



Ministério da Educação  
**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO  
PARANÁ**  
*Campus Curitiba*  
**Elementos de Máquinas 2**



# FREIOS E EMBREAGENS

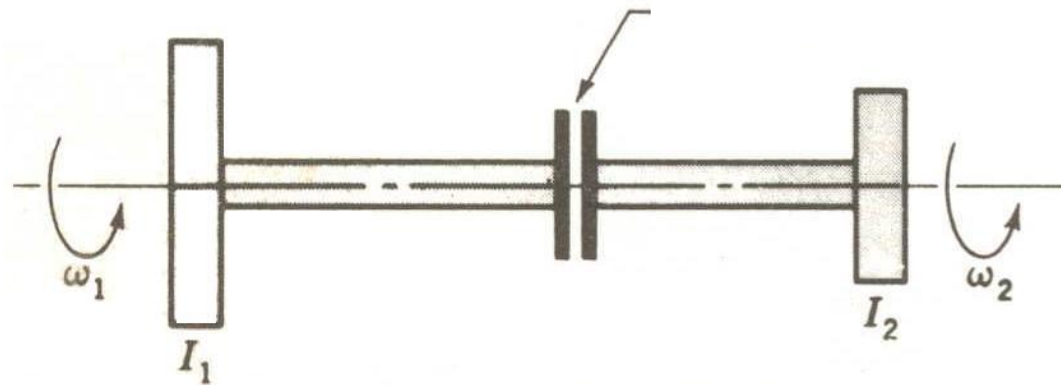
## MÓDULO 1

Prof. Marcos Takahama  
[marcostakahama@alunos.utfpr.edu.br](mailto:marcostakahama@alunos.utfpr.edu.br)

# FREIOS E EMBREAGENS

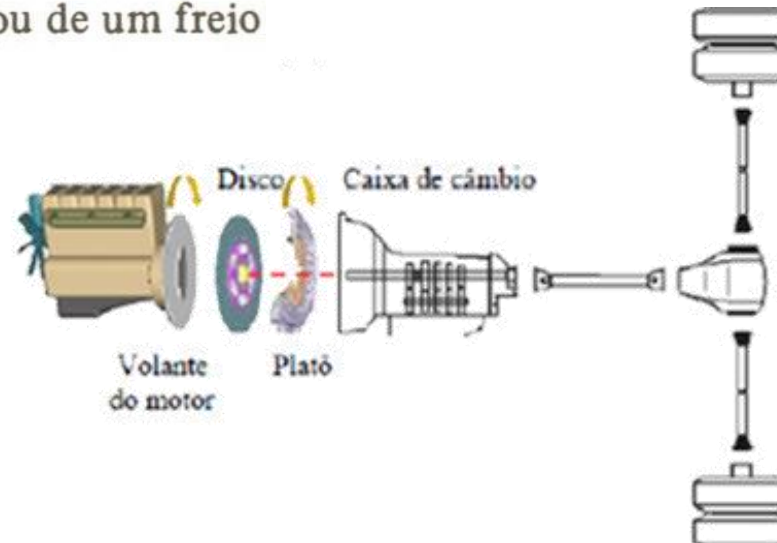
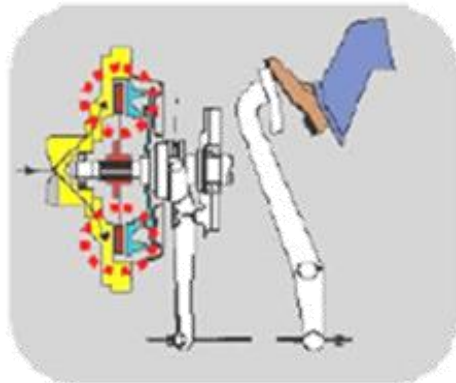
# INTRODUÇÃO

- Freios e Embreagens → Porque no mesmo capítulo?



Representação dinâmica de uma embreagem ou de um freio

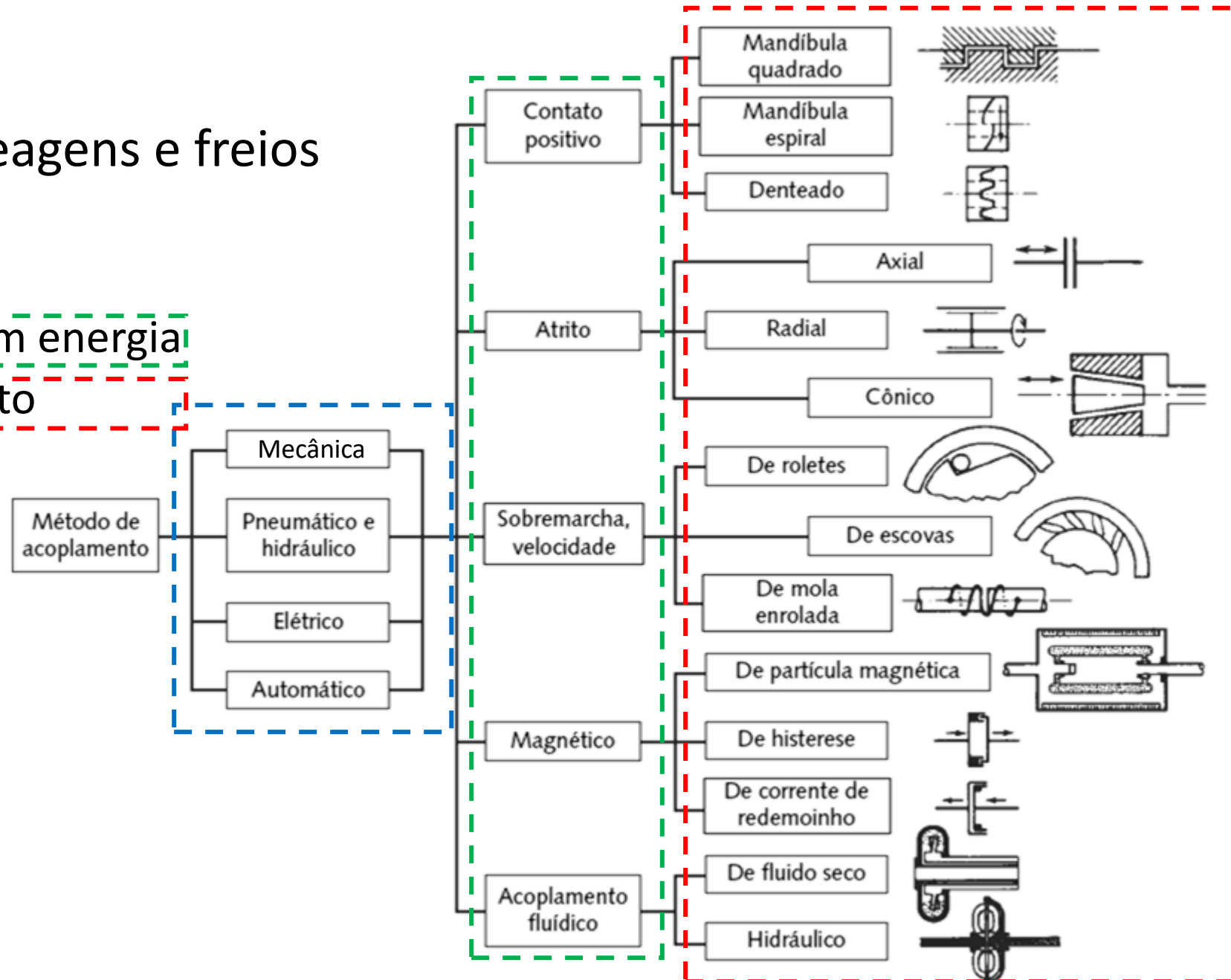
Trazer à mesma velocidade, duas massas com inércias  $I_1$  e  $I_2$ , com velocidades angulares  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , sendo que uma delas pode ser zero, no caso dos freios



