.0227
Probability of transitioning from Regime 1 to Regime 0: 0.0101
Probability of transitioning from Regime 1 to Regime 1: 0.9773
```

Գծապատկեր 30: S&P ինդեքսի փոխանցումային մատրից

Գծապատկեր 30-ից հետևում է, որ նույն ռեժիմում մնալը ուղեկցվում է բարձր հավանականությամբ:

Հաջորդ ժամանակային քայլի ռեժիմների հավանականությունները հաշվարկվում են հիմնված նախորդ ռեժիմի հավանականությամբ և փոխանցումային մատրիցի միջոցով: Արդյունքում ստացվել է, որ շուկան 0-ռեժիմում մնալու միտում ունի մեր կանխատեսման հորիզոնում, այն է՝ 2024 թվականի ապրիլ ամսում:

MS մոդելի հիման վրա իրականացվել է բաժնետոմսերի գների կանխատեսում՝ համապատասխան ռեժիմներով: Քանի որ օգտագործվող գործիքակազմում բացա-  
կայում է կանխատեսման հնարավորությունը, կիրառվել է մեկ այլ մոտեցում:

Մոտեցումը ենթադրում է, որ գների ապագա շարժումները կարող են մոդելավորվել Մարկովի փոխարկման գործընթացի միջոցով, որտեղ ռեժիմը (վիճակը) փոխվում է ըստ անցումային հավանականությունների, և յուրաքանչյուր ռեժիմ ունի իր միջին եկամտաբերությունը: Մեթոդը ներառում է հաջորդ ռեժիմի պատահական ընտրու-  
թյունը՝ հիմնվելով անցումային հավանականությունների վրա: Այս գործընթացը թեև ստոխաստիկ է, այն հաշվի է առնում ռեժիմի փոփոխությունների անորոշությունը, դա նաև նշանակում է, որ մոդելի կողմից ստեղծված ապագա ուղիները որոշիչ չեն և կարող են տարբեր լինել տարբեր սիմուլյացիաներում: Յուրաքանչյուր ռեժիմի միջին եկամտաբերությունը գնահատվում է պատմական տվյալների հիման վրա և իրակա-  
նացվում է կանխատեսում հաջորդ պահի համար՝ հիմնվելով նախորդ գնի և միջին եկամտաբերության վրա:

	Predicted Prices	Regime
2024-03-29	5257.742198	0
2024-04-01	5261.136489	0
2024-04-02	5264.532971	0
2024-04-03	5267.931645	0
2024-04-04	5271.332514	0
2024-04-05	5274.735578	0
2024-04-08	5278.140839	0
2024-04-09	5281.548299	0
2024-04-10	5284.957958	0
2024-04-11	5288.369818	0
2024-04-12	5291.783881	0
2024-04-15	5295.200149	0
2024-04-16	5298.618621	0
2024-04-17	5302.039301	0
2024-04-18	5305.462189	0
2024-04-19	5308.887286	0
2024-04-22	5312.314595	0
2024-04-23	5315.744116	0
2024-04-24	5319.175852	0
2024-04-25	5322.609802	0
2024-04-26	5318.673206	1
2024-04-29	5314.739522	1
2024-04-30	5310.808746	1

