Sinais e Sistemas - Trabalho 6 - Avaliação 10

Grupo 2

Leonardo Soares da Costa Tanaka

Matheus Henrique Sant Anna Cardoso

Theo Rudra Macedo e Silva

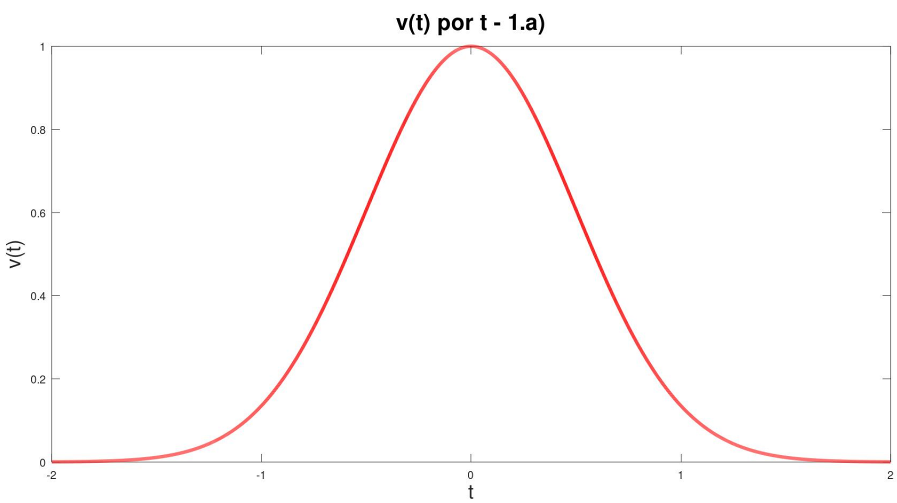
Vinícius Quintanilha Porto Gomes

Rio de Janeiro
2022

1.) Considere o sinal $v(t) = e^{-2t^2}$. (**Grupo 2:**)

(a) Plote o seu gráfico;

```
%Questão 1.a)


% Intervalo
dt=0.001;


% Dados basicos
t=-2:dt:2-dt;
v=exp(-2*t.^2);
plot (t, v, "r", "linewidth", 3);
title("v(t) por t - 1.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("v(t)", "fontsize", 18);
```



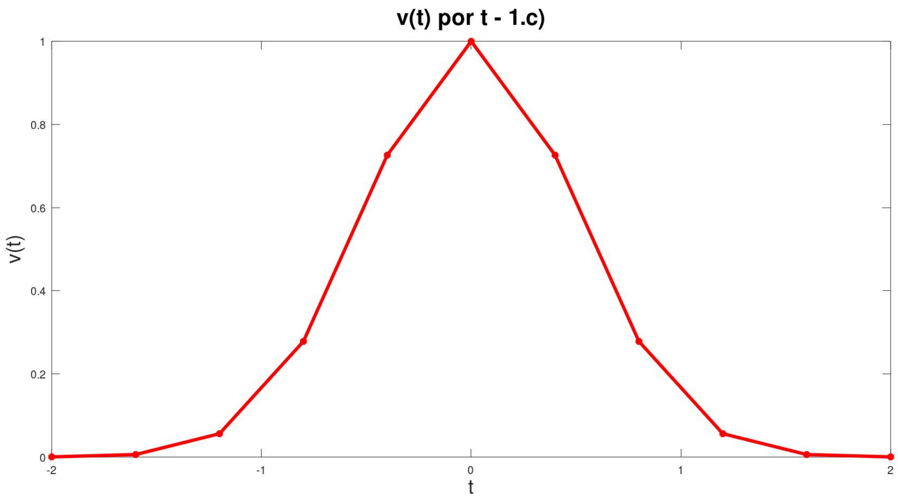
(b) escolha, a seu critério, uma janela de amostragem apropriada;

Foi escolhida uma janela de amostragem de 4 de largura com começo em -2, porque foi quando a função v começa a ficar maior que zero e depois começa a voltar para o zero.

(c) escolha uma frequência de amostragem f_a bem pequena, que coloque poucos pontos na janela, ache a FFt da série temporal obtida e analise o espectro de magnigudes;

Foi escolhida uma frequência de amostragem f_a de $1/\Delta_T$ que nesse caso seria 2,5.

```
dt=0.4;
t=-2:dt:2;
v=exp(-2*t.^2);
plot (t, v, "r*-", "linewidth", 3);
title("v(t) por t - 1.c)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("v(t)", "fontsize", 18);
```



Então é preciso fazer as seguintes operações para calcular a FFT:

$\Delta_f = 1/T_0 = 1/4 = 0.25;\ L_0 = (N-1)\Delta_f = 2,5 \Rightarrow f \in [-1,25\ 1,25]$

```
f=-1.25:(0.25):1.25;
V = fft(v)
V = fftshift(V);
modV = abs(V);
plot(f, modV, "r*-", "linewidth", 3)
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
```