# INTRODUÇÃO

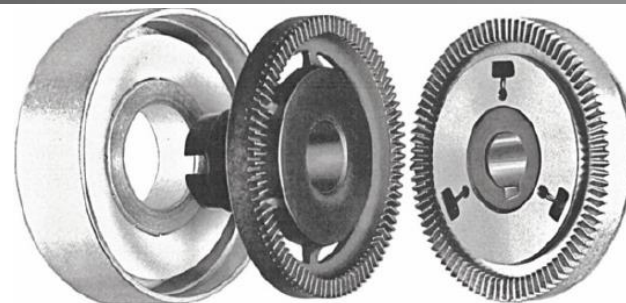
- Classificação de embreagens e freios

- Forma de Atuação
- Modo como transferem energia
- Caráter do acoplamento



# INTRODUÇÃO

- Forma de transferência de energia
  - *Contato mecânico positivo*
  - Overrunning
  - Magnético
  - Fluido
  - Atrito



## VANTAGENS

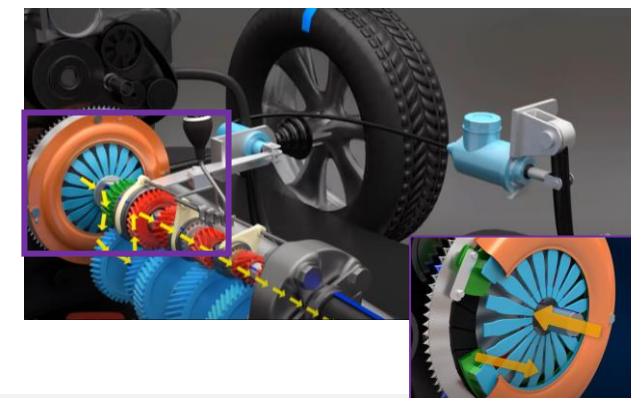
Transmitem grandes esforços

Dissipam pouca energia

## DESVANTAGES

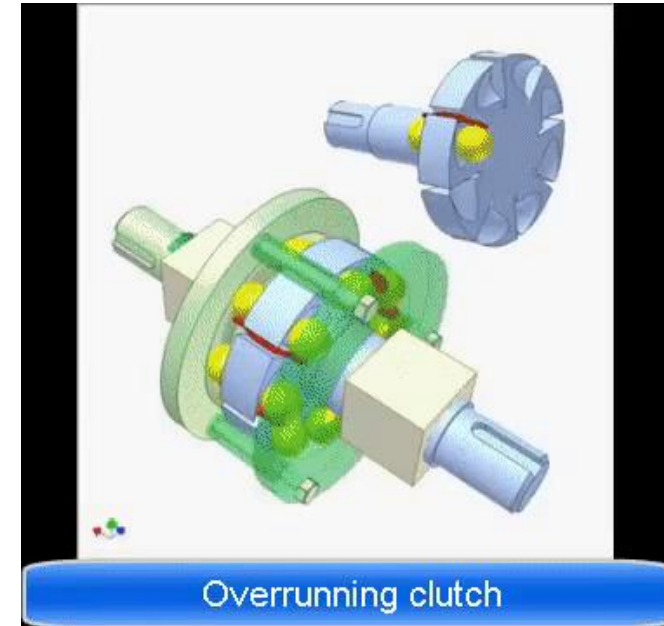
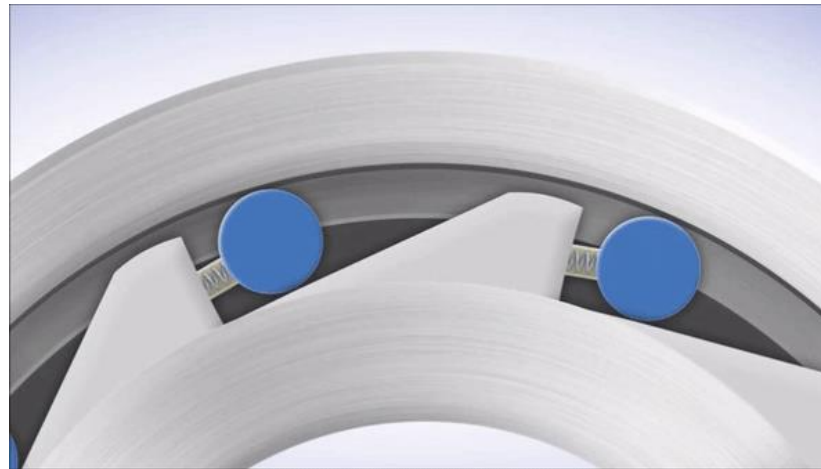
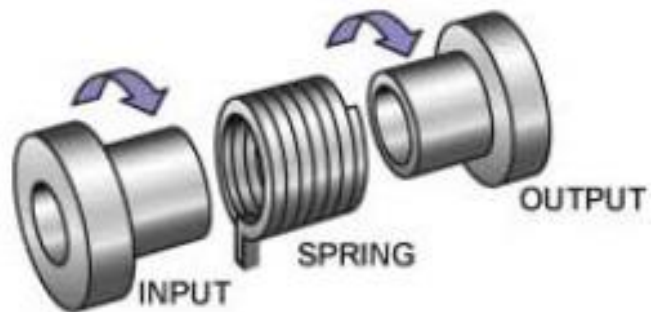
“Atua com embreagem de atrito”

Funcionam para baixas velocidades (60 rpm mandíbula e 300 rpm dentes)



# INTRODUÇÃO

- Forma de transferência de energia
  - contato mecânico positivo
  - *overrunning*
  - magnético
  - Fluido
  - atrito



## VANTAGENS

Ação automática em função da velocidade relativa dos corpos

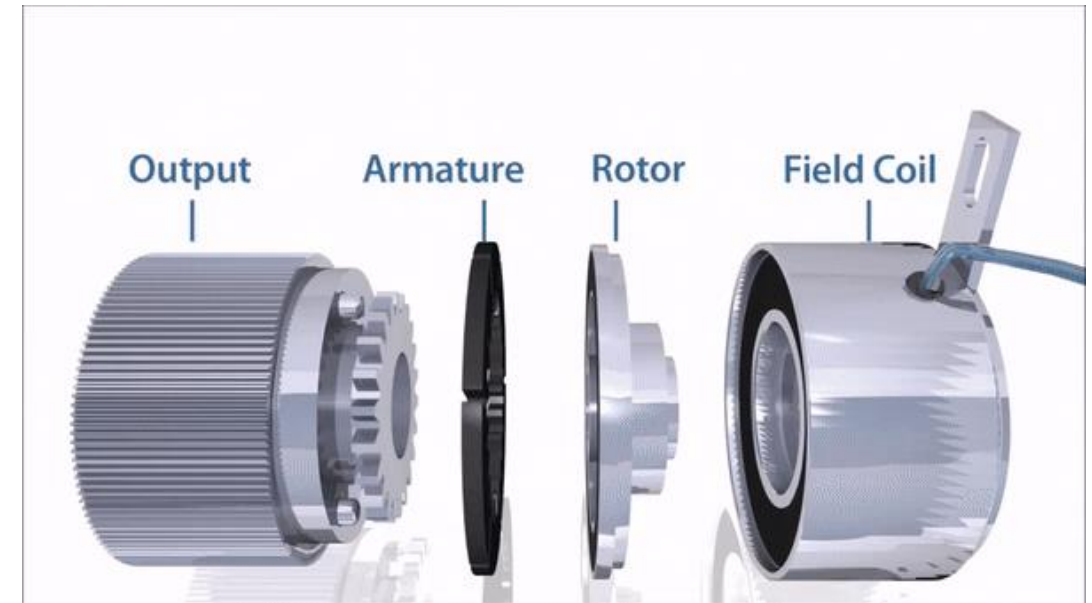
## DESVANTAGES

Atuam numa única direção (há exceções)

# INTRODUÇÃO

- Forma de transferência de energia
  - contato mecânico positivo
  - *overrunning*
  - magnético
  - Fluido
  - atrito

Embreagens de atrito são operadas eletromagneticamente.

