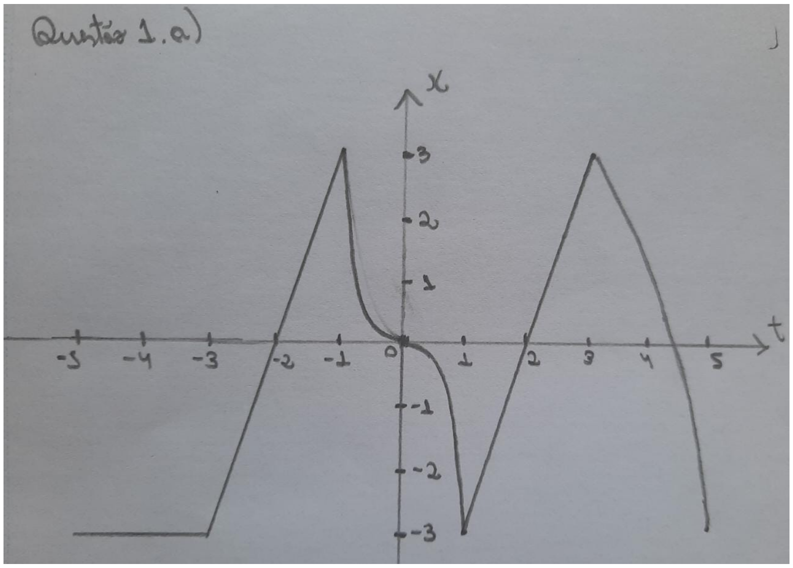
Sinais e Sistemas - Trabalho 1 - Grupo 2

Leonardo Soares da Costa Tanaka
Matheus Henrique Sant Anna Cardoso
Theo Rudra Macedo e Silva

Setembro de 2022

1.) Para o sinal abaixo, contínuo por partes e definido para $t \in [-5\ 5]$: (a) esboçar gráfico, (b) encotrar uma expressão analítica usando sinais singulares, (c) escrever um programa que rode em Octave/MatLab para plotar o gráfico. Nos dados a seguir, as expressões entre vírgulas se referem, na ordem de apresentação, aos valores do sinal nos intervalos $I_1 = [-5\ \ -3], I_2 = [-3\ \ -1], I_3 = [-1\ 1], I_4 = [1\ 3], I_5 = [3\ 5]$. **G2**: $x(t) = -3, 3t+6, -3t^3, 3t-6, -t^2+5t-3$

(a) Esboçando o gráfico:



(b) Analisando para os intervalos, teremos:

Para $-5 \leq t < -3, x(t) = -3$, ou, $x(t) = -3 \cdot 1(-t)$ utilizando um degrau refletido.

Para $-3 \leq t < -1, x(t) = 3t+6$, ou, $x(t) = 3t \cdot 1(-t) + 6 \cdot 1(-t)$ utilizando degrau e rampa unitários.

Para $-1 \leq t < 0, x(t) = -3t^3$, ou, $x(t) = -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(-t)$ utilizando a parábola unitária.

Para $0 \leq t < 1, x(t) = -3t^3$, ou, $x(t) = -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(t)$ utilizando a parábola unitária.

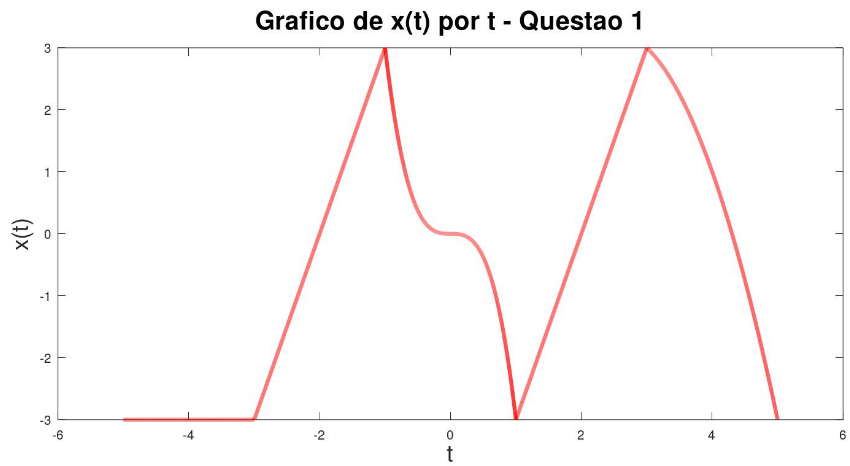
Para $1 \leq t < 3, x(t) = 3t-6$, ou, $x(t) = 3t \cdot 1(t) - 6 \cdot 1(t)$ utilizando degrau e rampa unitários.

Para $3 \leq t < 5, x(t) = -t^2+5t-3$, ou, $x(t) = -2 \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) + 5t \cdot 1(t) - 3 \cdot 1(t)$ utilizando parábola, rampa e degrau unitários.

