

Relatório de Sistemas Autónomos [LMP]

Murillo Teixeira - 105038
murillo.teixeira@tecnico.ulisboa.pt

Pedro Bernardes - 100057
pedro.bernardes@tecnico.ulisboa.pt

Afonso Nobre - 99883
afonso.nobre@tecnico.ulisboa.pt

Mauro Neves - 96284
mauro.neves@tecnico.ulisboa.pt

Abstract—Este trabalho apresenta a implementação do método de localização de Monte Carlo, algoritmo amplamente utilizado para resolver o problema de localização global de sistemas autónomos. Foram recolhidos dados para teste com o robô Pioneer3DX e realizada a análise dos resultados obtidos em diferentes ambientes.

I. INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

A localização de robôs móveis é um problema que consiste em estimar a sua posição num determinado ambiente. Muitas vezes designado por *pose estimation*, o problema da localização tem duas variantes muito importantes: **global localization** e **position tracking**. A principal diferença entre as duas é que na *global localization* o robô não tem conhecimento da sua posição inicial; enquanto que na segunda o robô parte de uma pose (posição + orientação) previamente conhecida. Nos dias de hoje, diversas tarefas no contexto da robótica exigem informação sobre a localização dos objectos que estão a ser manipulados. Por conseguinte, a capacidade de um robô se localizar desempenha um papel importante nas recentes aplicações de robôs móveis. Apesar de ser um método relativamente recente, a Monte Carlo Localization (MCL) já se tornou um algoritmo bastante popular no campo da robótica, uma vez que: é fácil de implementar; tende a funcionar bem numa vasta gama de problemas de localização; reduz drasticamente a quantidade de memória necessária, em comparação com a localização baseada em *grid* e pode integrar medições a uma frequência consideravelmente mais elevada.

II. ALGORITMOS E MÉTODOS

A. Monte Carlo Localization

Também conhecido por algoritmo de filtros de partículas, a ideia chave consiste em determinar a pose x de um robô num determinado ambiente. Para tal, é gerado um conjunto de N partículas aleatórias $\mathcal{X} = \{x^{[1]}, x^{[2]}, \dots, x^{[N]}\}$, que representam a crença da pose. Para o problema de localização de um robô num ambiente 2D, cada partícula representa um possível estado do robô (x, y, θ) , e para cada partícula é atribuído um fator de importância (peso de cada partícula, w). Um conjunto de partículas constitui uma aproximação discreta de uma distribuição de probabilidade. O MCL processa-se em três partes principais: **motion model** - quando o robô se move, são geradas N novas partículas que aproximam a posição do robô após o comando de movimento - **measurement model** - quando o robô deteta o seu ambiente, atribui um peso w a cada partícula - e **resampling** - em que se elegem N novas

partículas da crença anterior, de acordo com a distribuição dos pesos. [2] A seguir são especificadas em detalhe cada uma dessas 3 partes.

B. Motion model: Odometry motion model

O modelo de movimento escolhido foi o **odometry motion model**, que utiliza informação relativa da odometria interna do robô. Supondo que, num intervalo de tempo $[t-1, t]$, o robô avance da pose x_{t-1} para x_t , os dados de odometria que são reportados indicam um avanço relativo desde $\bar{x}_{t-1} = (\bar{x} \ \bar{y} \ \bar{\theta})$ até $\bar{x}'_t = (\bar{x}' \ \bar{y}' \ \bar{\theta}')$. Importa salientar que estas medidas de odometria estão incorporadas dentro do referencial de coordenadas intrínseco ao robô, cuja relação com as coordenadas do mundo real é desconhecida, daí a utilização das barras por cima das variáveis. Deste modo, a diferença entre as duas poses serve como um bom indicador no que diz respeito à informação de movimento, isto é, odometria relativa do robô (u_t): $u_t = \bar{x}_t - \bar{x}_{t-1}$. A movimentação do robô surge como a sequência de três etapas: uma rotação, seguida de uma translação e, no fim, mais uma rotação. Para efeitos de ilustração, pode observar-se a figura abaixo (Fig. 1) [1].

