

# Sinais e Sistemas - Trabalho 6 - Avaliação 10

## **Grupo 2**

Leonardo Soares da Costa Tanaka

Matheus Henrique Sant Anna Cardoso

Theo Rudra Macedo e Silva

Vinícius Quintanilha Porto Gomes

1.) Considere o sinal  $v(t) = e^{-2t^2}$ . (**Grupo 2:**)

(a) Plote o seu gráfico;

%Questão 1.a)

% Intervalo

dt=0.001;

% Dados basicos

t=-2:dt:2-dt;

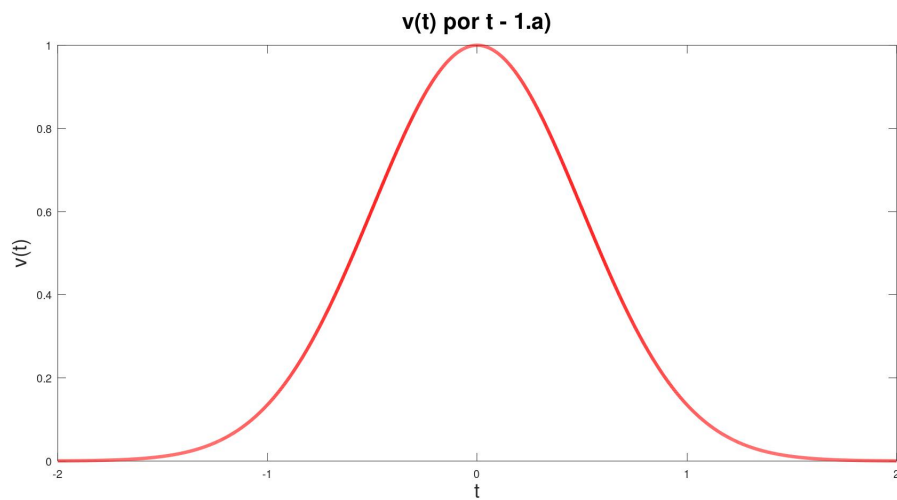
v=exp(-2\*t.^2);

plot (t, v, "r", "linewidth", 3);

title("v(t) por t - 1.a)", "fontsize", 20);

xlabel("t", "fontsize", 18);

ylabel("v(t)", "fontsize", 18);



(b) escolha, a seu critério, uma janela de amostragem apropriada;

Foi escolhida uma janela de amostragem de 4 de largura com começo em -2, porque foi quando a função  $v$  começa a ficar maior que zero e depois começa a voltar para o zero.

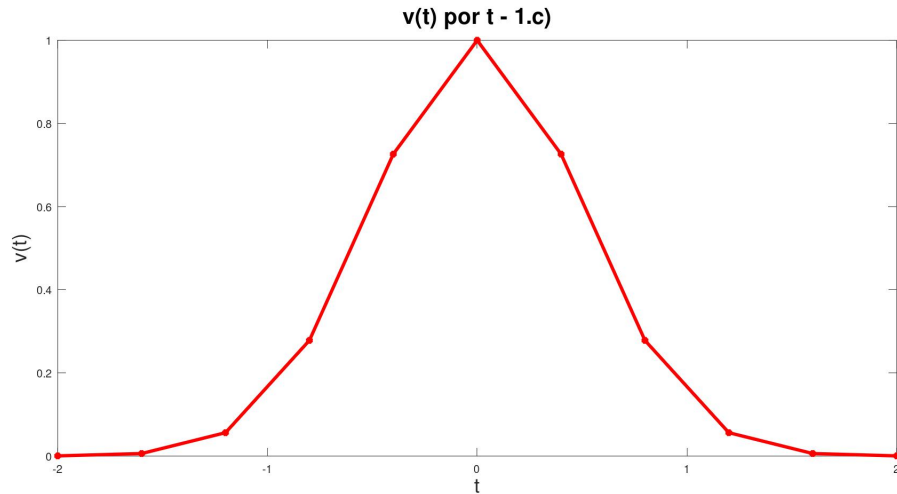
(c) escolha uma frequência de amostragem  $f_a$  bem pequena, que coloque poucos pontos na janela, ache a FFT da série temporal obtida e analise o espectro de magnitudes;

Foi escolhida uma frequência de amostragem  $f_a$  de  $1/\Delta_T$  que nesse caso seria 2,5.

```

dt=0.4;
t=-2:dt:2;
v=exp(-2*t.^2);
plot (t, v, "r*-", "linewidth", 3);
title("v(t) por t - 1.c)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("v(t)", "fontsize", 18);