Dessa forma, teremos $x(t)$ definido como:

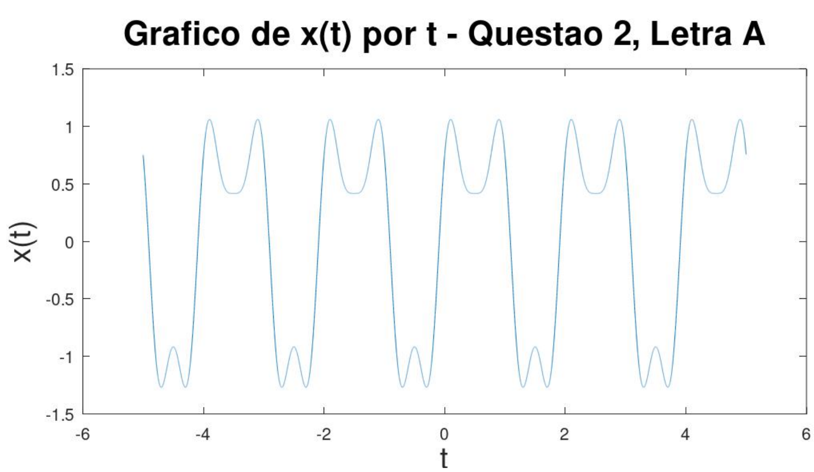
$$x(t) = \begin{cases} -3 \cdot 1(-t) & -5 \leq t < -3 \\ 3t \cdot 1(-t) + 6 \cdot 1(-t) & -3 \leq t < -1 \\ -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(-t) & -1 \leq t < 0 \\ -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) & 0 \leq t < 1 \\ 3t \cdot 1(t) - 6 \cdot 1(t) & 1 \leq t < 3 \\ -2 \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) + 5t \cdot 1(t) - 3 \cdot 1(t) & 3 \leq t < 5 \end{cases}$$

(c) Executando os códigos escritos no Octave, plotamos o seguite gráfico:

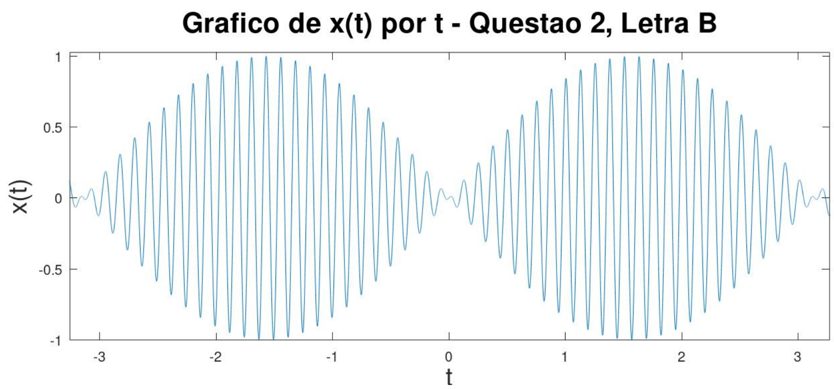


2.) Plotar o gráfico dos sinais a seguir, com escalas adequadas e usando os valores numéricos desejados para os eventuais parâmetros. Dizer se estes sinais são periódicos e, em caso afirmativo quais os seus períodos fundamentais. (a) $x(t) = sen(\pi t) + cos(2\pi t)/2 + sen(3\pi t)/3 + cos(4\pi t)/4$, (b) $x(t) = sen(\omega t)cos(50\omega t)$, (c) $x(t) = sen(\omega t^2)$, (d) $x(t) = sen(\omega_1 sen(\omega_2 t)t)$

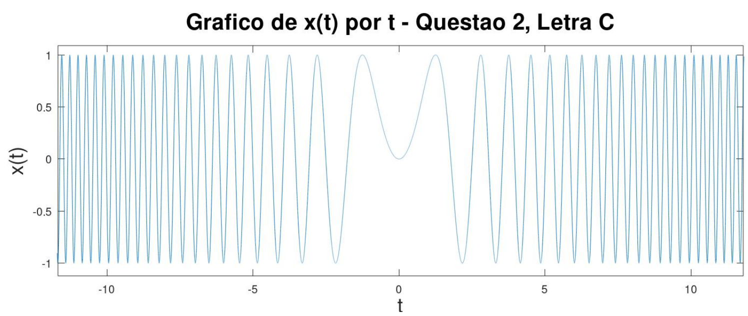
(a) Plotando o gráfico no Octave, temos:



(b) Plotando o gráfico no Octave, temos:

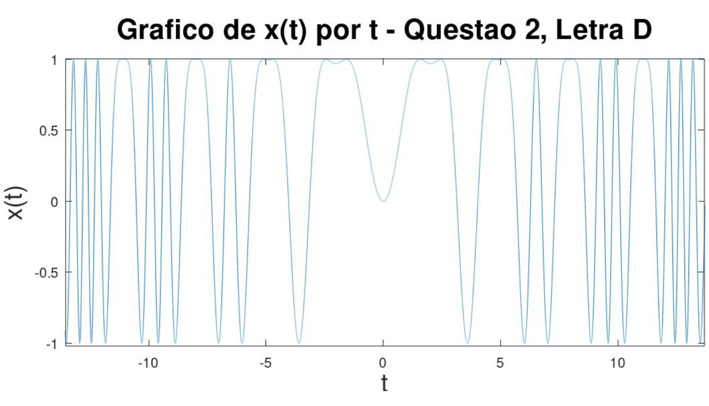


(c) Plotando o gráfico com o Octave para $\omega = 7$, temos:



Daqui, já se nota que o sinal não é periódico. Além de ser bem destoante para valores próximos à zero, conforme $t \to \infty$ ou $t \to -\infty$, a distância entre as cristas e entre os vales diminui.