$$FFT:$$

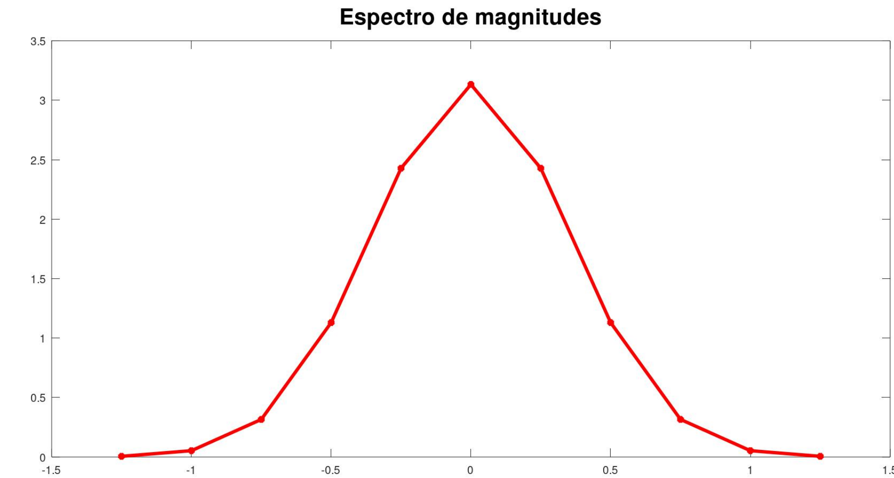
$$3.1333 + 0i$$

$$-2.3299 - 0.6841i$$

$$0.9509 + 0.6111i$$

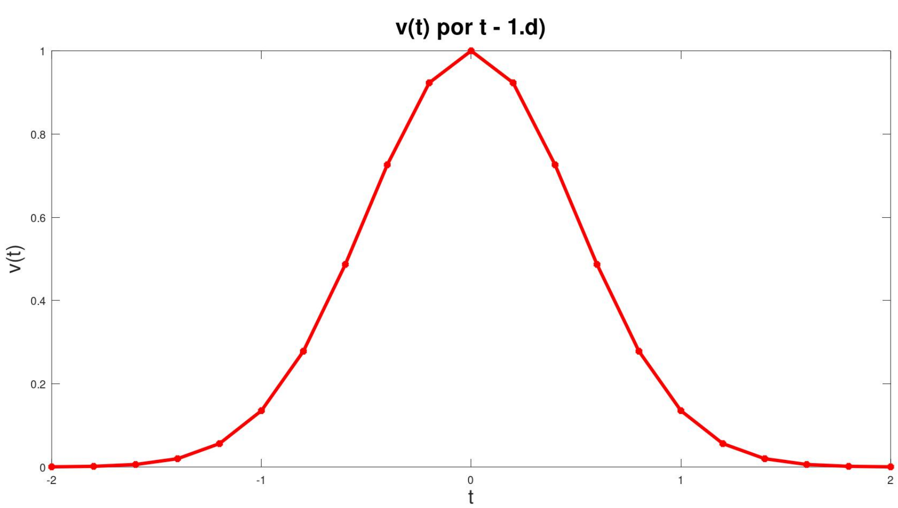
$$-0.2069 - 0.2388i$$

$$0.0220 + 0.04$$



(d) escolha a f_a maior que a anterior, que coloque mais pontos na janela, ache a FFT correspondente e compare com a anterior;

```
dt=0.2;
t=-2:dt:2;
v=exp(-2*t.^2);
plot (t, v, "rx", "linewidth", 10);
title("v(t) por t - 1.d)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("v(t)", "fontsize", 18);
```



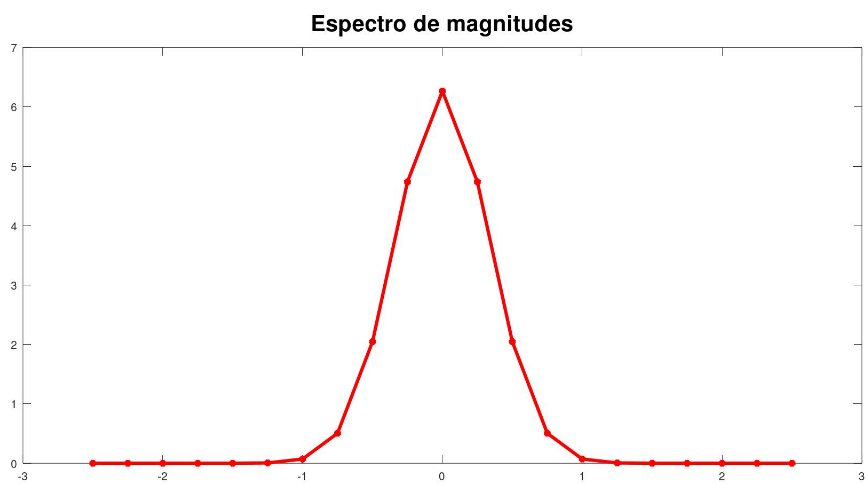
$\Delta_f = 1/T_0 = 1/4 = 0.25;\ L_0 = (N-1)\Delta_f = 5 \Rightarrow f \in [-2,5\ 2,5]$

```
f=-2.5:(0.25):2.5;
V = fft(v)
```

```
V = fftshift(V);
modV = abs(V);
plot(f, modV, "r*")
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
```

$$FFT:$$

$6.2664 + 0i$	$-4.6846 - 0.7061i$	$1.9556 + 0.6032i$	$-0.4554 - 0.2193i$	$0.0588 + 0.0401i$
$-0.0043 - 0.0040i$	$0.0001 + 0.0002i$	$-0.0000 - 0.0000i$	$-0.0000 - 0.0000i$	$-0.0000 - 0.0000i$
$-0.0000 - 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$	$-0.0000 + 0.0000i$
$0.0001 - 0.0002i$	$-0.0043 + 0.0040i$	$0.0588 - 0.0401i$	$-0.4554 + 0.2193i$	$1.9556 - 0.6032i$
$-4.6846 + 0.7061i$				