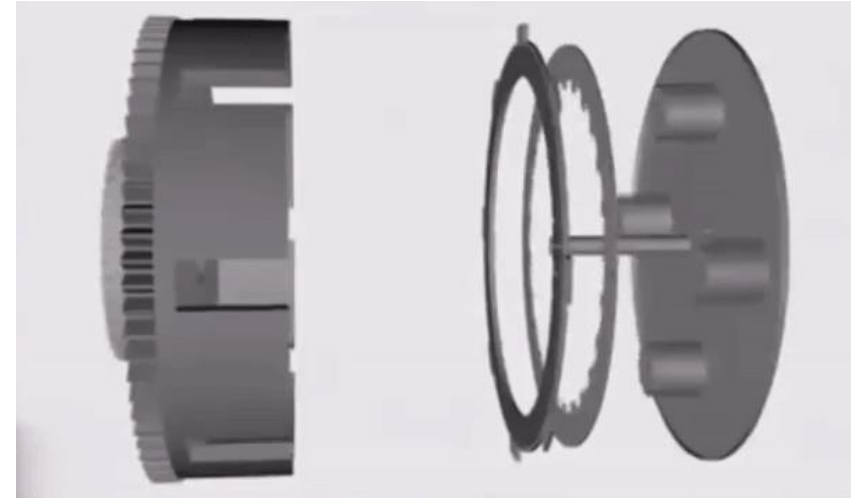


VANTAGENS	DESVANTAGENS
Tempo de resposta rápido	Falha com sobre carga
Facilidade de controle	Custo elevado
Partida e parada suaves	



# INTRODUÇÃO

- Forma de transferência de energia
  - contato mecânico positivo
  - *overrunning*
  - magnético
  - **Fluido**
  - atrito

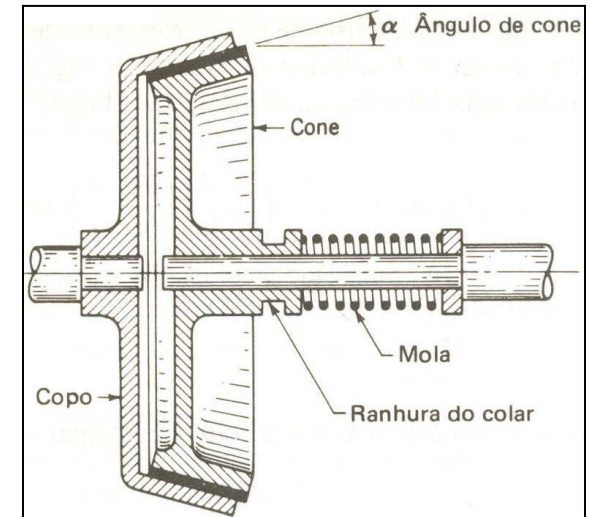
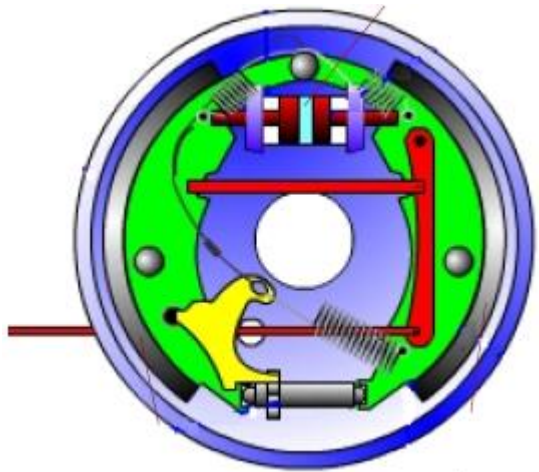


VANTAGENS	DESVANTAGENS
Absorve choques	Sempre haverá escorregamento (cisalhamento do óleo)
Partida e parada suaves	Nunca atingirá 100% de transmissão
Menos desgaste que as demais	Transferência de calor complexa



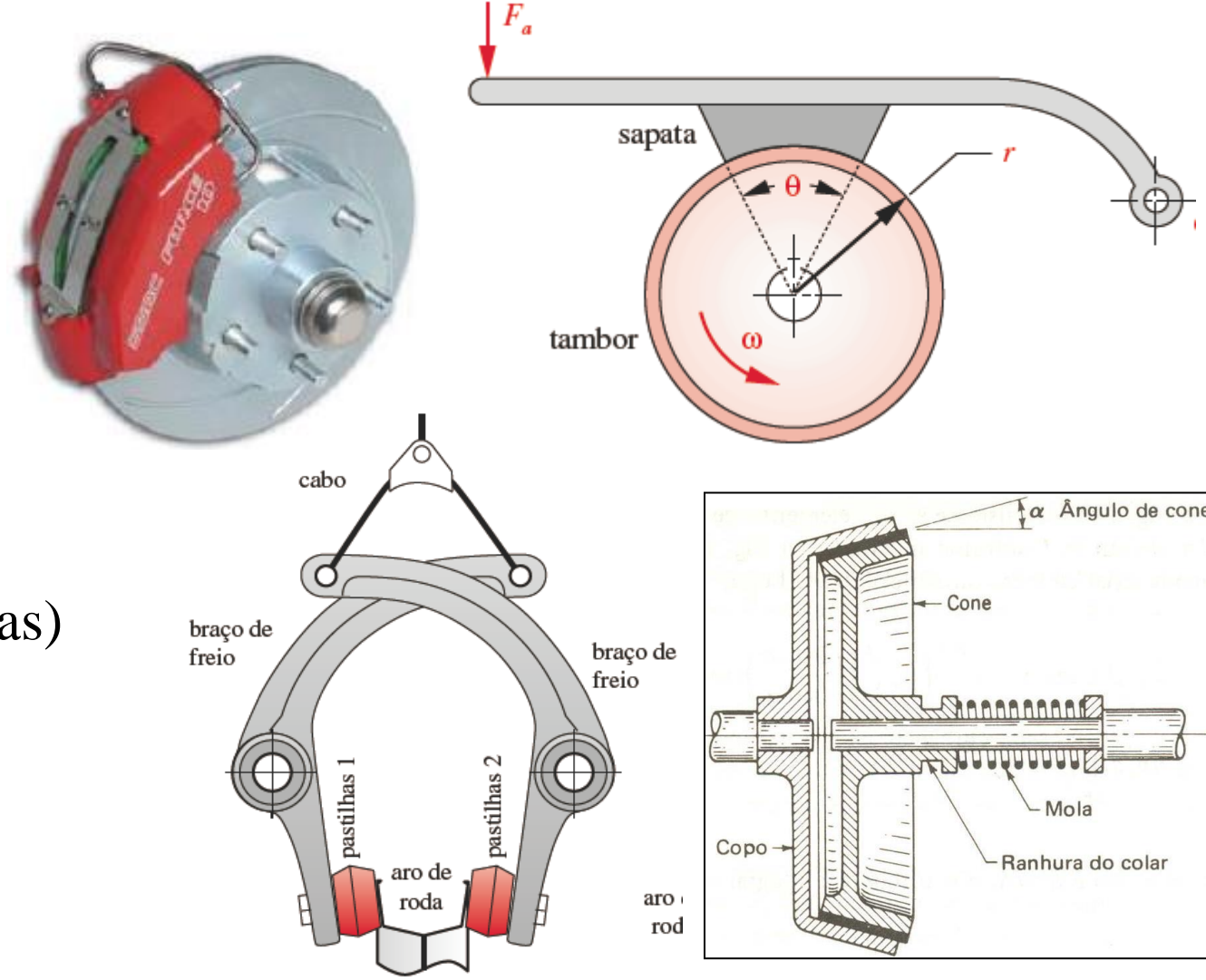
# INTRODUÇÃO

- Forma de transferência de energia
  - contato mecânico positivo
  - *overrunning*
  - magnético
  - Fluido
  - **atrito**



# INTRODUÇÃO

- Forma de transferência de energia
  - contato mecânico positivo
  - *overrunning*
  - magnético
  - Fluido
  - **atrito**
- Tipos de freio de atrito
  - Tambor c/ sapatas (internas e externas)
  - Tambor c/ cinta-fita externa
  - de disco ou axial
  - cônico, etc..