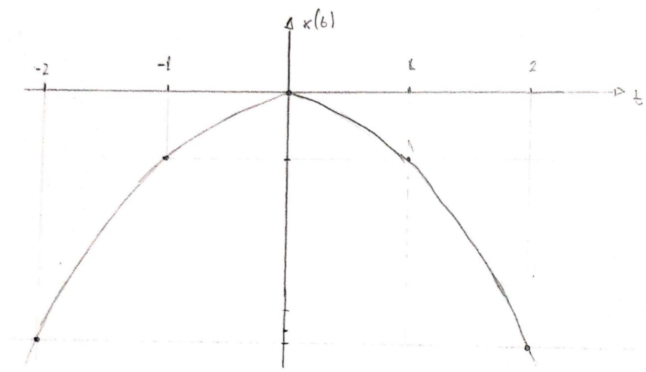
(d) Plotando o gráfico com o Octave para $\omega_1 = \omega_2 = 1$, temos:



Do gráfico, nota-se que este sinal não é periódico. As distâncias entre as cristas e entre os vales não é fixa ao longo do gráfico.

3.) Um sinal periódico com período fundamental $T_0 = 4$ é descrito por **G2**: $x(t) = 1 - e^{|t|}$ para $-T_0/2 \leq t < T_0/2$ (a) Esboce o seu gráfico; (b) calcule analiticamente sua potência total P; (c) calcule X_0 usando $k = 0$ na fórmula geral de X_k; (d) calcule analiticamente os coeficientes X_k e verifique se a expressão obtida leva a X_0 sem indeterminações; (e) esboce os espectros de módulo e fase; (f) para $k = 0, 1, 2$ e 3, calcule a potência acumulada P_k^a contida nos harmônicos de 0 a k; (g) para $k = 0, 1, 2$ e 3, calcule a potência relativa P_k^a/P; (h) quantos harmônicos são necessários para uma aproximação reter 90.00% da potência?

(a) Fazendo o esboço do gráfico, teremos:



Questão 3. a)

(b) Podemos, inicialmente, calcular a energia do sinal no período $[-2\ 2]$ com $T_0 = 4$ e $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{\pi}{2}$.
$E = \int_{-2}^{2} \mid x(t) \mid^2\ dt = \int_{-2}^{0} \mid 1 - e^{|t|} \mid^2\ dt + \int_{0}^{2} \mid 1 - e^{|t|} \mid^2\ dt$

$$E = \int_{-2}^{0} (1 - 2e^{-t} + e^{-2t})\, dt + \int_{0}^{2} (1 - 2e^{t} + e^{2t})\, dt =$$

$$E = (t + 2e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t})\Big|_{-2}^{0} + (t - 2e^{t} + \frac{1}{2}e^{2t})\Big|_{0}^{2} =$$

$$E = (0 + 2 - \frac{1}{2} - (-2 + 2e^2 - \frac{1}{2}e^4)) + (2 - 2e^2 + \frac{1}{2}e^4) - (0 - 2 + \frac{1}{2}) = 7 - 4e^2 + e^4$$

$$E = 7 - 4e^2 + e^4$$

A potência, portanto, será calculada como a energia dividida pelo período de tempo calculado: $P = \frac{7-4e^2+e^4}{4}$.

(c) A fórmula geral de X_k é dada por:

$$X_k = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} x(t)\, e^{-jkw_0 t}\, dt$$

Para o nosso caso:

$$X_0 = \frac{1}{4} \left[\int_{-2}^{0} (1 - e^{-t})\, dt + \int_{0}^{2} (1 - e^{t})\, dt \right]$$

$$X_0 = \frac{1}{4} \left[\big(t + e^{-t}\big)_{-2}^{0} + \big(t - e^{t}\big)_{0}^{2} \right]$$

$$X_0 = \frac{1}{4} \left[\big(0 + 1\big) - \big(-2 + e^2\big) + \big(2 - e^2\big) - \big(0 - 1\big) \right]$$

$$X_0 = \frac{3 - e^2}{2}$$

O termo DC, vale $\frac{3-e^2}{2}$.

(d) Já temos a fórmula geral de X_k acima descrita. Assim, para o caso geral, temos:

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\int_{-2}^{2} (1 - e^{|t|})\, e^{-jk\frac{\pi}{2}t}\, dt\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\int_{-2}^{2} (e^{-jk\frac{\pi}{2}t} - e^{|t| - jk\frac{\pi}{2}t})\, dt\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\int_{-2}^{2} e^{-jk\frac{\pi}{2}t}\, dt - \int_{-2}^{2} e^{|t| - jk\frac{\pi}{2}t}\, dt\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\int_{-2}^{2} cos(-k\frac{\pi}{2}t) + j\, sen(-k\frac{\pi}{2}t)\, dt - \int_{-2}^{2} e^{|t| - jk\frac{\pi}{2}t}\, dt\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\int_{-2}^{2} cos(-k\frac{\pi}{2}t) + j\, sen(-k\frac{\pi}{2}t)\, dt - \int_{-2}^{2} e^{|t|}(cos(-k\frac{\pi}{2}t) + j\, sen(-k\frac{\pi}{2}t))\, dt\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\frac{4sen(k\pi)}{k\pi} - \left(\int_{-2}^{0} e^{-t}(cos(-k\frac{\pi}{2}t) + j\, sen(-k\frac{\pi}{2}t))\, dt + \int_{0}^{2} e^{t}(cos(-k\frac{\pi}{2}t) + j\, sen(-k\frac{\pi}{2}t))\, dt\right)\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\frac{4sen(k\pi)}{k\pi} - \left(-\frac{2e^{-t}cis(-k\frac{\pi}{2}t)}{2 + jk\pi}\Bigg|_{-2}^{0} - \frac{2e^{t}cis(-k\frac{\pi}{2}t)}{jk\pi - 2}\Bigg|_{0}^{2}\right)\right]$$

OBS: $cis(\theta) = cos(\theta) + j\, sen(\theta)$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\frac{4sen(k\pi)}{k\pi} - \left(\frac{2e^2cos(k\pi) - 2}{2 + jk\pi} - \frac{2e^2cos(k\pi) - 2}{jk\pi - 2}\right)\right]$$

$$X_k = \frac{1}{4}\left[\frac{4sen(k\pi)}{k\pi} - \left(\frac{8(e^2cos(k\pi) - 1)}{4 + k^2\pi^2}\right)\right]$$

$$X_k = \frac{2 - 2e^2cos(k\pi)}{4 + k^2\pi^2} + \frac{sen(k\pi)}{k\pi}$$

$$X_k = \frac{2 - 2e^2cos(k\pi)}{4 + k^2\pi^2} + sinc(k)$$

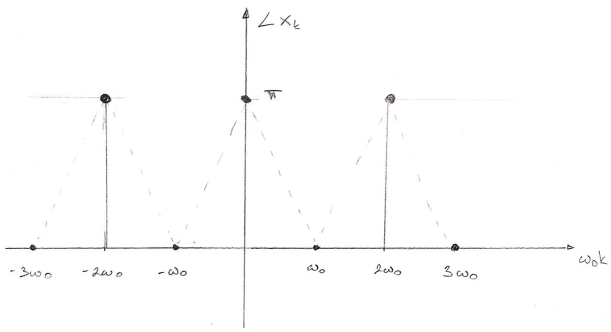
Agora, é fácil ver que não existem indeterminações para o caso em que $k = 0$.

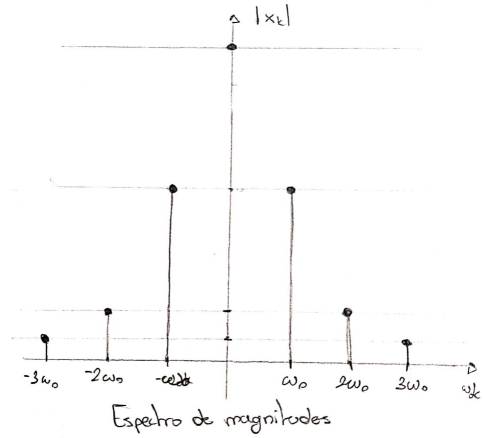
(e) Calculado o termo para cada valor de k, percebemos que todos são reais. Os reescrevendo:

$$X_k = \frac{2 - 2e^2(-1)^k}{4 + k^2\pi^2} + sinc(k)$$

vemos que X_k assume valores negativos para k par e positivos para k ímpar, fazendo o espectro de fases variar entre os valores 0 e π. Dessa forma, fica mais simples expressar o espectro de fases:

Com o auxílio do software Octave, foi possível calcular de maneira mais fácil as magnitudes para os k's pedidos.





(f) Com o auxílio do Octave, calculamos as potências acululadas nos harmônicos de 0 até 3:

$$P_{1--3} = 7.9808$$

(g) Também com o auxílio do Octave, calculamos as potências relativas (Lembrando que a potência total foi dada por: $\frac{7-4e^2+e^4}{4} = 8.0105$):

A potência para o harmônico k, é facilmente calculada como $2 \mid X_k \mid^2$ para $k \neq 0$.

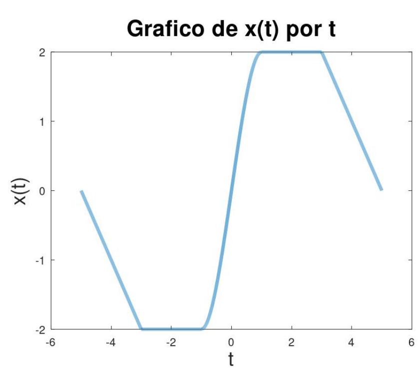
$$P_0 = 60.12\%$$
$$P_1 = 36.53\%$$
$$P_2 = 2.15\%$$
$$P_3 = 0.81\%$$

(h) Do item acima, nota-se que já no segundo harmônico, a potência atinge 96.65%. Sendo assim, são necessários apenas dois harmônicos.