```



Então é preciso fazer as seguintes operações para calcular a FFT:

$$\Delta_f = 1/T_0 = 1/4 = 0.25; L_0 = (N - 1)\Delta_f = 2,5 \Rightarrow f \in [-1,25 \ 1,25]$$

```
f=-1.25:(0.25):1.25;
```

```
V = fft(v)
```

```
V = fftshift(V);
```

```
modV = abs(V);
```

```
plot(f, modV, "r*-", "linewidth", 3)
```

```
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
```

*FFT :*

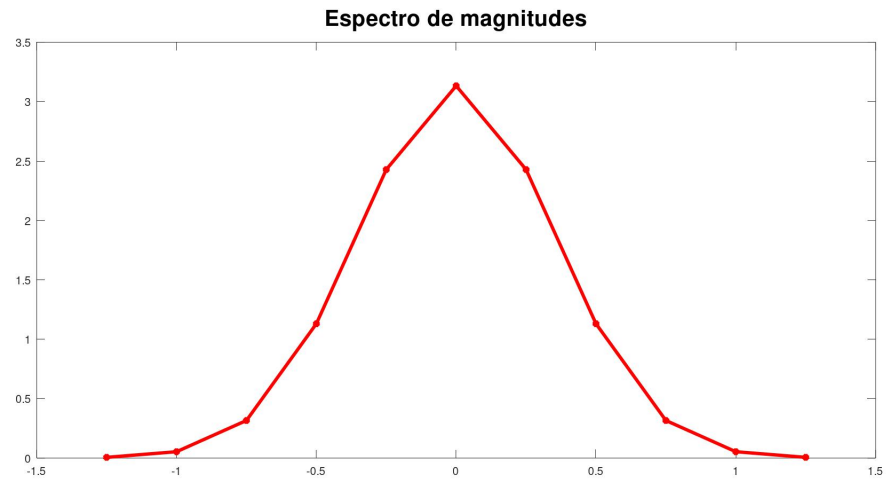
$$3.1333 + 0i$$

$$-2.3299 - 0.6841i$$

$$0.9509 + 0.6111i$$

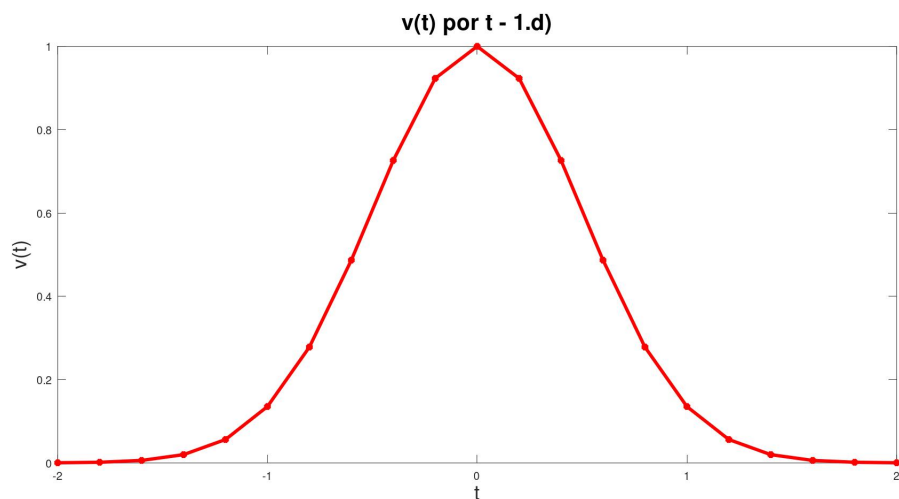
$$-0.2069 - 0.2388i$$

$$0.0220 + 0.04$$



(d) escolha a  $f_a$  maior que a anterior, que coloque mais pontos na janela, ache a FFT correspondente e compare com a anterior;

```
dt=0.2;
t=-2:dt:2;
v=exp(-2*t.^2);
plot (t, v, "rx", "linewidth", 10);
title("v(t) por t - 1.d", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("v(t)", "fontsize", 18);
```