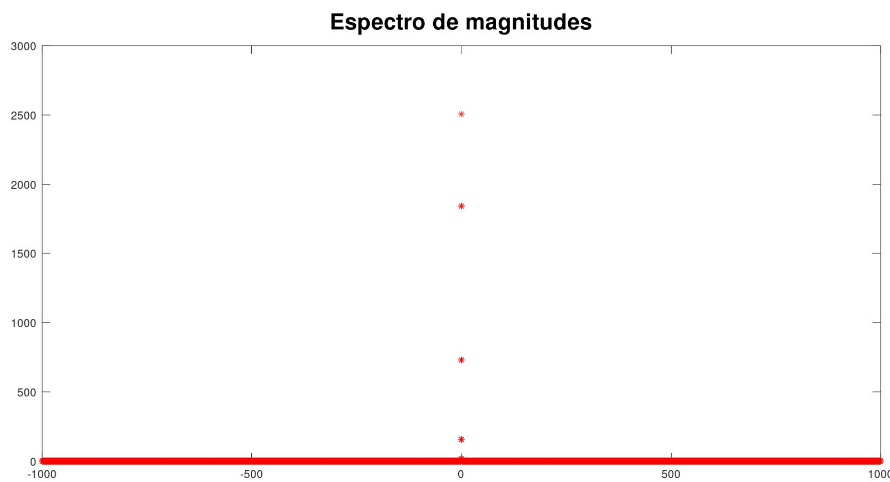


(e) siga o roteiro acima até não haver diferenças entre significativas entre os espectros;

Depois de repetir o processo diversas vezes até não ter uma significativa foi obtido o seguinte código final com Δ_t de 0,0005:

```
dt=0.0005;
t=-2:dt:2;
v=exp(-2*t.^2);
f=-(1/(2*dt)):(1/4):(1/(2*dt));
V = fft(v)
V = fftshift(V);
modV = abs(V);
```

```
plot(f, modV, "r*")
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
```



(f) usando esta f_a "boa" altere a largura inicial da janela, obtenha o espectro mais uma vez e compare.

2.) Para o sinal contínuo a seguir (**Grupo 2:**)

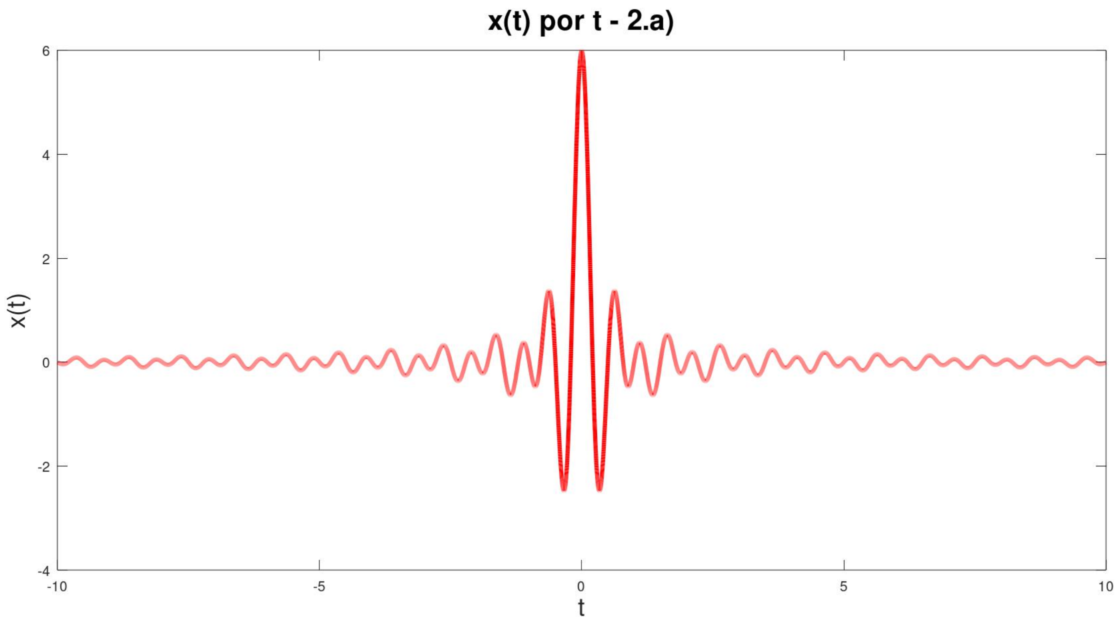
$$\textbf{G2:}\ x(t) = 8\,\mathrm{sinc}(4t) - 2\,\mathrm{sinc}(2t)$$