# INTRODUÇÃO

---

## ■ Caixa de câmbio de um automóvel

\* Transmissões automotivas utilizam em geral engrenagens helicoidais, por razões de silêncio em operação, como foi mencionado no Capítulo 13. Engrenagens helicoidais não podem ser engajadas e desengajadas de forma fácil em transmissões manuais por causa do seu ângulo de hélice. Portanto, elas são todas mantidas sempre acopladas e embreadas/desembreadas do eixo de transmissão para mudar de uma a outra relação de transmissão. Cada engrenagem possui uma embreagem de malha síncrona conectando-a ao seu eixo. Essa embreagem, na verdade, consiste em superfícies cônicas de atrito para arrastar os dois elementos (eixo e engrenagem) à condição de velocidade relativa quase zero antes que os dentes da sua embreagem companheira, de contato positivo, acople. A alavanca de mudanças de marcha movida pelo condutor muda essas embreagens entre posições de engajamento e desengajamento em vez de mudar de engrenagens na transmissão.



# SELEÇÃO DE EMBREAGENS E FREIOS

# SELEÇÃO DE EMBREAGENS/FREIOS

---

Baseadas no:

- Torque
- Potência
- Condições de carregamento (fatores de serviço)
- Instalação
- Meio de operação

Fatores de serviço: Por não ser padronizado é causa comum de problemas na seleção de embreagens

Sempre segue-se informações do fabricante, dado que projeto de embreagens / freios é muito empírico, baseado em conhecimento de campo e testes experimentais.

Sub-dimensionamento: escorregamento e super aquecimento

Sob-dimensionamento: sobre carrega o motor, adiciona inércia devido à seu peso

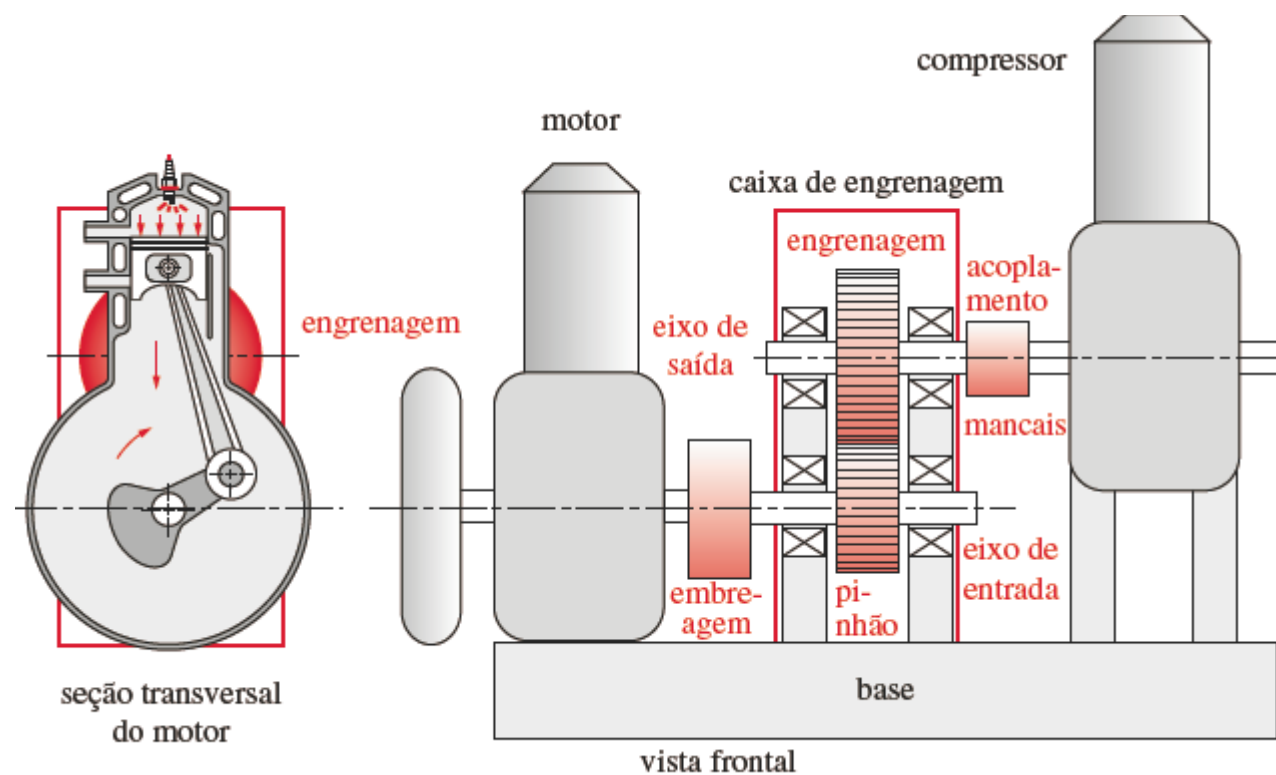
Projetista deve:

- Definir cuidadosamente a carga e as condições ambientais que o dispositivo deve enfrentar, e sempre seguir as recomendações do fabricante

# SELEÇÃO DE EMBREAGENS/FREIOS

Onde monta-se a embreagem?

- Lado de maior velocidade?
- Lado de maior torque?
- Tanto faz?



# SELEÇÃO DE EMBREAGENS/FREIOS

---

**Materiais para embreagens/freios:** Desenvolver uma força de atrito adequada capaz de retardar o movimento existente entre duas superfícies

**Características desejadas:**

- Coeficiente de atrito alto e estável
- Resistente ao desgaste
- Resistente a compressão
- Resistente a gradientes de temperatura
- Propriedades anti vibração
- Não ser nocivo ao meio ambiente
- Não ser nocivo ao ser humano

**Estrutura:**

- ferro fundido cinzento ou aço





# SELEÇÃO DE EMBREAGENS/FREIOS

**Superfícies de atrito:** geralmente resinas a base de polímero que servem para juntar diversos outros materiais :

- Latão / fragmentos de zinco: melhora condução de calor e resistência ao desgaste
- Fibras (amianto): melhora resistência mecânica principalmente em altas temperaturas
- Materiais sinterizados: maior resistência ao desgaste e às altas temperaturas
- FoFo, madeira: estabilizam atrito



**Tabela 17-1 Propriedades de materiais comuns de forração para embreagens/freios**

Material de atrito contra aço ou CI	Coeficiente de atrito dinâmico		Pressão máxima		Temperatura máxima	
	Seco	Em óleo	psi	kPa	°F	°C
Moldado	0,25–0,45	0,06–0,09	150–300	1030–2070	400–500	204–260
Tecido	0,25–0,45	0,08–0,10	50–100	345–690	400–500	204–260
Metal sinterizado	0,15–0,45	0,05–0,08	150–300	1030–2070	450–1250	232–677
Ferro fundido ou aço endurecido	0,15–0,25	0,03–0,06	100–250	690–720	500	260

# TORQUE EM FREIOS E EMBREAGENS

---

$$T = \frac{P}{\omega} \cdot K$$

T = Torque ou Momento

P = Potência

$\omega$  = Velocidade angular

K = Fator de Serviço

<b>K = 1</b>	Freios sob condições normais
<b>K = 1,5</b>	Para embreagens acionando em vazio até atingirem a rotação máxima
<b>K = 2,75</b>	Para acionamento de motores industriais
<b>K = 3</b>	Para embreagens acionando eixos com a carga aplicada
<b>K = 4</b>	Para acionamento de motores com elevado torque de partida
<b>K = 5</b>	Para motores de combustão interna

