Sinais e Sistemas - Trabalho 1 - Grupo 2

Leonardo Soares da Costa Tanaka
Matheus Henrique Sant Anna Cardoso
Theo Rudra Macedo e Silva

Setembro de 2022

1.) Para o sinal abaixo, contínuo por partes e definido para $t \in [-5\ 5]$: (a) esboçar gráfico, (b) encotrar uma expressão analítica usando sinais singulares, (c) escrever um programa que rode em Octave/MatLab para plotar o gráfico. Nos dados a seguir, as expressões entre vírgulas se referem, na ordem de apresentação, aos valores do sinal nos intervalos $I_1 = [-5\ -3], I_2 = [-3\ -1], I_3 = [-1\ 1], I_4 = [1\ 3], I_5 = [3\ 5]$. **G2**: $x(t) = -3, 3t+6, -3t^3, 3t-6, -t^2+5t-3$

(b) Analisando para os intervalos, teremos:

Para $-5 \leq t < -3, x(t) = -3$, ou, $x(t) = -3 \cdot 1(-t)$ utilizando um degrau refletido.

Para $-3 \leq t < -1, x(t) = 3t+6$, ou, $x(t) = 3t \cdot 1(-t) + 6 \cdot 1(-t)$ utilizando degrau e rampa unitários.

Para $-1 \leq t < 0, x(t) = -3t^3$, ou, $x(t) = -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(-t)$ utilizando a parábola unitária.

Para $0 \leq t < 1, x(t) = -3t^3$, ou, $x(t) = -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(t)$ utilizando a parábola unitária.

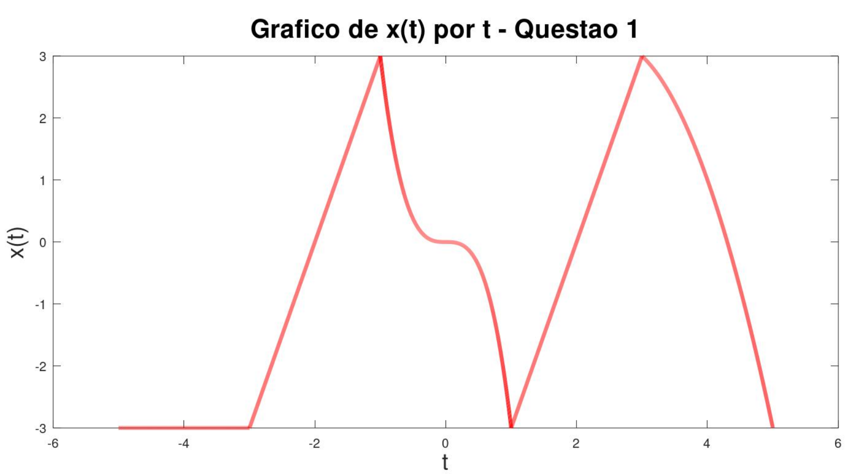
Para $1 \leq t < 3, x(t) = 3t-6$, ou, $x(t) = 3t \cdot 1(t) - 6 \cdot 1(t)$ utilizando degrau e rampa unitários.

Para $3 \leq t < 5, x(t) = -t^2+5t-3$, ou, $x(t) = -2 \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) + 5t \cdot 1(t) - 3 \cdot 1(t)$ utilizando parábola, rampa e degrau unitários.

Dessa forma, teremos $x(t)$ definido como:

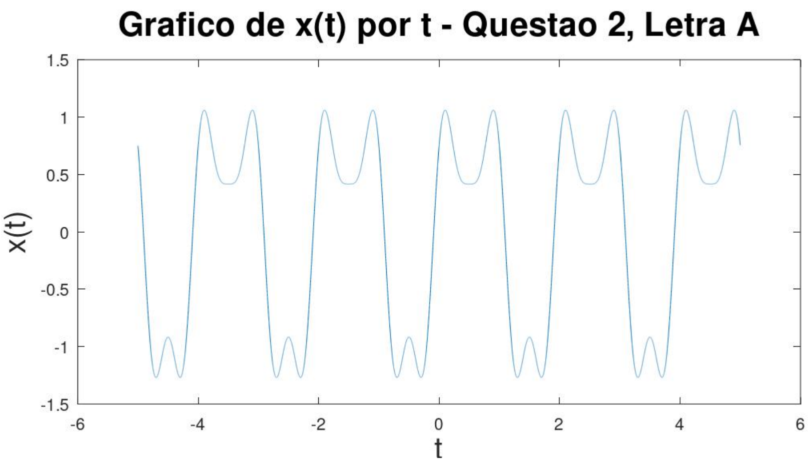
$$x(t) = \begin{cases} -3 \cdot 1(-t) & -5 \leq t < -3 \\ 3t \cdot 1(-t) + 6 \cdot 1(-t) & -3 \leq t < -1 \\ -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(-t) & -1 \leq t < 0 \\ -6t \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) & 0 \leq t < 1 \\ 3t \cdot 1(t) - 6 \cdot 1(t) & 1 \leq t < 3 \\ -2 \cdot \frac{t^2}{2} 1(t) + 5t \cdot 1(t) - 3 \cdot 1(t) & 3 \leq t < 5 \end{cases}$$