(a) Plote o gráfico;

```
%Questão 2.a)
% Intervalo
dt=0.001;
% Dados basicos
t=-10:dt:10-dt;
x=8*sinc(4*t)-2*sinc(2*t);
plot (t, x, "r", "linewidth", 3);
title("x(t) por t - 2.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

(b) encontre, justificando, a largura T_0 de uma janela de observação centrada na origem;

A largura T_0 encontrada foi 8 que começa em -4, porque é o trecho em que maior parte da energia é concentrada e o valor dos máximos e mínimos locais fora desse intervalo deixam de ser tão diferentes.



(c) idem período de amostragem Δt seguro;

(d) encontre o número de pontos $N = 1 + T_0/(\Delta t)$ e o vetor base de tempo $t = -T_0/2 : \Delta t : T_0/2$;

(e) construa a escala frequencial $\Delta f = 1/T_0, F_0 = (N-1)\Delta f$ e $f = -F_0/2 : \Delta f : F_0/2$;

(f) encontre os vetores `x, X = fft(x)` e `mod = abs(x)`;

(g) plote o espectro de amplitude: `plot(f, mod)`;

(h) comente os resultados.

3.) Os pulsos a seguir são pares e nulos para $| t |> \Delta$:

p_Δ é o plano $p_\Delta(t) = \Delta$ para $| t | \leq \ \Delta$,

r_Δ é triangular com $r_\Delta(-\Delta) = r_\Delta(\Delta) = 0$ e $r_\Delta(0) = \pi/2$ e

c_Δ é uma semicircunferência com $c_\Delta(-\Delta) = c_\Delta(\Delta) = 0$ e $c_\Delta(0) = \Delta$.

(a) Esboçar o gráfico para os três pulsos e para (**Grupo 2:**)

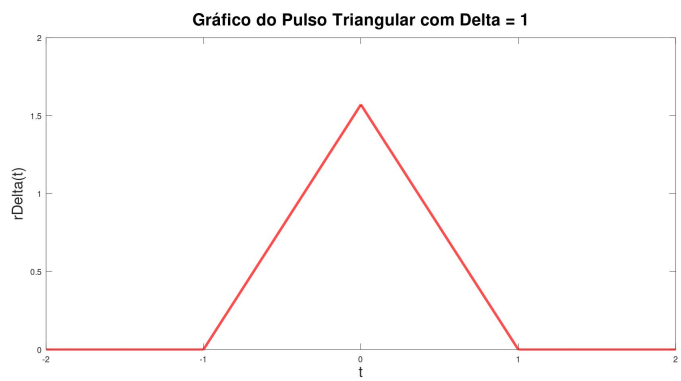
$$x = p_4(t) + r_2(t-2) - c_2(t+2)$$

p_Δ

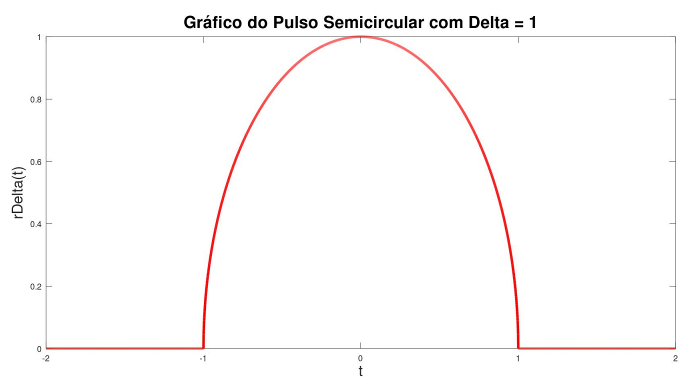
```
delta = 1;
p = delta*(abs(t)<=delta);
```

r_Δ

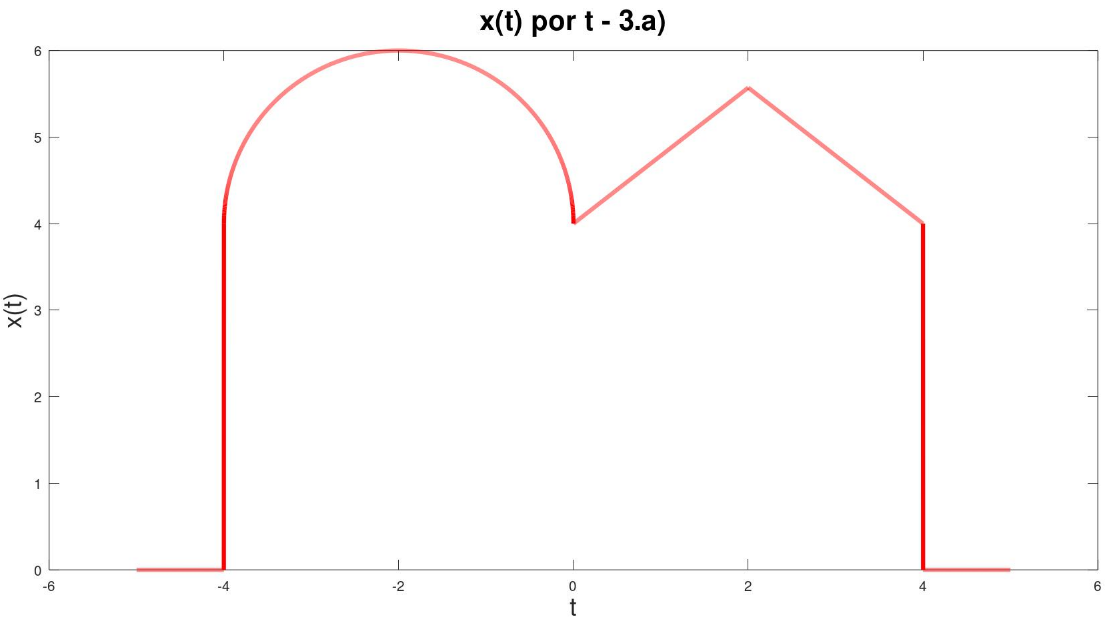
```
delta = 1;
r = (pi/2-(pi/(2*delta))*abs(t)).*(abs(t)<=delta);
```



c_Δ

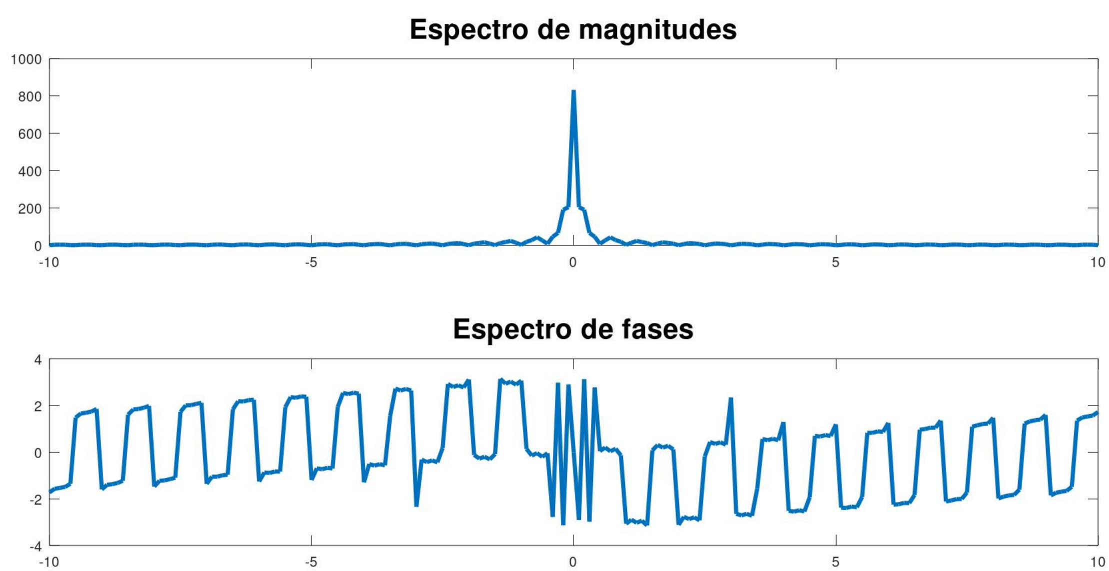



