Ministério da Educação
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Campus Curitiba
Elementos de Máquinas 2

FREIOS E EMBREAGENS

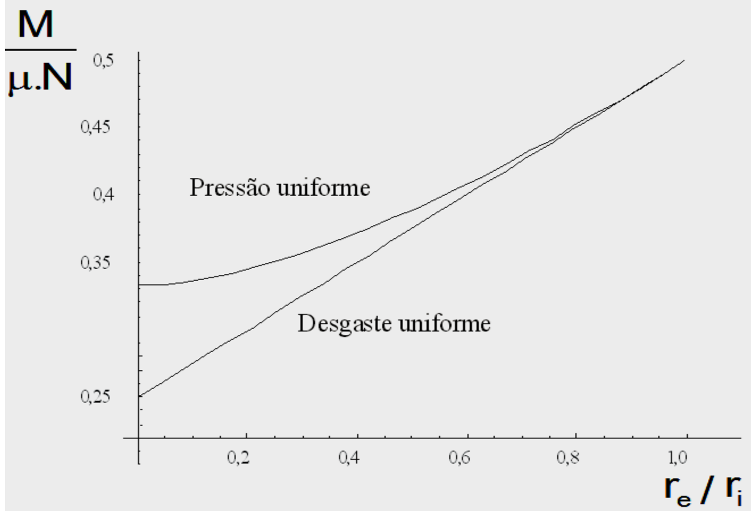
MÓDULO 1

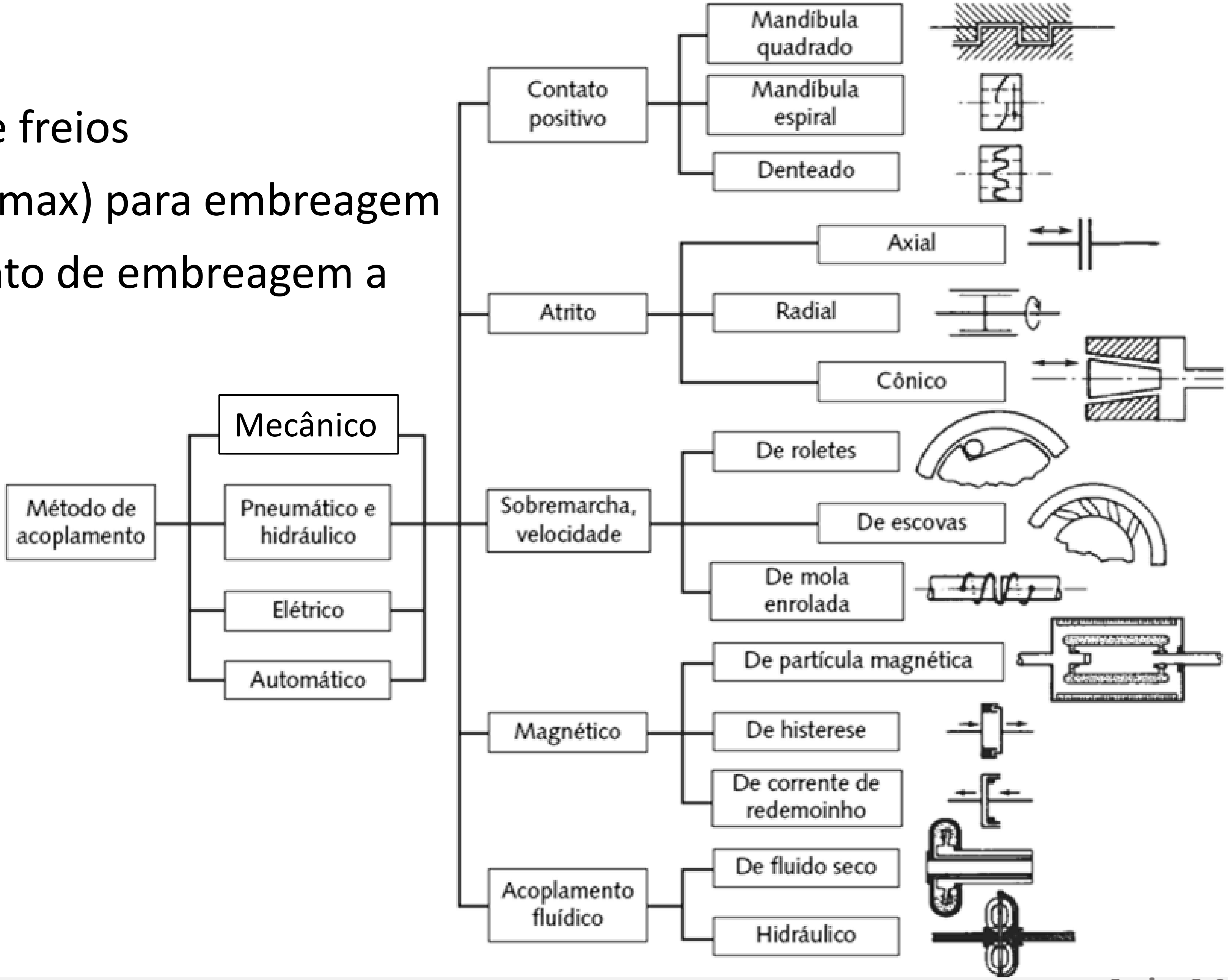
Prof. Marcos Takahama
marcostakahama@alunos.utfpr.edu.br

REVISÃO

REVISÃO

- Classificação de embreagens e freios
- Materiais utilizados (Tab μ e Pmax) para embreagem
- Critérios para dimensionamento de embreagem a disco:
    - Pressão Uniforme
    - Desgaste uniforme

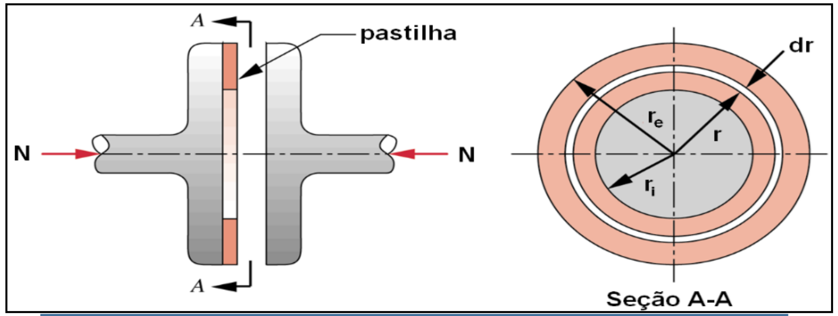




Formulário:

Tabela 17-1 Propriedades de materiais comuns de forração para embreagens/freios

Material de atrito contra aço ou CI	Coeficiente de atrito dinâmico – Seco	Coeficiente de atrito dinâmico – Em óleo	Pressão máxima – psi	Pressão máxima – kPa	Temperatura máxima – °F	Temperatura máxima – °C
Moldado	0,25–0,45	0,06–0,09	150–300	1030–2070	400–500	204–260
Tecido	0,25–0,45	0,08–0,10	50–100	345–690	400–500	204–260
Metal sinterizado	0,15–0,45	0,05–0,08	150–300	1030–2070	450–1250	232–677
Ferro fundido ou aço endurecido	0,15–0,25	0,03–0,06	100–250	690–720	500	260



$$P.K = T.\omega$$

P - Potência

K – Fator de Serviço

T - Torque ou Momento

ω - Velocidade angular

Pressão uniforme x *Desgaste uniforme*

Pressão uniforme

$p = cte$ - Pressão

$F_n = p.(\alpha_2 - \alpha_1).\frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$ - Força Axial

$F_f = \mu.p.(\alpha_2 - \alpha_1).\frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$ - Força de atrito (tangencial)

$M = z.\mu.p.(\alpha_2 - \alpha_1).\frac{(r_e^3 - r_i^3)}{3}$ - Torque

$M = z.N.\mu.\frac{2}{3}\frac{(r_e^3 - r_i^3)}{(r_e^2 - r_i^2)}$ - Torque

Desgaste uniforme

$p(r) = p_{máx}.(\frac{r_i}{r})$ - Pressão

$F_n = p_{máx}.r_i.(\alpha_2 - \alpha_1).(r_e - r_i)$ - Força Axial

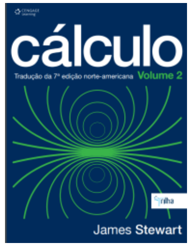
$F_f = \mu.p_{máx}.(\alpha_2 - \alpha_1).r_i.(r_e - r_i)$ - Força de atrito (tangencial)

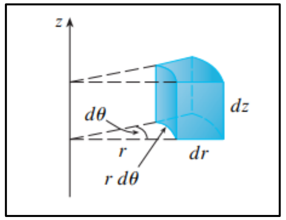
$M = z.N.\mu.(r_e + r_i)$ - Torque

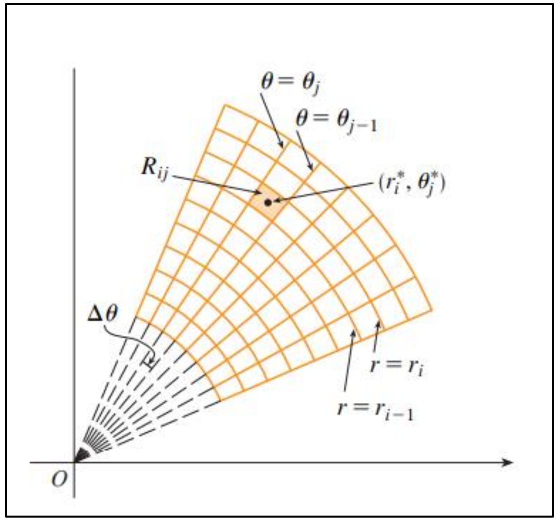
$M = z.\mu.p_{máx}.(\alpha_2 - \alpha_1).r_i.\frac{(r_e^2 - r_i^2)}{2}$ - Torque

$r_i = \sqrt{\frac{1}{3}}r_e = 0{,}577.r_e$ - Relação de raios (Máximo Torque)