4.) O grupo i trabalhará com o sinal periódico $x(t)$ usado pelo grupo $i+1$ na questão 1 (ao grupo 7: sinal 1). As aproximações numéricas para Octave/MatLab vistas, podem e devem ser utilizadas. (a) Traçar gráfico; (b) encontrar potência total P; (c) calcular os X_k para $k \in [-10\ 10]$; (d) traçar os espectos de magnitude, fase e potência; (e) estimar quantos harmônicos são necessários para reter 90.00% da potência; (f) calcular os coeficientes a_k e b_k correspondentes; (g) traçar, num mesmo gráfico, $x(t)$ e as aproximações.

Sinal a ser estudado: **G**3: $x(t) = -t-5, -2, -t^3+3t, 2, -t+5$ para o intervalo $I_1 = [-5\ \ -3], I_2 = [-3\ -1], I_3 = [-1\ 1], I_4 = [1\ 3], I_5 = [3\ 5]$.

(a) Traçando o gráfico do sinal periódico:



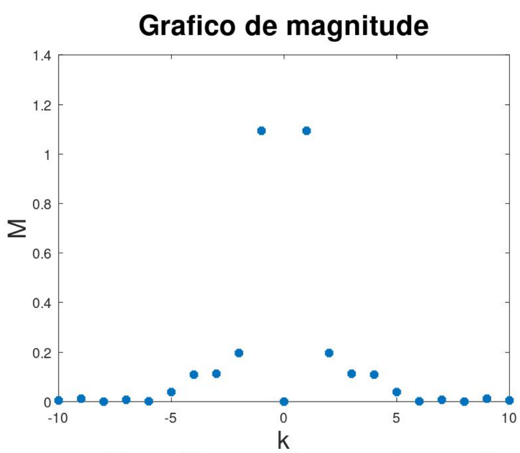
(b) Encontrando a potência total P com a aproximação da fórmula $P_{[-5\ 5]} = \frac{1}{5-(-5)} \int_{-5}^{5} |x(t)|^2 dt$:

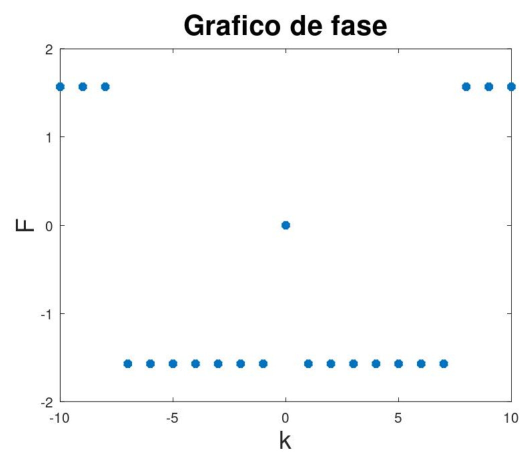
Potência total $(P) = 2.5219$

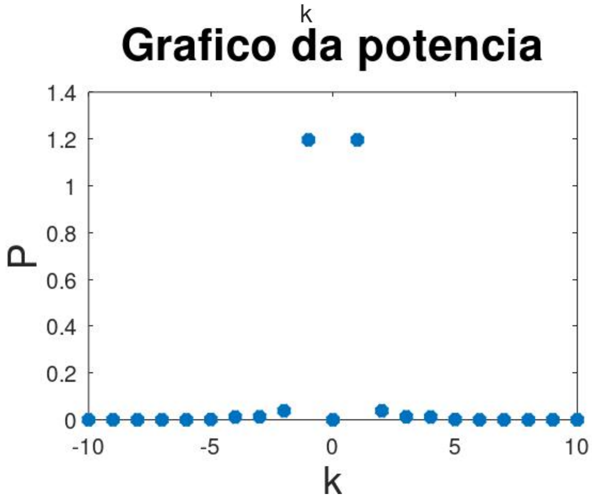
(c) Calculando os X_k para $k \in [-10\ 10]$:

$$
\begin{aligned}
X_{-10} &= 3.6250 \times 10^{-17} - 4.8377 \times 10^{-3} j; & X_{10} &= 3.6250 \times 10^{-17} + 4.8377 \times 10^{-3} j. \\
X_{-9} &= 1.3859 \times 10^{-18} - 1.2007 \times 10^{-2} j; & X_{9} &= 1.3859 \times 10^{-18} + 1.2007 \times 10^{-2} j; \\
X_{-8} &= 1.5344 \times 10^{-17} - 5.4810 \times 10^{-5} j; & X_{8} &= 1.5344 \times 10^{-17} + 5.4810 \times 10^{-5} j; \\
X_{-7} &= -1.1824 \times 10^{-18} + 7.3857 \times 10^{-3} j; & X_{7} &= -1.1824 \times 10^{-18} - 7.3857 \times 10^{-3} j; \\
X_{-6} &= -3.0899 \times 10^{-17} + 1.2438 \times 10^{-3} j; & X_{6} &= -3.0899 \times 10^{-17} - 1.2438 \times 10^{-3} j; \\
X_{-5} &= 1.6911 \times 10^{-17} + 3.8702 \times 10^{-2} j; & X_{5} &= 1.6911 \times 10^{-17} - 3.8702 \times 10^{-2} j; \\
X_{-4} &= 3.1526 \times 10^{-17} + 1.0894 \times 10^{-1} j; & X_{4} &= 3.1526 \times 10^{-17} - 1.0894 \times 10^{-1} j; \\
X_{-3} &= -6.7537 \times 10^{-18} + 1.1269 \times 10^{-1} j; & X_{3} &= -6.7537 \times 10^{-18} - 1.1269 \times 10^{-1} j; \\
X_{-2} &= 1.4539 \times 10^{-17} + 1.9635 \times 10^{-1} j; & X_{2} &= 1.4539 \times 10^{-17} - 1.9635 \times 10^{-1} j; \\
X_{-1} &= 1.4886 \times 10^{-17} + 1.0936 j; & X_{1} &= 1.4886 \times 10^{-17} - 1.0936 j; \\
X_{o} &= 6.3307 \times 10^{-17};
\end{aligned}
$$

