Algoritmos de Otimização

Aplicação de Algoritmos em uma função específica

M. Cardoso[1]

[1]Engenharia de Computação e Informação
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Dezembro de 2024

$$\begin{aligned} \min \quad & f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \\ \text{s.a.} \quad & x \in \mathbb{R}^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min \quad & f_2(x) = \sum_{i=0}^{99} x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i \\ \text{s.a.} \quad & x \in \mathbb{R}^{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min \quad & f_3(x) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \\ \text{s.a.} \quad & x \in \mathbb{R}^2 \end{aligned}$$

Analisando a função f_1

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right)$$

Percebe-se que:

$$\left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \geq 0$$

Pois $(10(x_{i+1} - x_i^2))^2 \geq 0$ e $(1 - x_i)^2 \geq 0$.
Mínimo quando ambas são zero.
Na segunda parcela, é preciso que x_i seja igual a 1 $(1 - x_i = 0)$.
Consequentemente, $x_{i+1} = 1$ para zerar a primeira parcela.
O x que garante o mínimo será $x^T = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$

Analisando a função f_1

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right)$$

Percebe-se que:

$$\left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \geq 0$$

Pois $(10(x_{i+1} - x_i^2))^2 \geq 0$ e $(1 - x_i)^2 \geq 0$.
Mínimo quando ambas são zero.
Na segunda parcela, é preciso que x_i seja igual a 1 $(1 - x_i = 0)$.
Consequentemente, $x_{i+1} = 1$ para zerar a primeira parcela.
O x que garante o mínimo será $x^T = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$

Analisando a função f_1

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right)$$

Percebe-se que:

$$\left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \geq 0$$

Pois $(10(x_{i+1} - x_i^2))^2 \geq 0$ e $(1 - x_i)^2 \geq 0$.
Mínimo quando ambas são zero.
Na segunda parcela, é preciso que x_i seja igual a 1 ($1 - x_i = 0$).
Consequentemente, $x_{i+1} = 1$ para zerar a primeira parcela.
O x que garante o mínimo será $x^T = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right)$$

Percebe-se que:

$$\left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \geq 0$$

Pois $(10(x_{i+1} - x_i^2))^2 \geq 0$ e $(1 - x_i)^2 \geq 0$.
Mínimo quando ambas são zero.
Na segunda parcela, é preciso que x_i seja igual a 1 $(1 - x_i = 0)$.
Consequentemente, $x_{i+1} = 1$ para zerar a primeira parcela.
O x que garante o mínimo será $x^T = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right)$$

Percebe-se que:

$$\left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \geq 0$$

Pois $(10(x_{i+1} - x_i^2))^2 \geq 0$ e $(1 - x_i)^2 \geq 0$.
Mínimo quando ambas são zero.
Na segunda parcela, é preciso que x_i seja igual a 1 $(1 - x_i = 0)$.
Consequentemente, $x_{i+1} = 1$ para zerar a primeira parcela.
O x que garante o mínimo será $x^T = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$

Analisando a função f_1

$$f_1(x) = \sum_{i=0}^{5} \left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right)$$

Percebe-se que:

$$\left(100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2\right) \geq 0$$

Pois $(10(x_{i+1} - x_i^2))^2 \geq 0$ e $(1 - x_i)^2 \geq 0$.
Mínimo quando ambas são zero.
Na segunda parcela, é preciso que x_i seja igual a 1 $(1 - x_i = 0)$.
Consequentemente, $x_{i+1} = 1$ para zerar a primeira parcela.
O x que garante o mínimo será $x^T = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$

$$f_2(x) = \sum_{i=0}^{99} x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i$$

Como a função:

$$x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i$$

já possui mínimo, o mínimo de f_2 será um vetor cujos valores serão o x que garante o mínimo para $x^4 - 16x^2 + 5x$

Plotemos

$$f_2(x) = \sum_{i=0}^{99} x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i$$

Como a função:

$$x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i$$

já possui mínimo, o mínimo de f_2 será um vetor cujos valores serão o x que garante o mínimo para $x^4 - 16x^2 + 5x$

Plotemos

Analisando a função f_2

$$f_2(x) = \sum_{i=0}^{99} x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i$$

Como a função:

$$x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i$$

já possui mínimo, o mínimo de f_2 será um vetor cujos valores serão o x que garante o mínimo para $x^4 - 16x^2 + 5x$

Plotemos

Analisando a função f_2