Somatório de uma propriedade em Coordenadas cilíndricas



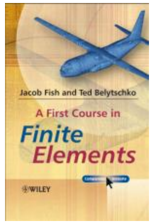


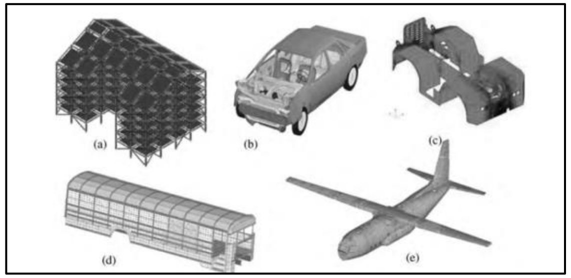


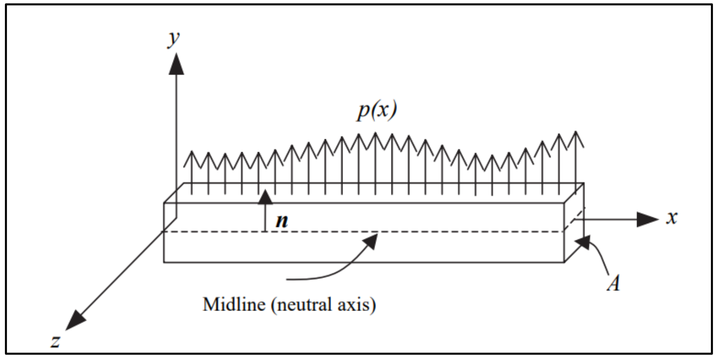
2 Mudança para Coordenadas Polares em uma Integral Dupla Se f é contínua no retângulo polar R dado por $0 \leqslant a \leqslant r \leqslant b$, $\alpha \leqslant \theta \leqslant \beta$, onde $0 \leqslant \beta - \alpha \leqslant 2\pi$, então

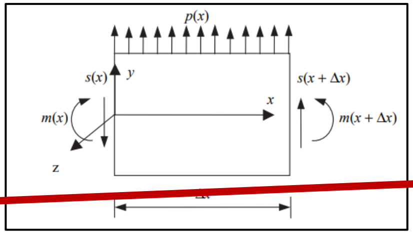
$$\iint_R f(x, y)\, dA = \int_\alpha^\beta \int_a^b f(r\cos\theta, r \operatorname{sen}\theta)\, r\, dr\, d\theta$$

Distribuição de uma propriedade em uma superfície

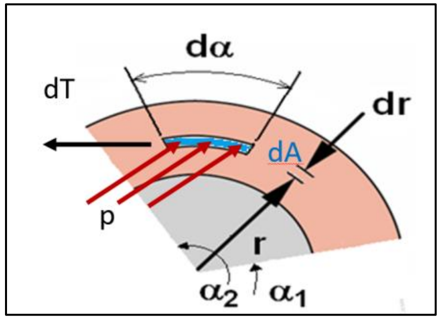


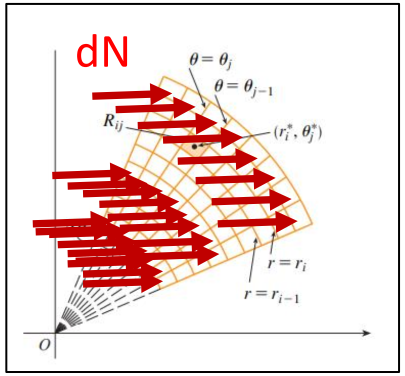






Aplicação





Lembrar que pressão é P=F/A

$dN = p(r).dA$ – Força infinitesimal

$\int dN = \int p(r).dA$ – Somatório das Forças infinitesimais

$N = \int p(r).dA$ – Força equivalente

INÉRCIA DE CARGA

ENERGIA DE FRENAGEM

- 1ª Lei de Newton - Um corpo em repouso tende a permanecer em repouso, e um corpo em movimento tende a permanecer em movimento
  - Logo, o corpo só altera seu estado de inércia se uma força resultante diferente de zero for aplicada ao mesmo.
  - Em movimentos de rotação, uma aceleração ou desaceleração ocorre por meio da aplicação de um torque
  - Isso resulta em uma alteração na energia cinemática do sistema.
- Os parâmetros envolvidos no caso de freios e embreagens são:
  - Torque
  - Tempo para se obter a variação de velocidade desejada
  - Número de ciclos que ocorrem neste tempo
  - Inércia dos corpos em rotação / translação
  - Capacidade de dissipação de energia do freio/embreagem

ENERGIA DE FRENAGEM

- Posição de um freio

  - Da equação da potência ($P=T.\omega$), verificamos que o torque é inversamente proporcional a velocidade, logo se o freio ou a embreagem forem colocados no eixo de maior velocidade, o torque requerido de frenagem será o menor.

  - Custo, tempo de ação, tamanho são tipicamente menores quando o torque requerido é menor.

  - Desvantagem é maior com grande variação de rotação $\Delta\omega$, logo maior desgaste, problemas de aquecimento por atrito.

  - Em movimentos de rotação, uma aceleração ou desaceleração ocorre por meio da aplicação de um torque

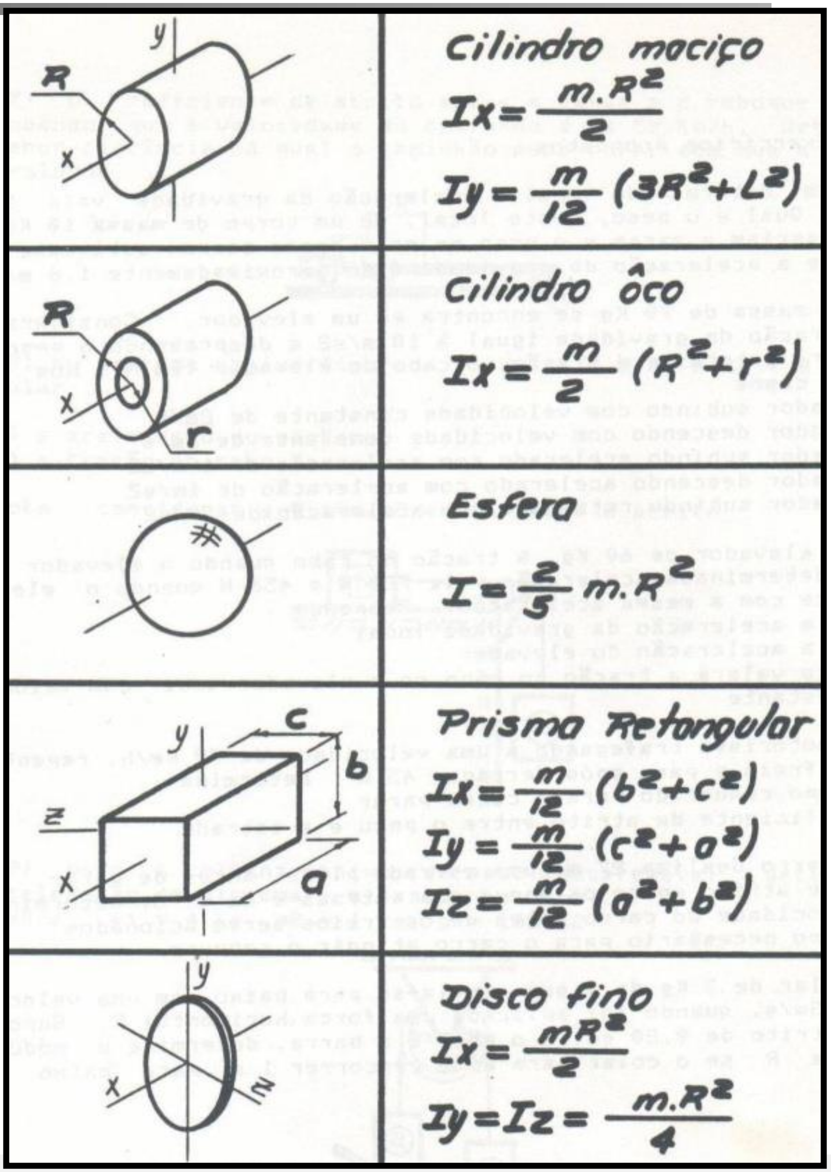
  - Isso resulta em uma alteração na energia cinemática do sistema.

INÉRCIA DE CARGA

De acordo com a 2 Lei de Newton, temos

$$T = I_m . \alpha$$

T = Torque [N.m]
I_m = Momento de inércia de massa [$Kg.m^2$]
α = (Des)aceleração angular [rad/s^2]



A (des)aceleração angular, é associada ao tempo necessário, *t,* para uma alteração na velocidade de rotação Δω. E o momento de inércia de massa dos componentes sendo (des)acelerados, I_m, é usualmente expresso em termos do seu raio de giração *K* .

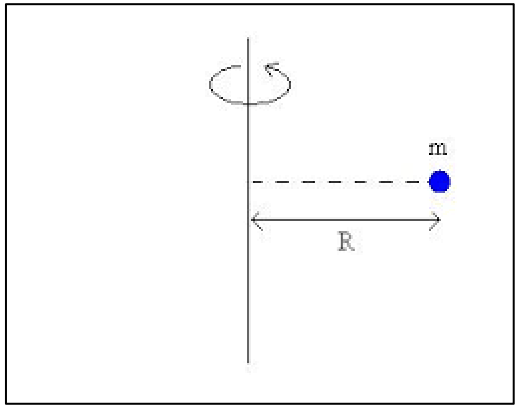
$$I_m = mk^2 \qquad \alpha = \frac{\Delta\omega}{t}$$

$$k = \sqrt{\frac{I_m}{m}} \text{ ou } k^2 = \frac{I_m}{m}$$

$$T = I_m \alpha = mk^2 \frac{\Delta\omega}{t}$$

k = raio de giração [m]
ω = velocidade angular [rad/s]
m = massa[Kg]
g = gravidade [kg/s^2]
I_m = Inércia de carga [$N.m^2$]

Raio equivalente (exemplo cilindro maciço):

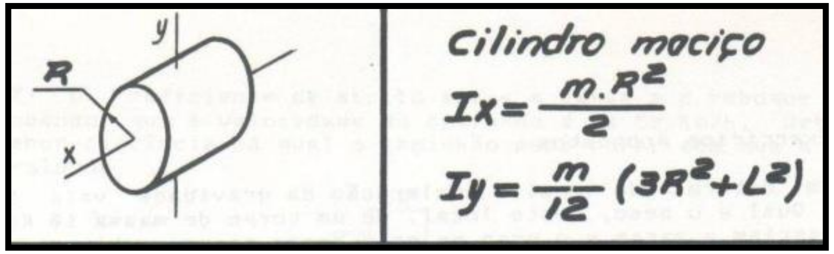


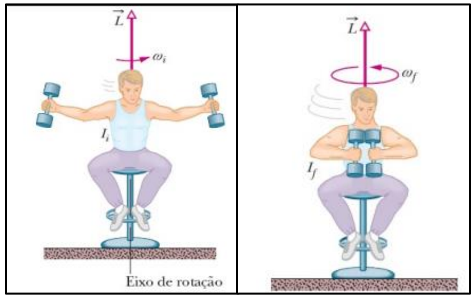
$$\boldsymbol{T = I_m . \alpha}$$

$I_m = mk^2$ - (Definição)

