

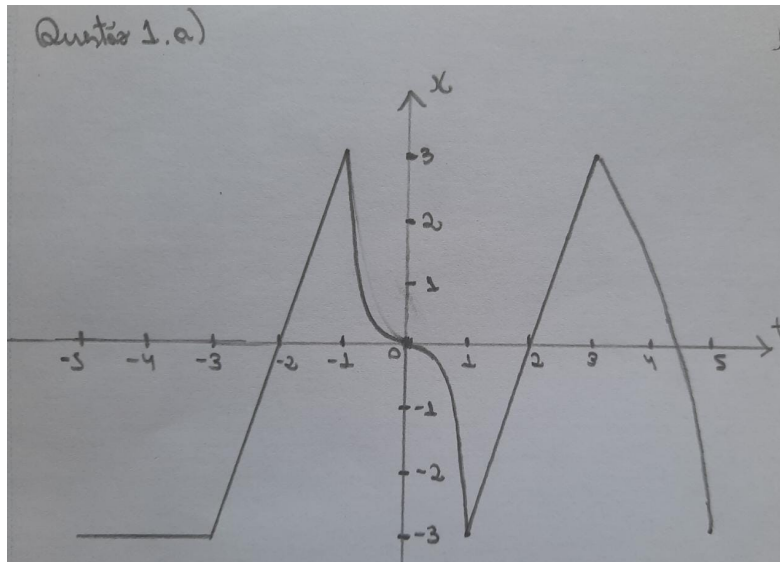
Sinais e Sistemas - Trabalho 1 - Grupo 2

Leonardo Soares da Costa Tanaka
Matheus Henrique Sant Anna Cardoso
Theo Rudra Macedo e Silva

Setembro de 2022

1.) Para o sinal abaixo, contínuo por partes e definido para $t \in [-5, 5]$: (a) esboçar gráfico, (b) encontrar uma expressão analítica usando sinais singulares, (c) escrever um programa que rode em Octave/MatLab para plotar o gráfico. Nos dados a seguir, as expressões entre vírgulas se referem, na ordem de apresentação, aos valores do sinal nos intervalos $I_1 = [-5, -3]$, $I_2 = [-3, -1]$, $I_3 = [-1, 1]$, $I_4 = [1, 3]$, $I_5 = [3, 5]$. **G2:** $x(t) = -3, 3t + 6, -3t^3, 3t - 6, -t^2 + 5t - 3$

(a) Esboçando o gráfico:



(b) Analisando para os intervalos, teremos:

Para $-5 \leq t < -3$, $x(t) = -3$, ou, $x(t) = -3 \cdot 1(-t)$ utilizando um degrau refletido.

Para $-3 \leq t < -1$, $x(t) = 3t + 6$, ou, $x(t) = 3t \cdot 1(-t) + 6 \cdot 1(-t)$ utilizando degrau e rampa unitários.

Para $-1 \leq t < 0$, $x(t) = -3t^3$, ou, $x(t) = -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(-t)$ utilizando a parábola unitária.

Para $0 \leq t < 1$, $x(t) = -3t^3$, ou, $x(t) = -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(t)$ utilizando a parábola unitária.

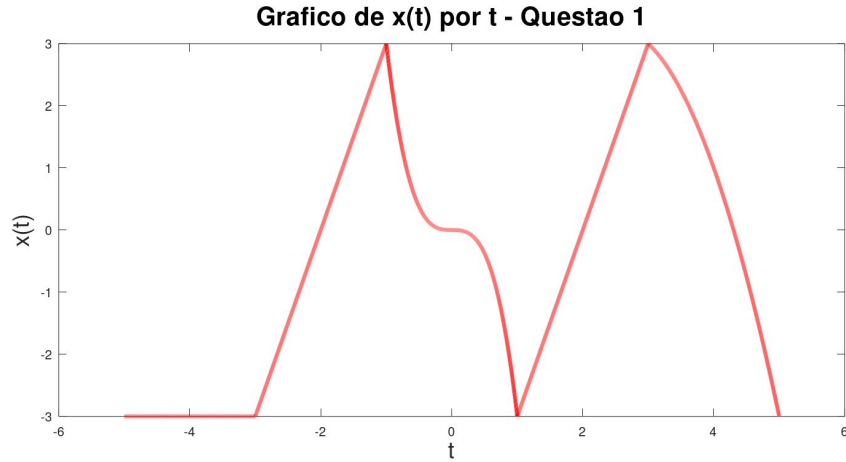
Para $1 \leq t < 3$, $x(t) = 3t - 6$, ou, $x(t) = 3t \cdot 1(t) - 6 \cdot 1(t)$ utilizando degrau e rampa unitários.

