

# Sinais e Sistemas - Trabalho 7 - Avaliação 11

## **Grupo 2**

Leonardo Soares da Costa Tanaka

Matheus Henrique Sant Anna Cardoso

Theo Rudra Macedo e Silva

Vinícius Quintanilha Porto Gomes

1.) Para o sinal abaixo:

**G2:**  $x = [30 \ 20 \ 12 \ 6 \ 2 \ 0 \ 0 \ 2 \ 6 \ 12 \ 20 \ 30]$

(a) compute a primeira tendência e a primeira flutuação, por Haar;

Aqui, fazemos:

$$\begin{bmatrix} 30 & 20 & 12 & 6 & 2 & 0 & 0 & 2 & 6 & 12 & 20 & 30 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Obtendo:

$$\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 25 & 9 & 1 & 1 & 9 & 25 & | & 5 & 3 & 1 & -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

Sendo o sub de tendência:  $\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 25 & 9 & 1 & 1 & 9 & 25 \end{bmatrix}$

Sendo o sub de flutuação:  $\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 & -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$

(b) determine a porcentagem de compactação, ou seja, a energia do sub de tendência dividida pela energia total;

Energia do sinal  $x$ : 2968.

Energia do sub de Tendência: 2828

A porcentagem de compactação  $C$  será dada por:

$$C = \frac{2828}{2968}$$

$$\boxed{C = 95.28\%}$$

(c) compute uma aproximação  $\tilde{x}$  anulando as primeiras flutuações ( $d_i^1 = 0$ );

Anulando as primeiras flutuações, teremos:

$$\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 25 & 9 & 1 & 1 & 9 & 25 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(d) ache a inversa do sinal resultante;

$$\begin{aligned}
a_e^1 &= \begin{bmatrix} 25 & 25 & 9 & 9 & 1 & 1 & 1 & 1 & 9 & 9 & 25 & 25 \end{bmatrix} \\
d_e^1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathcal{H}^{-1}(\tilde{x}) &= \begin{bmatrix} 25 & 25 & 9 & 9 & 1 & 1 & 1 & 1 & 9 & 9 & 25 & 25 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(e) avalie a qualidade da aproximação, pela porcentagem de energia presente.

Energia total de  $x$ : 2968.

Energia da transformada inversa: 2832

A porcentagem de energia presente é:

$$\frac{2832}{2968} = \boxed{95.41\%}$$

(f) é possível, desprezando elementos de pequenos módulos, conseguir uma aproximação que retém 99.99% da energia?

Vamos pensar em que energia devemos obter ( $E_t$ ) para tal porcentagem:

$$E_t = 2968 \cdot 0.9999$$

$$E_t = 2967.70$$

Sendo o sinal abaixo o Haar de nível 1

$$\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 25 & 9 & 1 & 1 & 9 & 25 & | & 5 & 3 & 1 & -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

Se truncarmos apenas uma entrada do sinal (a menor delas), 1 no caso, reduziríamos a energia em duas unidades.

$$E_{\tilde{x}} = 2968 - 2 = 2966$$

Ou seja, é impossível conseguir uma aproximação dessas desprezando elementos menores.

(g) reperir (f) para o nível 2 de Haar.

Já temos o sinal Haar de nível 1

$$\sqrt{2} \cdot \begin{bmatrix} 25 & 9 & 1 & 1 & 9 & 25 & | & 5 & 3 & 1 & -1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

Então

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}^2(x) &= \begin{bmatrix} \mathcal{H}(a^1) & | & d^1 \end{bmatrix} \\
\mathcal{H}(a^1) &= \begin{bmatrix} 34 & 2 & 34 & | & 16 & 0 & -16 \end{bmatrix} \\
\mathcal{H}^2(x) &= \begin{bmatrix} 34 & 2 & 34 & | & 16 & 0 & -16 & | & 5\sqrt{2} & 3\sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -3\sqrt{2} & -5\sqrt{2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Novamente, a perda do menor sinal, em módulo, traria algo do tipo:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} 34 & 2 & 34 & | & 16 & 0 & -16 & | & 5\sqrt{2} & 3\sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} & -3\sqrt{2} & -5\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Que removeria duas unidades da energia, tornando impossível uma aproximação que retém 99.99% da energia.