$k = \sqrt{\dfrac{I_m}{m}}$ ou $k^2 = \dfrac{I_m}{m}$ - Raio equivalente

$k^2 = \dfrac{\frac{\cancel{m}.R^2}{2}}{\cancel{m}} = \dfrac{R^2}{2}$ - (Cilindro maciço em torno do eixo axissímetrico)

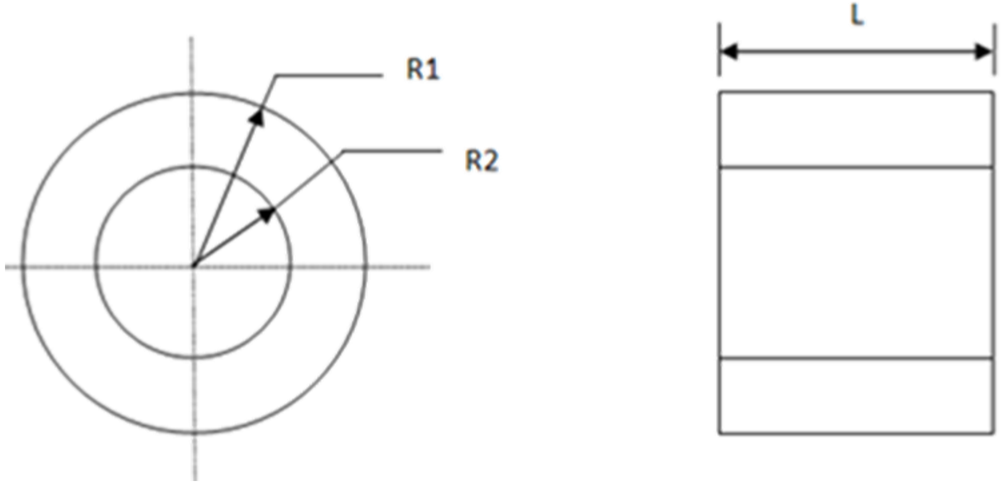




Neste experimento o que se conserva?
O que varia?

EXERCÍCIO 1

Aplicando estas equações para uma bucha de aço (engrenagem), determine a inércia de carga e o torque de frenagem



Torque de frenagem→

Raio de giração →

Volume da bucha →

Massa da bucha →

Inércia de carga →

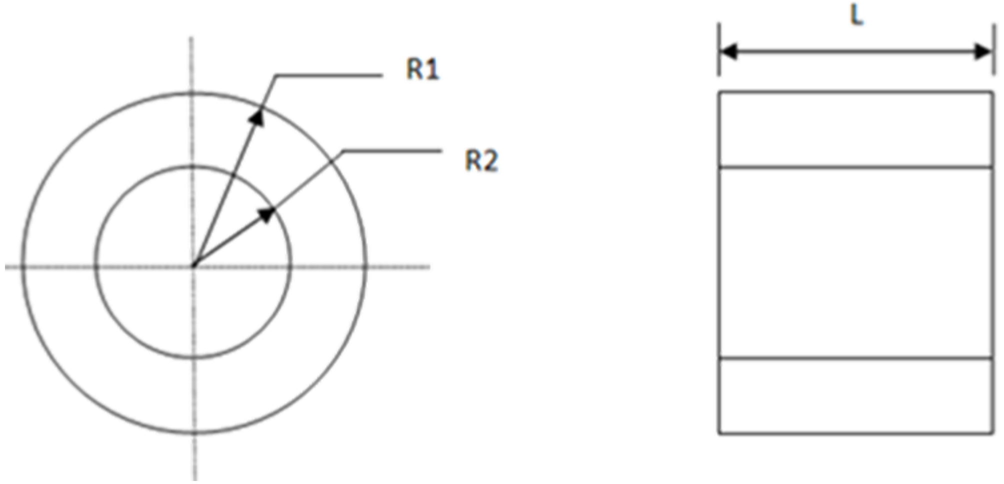
$R_1 = 100\text{mm}$ $\rho = 7850\text{Kg/m}^3$

$\text{R}_2 = 25\text{mm}$ $\omega = 2500\text{rpm}$

$L = 50\text{mm}$ $t = 5\text{s}$

EXERCÍCIO 1

Aplicando estas equações para uma bucha de aço (engrenagem), determine a inércia de carga e o torque de frenagem



Torque de frenagem→ $T = I_m \alpha = mk^2 \frac{\Delta\omega}{t}$

Raio de giração → $k^2 = \frac{I_m}{m} = \frac{1}{2}(R_1^2 + R_2^2)$

Volume da bucha → $V = \pi(R_1^2 - R_2^2)L$

Massa da bucha → $\mathrm{m} = \rho V$

Inércia de carga → $I_m = \mathrm{m}k^2 = \rho V k^2 = \rho\pi(R_1^2 - R_2^2)L \cdot \frac{1}{2}(R_1^2 + R_2^2)$

$$I_m = \frac{\rho\pi L}{2}(R_1^4 - R_2^4)$$

$R_1 = 100\mathrm{mm}$ $\rho = 7850\mathrm{Kg/m^3}$
$\mathrm{R}_2 = 25\mathrm{mm}$ $\omega = 2500\mathrm{rpm}$
$L = 50\mathrm{mm}$ $t = 5\mathrm{s}$

INÉRCIA DE CARGA

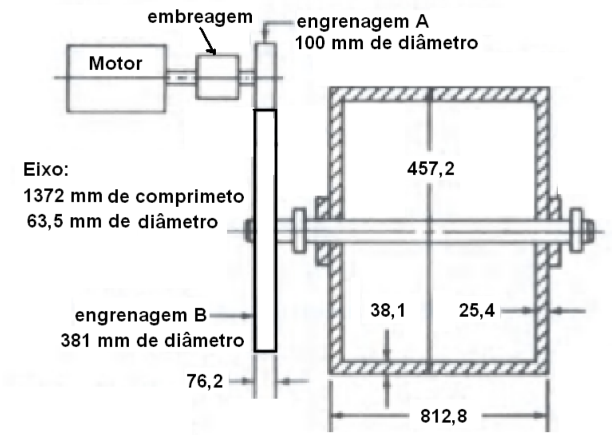
Em muitos sistemas mecânicos há elementos girantes acoplados a eixos, operado em velocidades diferentes. Desta forma, a inércia de carga equivalente do sistema em relação ao eixo em que estiver acoplado o freio/embreagem é dado por:

Para elementos em movimento de rotação (conservação de potencia)

$$\mathrm{m}K_e^2 = mK^2\left(\frac{n}{n_c}\right)^2$$

n = rotação do eixo considerado

n_c = rotação do eixo da embreagem ou freio

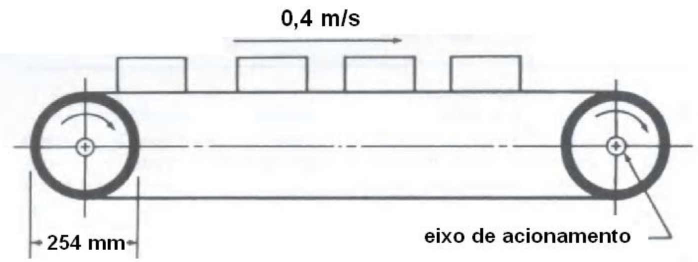


Para elementos em movimento de translação

$$mK_e^2 = m\left(\frac{V}{2\pi.f_m}\right)^2$$

V = velocidade linear do corpo

f_m = frequência de rotação do eixo [Hz]



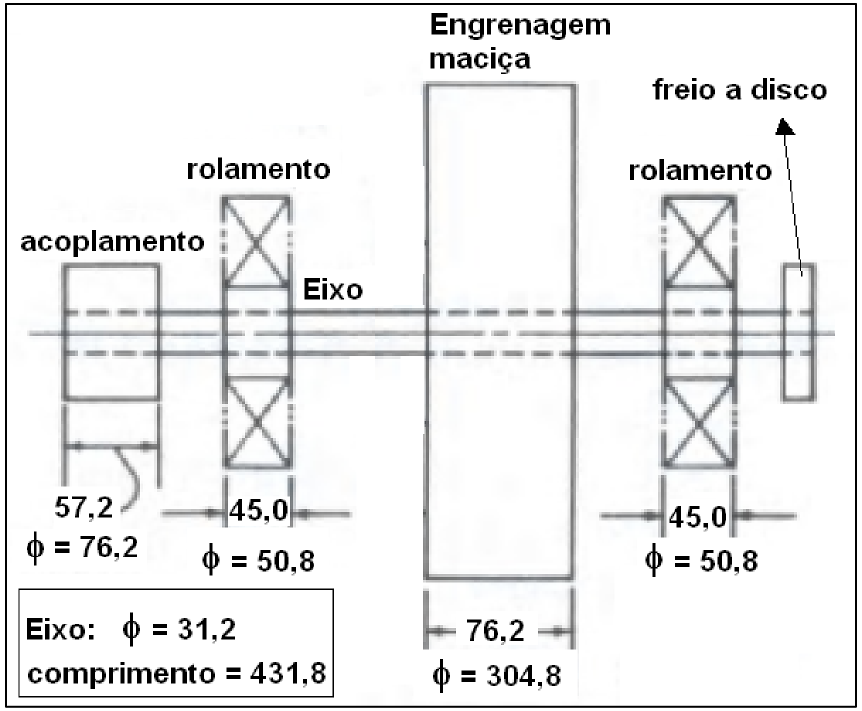
EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 2

O dispositivo da figura abaixo deve ser freado de 1000 rpm até zero em dois segundos. Determine a pressão atuante durante a frenagem e a potência dissipada em cada pastilha do freio a disco (pressão uniforme), admitindo que o motor elétrico acoplado ao eixo de entrada não desliga durante o processo de frenagem.