# FREIOS A DISCO

## DIMENSIOANMENTO

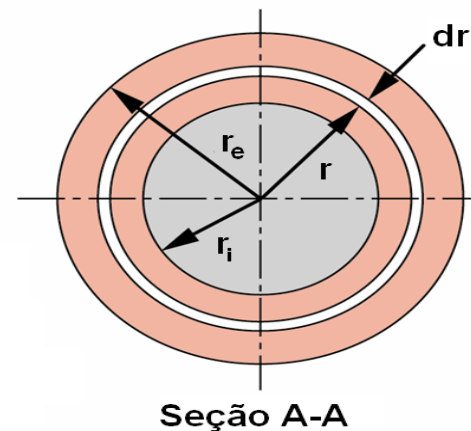
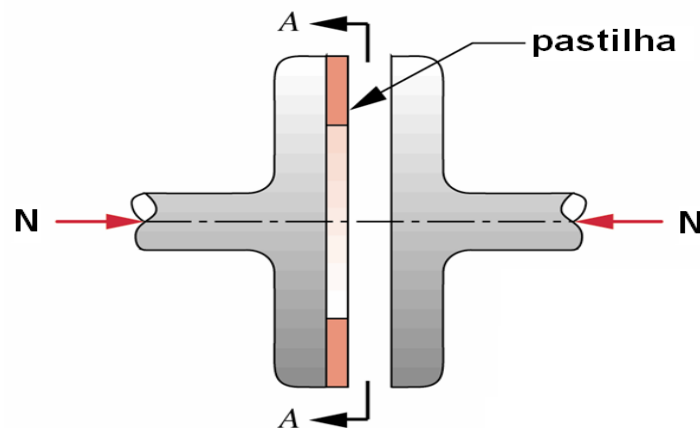
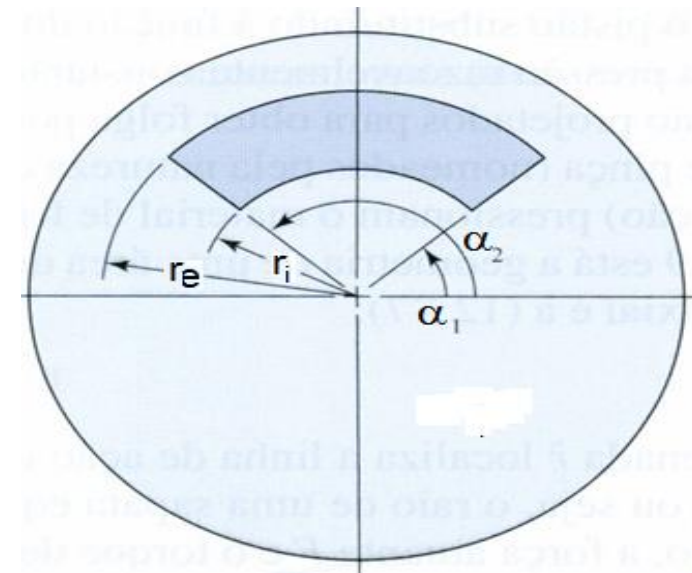
# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

Estes componentes mecanicos são compostos basicamente por:

1. Disco (acoplado a um eixo, roda, etc..)
2. Pastilha (elemento frenante)
3. Pinça (distribui os esforços igualmente nas faces do disco)

onde  $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = \text{ângulo de abertura (30^\circ \text{ a } 360^\circ)}$

$r_i = \text{raio (interno da pastilha)}$   $r_e = \text{raio (externo da pastilha)}$



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

O desenvolvimento a seguir busca sempre relacionar:

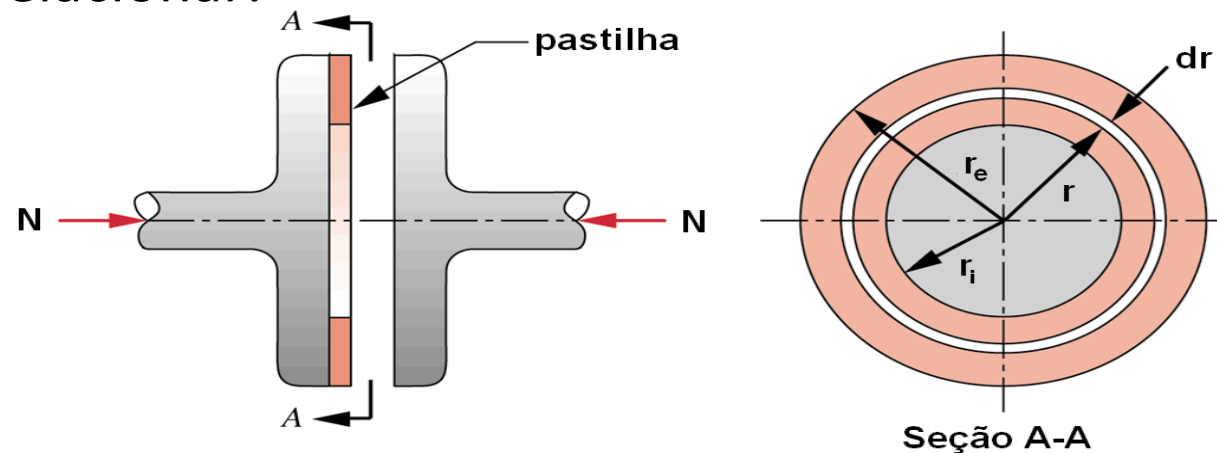
- a força de frenagem ( $N$ );
- a distribuição de pressão ( $p$ ) e
- o torque a ser transmitido ( $M$ ).

Há dois critérios para essa modelagem:

*Pressão uniforme* x *Desgaste uniforme*

O critério de *pressão uniforme* implica que o sistema deve ser rígido. Porém, durante o contato, o trabalho de atrito da periferia é maior do que na região central do sistema freio/embreagem - disco, o que implica em um desgaste maior em regiões com raios mais externos ( $p.V$ ).

Com a continuidade do uso, implicará em uma variação na distribuição de pressão, em função do desgaste nos componentes e o critério de funcionamento passa de *pressão uniforme* para *desgaste uniforme*.



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

*Pressão uniforme*      X  
(pastilha nova)      X

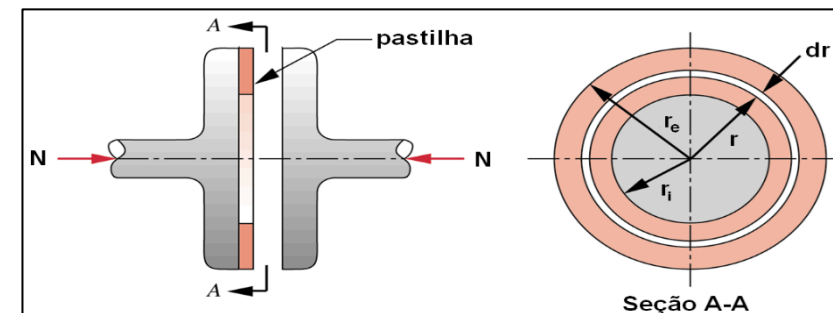
Distribuição de pressão  
 $p = \text{constante}$  (1)

*Desgaste uniforme*  
(pastilha desgastada)

$p \cdot (V_{\text{tangencial}}) = \text{constante}$   
 $p \cdot (\omega \cdot r) = \text{constante}$   
Condição de pressão máxima:  
 $p \cdot (\omega \cdot r) = p_{\text{máx}} \cdot (\omega \cdot r_i) = \text{constante}$

Distribuição de pressão

$$p(r) = p_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{r_i}{r} \right) \quad (2)$$