Գծապատկեր 31: S&P 500 ինդեքսի գների կանխատեսում

Գծապատկեր 31-ում ներկայացված է S&P ինդեքսի գների սիմուլացիան համապա-  
տասխան ռեժիմներով: Գների դինամիկան ցուցաբերում է կայուն աճ՝ 0-ռեժիմում  
գտնվելով, այնուհետև անցում կատարելով ռեժիմ 1-ին՝ ուղեկցվում է գների նվազմամբ  
՝ վերջին 3 օրերին:

Այնուհետև նույն մոտեցումն է ցուցաբերվել յուրաքանչյուր բաժնետոմսի  
համար: Ե՛վ կողը և հավաքագրված արդյունքները էկզել ֆայլի տեսքով կցված են

գրականության ցանկին կից github-ի կայքում: Արդյունքները կօգտագործենք պորտֆել կազմելիս:

**Շուկայի ռեժիմների հայտնաբերում Թաքնված Մարկովյան Մոդելներ միջոցով.**

Ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացումը հիմնված է հիմնված է շուկայի դինամիկայի խորը ըմբռնման վրա՝ տեղեկացված որոշումներ կայացնելու և եկամուտները առավելագույնի հասցնելու տեսանկյունից: Շուկայական ռեժիմները, որոնք բնութագրվում են շուկայական հիմքում ընկած պայմանների փոփոխություններով, առանցքային դեր են խաղում ներդրումային որոշումների ձևավորման գործում: Շուկայական ռեժիմների կանխատեսումը բացի Markov Regime Switching-մոդելներից, իրակացվել է Թաքնված Մարկովյան Մոդելների միջոցով (Hidden Markov Models-HMM):

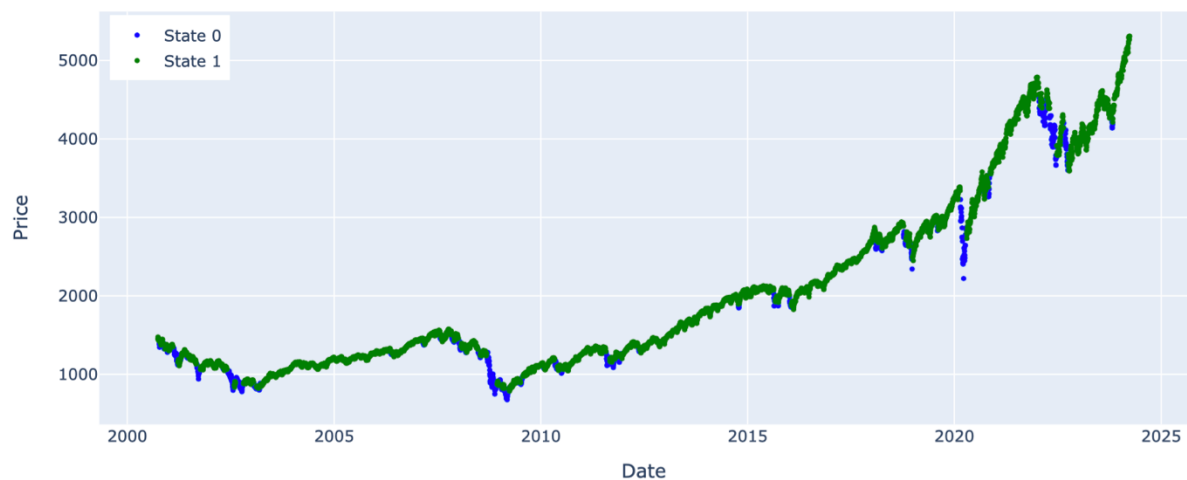
HMM-ի հիմնական ենթադրությունն այն է, որ հիմքում ընկած ռեժիմները իսկապես թաքնված են: HMM-ում մենք ունենք դիտարկելի փոփոխականներ (օրինակ՝ գներ, եկամուտներ) և թաքնված ռեժիմներ: HMM-ի հիմնական առանձնահատկությունն այն է, որ մենք չենք կարող ուղղակիորեն դիտարկել այս թաքնված վիճակները. մենք կարող ենք դիտարկել միայն յուրաքանչյուր թաքնված վիճակի հետ կապված արդյունքները:

Տարբերությունը MS-ից այն է, որ երբ մենք կիրառում ենք HMM, այն բացահայտորեն մոդելավորում է և՛ դիտարկելի փոփոխականները, և՛ թաքնված ռեժիմները, մինչդեռ MS AR-ը կենտրոնանում է ռեժիմի փոխարկիչների մոդելավորման վրա ժամանակային շարքի ավտոռեգեսիվ պարամետրերում:

HMM-ն ավելի բարդ է, քան MS AR-ը՝ թաքնված վիճակների և դրանց միջև անցումների մոդելավորման շնորհիվ:

Number of observations for State 0 : 767  
Number of observations for State 1 : 5169

Hidden States Visualization

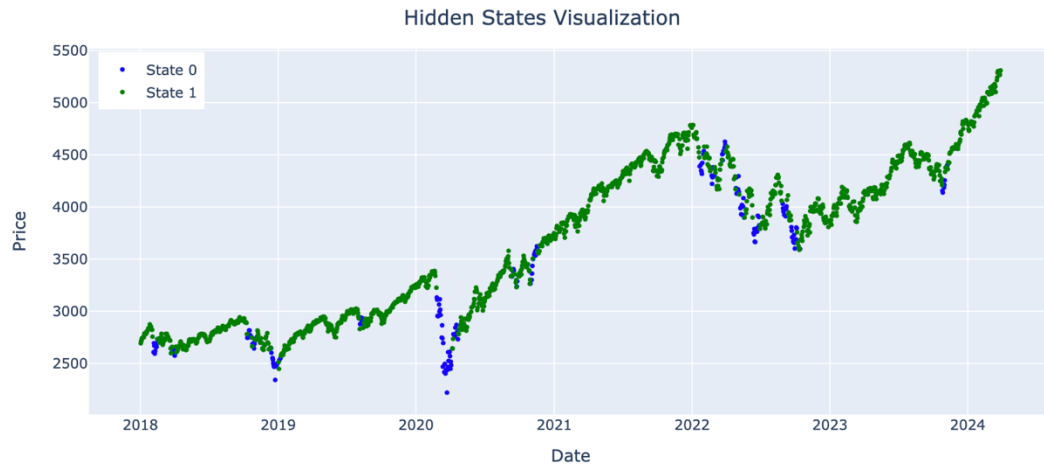


Գծապատկեր 32: S&P 500 ինդեքսի ռեժիմների կանխատեսում HMM-ի միջոցով.