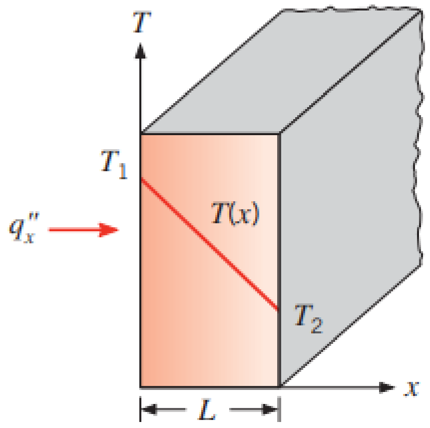
Dados:

- Todos os elementos são de aço carbono;
- Todas as dimensões em mm;
- Somente o anel interno dos rolamentos gira;
- 3 jogos de pastilhas de metal sinterizado;
- Admitir que o contato é a seco;
- Rotação do eixo: 1000 rpm
- Raio interno da pastilha = 50 mm
- Raio externo da pastilha = 95 mm
- Ângulo de abertura das pastilhas = 60º
- Raio do disco de freio = 100 mm
- Espessura do disco de freio = 5 mm
- O momento torçor no eixo da engrenagem maciça é de 60 N.m
- A inércia do **restante** do equipamento (o qual gira a 200 rpm) é de 2,04 Kg.m2



Dissipação de energia
(Análise)

De acordo com a Lei de Fourier (condução de calor):

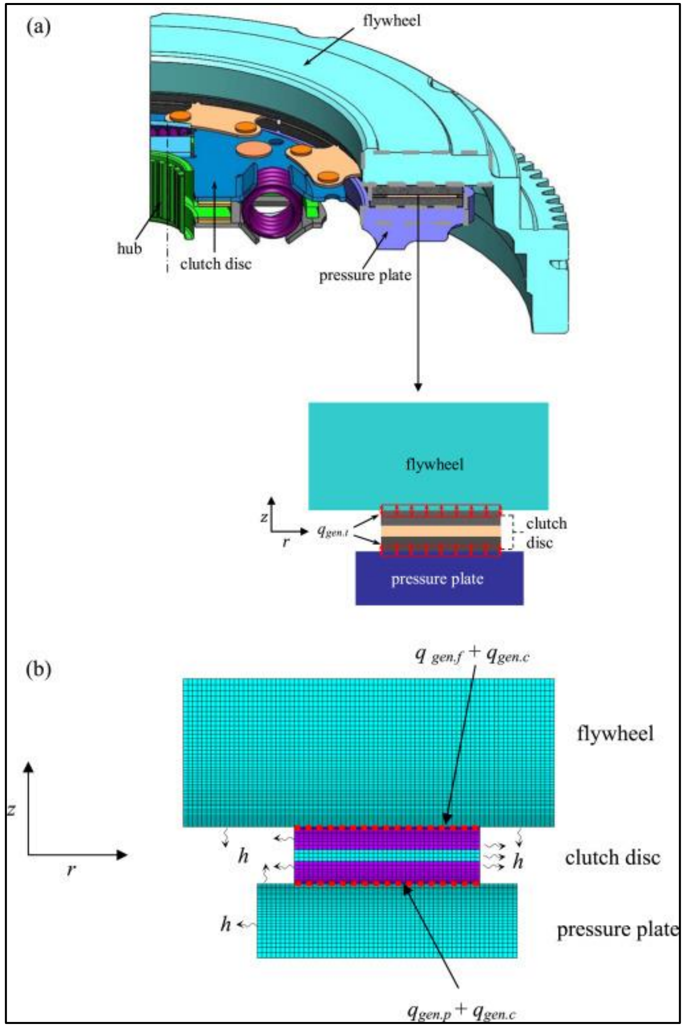


$$q'' = \frac{-k(T_1 - T_2)}{L}$$

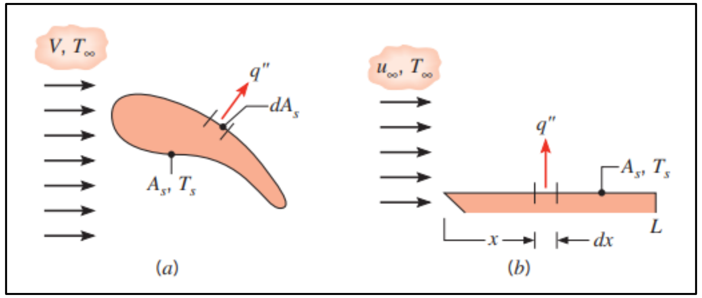
$$q''.A = \frac{-kA(T_1 - T_2)}{L}$$

$$q = \frac{-kA(T_1 - T_2)}{L}$$

q'' = Fluxo de calor (W/m²)
q = Taxa de calor (W)
k = Condutividade Térmica (W/m.K)
T = Temperatura (K)
A = área da secção transversal (m²)
L = comprimento da secção (m)



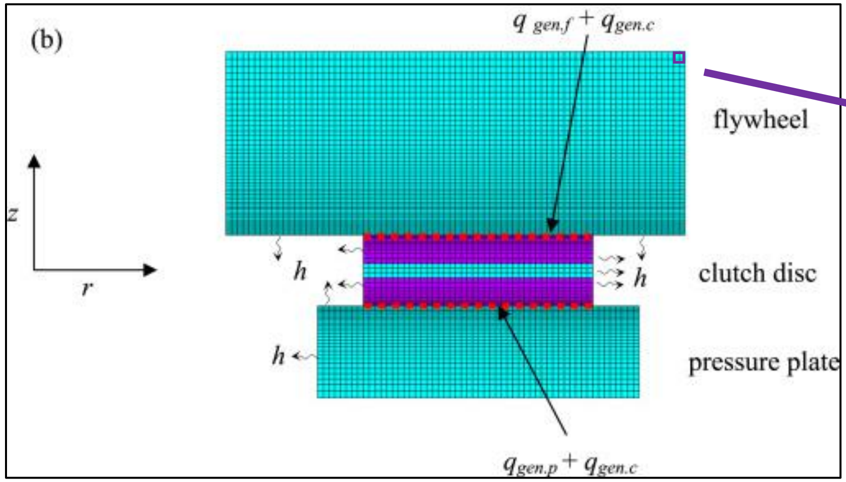
De acordo com a Lei de resfriamento de Newton (convecção):

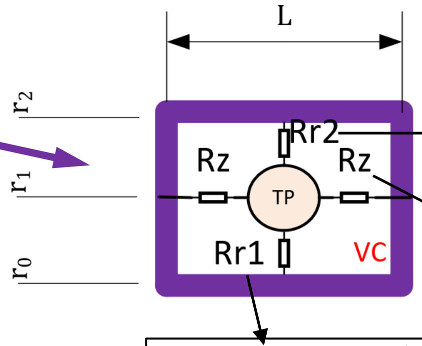


$$q = \bar{h}A(T_s - T_\infty)$$

q = Taxa de calor (W)
$\bar{h}$ = Coeficiente de convecção(W/m².K)
T_s= Temperatura da superfície (K)
T_∞= Temperatura ambiente (K)

DISSIPAÇÃO DE ENERGIA (ANÁLISE)





$$R_{r2} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k L}$$

$$R_z = \frac{k\pi({r_0}^2 - {r_i}^2)}{L}$$

$$R_{r1} = \frac{\ln(r_1/r_0)}{2\pi k L}$$

Taxa de variação de Energia em qualquer Volume de controle (VC)

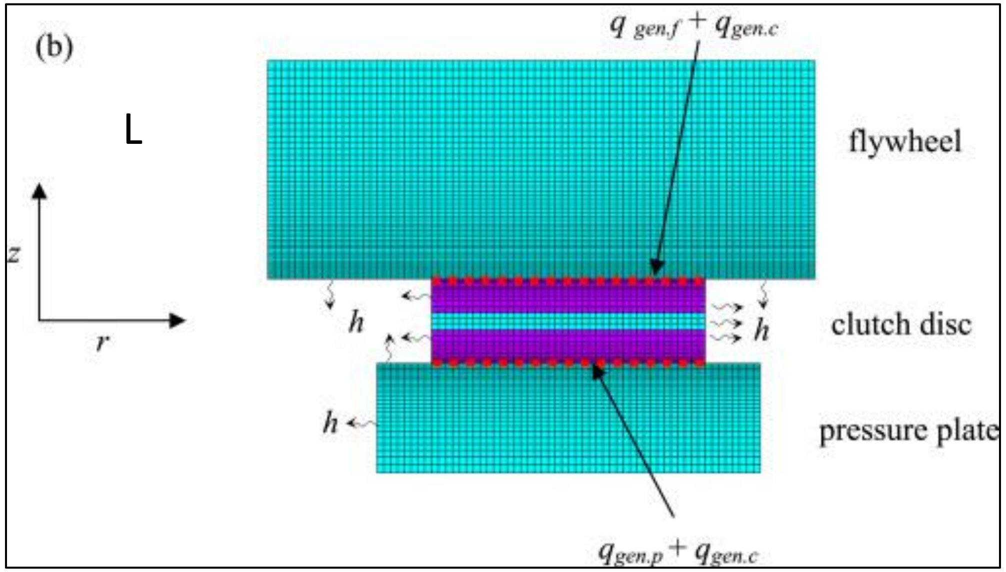
$$Variação\ de\ energia\ pelo\ tempo = Energia\ gerada + Energia\ entra\ - Energia\ sai$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{E}_g + \dot{E}_e - \dot{E}_s$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q} + \left[q_{condução} + q_{convecção}\right]_e - \left[q_{condução} + q_{convecção}\right]_s$$

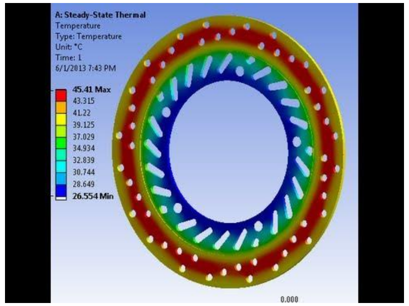
DISSIPAÇÃO DE ENERGIA (ANÁLISE)