(d) Traçando os espectros de magnitude, fase e potência:







(e) Estimando quantos harmônicos são necessários para reter 90.00% da potência:

Dois harmônicos para alcançar $94,85\%$ da potência.

(f) Calculando a_k e b_k a partir dos coeficientes X_k, teremos:

$$a_k = X_k + X_{-k}$$
$$b_k = j(X_k - X_{-k})$$

$$\begin{aligned}
a_0 &= 6.3307 \times 10^{-17} & b_0 &= 0 \\
a_1 &= 2.9772 \times 10^{-17} & b_1 &= 2.1873 \\
a_2 &= 2.9078 \times 10^{-17} & b_2 &= 0.3927 \\
a_3 &= -1.3507 \times 10^{-17} & b_3 &= 0.2254 \\
a_4 &= 6.3052 \times 10^{-17} & b_4 &= 0.2179 \\
a_5 &= 3.3822 \times 10^{-17} & b_5 &= 0.077404 \\
a_6 &= -6.1798 \times 10^{-17} & b_6 &= 2.4876 \times 10^{-3} \\
a_7 &= -2.3649 \times 10^{-18} & b_7 &= 0.014771 \\
a_8 &= 3.0689 \times 10^{-17} & b_8 &= -1.0962 \times 10^{-4} \\
a_9 &= 2.7717 \times 10^{-18} & b_9 &= -0.024014 \\
a_{10} &= 7.2500 \times 10^{-17} & b_{10} &= -9.6755 \times 10^{-3}
\end{aligned}$$

5.) Na escala de tempo `t=0:1/2000:5`, considere um sinal de áudio simples $x_b(t) = sen(2\pi f_0 t)$ ou $x_b(t) = cos(2\pi f_0 t)$ com frequência **G2:** $f_0 = 132Hz$. Ouça este som usando o comando `sound(xb)` no Octave; o resultado é, provavelmente, desagradável pois se trata de uma frequência pura e a sensação é seca, metálica. Para melhorar o **timbre** do som é preciso colocar mais harmônicos. Crie, na mesma escala de tempo, com a mesma frequência fundamental f_0, com parâmetros a seu critério e usando até o harmônico $k = 6$ ($6f_0Hz$) os sinais a seguir. Ouça cada um deles e compare a qualidade do timbre.
(a) Uma onda quadrada $x_q(t)$; (b) uma onda triangular $x_t(t)$; (c) um seno semi-retificado sem o nível DC $x_s(t)$; (d) Opcional: adicionando senos e co-senos harmônicos a seu critério, imagine-se projetando um sintetizador de som e crie um sinal periódico $x(t)$ com frequência fundamental f_0 e um timbre agradável.

Como aqui as respostas são os próprios códigos, preferimos adicioná-los logo abaixo do enunciado.
Letra A

```
%% Programa da quinta questao do trabalho de Sinais e Sistemas
%% 2022.2

% dados basicos
f0=156; soma=0;
dt=1/2000;
t=0:dt:5-dt;
var=2*pi*f0.*t;

% Gerando o sinal
for i=0:1:2;
    sa=2*i+1;
    xq=sin(sa*var)/sa;
    soma=soma+xq;
end
```

```
sound(soma)
```

Letra B

```
%% Programa da quinta questao do trabalho de Sinais e Sistemas
%% 2022.2

% dados basicos
dt=0.001;
soma=0;
f0=132; var=(2*pi*f0);
A=1; cte=8*A/(pi*pi);
t=-2:dt:2;

% Gerando o sinal
for i=0:5,
    a=2*i+1;
    xt=(cte/(a*a)).*cos(a*var*t);
    soma=soma+xt;
end;

sound(soma);
```

Letra C

```
%% Programa da quinta questao do trabalho de Sinais e Sistemas
%% 2022.2

% dados basicos
A=1;f0=132;w0=2*pi*f0;cossenos=0;
dt=1/2000; t=0:dt:5;

% gerando o sinal
for i=1:6,
    n=2*i;
    soma=(2*A/(pi*(power(n,2)-1))).*cos(n*w0*t);
    cossenos = soma + cossenos;
end;
xs = (A/2)*sin(w0*t) - cossenos;
sound(xs);
```

Ao longo do trabalho, nós utilizamos o software Octave para plotar gráficos e calcular dados de maneira mais precisa. Assim, como muitos deles faziam parte do próprio trabalho, decidimos anexá-los ao final.