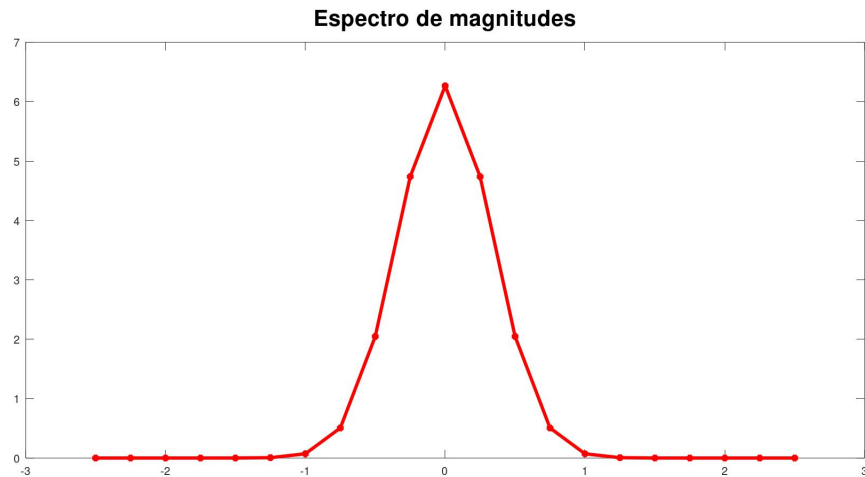
$\Delta_f = 1/T_0 = 1/4 = 0.25$ ;  $L_0 = (N - 1)\Delta_f = 5 \Rightarrow f \in [-2, 5 \ 2, 5]$

```
f=-2.5:(0.25):2.5;
V = fft(v)
```

```
V = fftshift(V);
modV = abs(V);
plot(f, modV, "r*")
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
```

*FFT :*

$6.2664 + 0i$	$-4.6846 - 0.7061i$	$1.9556 + 0.6032i$	$-0.4554 - 0.2193i$	$0.0588 + 0.0401i$
$-0.0043 - 0.0040i$	$0.0001 + 0.0002i$	$-0.0000 - 0.0000i$	$-0.0000 - 0.0000i$	$-0.0000 - 0.0000i$
$-0.0000 - 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$
$0.0001 - 0.0002i$	$-0.0043 + 0.0040i$	$0.0588 - 0.0401i$	$-0.4554 + 0.2193i$	$1.9556 - 0.6032i$
$-4.6846 + 0.7061i$				

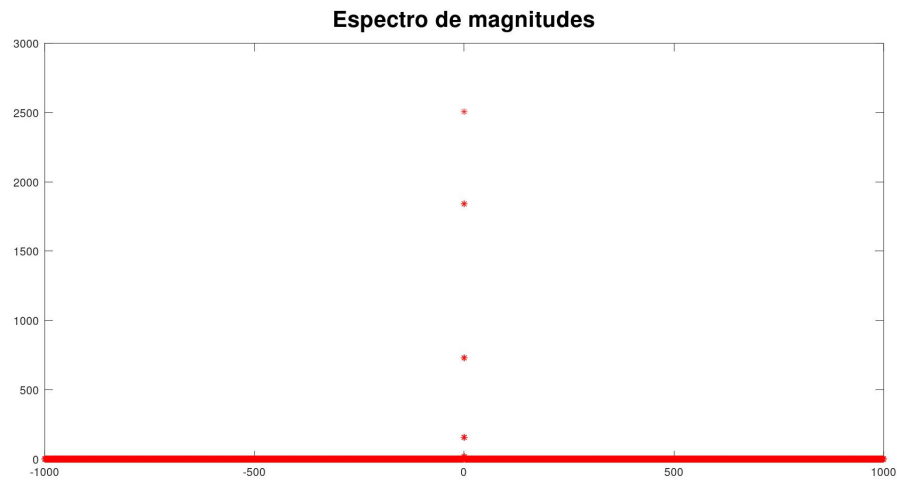


(e) siga o roteiro acima até não haver diferenças entre significativas entre os espectros;

Depois de repetir o processo diversas vezes até não ter uma significativa foi obtido o seguinte código final com  $\Delta_t$  de 0,0005:

```
dt=0.0005;
t=-2:dt:2;
v=exp(-2*t.^2);
f=-(1/(2*dt)):(1/4):(1/(2*dt));
V = fft(v)
V = fftshift(V);
modV = abs(V);
```

```
plot(f, modV, "r*")
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
```



(f) usando esta  $f_a$  "boa" altere a largura inicial da janela, obtenha o espectro mais uma vez e compare.