- O disco com uma espessura pequena possui uma menor resistência a esforços;
- Se o comprimento do L é significativo então a condução de calor para o disco e armazenamento de energia devem ser consideradas. Pode ser tratado como um problema 2D (em coordenadas cilíndricas ou 3D em coordenadas retangulares);
- Ferramentas numéricas podem ser utilizadas para resolver o problema da montagem de equações de maneira simultânea como: Volumes Finitos, Diferenças Finitas ou Elementos finitos;
- Aumentar a área de troca de calor, condutividade e convecção, tanto do disco quanto do contato reduz a temperatura de maneira não linear.



$$q = \bar{h}A(T_s - T_\infty)$$

Aumento da taxa de calor com aumento da área de superfície



FREIOS TIPO TAMBOR

FREIOS DE TAMBOR

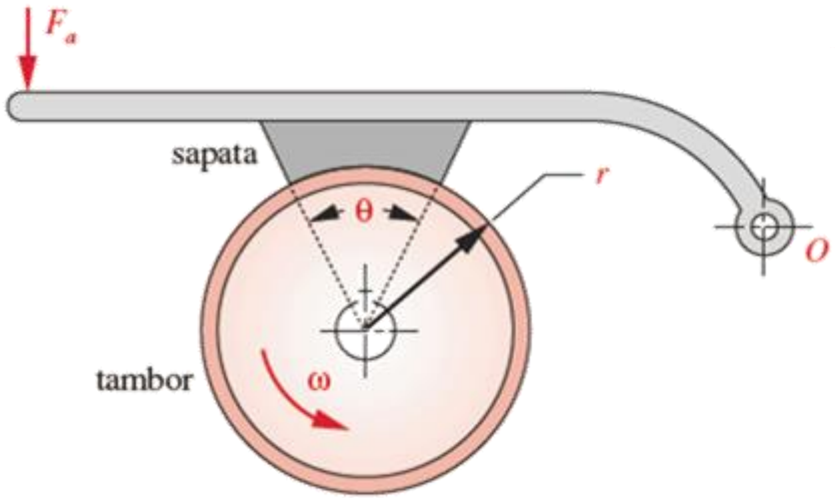
Freios (ou embreagens) de tambor forçam o material de atrito sobre a circunferência de um cilindro, seja externamente, internamente ou em ambas as faces.

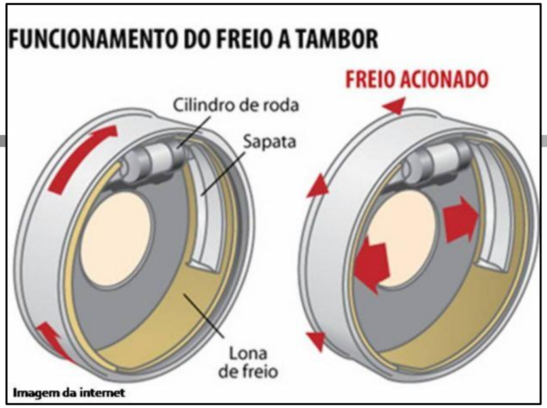
Esses dispositivos são mais frequentemente utilizados como freios que como embreagens.

A parte à qual o material de atrito é rebitado ou colado com adesivo é chamada de **sapata de freio**.

A parte contra a qual atrita é chamada de **tambor de freio**.

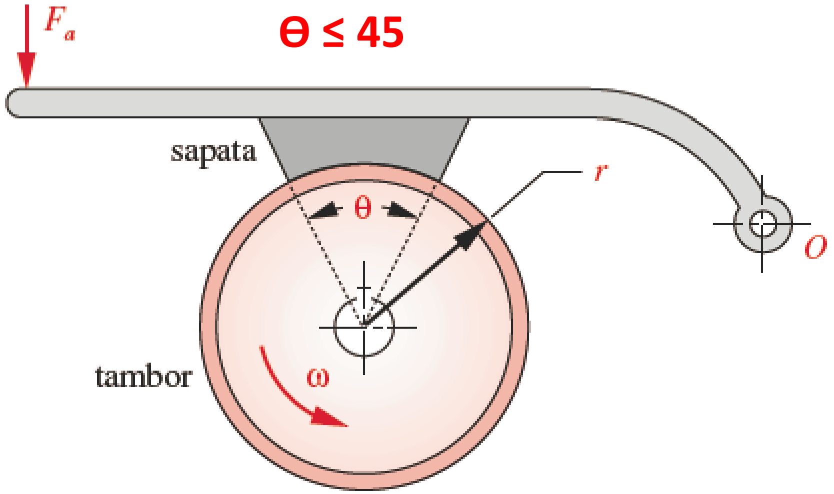
A sapata é forçada contra o tambor para criar um torque de atrito.

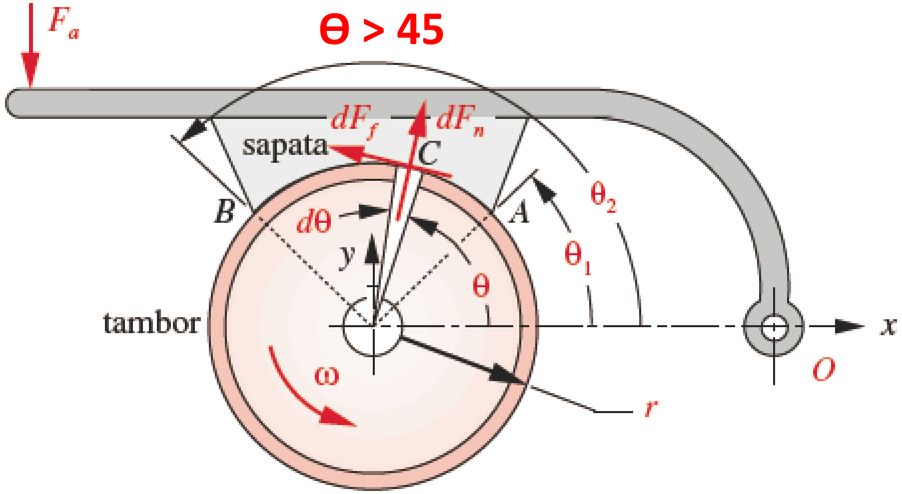




FREIOS DE TAMBOR

Se a sapata contata apenas uma pequena porção angular do tambor, o arranjo é conhecido como um freio de sapata curto. Caso contrário, é um freio de sapata longo.





A geometria de contato no caso curto versus longo requer que um tratamento analítico diferente seja aplicado a cada caso.

FREIOS TIPO TAMBOR

DIMENSIONAMENTO SAPARA CURTA

FREIOS DE TAMBOR COM SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

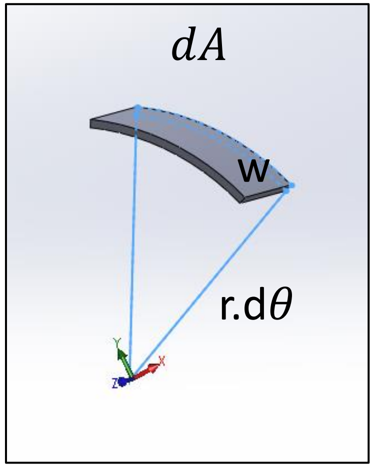
Hipótese: Pressão uniforme e constante (ϴ ≤ 45)

$dF_n = p(\theta).dA$	– Força infinitesimal
$\int dF_n = \int p(\theta).dA$	– Somatório das Forças infinitesimais
$F_n = \int p(\theta).dA$	– Força equivalente

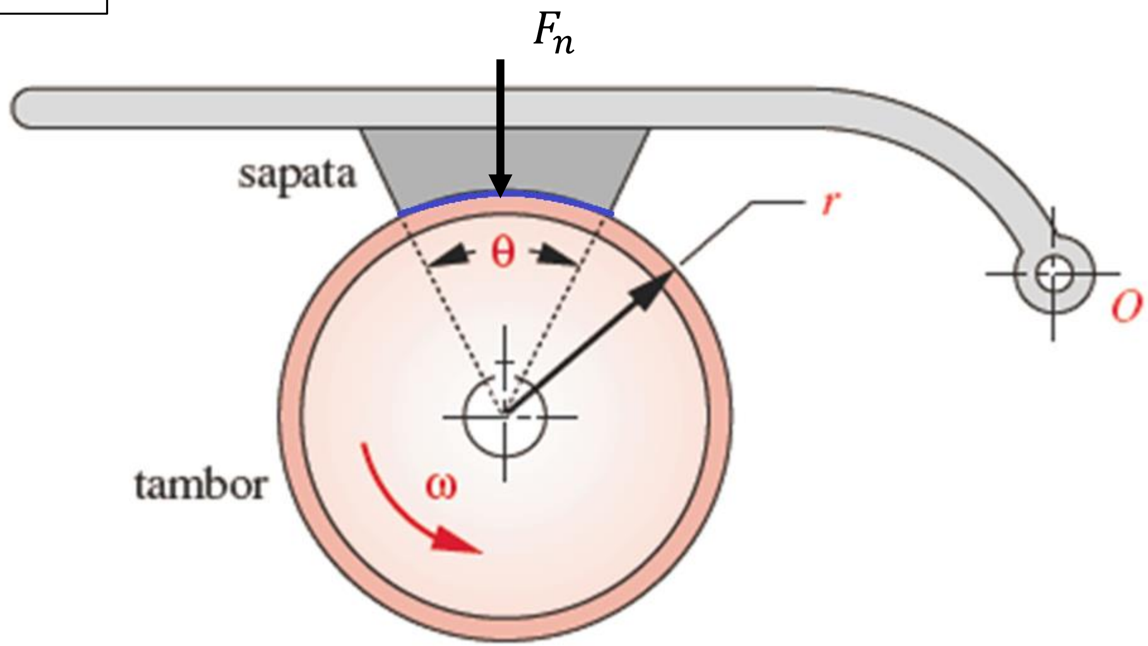
$$F_n = \int_{\theta_1}^{\theta_2} p.w.r.d\theta$$