Códigos para a questão 1

```
% Programa da primeira questao do trabalho de sinais e sistemas
% 2022.2

% Intervalos
dt=0.001;

% Dados basicos
t1=-5:dt:-3-dt; x1=0*t1-3;
t2=-3:dt:-1-dt; x2=3*t2+6;
t3=-1:dt:1-dt; x3=-3*t3.^3;
t4=1:dt:3-dt; x4=3*t4-6;
t5=3:dt:5-dt; x5=-t5.^2+5*t5-3;

% Concatenando e plotando
t=[t1 t2 t3 t4 t5]; x=[x1 x2 x3 x4 x5];
plot(t, x, "r", "linewidth", 3);

title("Grafico de x(t) por t - Questao 1", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

Códigos para a questão 2 a)

```
% Programa da segunda questao do trabalho de sinais e sistemas
% 2022.2

% Intervalo
dt=0.001;

%   Letra a)
% Dados basicos
t=-5:dt:5-dt; x=sin(pi*t)+cos(2*pi*t)/2+sin(3*pi*t)/3+cos(4*pi*t)/4;
plot (t, x);
title("Grafico de x(t) por t - Questao 2, Letra A", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

b)

```
% Programa da segunda questao do trabalho de sinais e sistemas
% 2022.2

% Intervalo
dt=0.001;

%   Letra b)
% Dados basicos
w=1;
t=-7:dt:7-dt; x=sin(w*t).*cos(50*w*t);
```

```
% Plotando
plot (t, x);
title("Grafico de x(t) por t - Questao 2, Letra B", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

c)

```
% Programa da segunda questao do trabalho de sinais e sistemas
% 2022.2

% Intervalo
dt=0.001;

%   Letra c)
w=1;
t=-15:dt:15-dt; x=sin(w*(t.^2));

% Plotando
plot(t,x);
title("Grafico de x(t) por t - Questao 2, Letra C", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

d)

```
% Programa da segunda questao do trabalho de sinais e sistemas
% 2022.2

% Intervalo
dt=0.001;

%   Letra d)
w1=1;
w2=1;
t=-15:dt:15-dt; x=sin(w1.*sin(w2*t).*t);

% Plotando
plot(t,x);
title("Grafico de x(t) por t - Questao 2, Letra D", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

Códigos para a questão 3

```
%% Encontrando o Xk correto

dt = 0.001;
t = -2:dt:2-dt;
x = (1 - exp(abs(t)));

Xk = zeros(1, 7);
for k = -3:1:3;
    Xk(k + 4) = ((2 - 2*exp(2)*cos(k * pi))/(4 + (k*pi)^2)) + sinc(k);
end
```

```
disp(Xk);

% Magnitude
M = zeros(1, 7);
for k = 1:1:7;
    M(k) = abs(Xk(k));
end

disp(M);

% Potencia
P = zeros(1, 4);
for k = 1:1:4;
    P(k) = M(k + 3)^2;
end
for k = 2:1:4;
    P(k) = P(k) * 2;
end

disp(P);

disp("Potencia acumulada:"), disp(sum(P));

% Potencia total
P_total = (7 - 4*exp(2) + exp(4))/4;

% Potencias relativas
P_rel = P/P_total
```

Códigos para a questão 4

```
% Programa da quarta questao do trabalho de sinais e sistemas
% 2022.2

% Intervalos
dt=0.001;
T0 = 10;
w0 = 2*pi/T0;

% Dados basicos
t1=-5:dt:-3-dt; x1=-t1-5;
t2=-3:dt:-1-dt; x2=0*t2-2;
t3=-1:dt:1-dt; x3=-t3.^3+3*t3;
t4=1:dt:3-dt; x4=0*t4+2;
t5=3:dt:5-dt; x5=-t5+5;

% Concatenando e plotando
t=[t1 t2 t3 t4 t5]; x=[x1 x2 x3 x4 x5];
%plot(t, x, "-", "linewidth", 3)
%title("Grafico de x(t) por t", "fontsize", 20)
%xlabel("t", "fontsize", 18)
%ylabel("x(t)", "fontsize", 18)
%print plot4a.jpg
```

```
% Encontrando a potencia total P
Ptotal = sum(abs(x).^2*dt)/T0;

% Encontrando os Xk para k pertence a [-10 10]
xk0 = sum(x.*exp(-i*0*w0.*t)*dt)/T0;
xk1 = sum(x.*exp(-i*1*w0.*t)*dt)/T0;
xk2 = sum(x.*exp(-i*2*w0.*t)*dt)/T0;
xk3 = sum(x.*exp(-i*3*w0.*t)*dt)/T0;
xk4 = sum(x.*exp(-i*4*w0.*t)*dt)/T0;
xk5 = sum(x.*exp(-i*5*w0.*t)*dt)/T0;
xk6 = sum(x.*exp(-i*6*w0.*t)*dt)/T0;
xk7 = sum(x.*exp(-i*7*w0.*t)*dt)/T0;
xk8 = sum(x.*exp(-i*8*w0.*t)*dt)/T0;
xk9 = sum(x.*exp(-i*9*w0.*t)*dt)/T0;
xk10 = sum(x.*exp(-i*10*w0.*t)*dt)/T0;