2.) Os pulsos a seguir são pares e nulos para  $|t| > \Delta$  :

$p_\Delta(t)$  é o pulso com  $p_\Delta(t) = \Delta$  para  $|t| \leq \Delta$ ,

$r_\Delta$  é triangular com  $r_\Delta(-\Delta) = r_\Delta(\Delta) = 0$  e  $r_\Delta(0) = \pi\Delta/2$  e

$c_\Delta$  é uma semicircunferência com  $c_\Delta(-\Delta) = c_\Delta(\Delta) = 0$  e  $c_\Delta(0) = \Delta$ .

(a) Esboçar os gráficos para os três pulsos e para  $x = p_4(t) + r_2(t-2) - c_2(t+2)$ ;

Esboçando os gráficos, teremos:

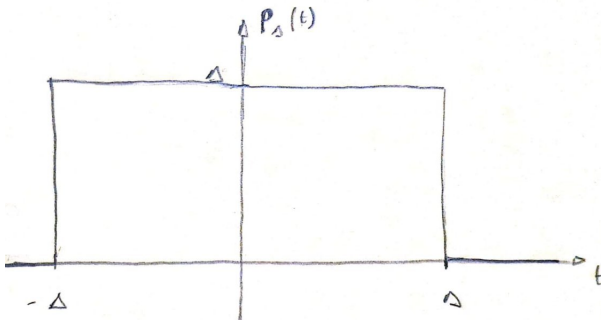


Figura 1:  $p_\Delta(t)$

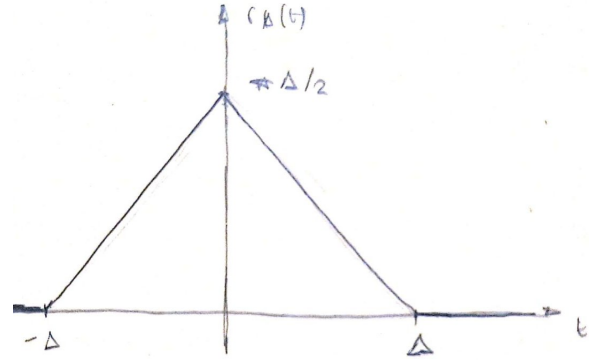


Figura 2:  $r_\Delta(t)$

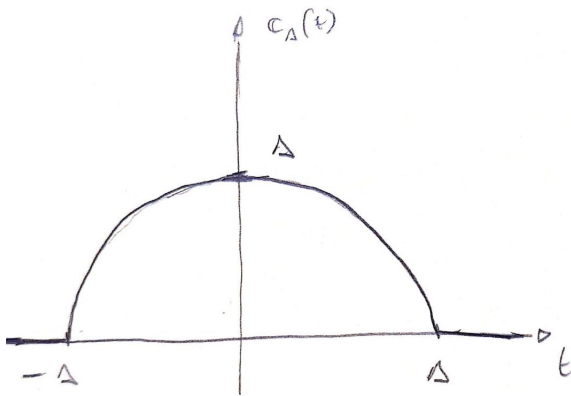


Figura 3:  $c_\Delta(t)$

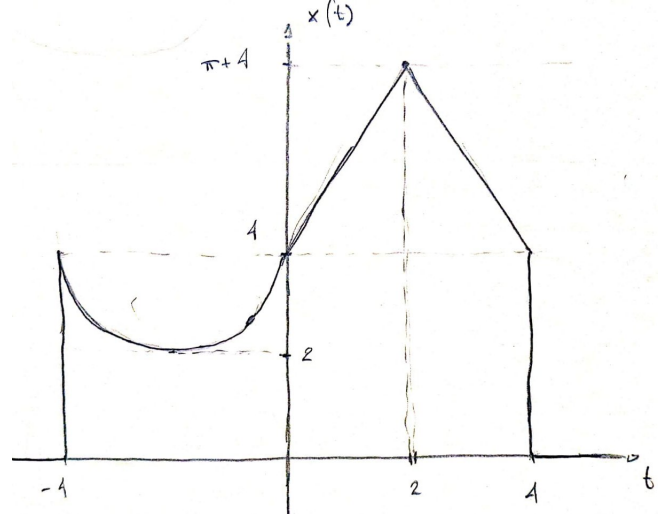


Figura 4:  $x(t)$

(b) traçar o espectro de magnitude para  $x(t)$ , via FFT, determinando  $T_0$  e  $f_a$  por tentativa e erros;

(c) com a mesma janela, e o número de amostras aproximado para uma potência de 2, obter Haar 1;

- (d) obter a Haar inversa do sinal truncado para reter 90.00% da energia e plotar no mesmo gráfico;  
 (e) idem (d) para reter 99.99% da energia e plotar no mesmo gráfico.