$F_n = p_{máx}.r.\theta.w$ - Força Normal

$F_f = \mu.F_n$ - Força Tangencial



$dA = \int_{\theta_1}^{\theta_2} w.r.d\theta$



FREIOS DE TAMBOR COM SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

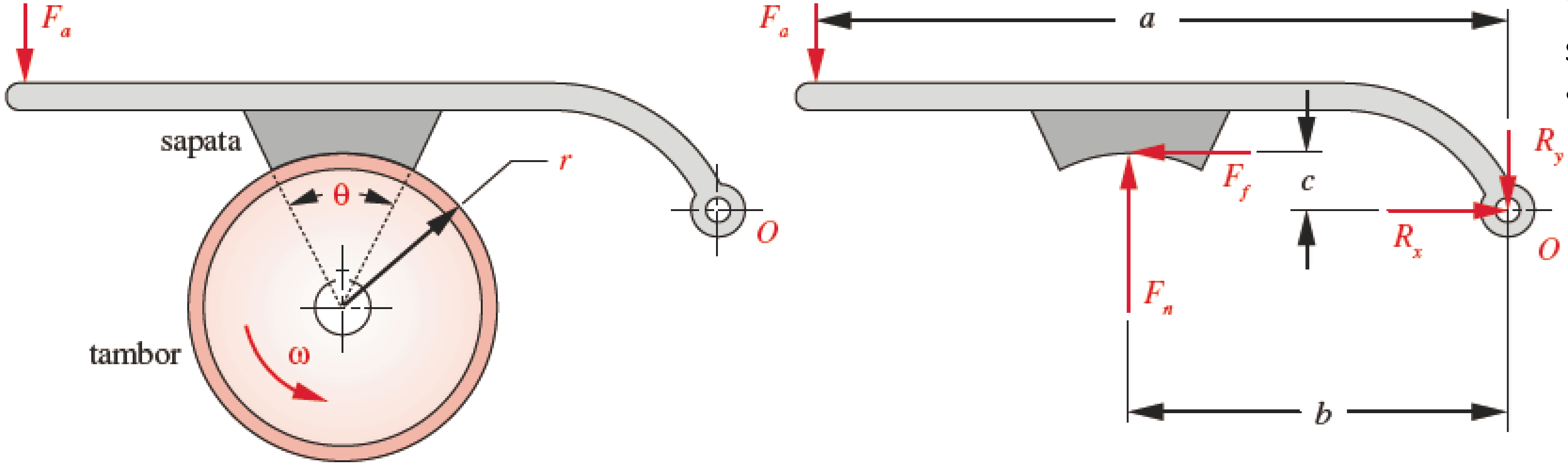
Hipótese: Pressão uniforme e constante (ϴ ≤ 45)

Para qualquer valor de máxima pressão permissível na forração p_{max}, a força f_n pode ser estimada como:

$$F_n = p_{\max} r\theta w \quad (1) \qquad P_{material} = P_{máx} \;.\; C.S.$$

Onde *w* é a largura da sapata de freio na direção *z* e θ, o ângulo subtendido, em radianos. A força de atrito F_f é

$$F_f = \mu F_n \quad (2)$$



Obs:

- F_f e F_n representam a ação do tambor sobre a sapata.
- Para ϴ ≤ 45 a sapata é chamada de ***CURTA***.
  ϴ = ângulo de arco de contato [rad]

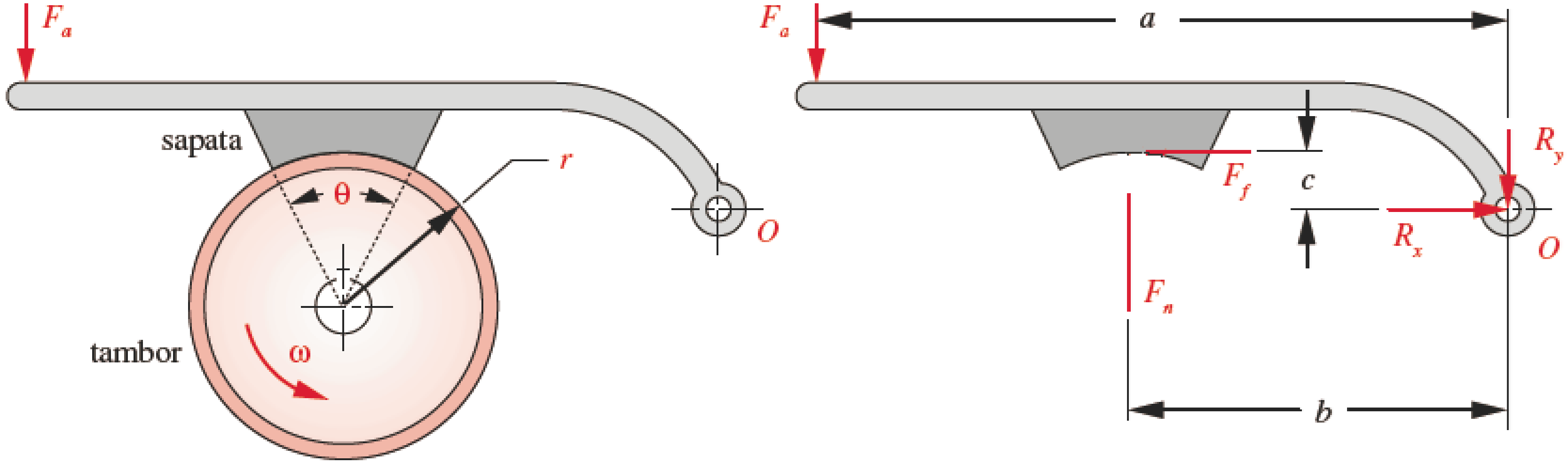
F_a → Força de frenagem
F_n → Força Normal
F_f → Força de atrito (μ.F_n)
μ → Coeficiente de Atrito
r → Raio do Tambor

FREIOS DE TAMBOR COM SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

O momento de frenagem é o momento da força de atrito em relação ao eixo de rotação do tambor, que é:

$$M = F_f.r = \mu \cdot F_n \cdot r \qquad (3)$$

Para ter a força de frenagem que deve ser aplicada em função da força normal, faz-se:



Anti - Horário $\quad \sum M_o = 0 \therefore F_a.a - F_n.b + F_f.c = 0$

$$F_a = F_n.\frac{b - c.\mu}{a} \qquad (4) \quad \textbf{autoenergizante}$$

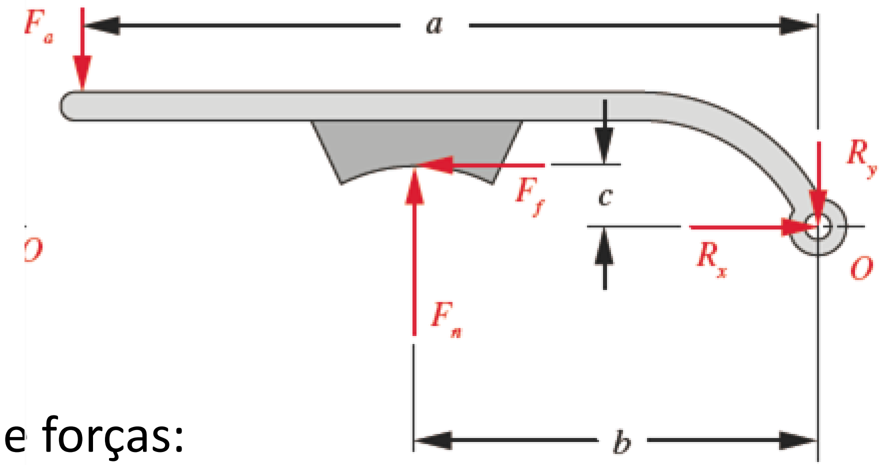
$\sum M_o = 0 \therefore F_a.a - F_n.b - F_f.c = 0 \quad$ Horário

$$F_a = F_n.\frac{b + c.\mu}{a} \qquad (5) \quad \textbf{autodesenergizante}$$

FREIOS DE TAMBOR COM SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

Para ter a força de frenagem em função do momento de frenagem, basta por a *Fn* em evidência e subsituir **3** em **4** ou em **5**

$$F_a = \frac{M}{\mu r} \cdot \frac{b \pm c.\mu}{a}$$



As forças de reação no pivô são determinadas a partir do somatório de forças:

$$\sum \boldsymbol{F_x} = \mathbf{0}$$

$$R_x + F_f = 0$$
$$R_x = -F_f$$

$$\sum \boldsymbol{F_y} = \mathbf{0}$$

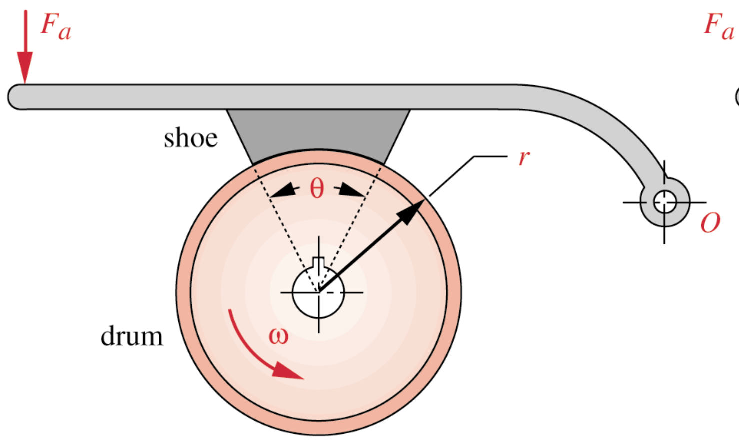
$$R_y - F_a + F_n = 0$$
$$R_y = F_a - F_n$$

FREIOS DE TAMBOR COM SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

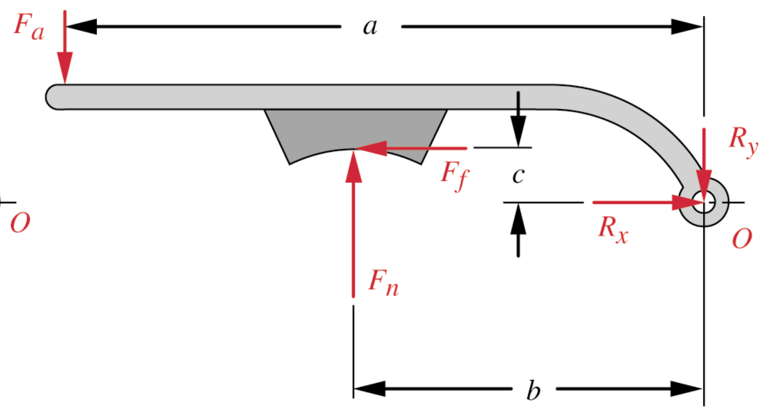
EXERCÍCIO: para o arranjo de freio de tambor mostrado na figura, determine a razão *c* / *r* que irá produzir uma relação de auto-energização F_n / F_a de 2. Encontre também a razão c / r que irá causar o autotravamento.