k = [-10:10];
magnitude = [abs(xk10) abs(xk9) abs(xk8) abs(xk7) abs(xk6) abs(xk5) abs(xk4) abs(xk3)\
            abs(xk2) abs(xk1) abs(xk0) abs(xk1) abs(xk2) abs(xk3) abs(xk4) abs(xk5)\
            abs(xk6) abs(xk7) abs(xk8) abs(xk9) abs(xk10)];
fase = [arg(xk10) arg(xk9) arg(xk8) arg(xk7) arg(xk6) arg(xk5) arg(xk4) arg(xk3) arg(xk2)\
        arg(xk1) arg(xk0) arg(xk1) arg(xk2) arg(xk3) arg(xk4) arg(xk5) arg(xk6) arg(xk7)\
        arg(xk8) arg(xk9) arg(xk10)];
%subplot(2,2,2)
%plot(k, magnitude, "*", "linewidth", 3)
%title("Grafico de magnitude", "fontsize", 20)
%xlabel("k", "fontsize", 18)
%ylabel("M", "fontsize", 18)
%print plot4dm.jpg

%subplot(2,2,3)
%plot(k, fase, "*", "linewidth", 3)
%title("Grafico de fase", "fontsize", 20)
%xlabel("k", "fontsize", 18)
%ylabel("F", "fontsize", 18)
%print plot4df.jpg

% Encontrando a potencia de cada Xk
P0 = abs(xk0)^2;
P1 = abs(xk1)^2;
P2 = abs(xk2)^2;
P3 = abs(xk3)^2;
P4 = abs(xk4)^2;
P5 = abs(xk5)^2;
P6 = abs(xk6)^2;
P7 = abs(xk7)^2;
P8 = abs(xk8)^2;
P9 = abs(xk9)^2;
P10 = abs(xk10)^2;

P = [P10 P9 P8 P7 P6 P5 P4 P3 P2 P1 P0 P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10];
%subplot(2,2,4)
%plot(k, P, "*", "linewidth", 3)
```

```
%title("Grafico da potencia", "fontsize", 20)
%xlabel("k", "fontsize", 18)
%ylabel("P", "fontsize", 18)
%print plot4dp.jpg

% Estimando a quantidade de harmonicos necessarios para reter 90% da potencia total
p = abs(sum(x.*exp(-i*0*w0.*t)*dt)/T0)^2/Ptotal;
harmonico = 1;
while (p < 0.9)
    p = p + 2*abs(sum(x.*exp(-i*harmonico*w0.*t)*dt)/T0)^2/Ptotal
    harmonico++
endwhile

a0 = xk0;
a1 = (xk1+conj(xk1));
a2 = (xk2+conj(xk2));
a3 = (xk3+conj(xk3));
a4 = (xk4+conj(xk4));
a5 = (xk5+conj(xk5));
a6 = (xk6+conj(xk6));
a7 = (xk7+conj(xk7));
a8 = (xk8+conj(xk8));
a9 = (xk9+conj(xk9));
a10 = (xk10+conj(xk10));

b0 = i*(xk0-conj(xk0));
b1 = i*(xk1-conj(xk1));
b2 = i*(xk2-conj(xk2));
b3 = i*(xk3-conj(xk3));
b4 = i*(xk4-conj(xk4));
b5 = i*(xk5-conj(xk5));
b6 = i*(xk6-conj(xk6));
b7 = i*(xk7-conj(xk7));
b8 = i*(xk8-conj(xk8));
b9 = i*(xk9-conj(xk9));
b10 = i*(xk10-conj(xk10));

% Tracando grafico de x(t) e aproximacoes
f0 = xk0*exp(i*0*w0.*t);
f1 = f0 + xk1*exp(i*1*w0.*t) + conj(xk1)*exp(-i*1*w0.*t);
f2 = f1 + xk2*exp(i*2*w0.*t) + conj(xk2)*exp(-i*2*w0.*t);
f3 = f2 + xk3*exp(i*3*w0.*t) + conj(xk3)*exp(-i*3*w0.*t);
f4 = f3 + xk4*exp(i*4*w0.*t) + conj(xk4)*exp(-i*4*w0.*t);
f5 = f4 + xk5*exp(i*5*w0.*t) + conj(xk5)*exp(-i*5*w0.*t);
f6 = f5 + xk6*exp(i*6*w0.*t) + conj(xk6)*exp(-i*6*w0.*t);
f7 = f6 + xk7*exp(i*7*w0.*t) + conj(xk7)*exp(-i*7*w0.*t);
f8 = f7 + xk8*exp(i*8*w0.*t) + conj(xk8)*exp(-i*8*w0.*t);
f9 = f8 + xk9*exp(i*9*w0.*t) + conj(xk9)*exp(-i*9*w0.*t);
f10 = f9 + xk10*exp(i*10*w0.*t) + conj(xk10)*exp(-i*10*w0.*t);
plot(t, x, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f0, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f1, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f2, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f3, "linewidth", 3), hold on
```

```
plot(t, f4, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f5, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f6, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f7, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f8, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f9, "linewidth", 3), hold on
plot(t, f10, "linewidth", 3)
```

Durante o trabalho, percebemos a falta do item g) da questão 4. Assim, segue a questão em anexo. Os códigos já estão no arquivo.

Questão 4 - g)