

Estatística e Modelos Probabilísticos - Quiz 4

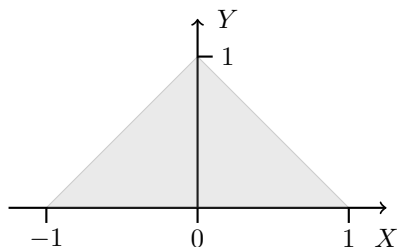
Matheus Henrique Sant'Anna Cardoso

DRE: 121073530

Novembro de 2022

Questão 1

Considere duas variáveis aleatórias x e y com função densidade de probabilidade conjunta constante e diferente de zero apenas na área hachurada da figura. Determine o valor de $p_{xy}(X, Y)$ na área hachurada de figura. Encontre a função densidade de probabilidade $p_x(X)$ da variável aleatória x . Determine a função densidade de probabilidade condicional $p_{x|M}(X)$ onde M é o evento definido por $M = \{0.4 < y < 0.6\}$.



Questão 2

Uma régua de comprimento unitário é quebrada em um ponto aleatório. O pedaço da esquerda é novamente quebrado. Seja x a variável aleatória que define, a partir da extremidade esquerda da régua, o ponto em que a régua é quebrada pela primeira vez e y a variável aleatória que define o segundo ponto de quebra. Determine $p_x(X)$, $p_y(Y)$, $p_{y|x=X}(Y)$, $p_{x|y=Y}(X)$. Calcule a probabilidade de que um triângulo possa ser formado com as três peças obtidas. Lembre-se de que, num triângulo, o comprimento de qualquer um dos lados é menor que a soma dos comprimentos dos outros dois lados.

Questão 3

Um equipamento pode se encontrar em um dentre dois estados possíveis: operação normal e operação anormal.

A probabilidade de o equipamento encontra-se em operação normal é 0.8. Ligado a este equipamento tem-se um painel de controle onde um termômetro com escala em graus Celsius indica a temperatura do equipamento a cada instante. Considere que a indicação do termômetro é uma variável aleatória t cuja função densidade de probabilidade depende do estado em que o equipamento se encontra. Se o equipamento está em operação normal (N), tem-se

$$p_{t|N}(T) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T-30)^2}{200}}$$

Por outro lado, se o equipamento está em operação anormal (\bar{N}), tem-se

$$p_{t|\bar{N}}(T) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T-50)^2}{200}}$$

Determine a probabilidade de que a indicação do termômetro exceda 40 graus Celsius. Determine a probabilidade de que a operação seja normal dado que a indicação do termômetro está compreendida entre 40 e 50 graus Celsius. Suponha que se resolve decidir a respeito do estado do equipamento (operação normal ou anormal) a partir da indicação do termômetro. Estabelece-se então a seguinte regra de decisão:

Se $t < T_0$ decide-se por operação normal

Se $t \geq T_0$ decide-se por operação anormal.

Calcule a probabilidade de se cometer um erro quando se usa este critério de decisão com $T_0 = 45$. Calcule o menor valor de T_0 tal que a probabilidade de se decidir por operação anormal quando a operação é normal não excede 0.0075.

Questão 4

Deseja-se encontrar a função de densidade de probabilidade da v.a. $y = ax^2$, ($a > 0$), onde x é uma v.a. dupla exponencial de parâmetro b :

$$p_x(X) = \frac{b}{2e^{-b|X|}}$$