Dados: as dimensões são *a* = *b* = 6, *r* = 5.

Coeficiente de atrito para forração moldada a seco



(a) Brake assembly



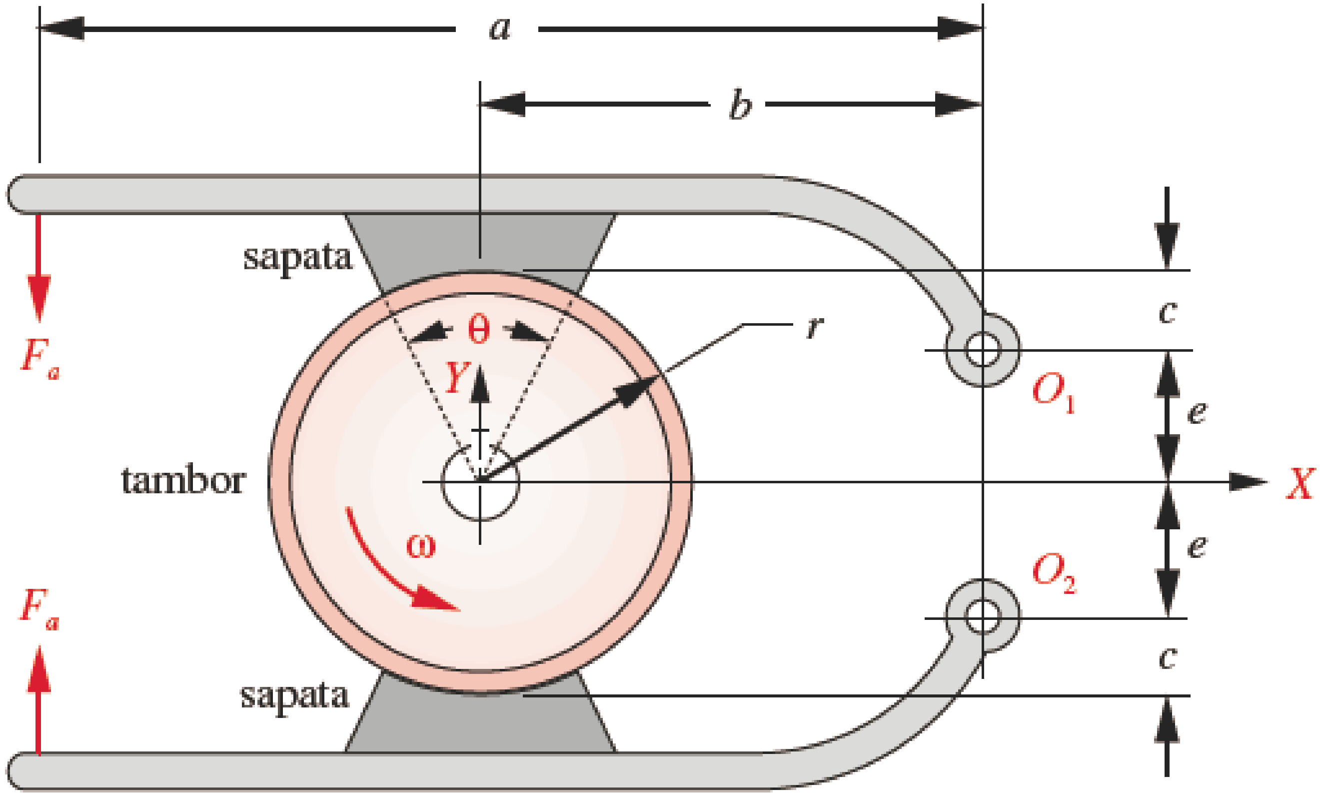
(b) Free-body diagram

FREIOS DE TAMBOR COM *DUAS* SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

No freio com uma sapata é aplicada ao tambor e ao eixo uma força radial F_n que pode provocar:

- ✓ Tensões elevadas sobre o eixo (Aumento δ)
- ✓ Tensões elevadas nos mancais (Aumento de custo)

Desta forma, muitas vezes se aplica o freio com duas sapatas para evitar estes inconvenientes.



FREIOS DE TAMBOR COM *DUAS* SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

Como, em geral

$$F_{1a} = F_{2a} = F_a$$

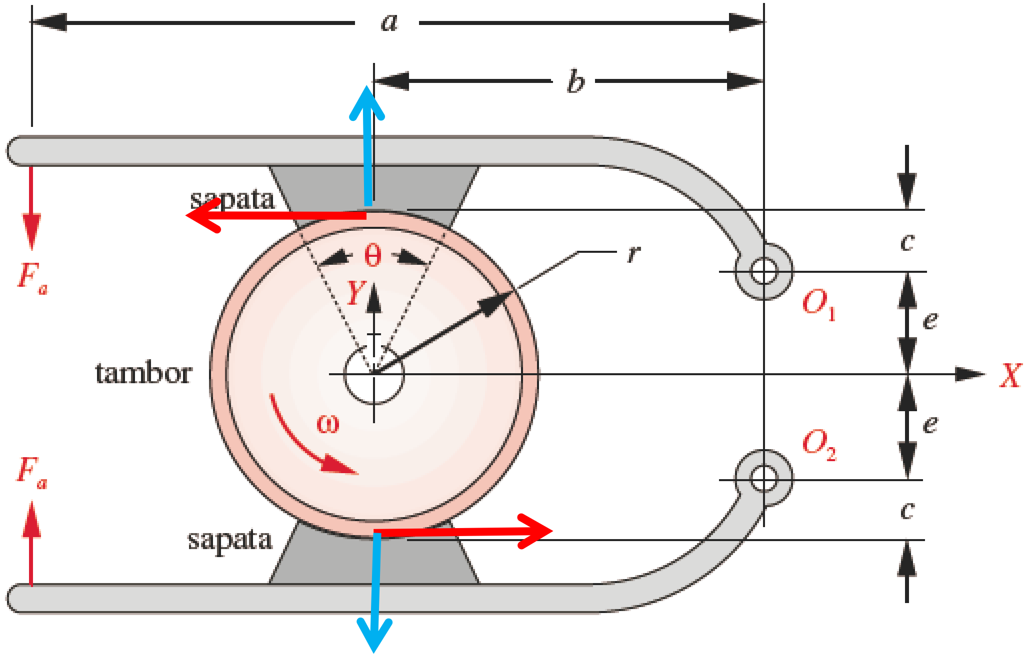
$$\therefore \quad M = M_1 + M_2$$

temos:

$$M_1 = \mu . r . F_{1a} . \frac{a}{b \mp \mu . c}$$

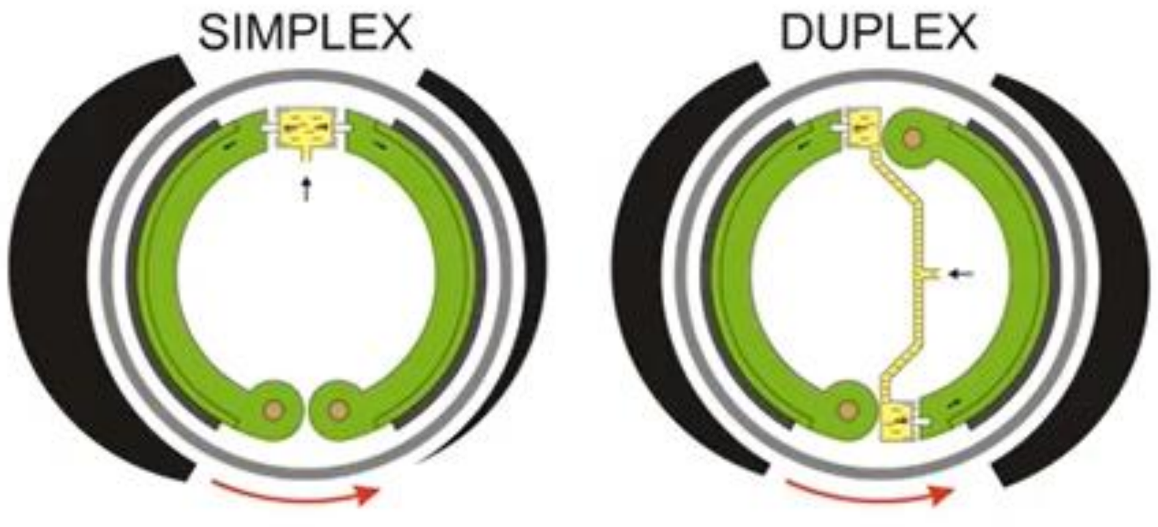
$$M_2 = \mu . r . F_{2a} . \frac{a}{b \pm \mu . c}$$

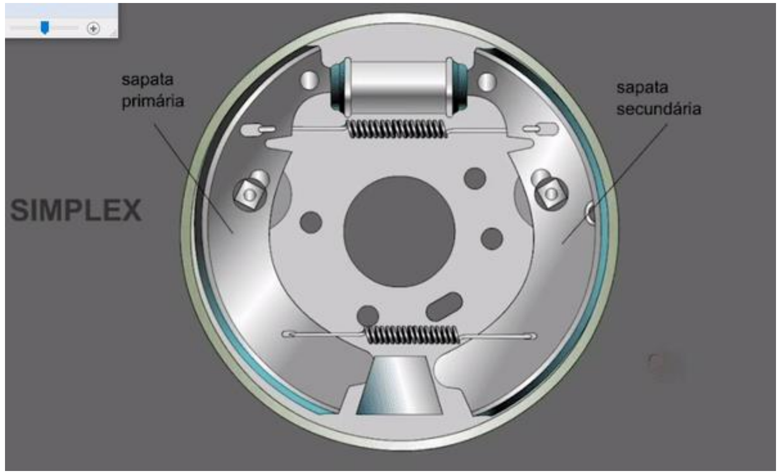
$$M = \mu . r . F_a . a \left(\frac{1}{b \mp \mu . c} + \frac{1}{b \pm \mu . c} \right)$$



Desta forma, alternando-se o sentido de rotação do tambor o momento de frenagem (*M*) não se altera.