**2.)** Para o sinal contínuo a seguir (**Grupo 2:**)

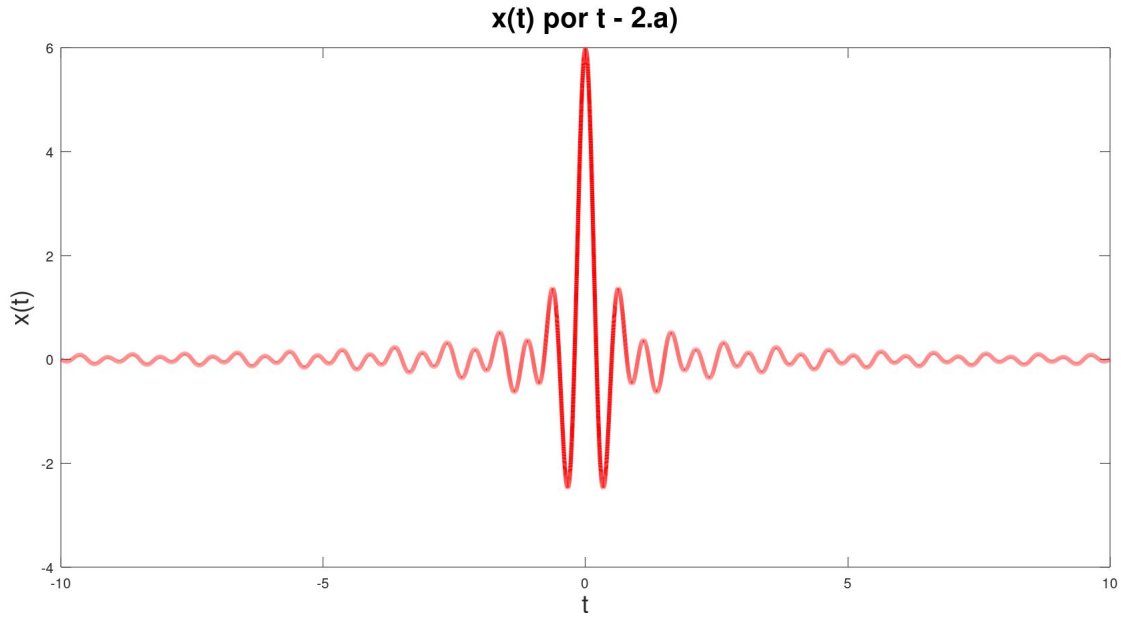
$$\mathbf{G2:} \quad x(t) = 8 \operatorname{sinc}(4t) - 2 \operatorname{sinc}(2t)$$

(a) Plote o gráfico;

```
%Questão 2.a)
% Intervalo
dt=0.001;
% Dados basicos
t=-10:dt:10-dt;
x=8*sinc(4*t)-2*sinc(2*t);
plot (t, x, "r", "linewidth", 3);
title("x(t) por t - 2.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

(b) encontre, justificando, a largura  $T_0$  de uma janela de observação centrada na origem;

A largura  $T_0$  encontrada foi 8 que começa em -4, porque é o trecho em que maior parte da energia é concentrada e o valor dos máximos e mínimos locais fora desse intervalo deixam de ser tão diferentes.



- (c) idem período de amostragem  $\Delta t$  seguro;
- (d) encontre o número de pontos  $N = 1 + T_0/(\Delta t)$  e o vetor base de tempo  $t = -T_0/2 : \Delta t : T_0/2$ ;
- (e) construa a escala frequencial  $\Delta f = 1/T_0$ ,  $F_0 = (N - 1)\Delta f$  e  $f = -F_0/2 : \Delta f : F_0/2$ ;
- (f) encontre os vetores  $x$ ,  $X = \text{fft}(x)$  e  $\text{mod} = \text{abs}(x)$ ;
- (g) plote o espectro de amplitude: `plot(f, mod)`;
- (h) comente os resultados.

**3.)** Os pulsos a seguir são pares e nulos para  $|t| > \Delta$ :

$p_\Delta$  é o plano  $p_\Delta(t) = \Delta$  para  $|t| \leq \Delta$ ,

$r_\Delta$  é triangular com  $r_\Delta(-\Delta) = r_\Delta(\Delta) = 0$  e  $r_\Delta(0) = \pi/2$  e

$c_\Delta$  é uma semicircunferência com  $c_\Delta(-\Delta) = c_\Delta(\Delta) = 0$  e  $c_\Delta(0) = \Delta$ .

(a) Esboçar o gráfico para os três pulsos e para (**Grupo 2:**)

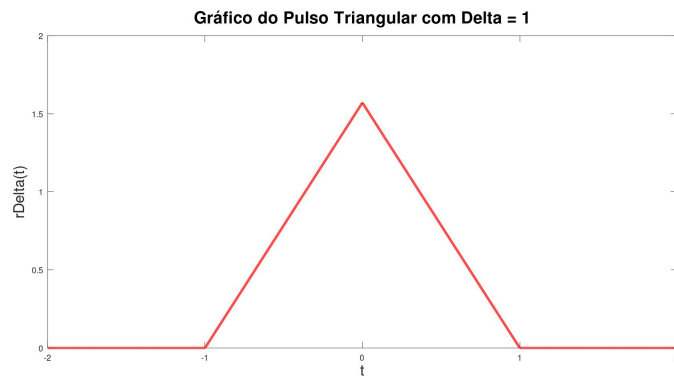
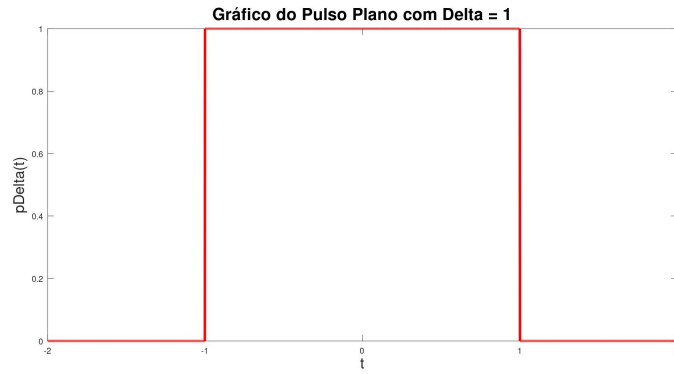
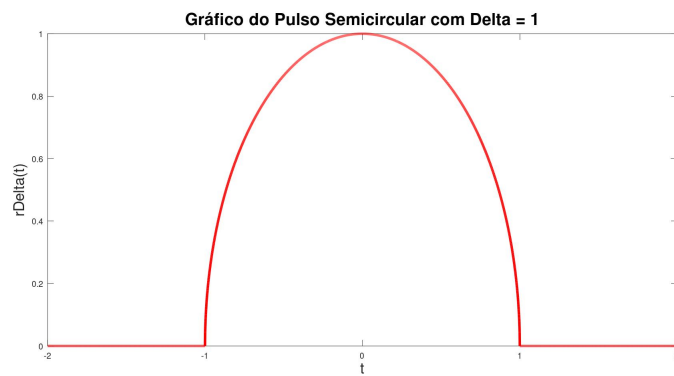
$$x = p_4(t) + r_2(t - 2) - c_2(t + 2)$$

$p_\Delta$