```
delta = 1;

c = sqrt(delta^2-(t).^2).*(abs(t)<=delta);


dt=0.001;

t=-5:dt:5;

p=4;

r=2;

c=2;
```




```
x=4*(abs(t)<=p)+(pi/2-(pi/4)*abs(t-2)).*(abs(t-2)<=r)+sqrt(c^2-(t+2).^2).*(abs(t+2)<=c);
plot(t, x, "r", "linewidth", 3)
title("x(t) por t - 3.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```

(b) Traçar os espectros de x(t), via FFT, determinando T_0 e f_0 por tentativa e erros.



Foi escolhido $T_0 = 10$ e $f_0 = 20$. A partir de diversas tentativas e erros escolhemos esses valores. Pois, fica mais claro de identificar o comportamento da FFT. Isso tudo levando em consideração o x(t), que possui toda energia concentrada de [-4 4] e algumas oscilações diferentes entre os planos positivo e negativo. Então, não foi utilizado um grande T_0 para que não seja utilizado uma informação desnessária. Além disso, f_0 não tão pequeno para que haja uma manutenção do comportamento do x(t).

```
dt=0.05;
T0=10;
t=-(T0/2):dt:(T0/2);

p=4;
r=2;
c=2;

x=4*(abs(t)<=p)+(pi/2-(pi/(2*r))*abs(t-2)).*(abs(t-2)<=r)+sqrt(c^2-(t+2).^2).*(abs(t+2)<=c);

f=-1/(2*dt):(1/T0):1/(2*dt);
X = fft(x)
X = fftshift(X);
modX = abs(X);
angX = angle(X);
subplot(2, 1, 1)
plot(f, modX, "linewidth", 3)
title("Espectro de magnitudes", "fontsize", 20);
subplot(2, 1, 2)
plot(f, angX, "linewidth", 3)
title("Espectro de fases", "fontsize", 20);
```

4.) Sendo $p_\tau(t) = e^{-\Delta(t-\tau)^2}$ uma janela amostradora, com $\Delta = 0.5$ considere os sinais contínuos

$$x_1 = \cos(2\pi 261.1t)$$

$$x_2 = \cos(2\pi 293.7t)$$

$$x_3 = \cos(2\pi 311.1t)$$

$$x_4 = \cos(2\pi 329.6t)$$

$$x_5 = \cos(2\pi 349.2t)$$

$$x_6 = \cos(2\pi 392.0t)$$

$$x_7 = \cos(2\pi 440.0t)$$

$$x_8 = \cos(2\pi 466.2t)$$

$$x_9 = \cos(2\pi 522.2t)$$

e as combinações entre eles (**Grupo 2:**)

$$x(t) = x_1p_4 + x_2p_{12} + x_4p_{20} + x_1p_{28} + x_1p_{36} + x_2p_{44} + x_7p_{52} + x_1p_{60} + x_4p_{68} + x_5p_{76} + x_6p_{84}$$