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## PRESSÃO UNIFORME

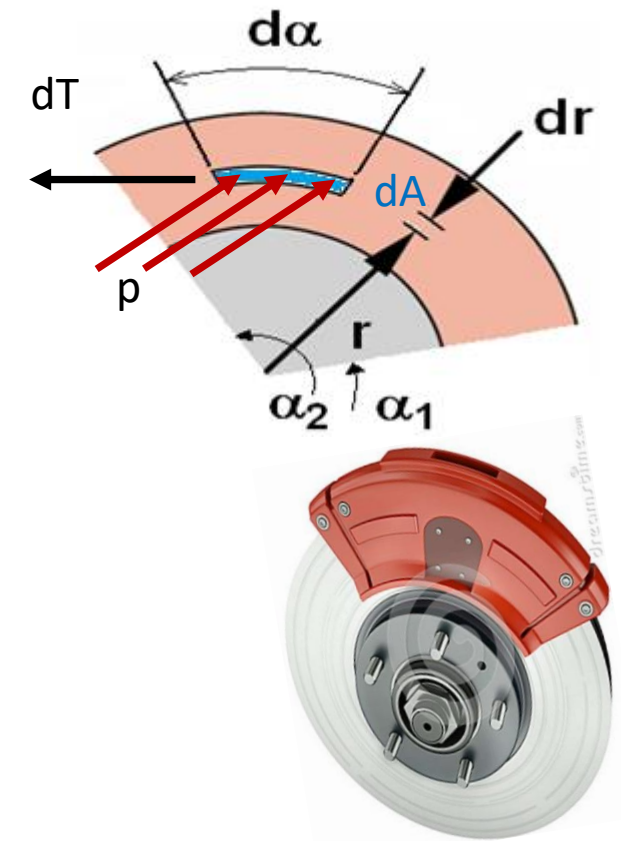
Quando os discos forem muito rígidos, pode-se considerar que no contato há uma distribuição uniforme.

Considere um elemento de área submetido á pressão de contato uniforme ( $p$ ):

Força infinitesimal (axial):

Força aplicada sobre o disco :

Força tangencial (radial):





# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## PRESSÃO UNIFORME

Quando os discos forem muito rígidos, pode-se considerar que no contato há uma distribuição uniforme.

Considere um elemento de área submetido á pressão de contato uniforme ( $p$ ):

Força infinitesimal (axial):  $dN = p(r) \cdot dA$

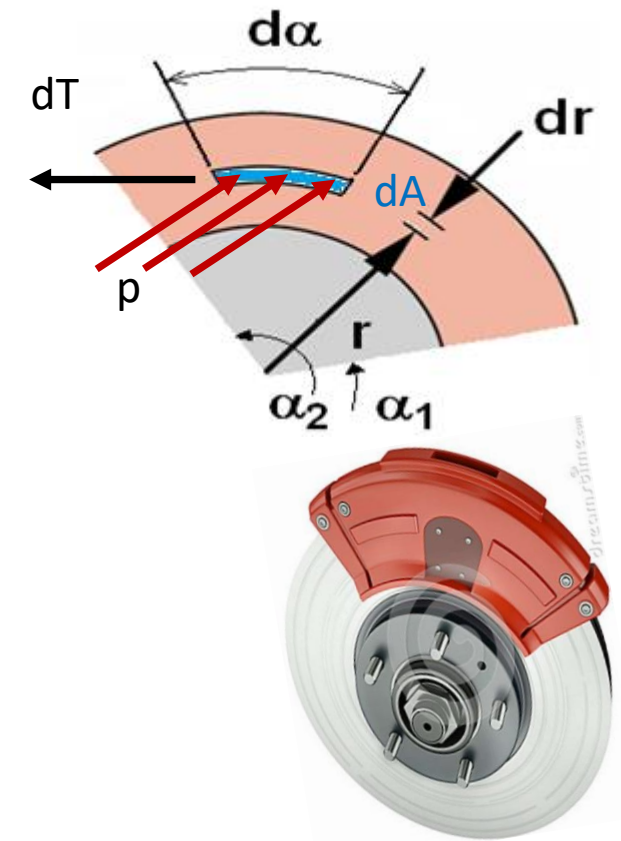
Força aplicada sobre o disco :  $N = \int p(r) \cdot dA$

Se a pressão é constante:  $N = p \cdot \int dA$

$$N = p \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{r_i}^{r_e} r \cdot dr \cdot d\alpha$$

$$N = Z \cdot p \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2} \quad (3)$$

Força tangencial (radial):  $T = \mu \cdot N = Z \cdot \mu \cdot p \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2} \quad (4)$

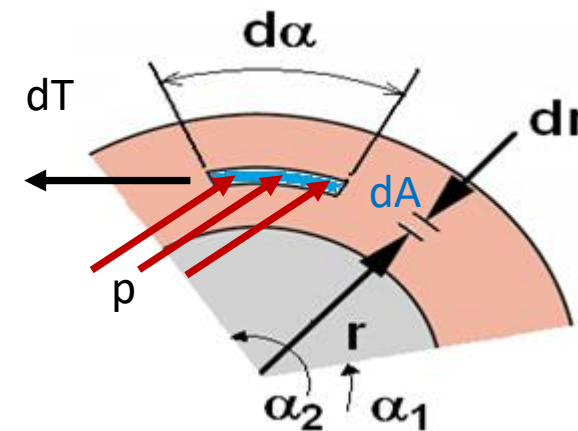


# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## PRESSÃO UNIFORME

Torque (momento de frenagem):

Torque aplicado sobre o disco :



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## PRESSÃO UNIFORME (Constante)

Torque (momento de frenagem):  $dM = r \cdot dT$

$$M = \int r \cdot dT$$

Torque aplicado sobre o disco :  $M = \int r \cdot \mu \cdot p(r) \cdot dA$

Se a pressão é constante:

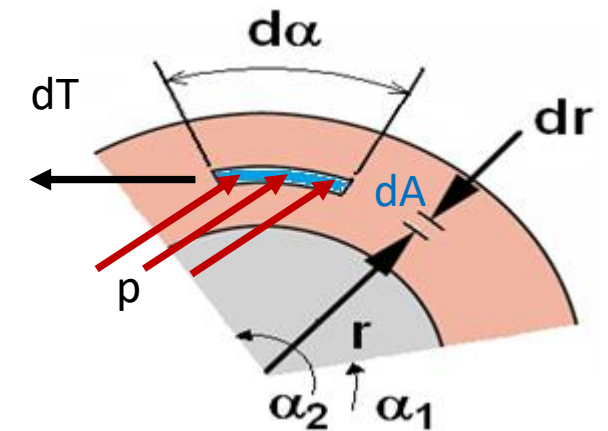
$$M = \mu \cdot p \cdot \int r \cdot dA$$

$$M = \mu \cdot p \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{r_i}^{r_e} r \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha$$

$$M = \mu \cdot p \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{(r_e^3 - r_i^3)}{3} \quad (4)$$

$$\text{Da eq (3) : } p = \frac{2 \cdot N}{(\alpha_2 - \alpha_1) \cdot (r_e^2 - r_i^2)}$$

Substituindo o termo de pressão:  $M = z \cdot N \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \frac{(r_e^3 - r_i^3)}{(r_e^2 - r_i^2)} \quad (5)$  (onde z representa o número de superfícies)



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## DESGASTE UNIFORME

Considerando o desgaste constante ( $p \cdot V = \text{constante}$ ):

Força infinitesimal (axial):

$$dN = p(r) \cdot dA$$

Força aplicada sobre o disco :

$$N = \int p(r) \cdot dA$$

Se a pressão **não** é constante:

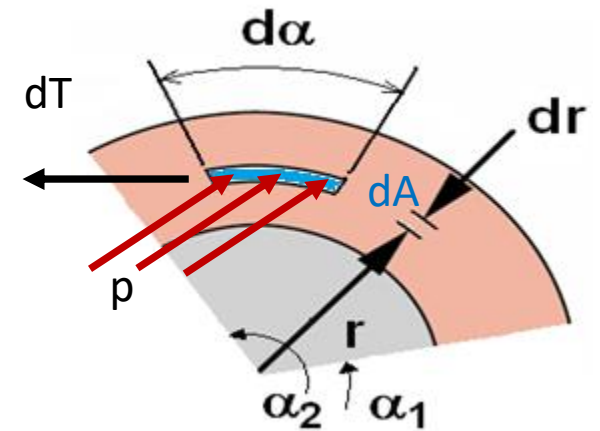
$$N = \int p_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{r_i}{r} \right) \cdot dA$$

$$N = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{r_i}^{r_e} p_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{r_i}{r} \right) \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha$$

$$N = p_{\text{máx}} \cdot r_i \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot (r_e - r_i) \quad (6)$$