(c) Executando os códigos escritos no arquivo `questao1.m` (feito no Octave), plotamos o seguite gráfico:

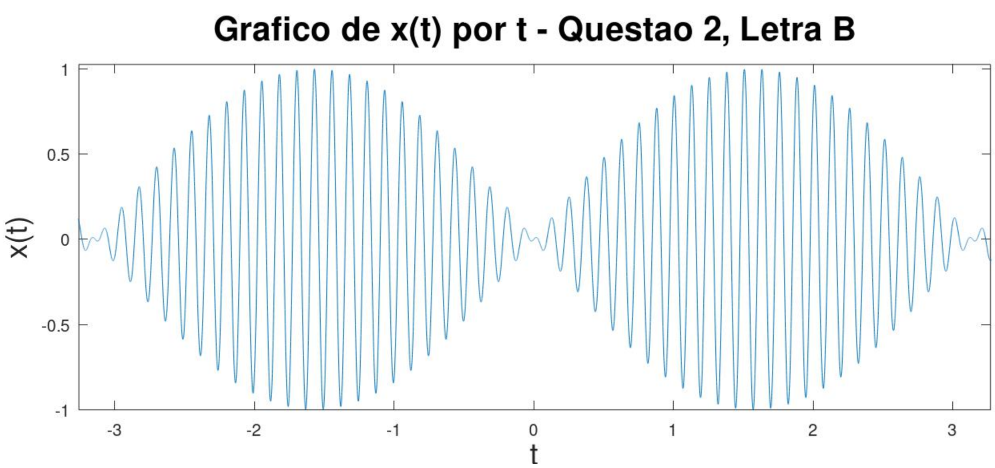


2.) Plotar o gráfico dos sinais a seguir, com escalas adequadas e usando os valores numéricos desejados para os eventuais parâmetros. Dizer se estes sinais são periódicos e, em caso afirmativo quais os seus períodos fundamentais. (a) $x(t) = sen(\pi t) + cos(2\pi t)/2 + sen(3\pi t)/3 + cos(4\pi t)/4$, (b) $x(t) = sen(\omega t)cos(50\omega t)$, (c) $x(t) = sen(\omega t^2)$, (d) $x(t) = sen(\omega_1 sen(\omega_2 t)t)$

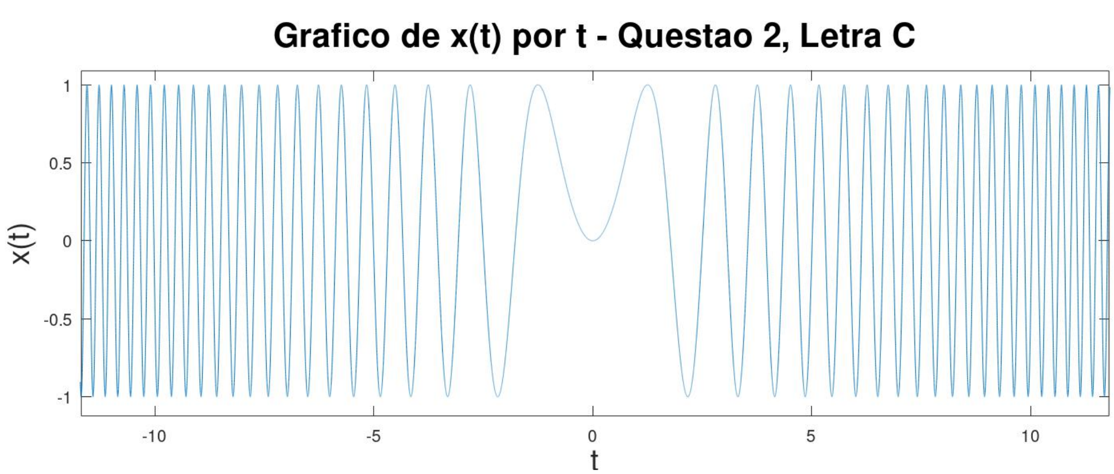
(a) Plotando o gráfico no Octave, temos:



(b) Plotando o gráfico no Octave, temos:

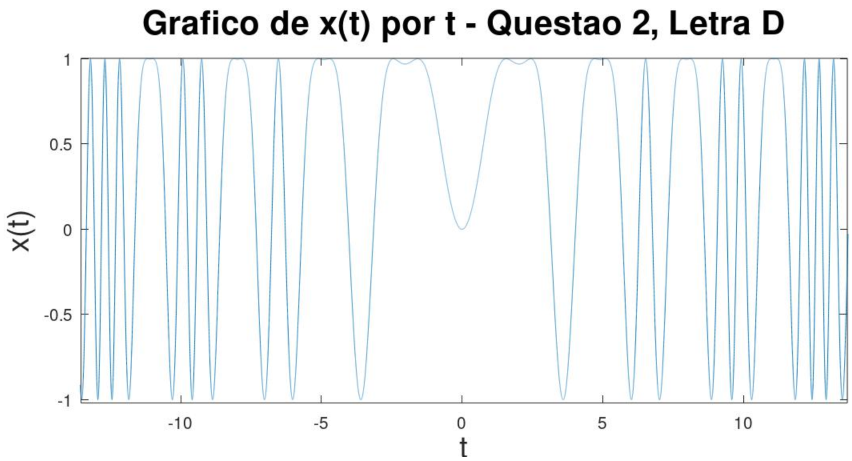


(c) Plotando o gráfico com o Octave para $\omega = 7$, temos:



Daqui, já se nota que o sinal não é periódico. Além de ser bem destoante para valores próximos à zero, conforme $t \to \infty$ ou $t \to -\infty$, a distância entre as cristas e entre os vales diminui.

(d) Plotando o gráfico com o Octave para $\omega_1 = \omega_2 = 1$, temos:



Do gráfico, nota-se que este sinal não é periódico. As distâncias entre as cristas e entre os vales não é fixa ao longo do gráfico.

3.) Um sinal periódico com período fundamental $T_0 = 4$ é descrito por **G2**: $x(t) = 1 - e^{|t|}$ para $-T_0/2 \leq t < T_0/2$ (a) Esboce o seu gráfico; (b) calcule analiticamente sua potência total P; (c) calcule X_0 usando $k = 0$ na fórmula geral de X_k; (d) calcule analiticamente os coeficientes X_k e verifique se a expressão obtida leva a X_0 sem indeterminações; (e) esboce os espectros de módulo e fase; (f) para $k = 0, 1, 2\ e\ 3$, calcule a potência acumulada P_k^a contida nos harmônicos de 0 a k; (g) para $k = 0, 1, 2\ e\ 3$, calcule a potência relativa P_k^a/P; (h) quantos harmônicos são necessários para uma aproximação reter 90.00% da potência?

4.) O grupo i trabalhará com o sinal periódico $x(t)$ usado pelo grupo $i+1$ na questão 1 (ao grupo 7: sinal 1). As aproximações numéricas para Octave/MatLab vistas, podem e devem ser utilizadas. (a) Traçar gráfico; (b) encontrar potência total P; (c) calcular os X_k para $k \in [-10\ 10]$; (d) traçar os espectos de magnitude, fase e potência; (e) estimar quantos harmônicos são necessários para reter 90.00% da potência; (f) calcular os coeficientes $a_k\ e\ b_k$ correspondentes; (g) traçar, num mesmo gráfico, $x(t)$ e as aproximações.

5.) Na escala de tempo `t=0:1/2000:5`, considere um sinal de áudio simples $x_b(t) = sen(2\pi f_0 t)$ ou $x_b(t) = cos(2\pi f_0 t)$ com frequência **G2:** $f_0 = 132Hz$. Ouça este som usando o comando `sound(xb)` no Octave; o resultado é, provavelmente, desagradável pois se trata de uma frequência pura e a sensação é seca, metálica. Para melhorar o **timbre** do som é preciso colocar mais harmônicos. Crie, na mesma escala de tempo, com a mesma frequência fundamental f_0, com parâmetros a seu critério e usando até o harmônico $k = 6$ $(6f_0Hz)$ os sinais a seguir. Ouça cada um deles e compare a qualidade do timbre.
(a) Uma onda quadrada $x_q(t)$; (b) uma onda triangular $x_t(t)$; (c) um seno semi-retificado sem o nível DC $x_s(t)$; (d) Opcional: adicionando senos e co-senos harmônicos a seu critério, imagine-se projetando um sintetizador de som e crie um sinal periódico $x(t)$ com frequência fundamental f_0 e um timbre agradável.