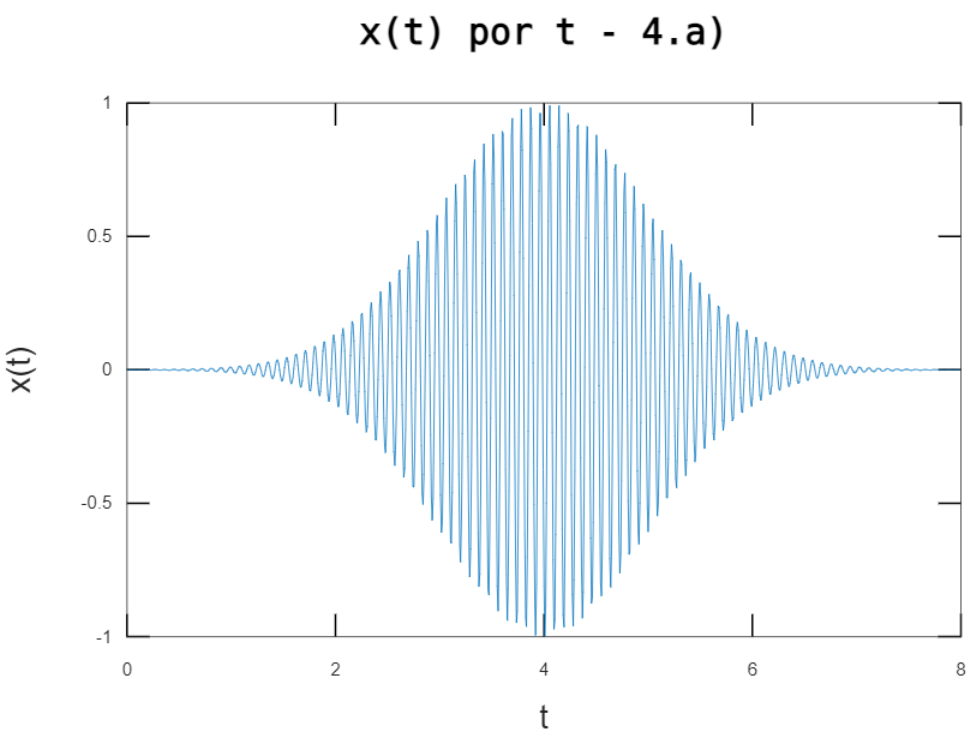
Se estiver usando o MATLAB/Octave use o comando `sound` ou o `wavplay` e ouça os sinais x_i e x; no FAWAV use o comando *Graph/Audio* com 16 bits, taxa de 8820 e volume de 32000.

(a) Plote o gráfico de $x(t)$ e, a partir dele;

A seguir, o código utilizado:

```
%Questão 4.a)

% Intervalo
dt = 0.008;

% Dados básicos
t = 0:dt:8-dt;
f1=261.1; p4 = exp(-0.5*(t-4).^2); x1=cos(2*pi*f1*t);
f2=293.7; p12=exp(-0.5*(t-12).^2); x2=cos(2*pi*f2*t);
f3=311.1; p20=exp(-0.5*(t-20).^2); x3=cos(2*pi*f3*t);
f4=396.6; p28=exp(-0.5*(t-28).^2); x4=cos(2*pi*f4*t);
f5=349.2; p36=exp(-0.5*(t-36).^2); x5=cos(2*pi*f5*t);
f6=392.0; p44=exp(-0.5*(t-44).^2); x6=cos(2*pi*f6*t);
f7=440.0; p52=exp(-0.5*(t-52).^2); x7=cos(2*pi*f7*t);
f8=466.2; p60=exp(-0.5*(t-60).^2); x8=cos(2*pi*f8*t);
```

```
f9=522.1; p68=exp(-0.5*(t-68).^2); x9=cos(2*pi*f9*t);
p76=exp(-0.5*(t-76).^2);
p84=exp(-0.5*(t-84).^2);

% Combinação entre os sinais para o grupo 2
x = x1.*p4 + x2.*p12 + x4.*p20 + x1.*p28 + x1.*p36 +
    x2.*p44 + x7.*p52 + x1.*p60 + x4.*p68 + x5.*p76 + x6.*p84;
plot(t,x)
title("x(t) por t - 4.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x(t)", "fontsize", 18);
```



(b) estime a mínima frequência de amostragem f_a segura e uma resolução frequencial Δf adequada;

A maior frequência foi para o coeficiente x_9 com $f = 522.2Hz$. Assim, utilizaremos $f_h = 550Hz$ para termos uma janela de amostragem segura. Dessa forma,

$$f_a = 2f_h$$
$$f_a = 2 \cdot 550$$
$$f_a = 1100Hz$$

Nisso, o Δ_t será dado por $\Delta_t = \frac{1}{f_a}$.

Podemos utilizar uma janela de amostragem de 200 segundos. Com isso, $\Delta_f = \frac{1}{200} = 0.005Hz$.

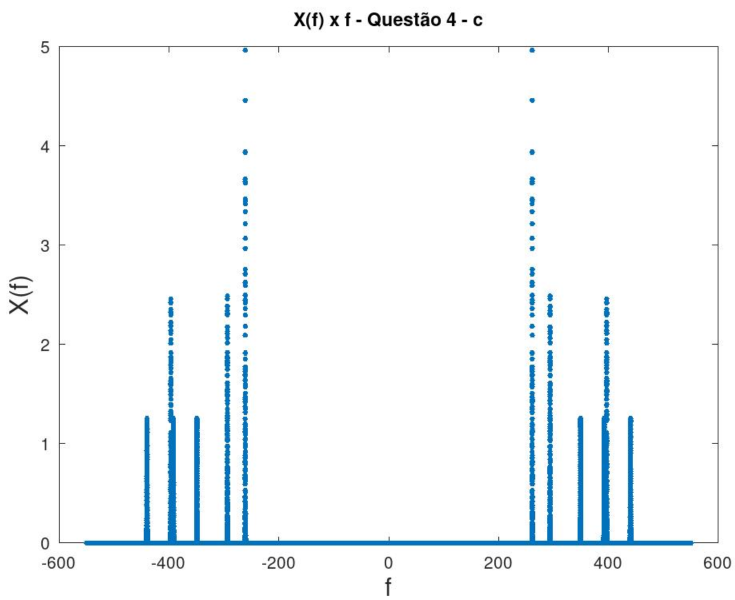
(c) amostre x, calcule sua DFT, e plote os espectros com escalas apropriadas;