Força tangencial (radial):

$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot p_{\text{máx}} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot r_i \cdot (r_e - r_i) \quad (7)$$



Distribuição de pressão

$$p(r) = p_{\text{máx}} \cdot \left( \frac{r_i}{r} \right) \quad (2)$$

# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## DESGASTE UNIFORME

Torque (momento de frenagem):  $dM = r \cdot dT$

Torque aplicado sobre o disco :  $M = \int r \cdot \mu \cdot p(r) \cdot dA$

Se a pressão é constante:  $M = \mu \cdot \int p_{\text{máx}} \cdot \left(\frac{r_i}{r}\right) \cdot r \cdot dA$

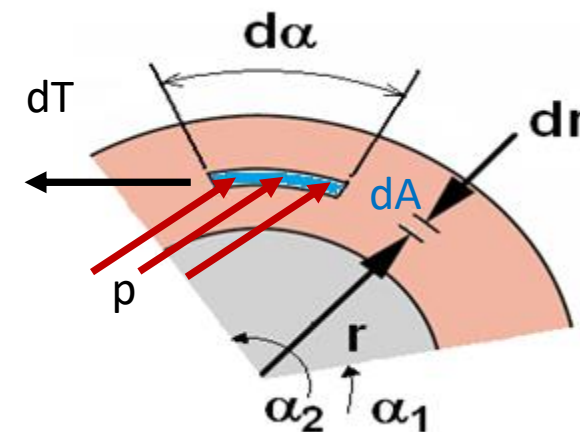
$$M = \mu \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{r_i}^{r_e} p_{\text{máx}} \cdot \left(\frac{r_i}{r}\right) \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha$$

$$M = \mu \cdot p_{\text{máx}} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot r_i \cdot \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$$

Da eq (7) : 
$$p_{\text{máx}} = \frac{N}{(\alpha_2 - \alpha_1) \cdot r_i \cdot (r_e - r_i)}$$

Substituindo o termo de pressão:  $M = z \cdot N \cdot \mu \cdot \frac{(r_e - r_i) \cdot (r_e + r_i)}{(r_e - r_i)}$

$$M = z \cdot N \cdot \mu \cdot (r_e + r_i) \quad (9) \text{ (onde } z \text{ representa o número de superfícies)}$$



Distribuição de pressão

$$p(r) = p_{\text{máx}} \cdot \left(\frac{r_i}{r}\right) \quad (2)$$

(8)

# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

---

## DESGASTE UNIFORME

Da expressão do torque de frenagem (**Equação 8 – abaixo**), é possível encontrar uma relação entre os raios externo e interno do freio/embreagem de tal forma a maximizar o torque de frenagem (ou o transmitido para o caso de embreagem).

$$M = z \cdot \mu \cdot p_{\text{máx}} \cdot r_i \cdot \alpha \cdot \left( \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \right) \quad (8)$$

Derivando a equação 8 em relação a  $r_i$  e igualando a zero para encontrar o ponto máximo de Torque:

$$\frac{\partial M}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r_i} \left( z \cdot \mu \cdot p_{\text{máx}} \cdot r_i \cdot \alpha \cdot \left( \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} \right) \right) = 0 \rightarrow r_i = \sqrt{\frac{1}{3}} r_e = 0,577 \cdot r_e \quad (10)$$

# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

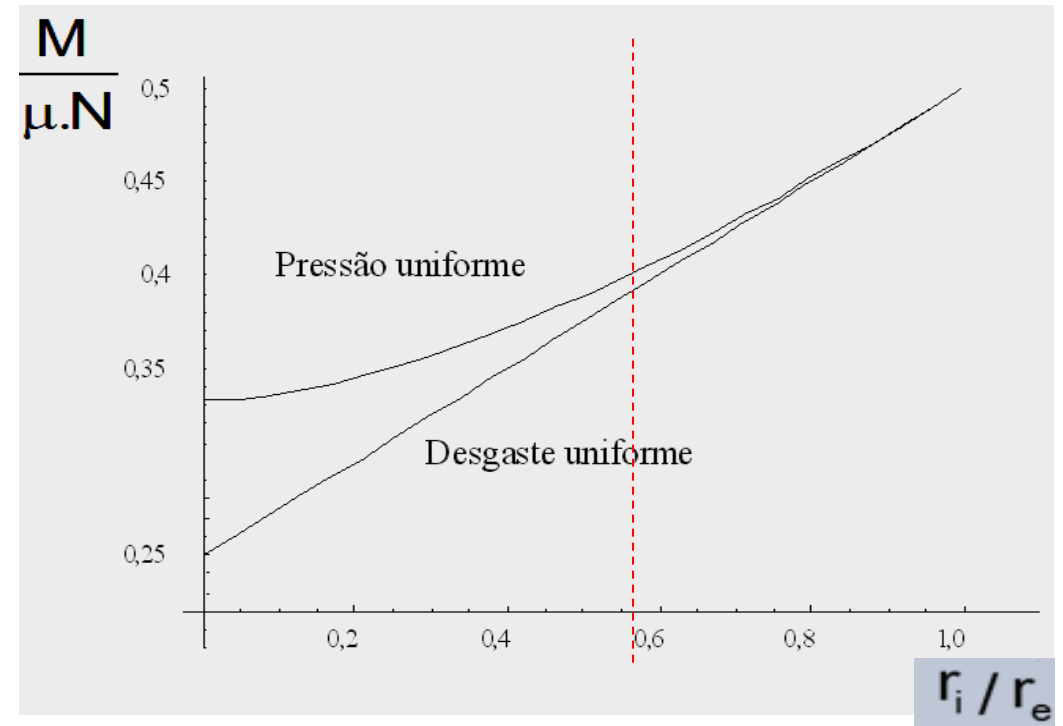
## DESGASTE UNIFORME X PRESSÃO UNIFORME

Para a hipótese de desgaste uniforme o torque é dado por:

$$M = \frac{\mu \cdot N \cdot (r_e + r_i)}{2} \Rightarrow \frac{M}{\mu \cdot N} = \frac{(r_e + r_i)}{2}$$

e para a hipótese de pressão uniforme

$$M = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot N \cdot \left( \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \right) \Rightarrow \frac{M}{\mu \cdot N} = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \right)$$



**Com o gráfico acima, percebe-se que o freio/embreagem de pressão uniforme (novo) tem um desempenho melhor que o freio/embreagem de desgaste uniforme (usado).**



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

---

## DESGASTE UNIFORME X PRESSÃO UNIFORME

Considerando que normalmente  $\rightarrow 0,577 \leq r_i/r_e$

$$\frac{M}{\mu \cdot N} = \frac{(r_e + r_i)}{2} = 0,7885 \cdot r_e$$

**Freio e/ ou Embreagem velhos  
(desgaste uniforme)**

$$\frac{M}{\mu \cdot N} = \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \right) = 0,8074 \cdot r_e$$

**Freio e/ ou Embreagem novos  
(pressão uniforme)**

Observa-se que a diferença de desempenho entre as formulações é de cerca de 2,4%.

Isso, aliado com as incertezas do coeficiente real de atrito e a certeza que freios e embreagens envelhecem com o uso, recomenda-se que se utilize o modelo com a hipótese para **desgaste uniforme**.