```
delta = 1;
p = delta*(abs(t)<=delta);
```

$r_\Delta$

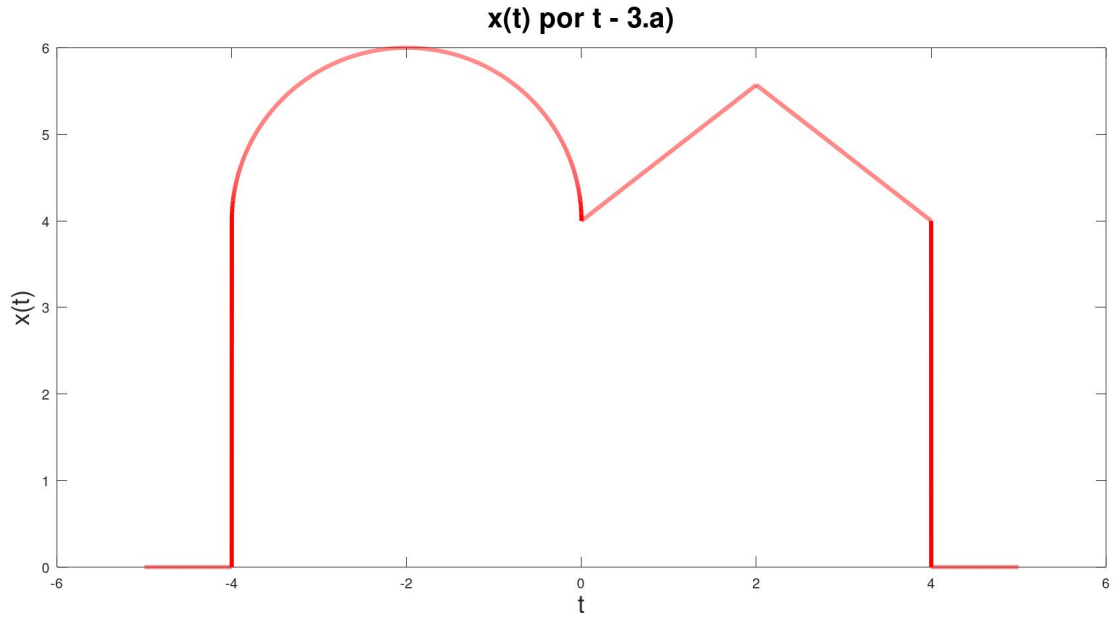
```
delta = 1;
r = (pi/2-(pi/(2*delta))*abs(t)).*(abs(t)<=delta);
```


 $c_{\Delta}$ 