A amostragem de x foi feita utilizando o octave, com o código abaixo:

```
%Questao 4.c)
% Intervalo

% Dados básicos

fa = 1100;
amostragem = 200;

d_t = 1 / fa;
d_f = 1 / amostragem;

t = -amostragem / 2:d_t:amostragem / 2;
f = -fa / 2: d_f : fa / 2;

f1=261.1; p4 = exp(-0.5*(t-4).^2); x1=cos(2*pi*f1*t);
f2=293.7; p12=exp(-0.5*(t-12).^2); x2=cos(2*pi*f2*t);
f3=311.1; p20=exp(-0.5*(t-20).^2); x3=cos(2*pi*f3*t);
f4=396.6; p28=exp(-0.5*(t-28).^2); x4=cos(2*pi*f4*t);
f5=349.2; p36=exp(-0.5*(t-36).^2); x5=cos(2*pi*f5*t);
f6=392.0; p44=exp(-0.5*(t-44).^2); x6=cos(2*pi*f6*t);
f7=440.0; p52=exp(-0.5*(t-52).^2); x7=cos(2*pi*f7*t);
f8=466.2; p60=exp(-0.5*(t-60).^2); x8=cos(2*pi*f8*t);
f9=522.1; p68=exp(-0.5*(t-68).^2); x9=cos(2*pi*f9*t);
p76=exp(-0.5*(t-76).^2);
p84=exp(-0.5*(t-84).^2);
```

```
x = x1.*p4 + x2.*p12 + x4.*p20 + x1.*p28 + x1.*p36 + x2.*p44 +
    x7.*p52 + x1.*p60 + x4.*p68 + x5.*p76 + x6.*p84;

F_x = fft(x);
X_s = fftshift(F_x);
X_a = abs(X_s)/fa;

plot(f, X_a, ".", "markersize", 10);
xlabel("f", "fontsize", 15);
ylabel("X(f)", "fontsize", 15);
```

Finalmente, o gráfico:



(d) calcule a energia E do sinal.

Sabemos que a energia de um sinal é dada por:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^2 \, dx$$

Como temos uma janela de amostragem de 200 e, no momento anterior ao zero, $x(t) = 0$, podemos simplificar a integral, fazendo:

$$E = \int_{0}^{100} |x|^2 \, dx$$

Isto é facilmente calculado pelo octave com:

```
%% x é o sinal anterior x(t) já na janela de amostragem dada.
E = sum(abs(x).^2).*dt
```

Obtendo como resposta, via terminal do Octave:

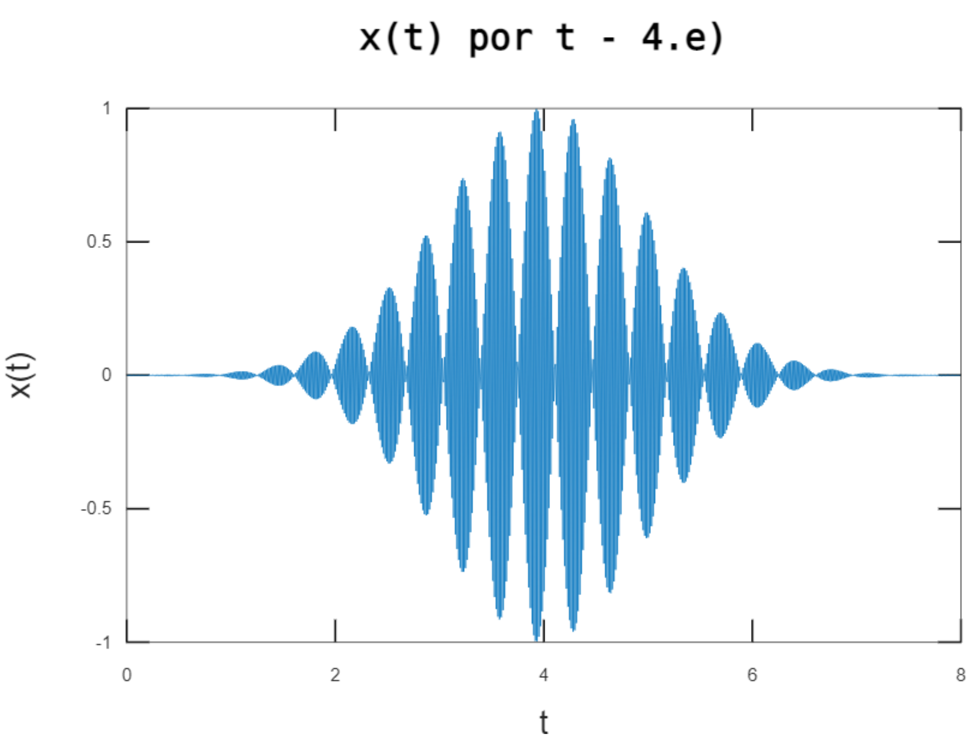
```
E = 9.6510
```

A energia calculada foi de:

$$\boxed{E = 9.6510}$$

(e) Mantendo os pulsos p_τ fixos, construa um sinal $x_a(t)$ fazendo uma permutação aleatória nos ”coeficientes” x_i;

```
% Combinação entre os sinais para o grupo 2, com permutação nos x_i
x_a = x3.*p4 + x5.*p12 + x2.*p20 + x8.*p28 + x7.*p36 +
    x9.*p44 + x2.*p52 + x1.*p60 + x4.*p68 + x6.*p76 + x7.*p84;

plot(t,x_a)
title("x_a(t) por t - 4.a)", "fontsize", 20);
xlabel("t", "fontsize", 18);
ylabel("x_a(t)", "fontsize", 18);
```