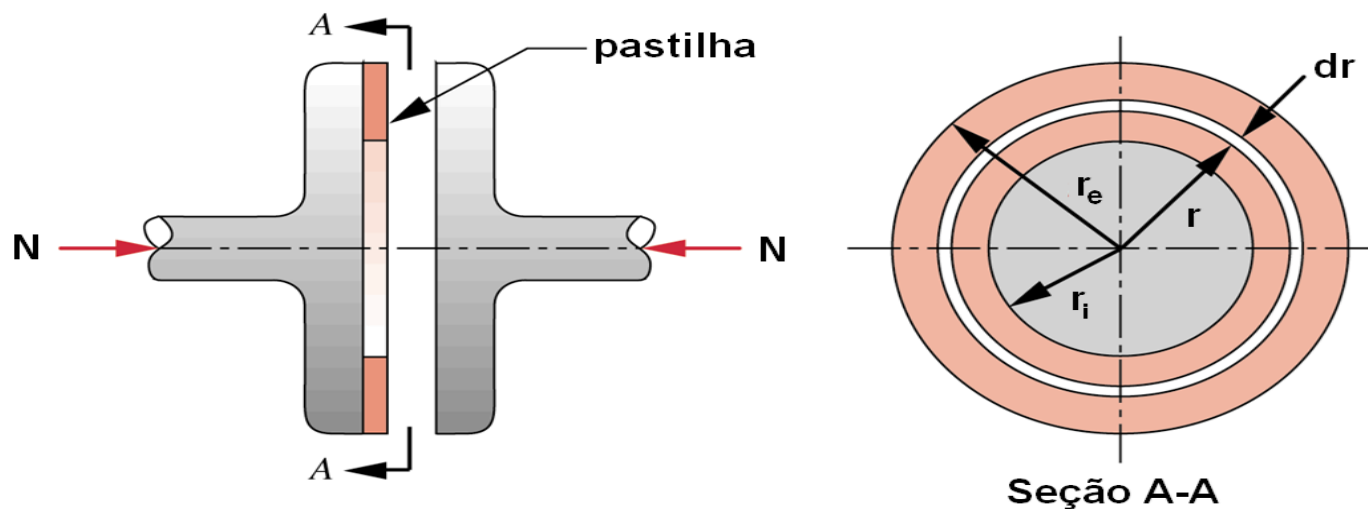
# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## Exercício:

Determine o tamanho adequado e a força requerida para uma embreagem de disco, conforme o desenho abaixo, transferir 10hp ( $\approx 7457$  W) a 1500 rpm com um fator de serviço igual a 2. Considere operação sem lubrificação e forração de tecido.

a) modelo de desgaste uniforme

b) Modelo de pressão uniforme



# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## Formulário:

Tabela 17-1 Propriedades de materiais comuns de forração para embreagens/freios

Material de atrito contra aço ou CI	Coeficiente de atrito dinâmico		Pressão máxima		Temperatura máxima	
	Seco	Em óleo	psi	kPa	°F	°C
Moldado	0,25–0,45	0,06–0,09	150–300	1030–2070	400–500	204–260
Tecido	0,25–0,45	0,08–0,10	50–100	345–690	400–500	204–260
Metal sinterizado	0,15–0,45	0,05–0,08	150–300	1030–2070	450–1250	232–677
Ferro fundido ou aço endurecido	0,15–0,25	0,03–0,06	100–250	690–720	500	260

$$P \cdot K = T \cdot \omega$$

$P$  - Potência  
 $K$  - Fator de Serviço  
 $T$  - Torque ou Momento  
 $\omega$  - Velocidade angular

*Pressão uniforme x Desgaste uniforme*

$p = cte$  - Pressão  
 $N = p \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$  - Força Axial  
 $T = \mu \cdot p \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$  - Força Tangencial  
 $M = z \cdot \mu \cdot p \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{(r_e^3 - r_i^3)}{3}$  - Torque  
 $M = z \cdot N \cdot \mu \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{(r_e^3 - r_i^3)}{(r_e^2 - r_i^2)}$  - Torque

$p(r) = p_{m\acute{a}x} \cdot \left(\frac{r_i}{r}\right)$  - Pressão  
 $N = p_{m\acute{a}x} \cdot r_i \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot (r_e - r_i)$  - Força Axial  
 $T = \mu \cdot p_{m\acute{a}x} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot r_i \cdot (r_e - r_i)$  - Força Tangencial  
 $M = z \cdot N \cdot \mu \cdot (r_e + r_i)$  - Torque  
 $M = z \cdot \mu \cdot p_{m\acute{a}x} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot r_i \cdot \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$  - Torque  
 $r_i = \sqrt{\frac{1}{3}} r_e = 0,577 \cdot r_e$  - Relação de raios  
 (Máximo Torque)

# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## Solução:

$$P.K = T. \omega$$

$$T = \frac{P.K}{\omega} = \frac{7457 \cdot (2)}{1500 \cdot \left(\frac{2\pi}{60}\right)} = 94,95 \text{ [N.m]}$$

### *Desgaste uniforme*

$$M = z. \mu. p_{\text{máx}}. (\alpha_2 - \alpha_1). r_i. \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$$

$$94,95 = (1) \cdot (0,35) \cdot (517,5 \times 10^3) \cdot (2\pi). r_i. \frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$$

$$\frac{94,95}{(0,35) \cdot (517,5 \times 10^3) \cdot (\pi)} = r_i. (3. r_i^2 - r_e^2)$$

$$1,67 \times 10^{-4} = 2r_i^3$$

$$r_i = 4,36 \times 10^{-2} \text{ m ou } \cong 44 \text{ mm}$$

$$r_e = \frac{r_i}{0,577}$$

$$r_e = 7,56 \times 10^{-2} \text{ m ou } \cong 76 \text{ mm}$$

$$r_i = \sqrt{\frac{1}{3}} r_e \text{ (Relação de raios para Torque máximo)}$$

$$r_i^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3}} r_e\right)^2$$

$$r_i^2 = \frac{1}{3} r_e^2$$

$$3. r_i^2 = r_e^2$$

$$N = p_{\text{máx}}. r_i. (\alpha_2 - \alpha_1). (r_e - r_i)$$

$$N = (517,5 \times 10^3). (4,36 \times 10^{-2}) (2\pi). (7,56 - 4,36) \times 10^{-2}$$

$$N = 4536 \text{ N}$$

# FREIOS E EMBREAGENS A DISCO

## Solução:

$$P.K = T.\omega$$

$$T = \frac{P.K}{\omega} = \frac{7457*(2)}{1500*\left(\frac{2\pi}{60}\right)} = 94,95 [N.m]$$

*Pressão uniforme*

$$M = z.\mu.p.(\alpha_2 - \alpha_1).\frac{(r_e^3 - r_i^3)}{3}$$

$$94,95 = (1) * (0,35) * (517,5 \times 10^3) * (2\pi) * \frac{(r_e^3 - 0,1921.r_e^3)}{3}$$

$$\frac{94,95}{(0,35)*(517,5 \times 10^3)*(\pi)} = \frac{2}{3} * 0,8079 r_e^3$$

$$1,67 \times 10^{-4} = \frac{2}{3} * 0,8079 r_e^3$$

$$r_e = 6,76 \times 10^{-2}m \text{ ou } \cong 68mm$$

$$r_i = 0,577 * r_e$$

$$r_i = 3,90 \times 10^{-2}m \text{ ou } \cong 39mm$$

$$r_i = \sqrt{\frac{1}{3}} r_e \text{ (Relação do modelo de desgaste uniforme)}$$

$$r_i^3 = \left(\sqrt{\frac{1}{3}} r_e\right)^3$$

$$r_i^3 = 0,1921 r_e^3$$

$$N = p.(\alpha_2 - \alpha_1).\frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$$

$$N = (517,5 \times 10^3)(2\pi).\frac{\left((6,76 \times 10^{-2})^2 - (3,90 \times 10^{-2})^2\right)}{2}$$

$$N = 4956N$$

OBRIGADO