```
delta = 1;
c = sqrt(delta^2-(t).^2).*(abs(t)<=delta);
```

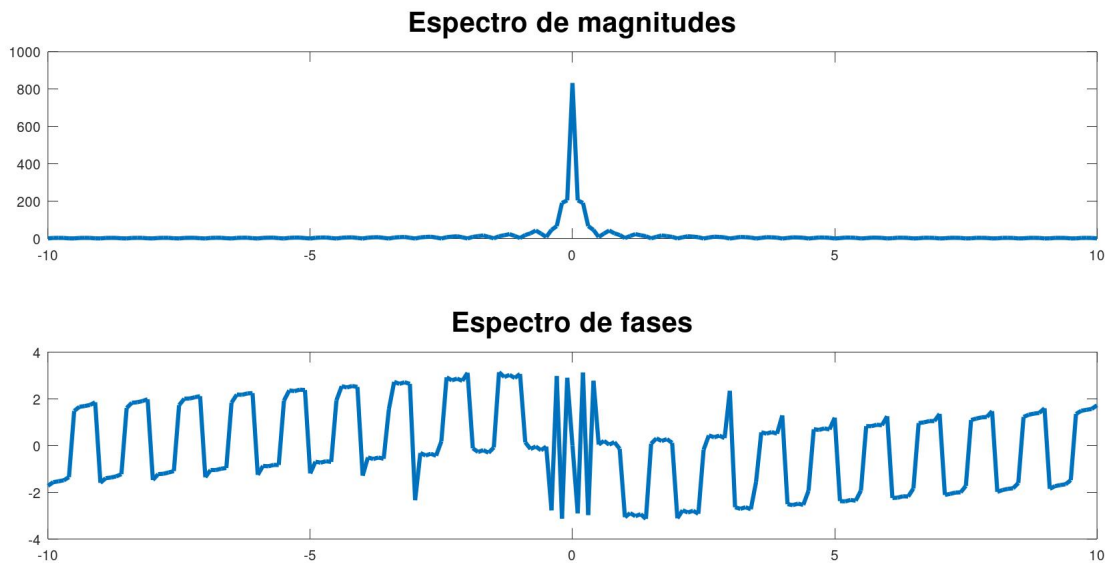
```
dt=0.001;
t=-5:dt:5;
p=4;
r=2;
c=2;
```





```
x=4*(abs(t)<=p)+(pi/2-(pi/4)*abs(t-2)).*(abs(t-2)<=r)+sqrt(c^2-(t+2).^2).*(abs(t+2)<=c);
plot(t, x, "r", "linewidth", 3)
title("x(t) por t - 3.a", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

(b) Traçar os espectros de  $x(t)$ , via FFT, determinando  $T_0$  e  $f_0$  por tentativa e erros.



Foi escolhido  $T_0 = 10$  e  $f_0 = 20$ . A partir de diversas tentativas e erros escolhemos esses valores. Pois, fica mais claro de

identificar o comportamento da FFT. Isso tudo levando em consideração o  $x(t)$ , que possui toda energia concentrada de  $[-4 \ 4]$  e algumas oscilações diferentes entre os planos positivo e negativo. Então, não foi utilizado um grande  $T_0$  para que não seja utilizada uma informação desnecessária. Além disso,  $f_0$  não tão pequeno para que haja uma manutenção do comportamento do  $x(t)$ .

```
dt=0.05;
T0=10;
t=-(T0/2):dt:(T0/2);

p=4;
r=2;
c=2;

x=4*(abs(t)<=p)+(pi/2-(pi/(2*r))*abs(t-2)).*(abs(t-2)<=r)+sqrt(c^2-(t+2).^2).*(abs(t+2)<=c);

f=-1/(2*dt):(1/T0):1/(2*dt);
X = fft(x)
X = fftshift(X);
modX = abs(X);
angX = angle(X);
subplot(2, 1, 1)
plot(f, modX, "linewidth", 3)
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
subplot(2, 1, 2)
plot(f, angX, "linewidth", 3)
title("Espectro de fases", "fontsize", 20);
```

4.) Sendo  $p_\tau(t) = e^{-\Delta(t-\tau)^2}$  uma janela amostradora, com  $\Delta = 0.5$  considere os sinais contínuos

$$x_1 = \cos(2\pi 261.1t)$$

$$x_2 = \cos(2\pi 293.7t)$$

$$x_3 = \cos(2\pi 311.1t)$$

$$x_4 = \cos(2\pi 329.6t)$$

$$x_5 = \cos(2\pi 349.2t)$$

$$x_6 = \cos(2\pi 392.0t)$$

$$x_7 = \cos(2\pi 440.0t)$$

$$x_8 = \cos(2\pi 466.2t)$$

$$x_9 = \cos(2\pi 522.2t)$$

e as combinações entre eles (**Grupo 2:**)

$$x(t) = x_1p_4 + x_2p_{12} + x_4p_{20} + x_1p_{28} + x_1p_{36} + x_2p_{44} + x_7p_{52} + x_1p_{60} + x_4p_{68} + x_5p_{76} + x_6p_{84}$$

Se estiver usando o MATLAB/Octave use o comando **sound** ou o **wavplay** e ouça os sinais  $x_i$  e  $x$ ; no FAWAV use o comando *Graph/Audio* com 16 bits, taxa de 8820 e volume de 32000.