Para $3 \leq t < 5$, $x(t) = -t^2 + 5t - 3$, ou, $x(t) = -2 \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) + 5t \cdot 1(t) - 3 \cdot 1(t)$ utilizando parábola, rampa e degrau unitários.

Dessa forma, teremos $x(t)$ definido como:

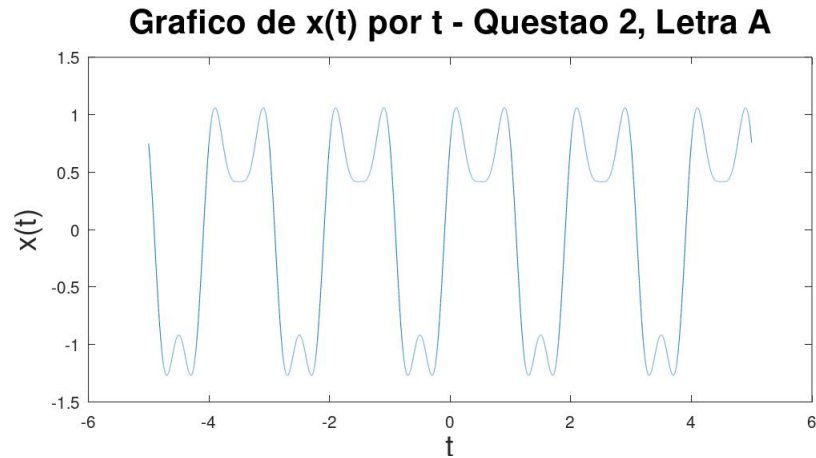
$$x(t) = \begin{cases} -3 \cdot 1(-t) & -5 \leq t < -3 \\ 3t \cdot 1(-t) + 6 \cdot 1(-t) & -3 \leq t < -1 \\ -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(-t) & -1 \leq t < 0 \\ -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) & 0 \leq t < 1 \\ 3t \cdot 1(t) - 6 \cdot 1(t) & 1 \leq t < 3 \\ -2 \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) + 5t \cdot 1(t) - 3 \cdot 1(t) & 3 \leq t < 5 \end{cases}$$

(c) Executando os códigos escritos no arquivo `questao1.m` (feito no Octave), plotamos o seguinte gráfico:

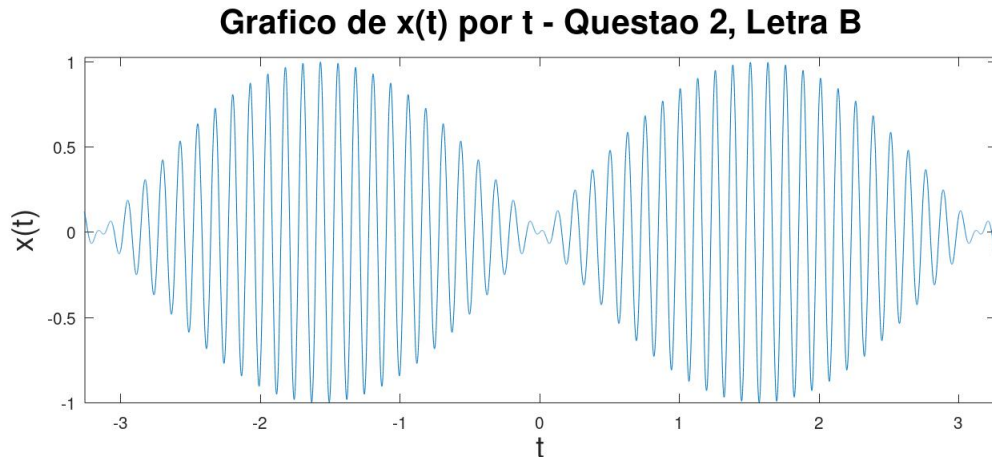


2.) Plotar o gráfico dos sinais a seguir, com escalas adequadas e usando os valores numéricos desejados para os eventuais parâmetros. Dizer se estes sinais são periódicos e, em caso afirmativo quais os seus períodos fundamentais. (a) $x(t) = \sin(\pi t) + \cos(2\pi t)/2 + \sin(3\pi t)/3 + \cos(4\pi t)/4$, (b) $x(t) = \sin(\omega t)\cos(50\omega t)$, (c) $x(t) = \sin(\omega t^2)$, (d) $x(t) = \sin(\omega_1 \sin(\omega_2 t)t)$

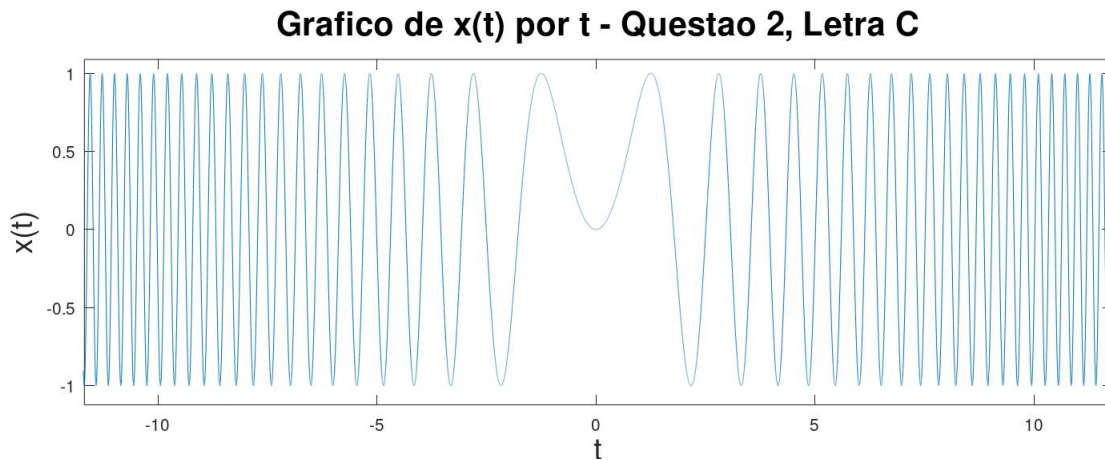
(a) Plotando o gráfico no Octave, temos:



(b) Plotando o gráfico no Octave, temos:

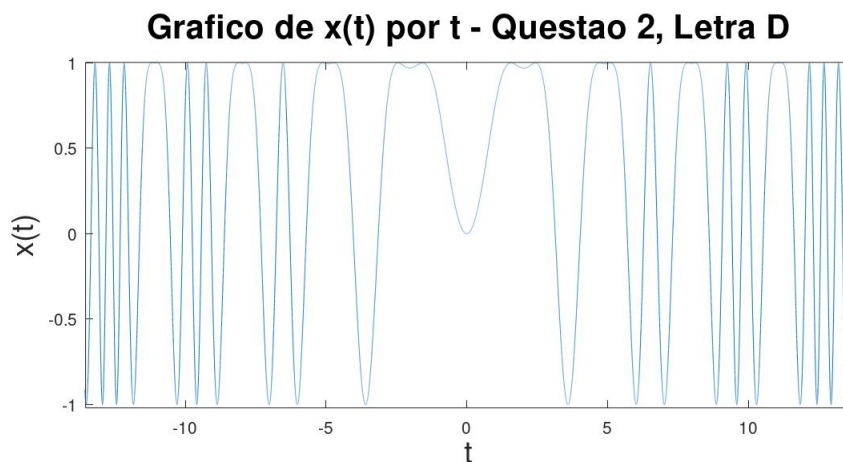


(c) Plotando o gráfico com o Octave para $\omega = 7$, temos:



Daqui, já se nota que o sinal não é periódico. Além de ser bem destoante para valores próximos à zero, conforme $t \rightarrow \infty$ ou $t \rightarrow -\infty$, a distância entre as cristas e entre os vales diminui.