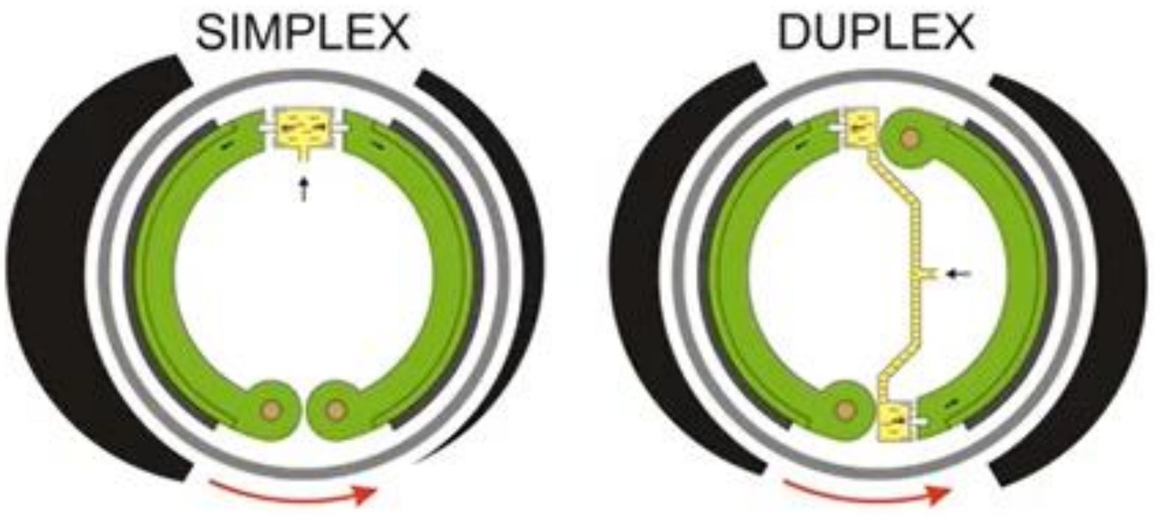
APLICAÇÕES REAIS – SAPATAS INTERNAS

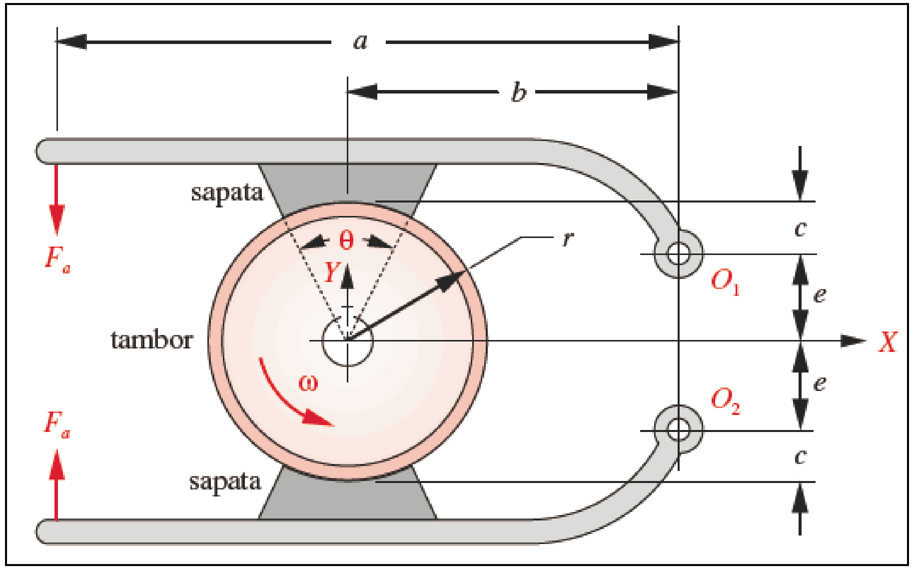


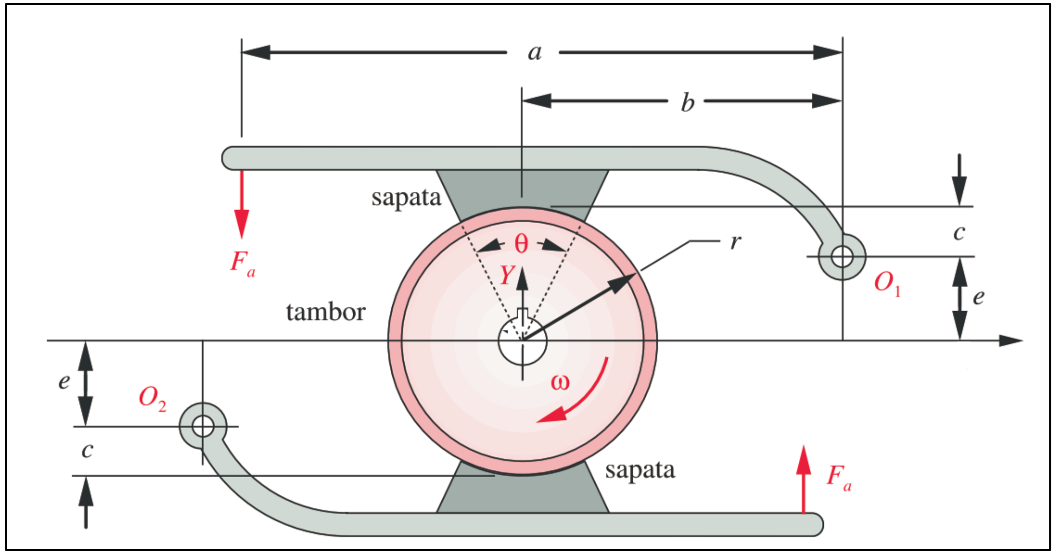


Qual o posicionamento da força de atuação em relação ao sentido de rotação?

APLICAÇÕES REAIS – SAPATAS INTERNAS





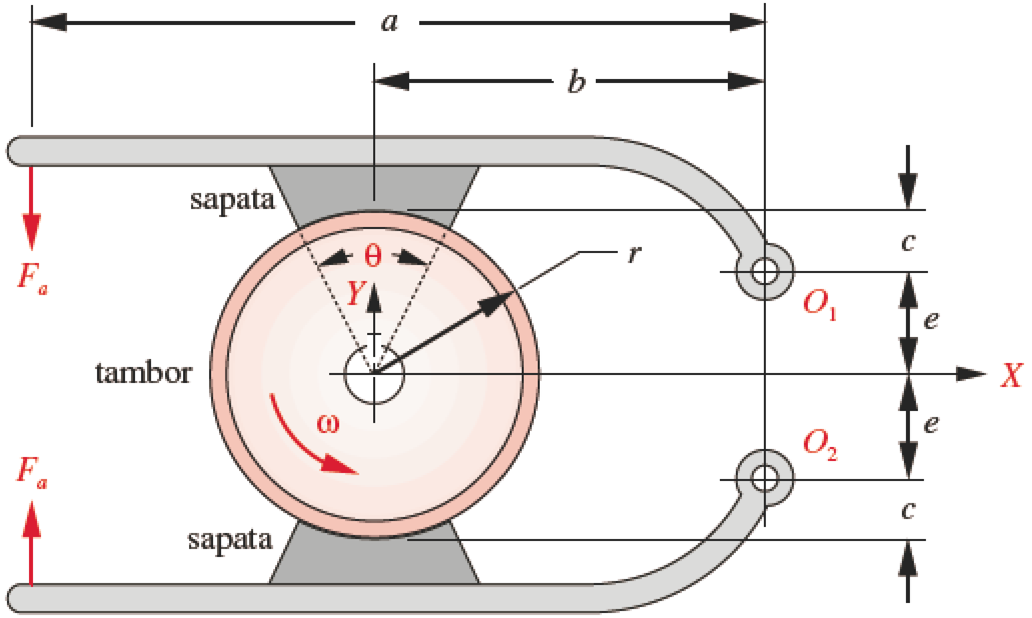


EXERCÍCIO 4

FREIOS DE TAMBOR COM *DUAS* SAPATAS EXTERNAS CURTAS:

EXERCÍCIO: Encontre a capacidade de torque e a força atuante requerida do freio de tambor com duas sapatas curtas mostrados abaixo. Considere a = 375, b = 200, e = 75, r= 120 mm e θ = 25°. Que valor de c o tornará autotravante? Pressuponha $p_{max} = p_{sapata\ superior}$ = 10MPa, w = 50mm e μ=0,28.

Dica:Calcule o efeito de cada uma das sapatas separadamente e depois suporponha-os.



Formulário:

Sapata Curta

$p = cte$ - Pressão

$F_n = p_{máx}.r.\theta.w$ - Força Normal (Radial)

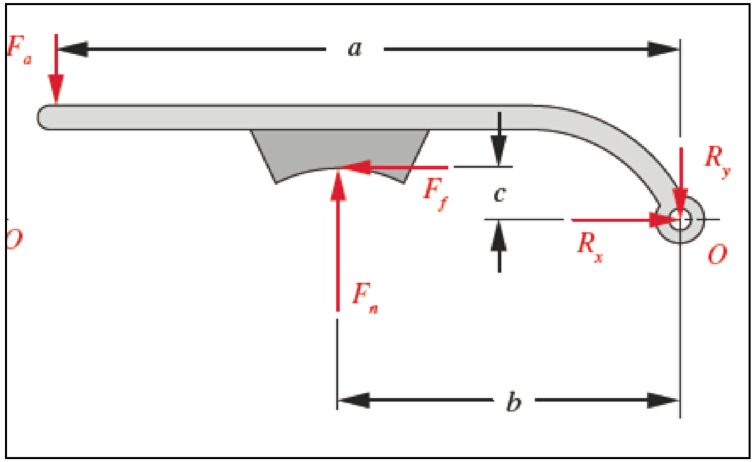
$F_f = \mu.F_n$ - Força Tangencial

$M = \mu.F_n.r$ - Torque

$F_a = F_n \frac{b \pm c\mu}{a}$ - Força de frenagem

$F_a = \frac{M}{\mu R}\frac{b \pm c\mu}{a}$ - Força de frenagem

(Menor solicitação de frenagem = autoenergizante)



Sapata Curta (Simplex)

$$F_{1,a} = F_{2,a} = F_a$$
$$M = M_1 + M_2$$

$$\sum \boldsymbol{F} = \mathbf{0}$$

$$M_1 = F_{1,a}\,\mu R \frac{a}{b \pm c\mu}$$
$$M_2 = F_{2a}\,\mu R \frac{a}{b \pm c\mu}$$

$$\sum \boldsymbol{M} = \mathbf{0}$$