(a) Plote o gráfico de  $x(t)$  e, a partir dele;

A seguir, o código utilizado:

```
%Questão 4.a)
```

```
% Intervalo
```

```
dt = 0.008;
```

```
% Dados básicos
```

```
t = 0:dt:8-dt;
```

```
f1=261.1; p4 = exp(-0.5*(t-4).^2); x1=cos(2*pi*f1*t);
```

```
f2=293.7; p12=exp(-0.5*(t-12).^2); x2=cos(2*pi*f2*t);
```

```
f3=311.1; p20=exp(-0.5*(t-20).^2); x3=cos(2*pi*f3*t);
```

```
f4=396.6; p28=exp(-0.5*(t-28).^2); x4=cos(2*pi*f4*t);
```

```
f5=349.2; p36=exp(-0.5*(t-36).^2); x5=cos(2*pi*f5*t);
```

```
f6=392.0; p44=exp(-0.5*(t-44).^2); x6=cos(2*pi*f6*t);
```

```
f7=440.0; p52=exp(-0.5*(t-52).^2); x7=cos(2*pi*f7*t);
```

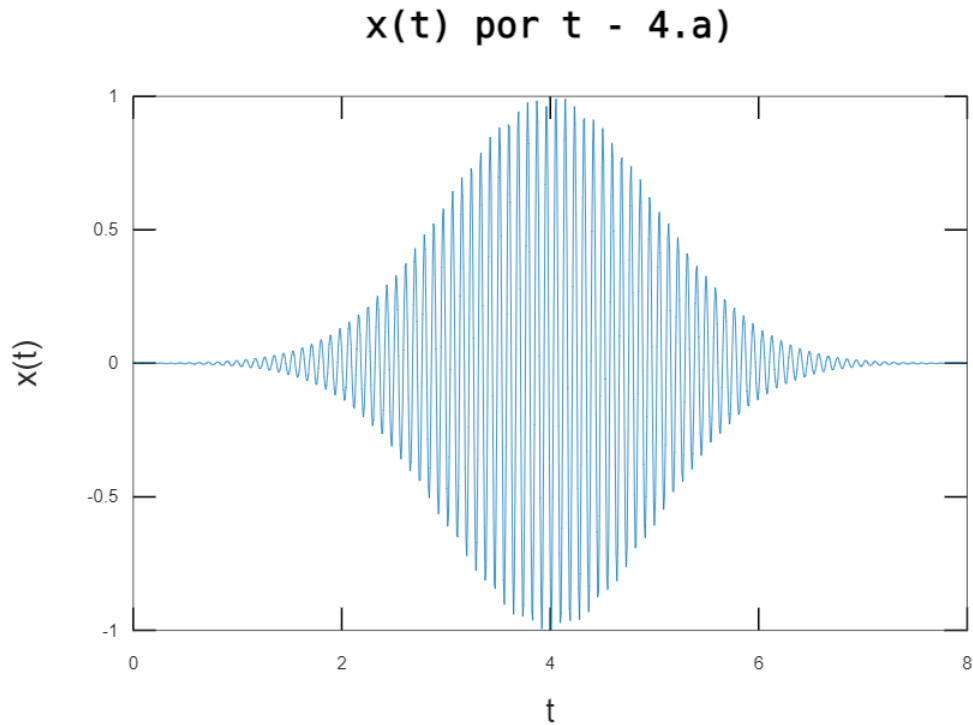
```
f8=466.2; p60=exp(-0.5*(t-60).^2); x8=cos(2*pi*f8*t);
```

```

f9=522.1; p68=exp(-0.5*(t-68).^2); x9=cos(2*pi*f9*t);
p76=exp(-0.5*(t-76).^2);
p84=exp(-0.5*(t-84).^2);

% Combinação entre os sinais para o grupo 2
x = x1.*p4 + x2.*p12 + x4.*p20 + x1.*p28 + x1.*p36 +
    x2.*p44 + x7.*p52 + x1.*p60 + x4.*p68 + x5.*p76 + x6.*p84;
plot(t,x)
title("x(t) por t - 4.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);

```



(b) estime a mínima frequência de amostragem  $f_a$  segura e uma resolução frequencial  $\Delta f$  adequada;

A maior frequência foi para o coeficiente  $x_9$  com  $f = 522.2Hz$ . Assim, utilizaremos  $f_h = 550Hz$  para termos uma janela de

amostragem segura. Dessa forma,

$$f_a = 2f_h$$

$$f_a = 2 \cdot 550$$

$$f_a = 1100Hz$$

Nisso, o  $\Delta_t$  será dado por  $\Delta_t = \frac{1}{f_a}$ .