(d) Plotando o gráfico com o Octave para $\omega_1 = \omega_2 = 1$, temos:



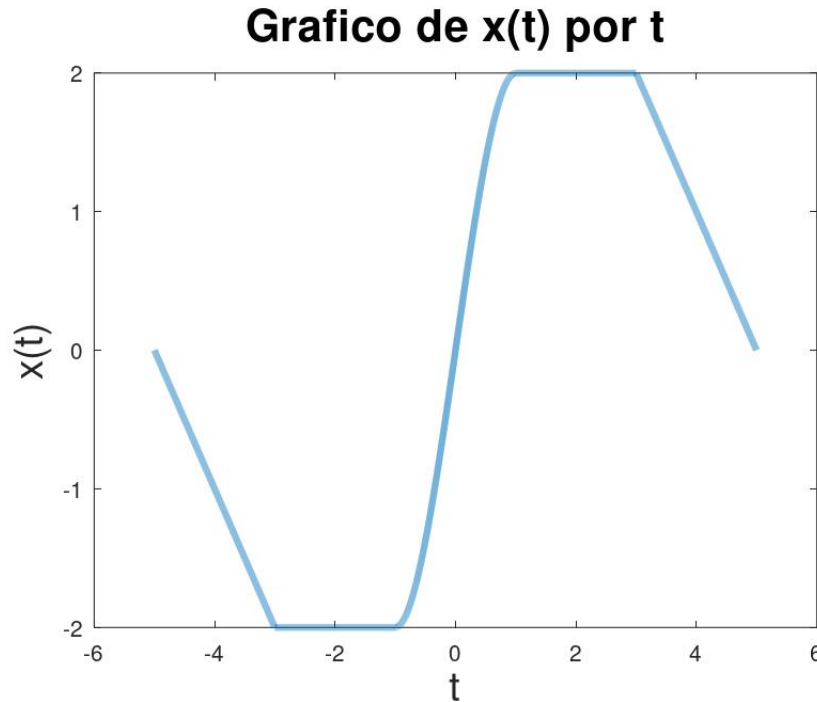
Do gráfico, nota-se que este sinal não é periódico. As distâncias entre as cristas e entre os vales não é fixa ao longo do gráfico.

3.) Um sinal periódico com período fundamental $T_0 = 4$ é descrito por **G2**: $x(t) = 1 - e^{|t|}$ para $-T_0/2 \leq t < T_0/2$ (a) Esboce o seu gráfico; (b) calcule analiticamente sua potência total P ; (c) calcule X_0 usando $k = 0$ na fórmula geral de X_k ; (d) calcule analiticamente os coeficientes X_k e verifique se a expressão obtida leva a X_0 sem indeterminações; (e) esboce os espectros de módulo e fase; (f) para $k = 0, 1, 2$ e 3 , calcule a potência acumulada P_k^a contida nos harmônicos de 0 a k ; (g) para $k = 0, 1, 2$ e 3 , calcule a potência relativa P_k^a/P ; (h) quantos harmônicos são necessários para uma aproximação reter 90.00% da potência?

4.) O grupo i trabalhará com o sinal periódico $x(t)$ usado pelo grupo $i + 1$ na questão 1 (ao grupo 7: sinal 1). As aproximações numéricas para Octave/MatLab vistas, podem e devem ser utilizadas. (a) Traçar gráfico; (b) encontrar potência total P ; (c) calcular os X_k para $k \in [-10 \ 10]$; (d) traçar os espectros de magnitude, fase e potência; (e) estimar quantos harmônicos são necessários para reter 90.00% da potência; (f) calcular os coeficientes a_k e b_k correspondentes; (g) traçar, num mesmo gráfico, $x(t)$ e as aproximações.