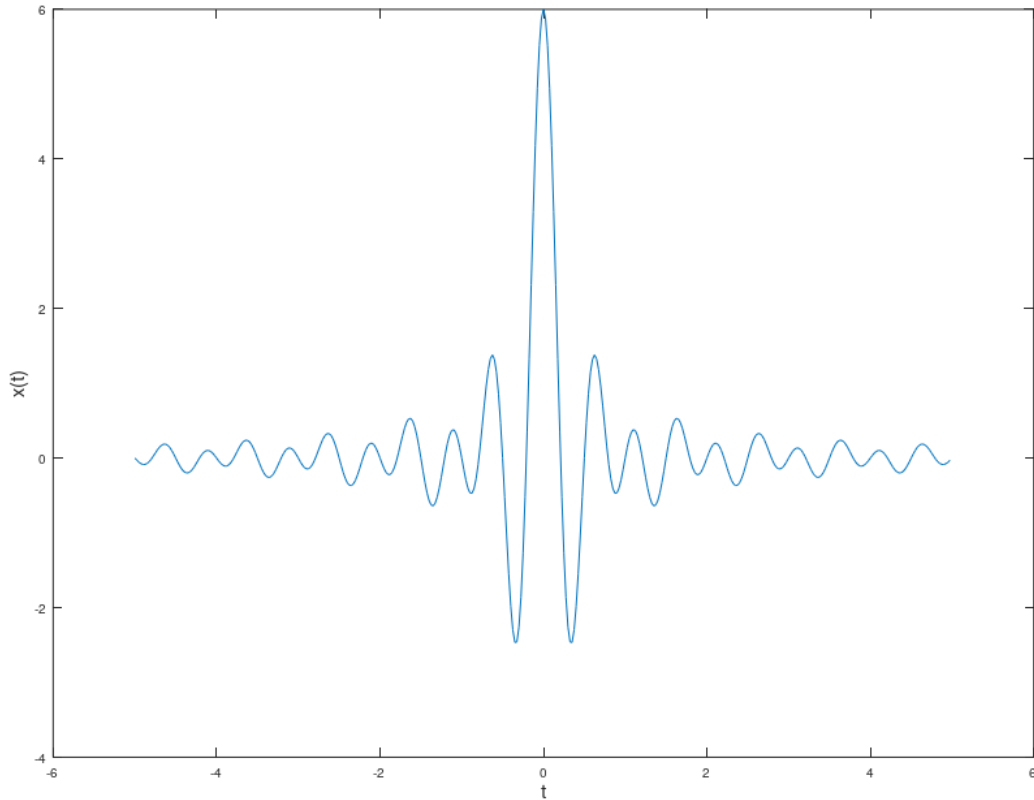
**3.)** Para o sinal a seguir:

$$x(t) = 8 \operatorname{sinc}(4t) - 2 \operatorname{sinc}(2t)$$

- (a) plote o gráfico;

Abaixo, o código utilizado no octave:

```
%Questão 2.a)
% Intervalo
dt=0.025;
% Dados basicos
t=-5:dt:5-dt;
x=8*sinc(4*t)-2*sinc(2*t);
plot (t, x);
xlabel("t", "fontsize", 15);
ylabel("x(t)", "fontsize", 15);
```



- (b) encontre, justificando, a largura  $T_0$  de uma janela de observação centrada na origem;

A largura escolhida foi de  $T_0 = 10$ , uma vez que, valores além desse intervalo não contribuem de forma significativa para a energia total do sinal.

(c) idem período de amostragem  $\Delta t$  seguro;

O período de amostragem seguro escolhido foi de  $\Delta t = 0.025$  pois  $f_a = \frac{1}{\Delta t}$ , e a frequência de amostragem  $\frac{f_a}{2} \geq \frac{w}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$ .  $f_a \geq 4$  então  $\Delta t \leq 0.25$ , satisfazendo o valor escolhido.

(d) encontre o número de pontos  $N = 2^p$ ;

(e) que limiar deve ser usado para reter 99.99% da energia?;

(f) que taxa de compressão isto produz? (Fazer para os níveis 1, 2, 3 e 10 de Haar, uma Daub qualquer de sua escolha e uma Coif qualquer de sua escolha);

(g) comparar os resultados.