Pelo gráfico obtido, podemos estimar o período  $T_0 = 8$  segundos. Portanto,  $\Delta_f = \frac{1}{T_0}$ .

$$\Delta_f = 0.125$$

(c) amostre  $x$ , calcule sua DFT, e plote os espectros com escalas apropriadas;

(d) calcule a energia  $E$  do sinal.

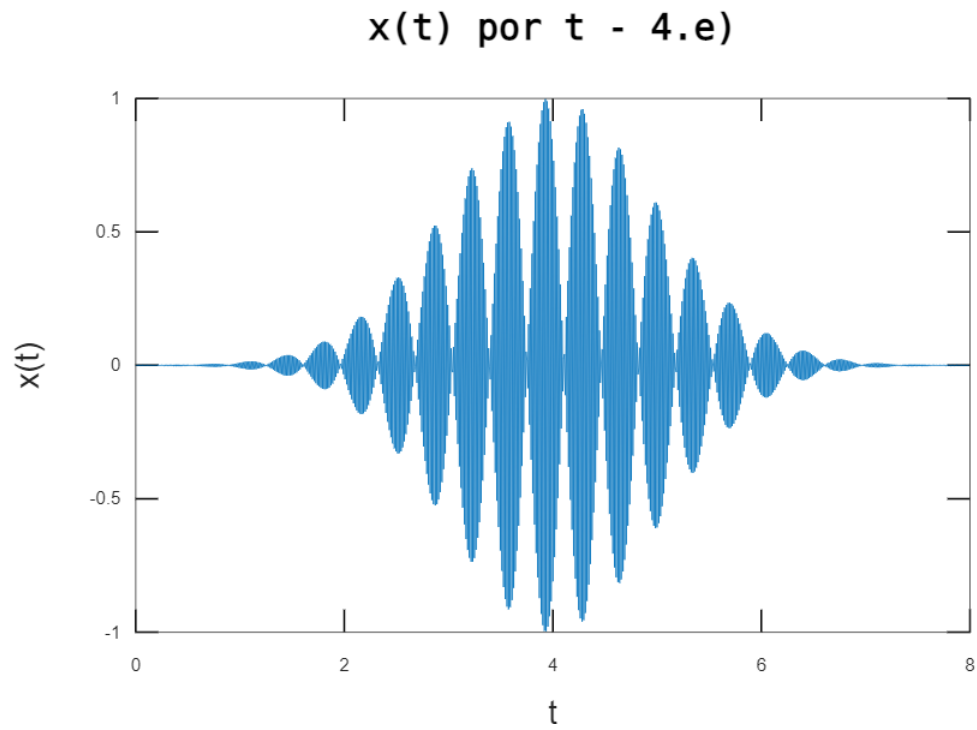
(e) Mantendo os pulsos  $p_\tau$  fixos, construa um sinal  $x_a(t)$  fazendo uma permutação aleatória nos "coeficientes"  $x_i$ ;

```
% Intervalo
dt = 0.008;

% Dados básicos
t = 0:dt:8-dt;
f1=261.1; p4 = exp(-0.5*(t-4).^2); x1=cos(2*pi*f1*t);
f2=293.7; p12=exp(-0.5*(t-12).^2); x2=cos(2*pi*f2*t);
f3=311.1; p20=exp(-0.5*(t-20).^2); x3=cos(2*pi*f3*t);
f4=396.6; p28=exp(-0.5*(t-28).^2); x4=cos(2*pi*f4*t);
f5=349.2; p36=exp(-0.5*(t-36).^2); x5=cos(2*pi*f5*t);
f6=392.0; p44=exp(-0.5*(t-44).^2); x6=cos(2*pi*f6*t);
f7=440.0; p52=exp(-0.5*(t-52).^2); x7=cos(2*pi*f7*t);
f8=466.2; p60=exp(-0.5*(t-60).^2); x8=cos(2*pi*f8*t);
f9=522.1; p68=exp(-0.5*(t-68).^2); x9=cos(2*pi*f9*t);
p76=exp(-0.5*(t-76).^2);
p84=exp(-0.5*(t-84).^2);

% Combinação entre os sinais para o grupo 2
x = x3.*p4 + x5.*p12 + x2.*p20 + x8.*p28 + x7.*p36 +
    x9.*p44 + x2.*p52 + x1.*p60 + x4.*p68 + x6.*p76 + x7.*p84;
plot(t,x)
```

```
title("x(t) por t - 4.a)", "fontsize", 20);  
xlabel("t", "fontsize", 18);  
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```



- (f) ouça o sinal alterado;
- (g) repita (b) e (c) para o novo sinal;
- (h) comente os resultados.