Sinal a ser estudado: **G3**: $x(t) = -t - 5, -2, -t^3 + 3t, 2, -t + 5$ para o intervalo $I_1 = [-5 \ -3], I_2 = [-3 \ -1], I_3 = [-1 \ 1], I_4 = [1 \ 3], I_5 = [3 \ 5]$.

(a) Traçando o gráfico do sinal periódico:



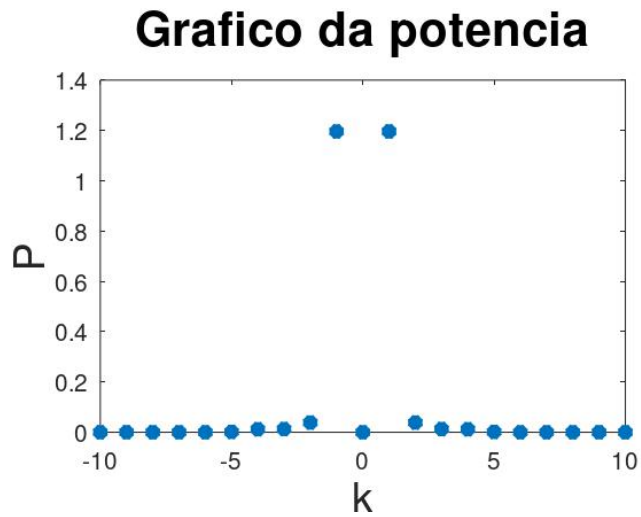
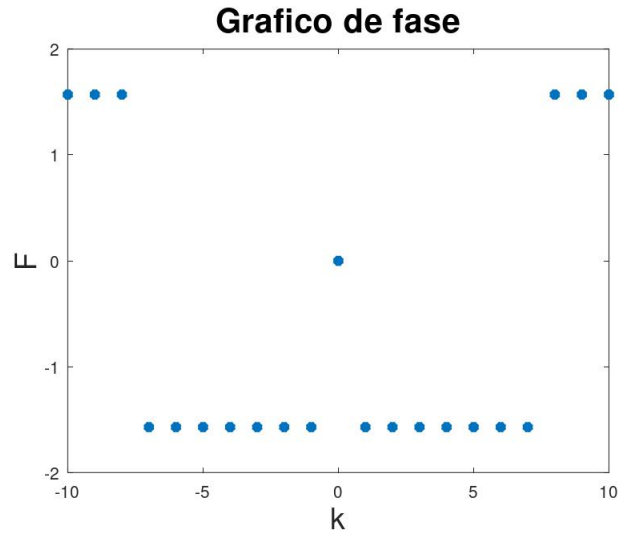
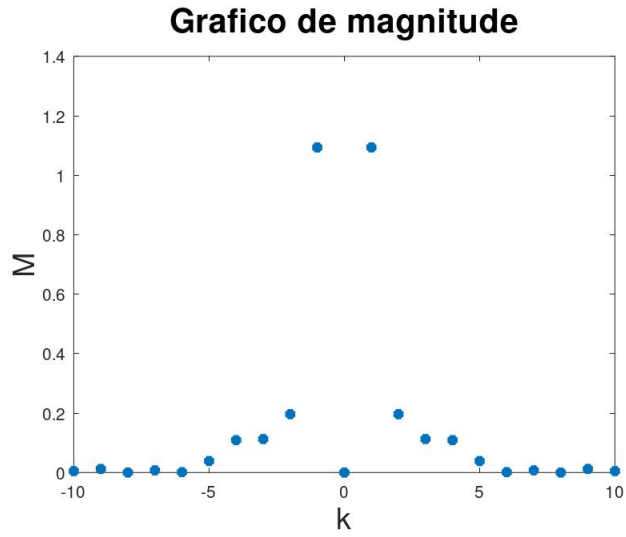
(b) Encontrando a potência total P com a aproximação da fórmula $P_{[-5 \ 5]} = \frac{1}{5 - (-5)} \int_{-5}^5 |x(t)|^2 dt$:

Potência total (P) = 2.5219

(c) Calculando os X_k para $k \in [-10 \ 10]$:

$X_{-10} = 3.6250e - 17 - 4.8377e - 03i$; $X_{-9} = 1.3859e - 18 - 1.2007e - 02i$; $X_{-8} = 1.5344e - 17 - 5.4810e - 05i$; $X_{-7} = -1.1824e - 18 + 7.3857e - 03i$; $X_{-6} = -3.0899e - 17 + 1.2438e - 03i$; $X_{-5} = 1.6911e - 17 + 3.8702e - 02i$; $X_{-4} = 3.1526e - 17 + 1.0894e - 01i$; $X_{-3} = -6.7537e - 18 + 1.1269e - 01i$; $X_{-2} = 1.4539e - 17 + 1.9635e - 01i$; $X_{-1} = 1.4886e - 17 + 1.0936e + 00i$; $X_0 = 6.3307e - 17$; $X_1 = 1.4886e - 17 - 1.0936e + 00i$; $X_2 = 1.4539e - 17 - 1.9635e - 01i$; $X_3 = -6.7537e - 18 - 1.1269e - 01i$; $X_4 = 3.1526e - 17 - 1.0894e - 01i$; $X_5 = 1.6911e - 17 - 3.8702e - 02i$; $X_6 = -3.0899e - 17 - 1.2438e - 03i$; $X_7 = -1.1824e - 18 - 7.3857e - 03i$; $X_8 = 1.5344e - 17 + 5.4810e - 05i$; $X_9 = 1.3859e - 18 + 1.2007e - 02i$; $X_{10} = 3.6250e - 17 + 4.8377e - 03i$.

(d) Traçando os espectros de magnitude, fase e potência:



$a_0 = 6.3307e - 17$; $a_1 = 2.9772e - 17$; $a_2 = 2.9078e - 17$; $a_3 = -1.3507e - 17$; $a_4 = 6.3052e - 17$; $a_5 = 3.3822e - 17$;
 $a_6 = -6.1798e - 17$; $a_7 = -2.3649e - 18$; $a_8 = 3.0689e - 17$; $a_9 = 2.7717e - 18$; $a_{10} = 7.2500e - 17$.

$b_0 = 0$; $b_1 = 2.1873$; $b_2 = 0.3927$; $b_3 = 0.2254$; $b_4 = 0.2179$; $b_5 = 0.077404$; $b_6 = 2.4876e - 03$; $b_7 = 0.014771$;
 $b_8 = -1.0962e - 04$; $b_9 = -0.024014$; $b_{10} = -9.6755e - 03$.

(e) Estimando quantos harmônicos são necessários para reter 90.00% da potência:

Até o primeiro harmônico que consegue reter 94,85%

5.) Na escala de tempo $\mathbf{t=0:1/2000:5}$, considere um sinal de áudio simples $x_b(t) = \text{sen}(2\pi f_0 t)$ ou $x_b(t) = \text{cos}(2\pi f_0 t)$ com frequência **G2**: $f_0 = 132\text{Hz}$. Ouça este som usando o comando **sound(xb)** no Octave; o resultado é, provavelmente, desagradável pois se trata de uma frequência pura e a sensação é seca, metálica. Para melhorar o **timbre** do som é preciso colocar mais harmônicos. Crie, na mesma escala de tempo, com a mesma frequência fundamental f_0 , com parâmetros a seu critério e usando até o harmônico $k = 6$ ($6f_0\text{Hz}$) os sinais a seguir. Ouça cada um deles e compare a qualidade do timbre.

(a) Uma onda quadrada $x_q(t)$; (b) uma onda triangular $x_t(t)$; (c) um seno semi-retificado sem o nível DC $x_s(t)$; (d) Opcional: adicionando senos e co-senos harmônicos a seu critério, imagine-se projetando um sintetizador de som e crie um sinal periódico $x(t)$ com frequência fundamental f_0 e um timbre agradável.