Գծապատկեր 32-ում պատկերված է S&P 500 ինդեքսի ժամանակային շարքի վրա կառուցված HMM մոդելը, որը բացահայտում է հիմքում ընկած թաքնված ռեժիմները: Ի տարբերություն MS AR մոդելի, այստեղ բարձր տատանողականություն ունեցող ռեժիմները ավելի քիչ են՝ 767 դիտարկումներ: Ե՛վ MS AR մոդելով բացահայտած շուկայական ռեժիմները և՛ HMM-ով՝ բացահայտում են 2018-ի ֆինանսական անկումը, 2020-ի COVID 19-ը և 2022-ից հետո եկող անկայունության շրջանը: Դժվար է տարանջատել թե որ մոդելն է ավելի լավ նկարագրում շուկայական ռեժիմները, այնուամենայնիվ հարկավոր է կառուցել առևտրային ստրատեգիաներ հիմնված այս նմուշների վրա, որպեսզի կարողանանք նկարագրել յուրաքանչյուր մոդելի արդյունավետությունը:

HMM-ների վերապատրաստման արդյունքում, օգտագործել ենք առաջընթաց ուսուցման ալգորիթմը (feed\_forward\_training):

Number of observations for State 0 : 181  
 Number of observations for State 1 : 1390



Գծապատկեր 33: S&P 500 ինդեքսի ռեժիմների կանխատեսում HMM-ի միջոցով.

Գծապատկեր 33-ը ցույց է տալիս HMM-ի թեստավորման հատվածը 2018-ից սկսած, մինչև 2018-ը օգտագործվել է վերապատրաստման համար: Թեստավորման հատվածում գրեթե նույնությամբ ֆիքսել է և բարձր տատանողականությամբ ուղեկցվող ժամանակահատվածները և ցածր:

Transition probability from State 0 to State 0: 0.915793955485658  
 Transition probability from State 0 to State 1: 0.08420604451434197  
 Transition probability from State 1 to State 0: 0.014001971127488366  
 Transition probability from State 1 to State 1: 0.9859980288725115

Գծապատկեր 34: S&P ինդեքսի փոխանցումային մատրից

Գծապատկեր 34-ը ցույց է տալիս, որ միևնույն ռեժիմում մնալու հավանականությունը զգալիորեն բարձր է: Ինչպես MS AR մոդելը, HMM-ը նույնպես կանխատեսում է շուկայի դինամիկայի աճ, մեզ հետաքրքրող ներդրումային հորիզոնում:

Հիմնվելով մոդելների արդյունքների վրա, ենթադրելով, որ շուկան 2024 թվականի ապրիլ ամսվա համար բարձր տատանողականություն չի գրանցելու, այն է որ զգալի անկման փուլեր չի ունենալու, կներառենք բոլոր 7 արժեթղթերը պորտֆել կառուցելիս:

Հետազոտության արդյունքները կարող եք տեսնել գրականության ցանկին կից Github<sup>15</sup>-ի կայքում:

**Ներդրումային պորտֆելի կառուցում՝ հիմնված բաժնետոմսերի գների LSTM ցանցերի կանխատեսման վրա.**

LSTM ցանցերի միջոցով կանխատեսել ենք յուրաքանչյուր բաժնետոմսի գինը՝ 2024 թվականի Ապրիլի դրությամբ: Այնուհետև կանխատեսումների հիման վրա

կառուցել ենք ներդրումային պորտֆել՝ նպատակ ունենալով օպտիմալացնել ներդրումային ռազմավարությունները: Այնուհետև համեմատելու ենք արդյունքները՝ իրական շուկայի նույն ժամանակահատվածի տվյալների հետ՝ հասկանալու կանխատեսումների ճշգրտությունը:

Պորտֆելը իր մեջ ներառում է դիտարկված բոլոր արժեթղթերը՝ տարբեր մոտեցումներով, քանի, որ ըստ Մարկովյան մոդելների շուկան աճելու կամ գոնե կայուն մնալու միտում ունի: Սկզբում հաշվարկել ենք յուրաքանչյուր կանխատեսված բաժնետոմսի գնի սպասվող եկամտաբերությունը: Այնուհետև առանձնացրել ենք բացասական եկամտաբերություն ունեցող բաժնետոմսերը, որոնք են՝ Nikkei 225 ինդեքսը՝ -0.21% եկամտաբերությամբ և S&P 500 ինդեքսը՝ -0.15% եկամտաբերությամբ: Քանի, որ ըստ մեր կանխատեսումների այս երկու արժեթղթերի գինը Ապրիլ ամսվա ընթացքում նվազելու է, ապա կկիրառենք՝ կարճ վաճառք: Ֆինանսական շուկայում կարճ վաճառքը հայտնի ռազմավարություն է, որը ներառում է արժեթղթերի վաճառք, այն ակնկալիքով, որ արժեթղթի գինը կնվազի ապագայում: Նպատակն է հետագայում արժեթղթերը հետ գնել ավելի ցածր գնով, և եթե գինը ըստ մեր կանխատեսման նվազի, կգնենք ցածր գնով, տարբերությունից ստանալով շահույթ:

Այսպիսով ենթադրում ենք, որ պորտֆելի կառուցման համար պատրաստ ենք ներդնել 150.000 դոլար՝ ներառելով բոլոր արժեթղթերը: Յուրաքանչյուր արժեթղթին հատկացրել ենք կշիռներ, այն է թե որքան գումար պետք է հատկացնենք յուրաքանչյուր արժեթուղթը ձեռք բերելու համար: Կանխատեսված արժեթղթերի սկզբնական գները(predicted\_prices) հետևյալն են՝

```
predicted_prices = {
    'pred_ftse': 7700.41,
    'pred_apple': 179.52,
    'pred_goog': 144.29,
    'pred_amzn': 177.55,
    'pred_amd': 192.17,
    'pred_sp': 5082.58,
    'pred_nikkei': 39235.92
}
```

Իսկ միջին եկամտաբերությունները (predicted\_returns) հետևյալն են՝

```
predicted_returns = {
    'pred_ftse': 0.000092,
    'pred_apple': 0.002119,
```



```

'pred_goog': 0.001572,
'pred_amzn': 0.000545,
'pred_amd': 0.003002,
'pred_sp': -0.001546,
'pred_nikkei': -0.002125
}

```

Արդյունքներից երևում է, որ Nikkei 225 ինդեքսի գինը անհամեմատ բարձր է մյուսներից, ուստի մենք որոշում ենք ձեռք բերել մեկ արժեթուղթ Nikkei-ից՝ բարձր գնով վաճառելու համար: Nikkei 225 ինդեքսը գնելուց հետո՝ մնացած գումարի 30%-ը հատկացվում է բացասական եկամտաբերություն ունեցող արժեթղթերին, որը տվյալ պարազայում մեզ մոտ միայն S&P 500 ինդեքսն է, գնում ենք 6 արժեթուղթ, կրկին կարճ վաճառք իրականացնելու ակնկալիքով: Գումարի 40%-ը հատկացնում ենք 0.02%-ից ցածր եկամտաբերություն ունեցող արժեթղթերի գնմանը, 20%-ը բարձր եկամտաբերություն ունեցող արժեթղթերին և 10% ամենա բարձր եկամտաբերություն ունեցող արժեթղթին՝ AMD-ին: AMD-ից ոչ այդքան մեծ մասնաբաժին ձեռք բերելու պատճառ հանդիսանում է ռիսկի գործոնը՝ ապագայում մեզ անկանխատեսելի իրավիճակներից ապահովագրելու համար:

Պորտֆելը ձևավորելուց հետո հաշվարկում ենք մեր եկամտաբերությունը ժամանակահատվածի վերջում: Չհաշված Nikkei 225 ինդեքսը և S&P 500 ինդեքսը մեր եկամտաբերությունը կլինի՝ \$68215.96, որը համեմատած սկզբկանակ ներդրման հետ՝ \$65828.41 ավել է \$2387.55-ով կամ 3.63%-ով: Իսկ կարճ վաճառքից ստացված եկամուտը կազմում է՝ \$1963.76, ընդհանուր այս երկուսը միասին պորտֆելում ներդրում կատարելիս և կարճ վաճառք իրականացնելիս ձեռք բերեցինք՝ \$4351 եկամուտ:

Իսկ ի՞նչ կլինեն եթե այս ռազմավարությունը իրականացնեինք իրական շուկայական պայմաններում: Նույն քանակի արժեթղթերի ձեռք բերման պարազայում, և կարճ վաճառքի ենթադրության ներքո, արդեն իսկ իրական գներով հաշվարկված, 2024 թվականի ապրիլ ամսվա համար կունենայինք հետևյալ պատկերը՝ \$68520.60 ժամանակահատվածի վերջում՝ ներդնելով սկզբնական՝ \$66572.99 գումար, մեր եկամուտը կլիներ՝ \$1947.61 կամ 2.93%, գումարելով կարճ վաճառքից ստացված եկամուտը՝ \$1981.07, արդյունքում ընդհանուր եկամուտը մեր կկազմեր՝ \$3928.67:

Թեև Ապրիլ ամսվա դրությամբ իրական շուկայում, որոշ արժեթղթեր նվազման միտում ունեին, ինչպսիս են՝ S&P 500 ինդեքսը, Nikkei 225 ինդեքսը, AMD-ն, Amazon-ը, սակայն LSTM ցանցերի կանխատեսումների հիման վրա կառուցած ռազմավարությունը կարողացավ գեներացնել եկամուտ անգամ իրական շուկայական գների պայմաններում:

**Ներդրումային պորտֆելի կառուցում՝ հիմնված բաժնետոմսերի գների Markov Switching մոդելի կանխատեսման վրա.**

Մարկովի փոխարկման մոդելի միջոցով կանխատեսել ենք 2024 թվականի Ապրիլ ամսվա դրությամբ արժեթղթերի գները՝ համապատասխան շուկայական ռեժիմներով: Սկզբում հաշվարկել ենք յուրաքանչյուր կանխատեսված արժեթղթի գնի սպասվող եկամտաբերությունը՝

```
predicted_returns = pd.Series({
    'pred_sp': 0.010047,
    'pred_ftse': 0.003312,
    'pred_nikkei': -0.013611,
    'pred_apple': 0.005776,
    'pred_goog': 0.016850,
    'pred_amzn': -0.001645,
    'pred_amd': 0.008492
})
```

Բացասական եկամտաբերությամբ ուղեկցվում է Nikkei 225 ինդեքսը՝ -1.3% և Amazon-ը՝ -0.016 %: Ամենա բարձր եկամտաբերությունը ունի Google-ը՝ 1.6%:

Որպես օրինակ ներկայացնենք Google-ի գները համապատասխան ռեժիմներով՝

Աղյուսակ 2: Google-ի գների կանխատեսում շուկայական ռեժիմներով

Date	pred_goog	goog_regimes
2024-03-29	152,39	0
2024-04-01	152,52	0
2024-04-02	152,65	0
2024-04-03	152,78	0
2024-04-04	152,91	0
2024-04-05	153,04	0
2024-04-08	153,17	0
2024-04-09	153,30	0
2024-04-10	153,41	1
2024-04-11	153,51	1
2024-04-12	153,61	1
2024-04-15	153,72	1
2024-04-16	153,82	1
2024-04-17	153,93	1

<b>2024-04-18</b>	154,03	1
<b>2024-04-19</b>	154,14	1
<b>2024-04-22</b>	154,27	0
<b>2024-04-23</b>	154,40	0
<b>2024-04-24</b>	154,53	0
<b>2024-04-25</b>	154,66	0
<b>2024-04-26</b>	154,77	1
<b>2024-04-29</b>	154,87	1
<b>2024-04-30</b>	154,98	1

Աղյուսակ 2-ում ներկայացված է Ապրիլ ամսվա դրությամբ MS մոդելով Google-ի գնի կանխատեսումները՝ համապատասխան ռեժիմներով: 0-ռեժիմը նկարագրում է, որ շուկան ուղեկցվում է ցածր տատանողականությամբ, իսկ 1-ը՝ բարձր տատանողականությամբ:

Amazon-ի կանխատեսված արժեքների վարքագծից ելնելով, այն է որ շուկան տատանվում է ժամանակի ընթացքում՝ դիտարկելով կանխատեսված ռեժիմները, և անգամ կարճ վաճառքը զգալի եկամուտ չէր ապահովվի, հաշվի առնելով բրոքերային ծախսերը, այն չենք ներառի պորտֆելի մեջ և գումարը որը պետք է հատկացնենք Amazon-ին կբաշխենք մնացած 5 արժեթղթի մեջ: Քանի որ Google-ը ուղեկցվում է բարձր եկամտաբերությամբ, ապա վստահություն ցուցաբերելով ընկերության նկատմամբ՝ ավելի մեծ կշիռ կտանք պորտֆելում համեմատած՝ AMD-ի, Apple-ի, FTSE 100 ինդեքսի: Եվ քանի, որ AMD-ին և Apple-ը Ապրիլ ամսվա ընթացքում ուղեկցվում են ռեժիմների ավելի շատ տատանմամբ՝ չնայած եկամտաբերության, ապա ավելի շատ կներդնենք FTSE 100-ում քան այս երկու արժեթղթերում: Կրկին ենթադրելով, որ ներդրման համար տրամադրվող գումարը՝ 150.000\$-է, ապա կբաշխենք գումարը հետևյալ կերպ՝

Nikkei 225 index: \$40387.77

Remaining Capital: \$109612.23

Adjusted investment per stock favoring Google and more to FTSE than Apple or AMD:

pred\_sp 22258.303349

pred\_ftse 16199.135472

pred\_apple 8365.417881

pred\_goog 48406.880480

pred\_amd 14382.492818

Կիրականացնենք Nikkei 225 ինդեքսի կարճ վաճառք 2024-04-10-ի դրությամբ, քանի որ հաջորդող օրը գնի նվազում է կանխատեսվում, իսկ այդ պահին արժեթուղթը գրանցել է ամենա բարձր գինը: Պորտֆելը ձևավորելուց հետո հաշվարկում ենք մեր եկամտաբերությունը ժամանակահատվածի վերջում: Չհաշված Nikkei 225 ինդեքսը, մեր եկամտաբերությունը կլինի՝ \$111431.12, որը համեմատած սկզբկանակ ներդրման հետ՝ \$109612.23 ավել է \$1818.89-ով կամ 1.66%-ով: Իսկ կարճ վաճառքից ստացված եկամուտը կազմում է՝ \$674.93, ընդհանուր այս երկուսը միասին պորտֆելում ներդրում կատարելիս և կարճ վաճառք իրականացնելիս ձեռք բերեցինք՝ \$2622.34 եկամուտ: Ե

Եվ եթե այս ռազմավարությունը իրականացնեինք իրական շուկայական պայմաններում: Նույն քանակի արժեթղթերի ձեռք բերման պարագայում, և կարճ վաճառքի ենթադրության ներքո, արդեն իսկ իրական գներով հաշվարկված, 2024 թվականի ապրիլ ամսվա համար կունենայինք հետևյալ պատկերը՝ \$110677.23 ժամանակահատվածի վերջում՝ ներդնելով սկզբնական՝ \$107678.77 գումար, մեր եկամուտը կլիներ՝ \$2998.46 կամ 2.78%, գումարելով կարճ վաճառքից ստացված եկամուտը՝ \$1367.47, արդյունքում ընդհանուր եկամուտը մեր կկազմեր՝ \$4365.9:

Այսպիսով կարող ենք եզրակացնել, որ Markov-Switching-ով իրականացված գների և շուկայական ռեժիմների կանխատեսումների, որոշակի վերլուծությունների և/կամ ռազմավարությունների ընտրման հիման վրա կառուցված պորտֆելը նաև ցուցաբերում է դրական արդյունքը՝ իրական շուկայական պայմաններում: Թեև կարևոր է հիշել, որ ֆինանսական շուկան դինամիկ է և շատ հաճախ անկանխատեսելի:

## ԵԶՐԱԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆ

Այս հետազոտության մեջ կիրառեցինք մի քանի վիճակագրական և մեքենայական ուսուցման մոդելներ ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացման և շուկայի ռեժիմների հայտնաբերման համար: Պարզեցինք թե դրանցից որոնք են ավելի արդյունավետ կերպով բացահայտում շուկայում առկա բարդ օրինաչափությունները:

Սկզբում ներկայացրեցինք Ավտոռեգրեսիվ Ինտեգրված Շարժվող Միջինի մոդելը, որն այդքան էլ արդյունավետ չէ արժեթղթերի գների կանխատեսման տեսանկյունից, մինչդեռ Long-Short Term Memory նեյրոնային ցանցերը և Markov-Switching մոդելները կարող են արժեքավոր պատկերացումներ տալ արժեթղթերի գների դինամիկայի վերաբերյալ:

Այնուհետև շուկայի ռեժիմների բացահայտում կատարեցինք և՛ Թաքնված Մարկովյան Մոդելների միջոցով և՛ Markov Regime Switching Autoregressive մոդելների միջոցով, որոնք հնարավորություն են տալիս պատկերացում կազմել ֆոնդային շուկայի վարքագծի վերաբերյալ և օգնել ներդրողներին ավելի տեղեկացված որոշումներ կայացնել:

Հիմնված մեր կանխատեսումների վրա կառուցեցինք պորտֆել և տարբեր ռազմավարություններ՝ համապատասխանաբար յուրաքանչյուր մոդելով կանխատեսված արդյունքների հիման վրա: Այնուհետև համեմատեցինք պորտֆելի միջոցով ժամանակահատվածի վերջում գեներացված եկամուտը՝ իրական շուկայի պայմաններում, ցույց տալով յուրաքանչյուր ռազմավարության արդյունավետությունը:

Հետազոտության հիմնական նպատակը ոչ թե իրական աշխարհի առևտրի մոդել տրամադրելն էր, այլ ցուցադրել շուկայական ռեժիմների հայտնաբերման և արժեթղթերի գների կանխատեսման, ներդրումային ռազմավարությունների օպտիմալացման տարբեր մեթոդներ, որոնք կարող են օգտագործվել առաջադեմ ներդրումային ռազմավարություններ կառուցելիս:

- <sup>1</sup> Harry Markowitz. "Portfolio Selection". The Journal of Finance. 1952.
- <sup>2</sup> URL: <https://www.quantstart.com/articles/market-regime-detection-using-hidden-markov-models-in-qstrader/>.
- <sup>3</sup> URL: <https://developers.refinitiv.com/en/article-catalog/article/market-regime-detection>. 2023.
- <sup>4</sup> Huizi Quan. " Stock Prediction based on LSTM and ARIMA". 2022.
- <sup>5</sup> Jan Bulla, Sascha Mergner, Ingo Bulla, Christophe Chesneau. "Markov-switching asset allocation: Do profitable strategies exist? ". 2021.
- <sup>6</sup> Fazlija Bledar and Pedro Harder. "Using financial news sentiment for stock price direction prediction". 2022.
- <sup>7</sup> Karlo Puh, Marina Bagić Babac. "Predicting stock market using natural language processing ". 2023.
- <sup>8</sup> Philip Jansson and Hugo Larsson. "ARIMA Modeling". 2020.
- <sup>9</sup> Gujarati. N.D. and Porter. D.C. Basic Econometrics. New York: 2008.
- <sup>10</sup> Daniel Jurafsky & James H. Martin, Speech and Language Processing. Copyright © 2023. All rights reserved. Draft of January 7, 2023.
- <sup>11</sup> Chung-Ming Kuan. The Markov Switching Model, 2002.
- <sup>12</sup> Hornik, Kurt, Maxwell Stinchcombe, and Halbert White. "Multilayer feedforward networks are universal approximators." Neural networks 2.5 (1989): 359-366.
- <sup>13</sup> Stefan Jansen. Machine Learning for Algorithmic Trading. 2nd edition. 2018.
- <sup>14</sup> Olah, Christopher. Understanding LSTM Networks. 2015.
- <sup>15</sup> Github URL: [https://github.com/mhovsepy/ML\\_in\\_finance](https://github.com/mhovsepy/ML_in_finance)