(f) ouça o sinal alterado;

Ouvimos o sinal com o comando:

```
sound(x_a)
```

(g) repita (b) e (c) para o novo sinal;

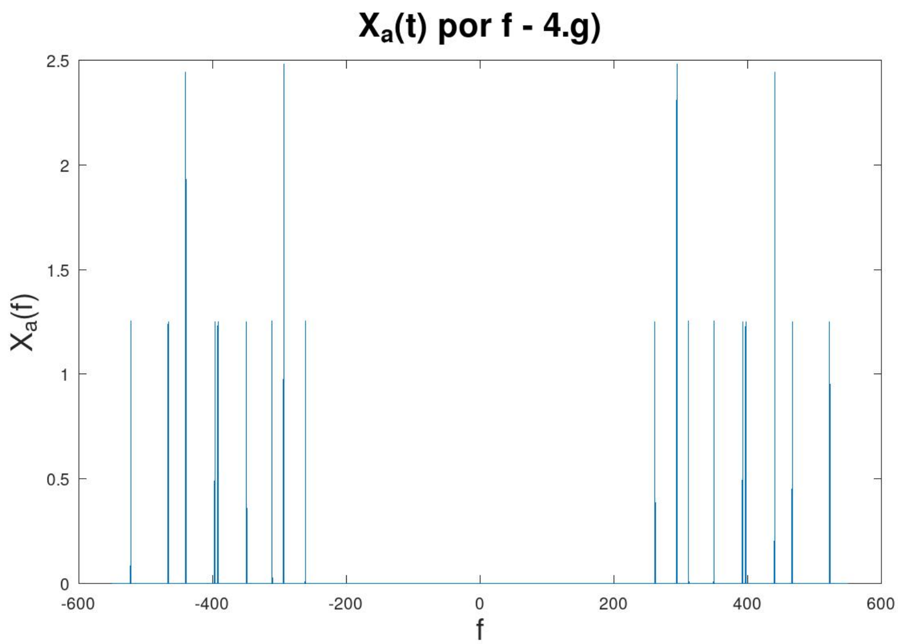
Aqui, ainda temos como máxima frequência o valor de $522.2Hz$. Assim, como segurança, adotaremos um $f_h = 550Hz$. Dessa forma, $f_a = 2f_h$ e ainda teremos $f_a = 1100Hz$.

Agora, podemos ainda ter uma janela de amostragem de 200, tendo como $\Delta_f = \frac{1}{200} = 0.005$.

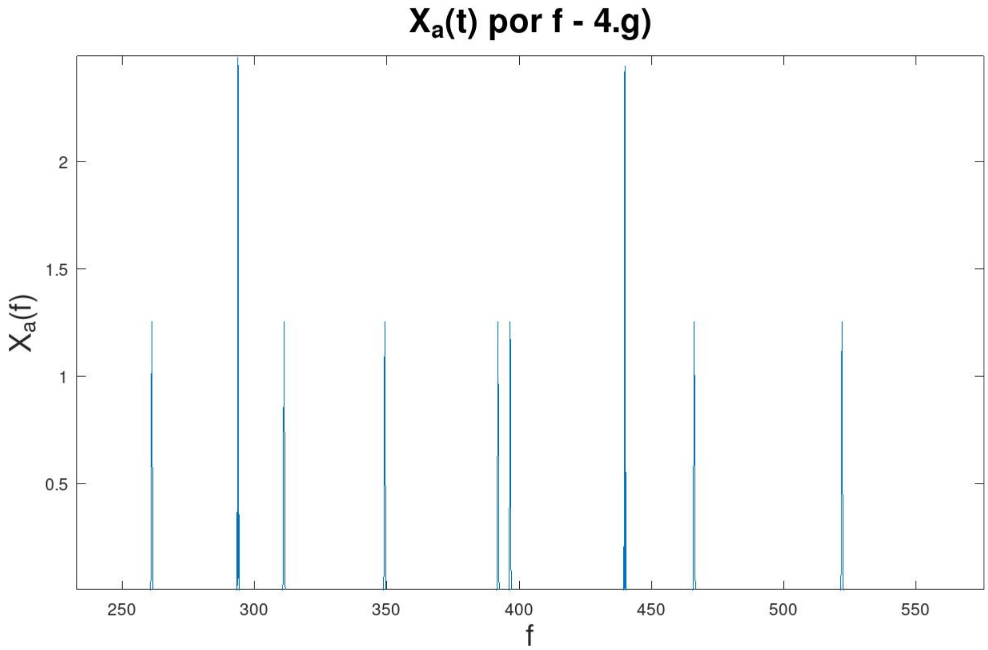
Fazendo a transformada de Fourier com o código abaixo:

```
F_x = fft(x_a);
X_s = fftshift(F_x);
X_a = abs(X_s)/fa;


plot(f,X_a)
title("X_a(t) por f - 4.g)", "fontsize", 20);
xlabel("f", "fontsize", 18);
ylabel("X_a(f)", "fontsize", 18);
```

Obtemos:



Abaixo, o mesmo gráfico, porém, com o zoom na parte direira, para melhor visualização.



(h) comente os resultados.

O som de ambos os sinais eram metálicos, mas formavam alguma harmonia bem interessante de se escutar. Em ambos, também, a transformada de fourier gerou espectros e ficou evidente como a frequência de amostragem ótima é acima de $2f_h$.