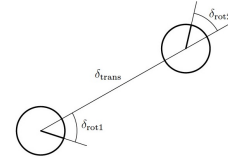


Fig. 1: Odometry Motion Model

Algorithm 1 Odometry Motion Model

- 1: $\delta_{rot1} = \text{atan2}(\bar{y}' - \bar{y}, \bar{x}' - \bar{x})$
 - 2: $\delta_{trans} = \sqrt{(\bar{x} - \bar{x}')^2 + (\bar{y} - \bar{y}')^2}$
 - 3: $\delta_{rot2} = \bar{\theta}' - \bar{\theta} - \delta_{rot1}$
 - 4: $\hat{\delta}_{rot1} = \delta_{rot1} - \text{sample}(0, \alpha_1 \delta_{rot1} + \alpha_2 \delta_{trans})$
 - 5: $\hat{\delta}_{trans} = \delta_{trans} - \text{sample}(0, \alpha_3 \delta_{trans} + \alpha_4 (\delta_{rot1} + \delta_{rot2}))$
 - 6: $\hat{\delta}_{rot2} = \delta_{rot2} - \text{sample}(0, \alpha_1 \delta_{rot2} + \alpha_2 \delta_{trans})$
 - 7: $x' = x + \hat{\delta}_{trans} \cos(\theta + \hat{\delta}_{rot1})$
 - 8: $y' = y + \hat{\delta}_{trans} \sin(\theta + \hat{\delta}_{rot1})$
 - 9: $\theta' = \theta + \hat{\delta}_{rot1} + \hat{\delta}_{rot2}$
 - 10: return $x_t = (x', y', \theta')^T$
-

No Algoritmo 1 [1] pode verificar-se o pseudocódigo referente ao método utilizado para calcular x_t . Este algoritmo recebe como dados de entrada os dados de odometria relativa do robô u_t e a pose anterior, x_{t-1} , gerando uma amostra de partículas distribuídas de acordo com $p(x_t|u_t, x_{t-1})$. Para tal, faz-se uso da função $\text{sample}(\mu, \sigma^2)$. As variáveis α dizem respeito aos parâmetros de ruído especificados pela implementação.

C. Measurement model: Likelihood field model

Os modelos de medição descrevem o processo de formação através do qual as medições sensoriais são produzidas no mundo físico. De modo formal, o *measurement model* é definido como uma distribuição de probabilidade condicional $p(z_t|x_t, m)$, em que x_t diz respeito à pose do robô, z_t é a medição no instante t e m é o mapa do ambiente estudado. O modelo escolhido para o desenvolvimento deste trabalho passa por projetar os pontos finais de um sensor z_t no espaço de coordenadas globais do mapa m . Para isto acontecer, é preciso saber em que coordenadas do mapa se encontra o sistema de coordenadas do robô, em que ponto do robô se origina o feixe do sensor z_k e para onde aponta. Mantendo uma visão bidimensional do ambiente, assume-se que a localização relativa do sensor no sistema de coordenadas local fixo do robô por $(x_{k;sens} \ y_{k;sens})^T$, e a orientação angular do feixe do sensor em relação à direção do robô por $\theta_{k;sens}$.

O ponto final de cada medição, z_k^t , é agora mapeado no sistema de coordenadas global através de uma transformação trigonométrica que leva em conta a posição da partícula, a posição relativa do sensor, o ângulo da medição feita pelo laser e o *range* medido.

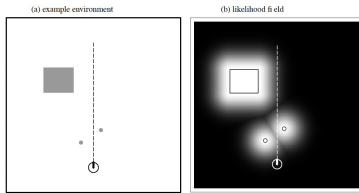


Fig. 2: Exemplo do *Likelihood field* (b)

O ruído resultante do processo de medição é modelado utilizando Gaussianas. No espaço x-y, isto implica encontrar o obstáculo mais próximo no mapa. Seja $dist$ a distância euclidiana entre as coordenadas de medição $(x_{z_t}^k \ y_{z_t}^k)^T$ e o objeto mais próximo no mapa m . Então, a probabilidade de uma medição do sensor é dada por uma distribuição gaussiana centrada em zero que modela o ruído do sensor: $p_{hit}(z_k^t|x_t, m) = \varepsilon_{\sigma_{hit}^2}(dist^2)$. A Figura 2a mostra um mapa e a Figura 2b mostra a probabilidade gaussiana correspondente para os pontos de medição $(x_{z_t}^k \ y_{z_t}^k)^T$ no espaço 2-D. Quanto mais clara for uma região, maior é a probabilidade de se detectar um objeto com um laser.

Após o cálculo de p_{hit}^k para cada uma das k leituras, os pesos podem ser definidos como a produtória de $z_{hit}p_{hit}^k + z_{rand}$

para cada valor de k . Os parâmetros z_{hit} e z_{rand} são as importâncias dadas à leitura e a uma componente aleatória que provém de possíveis erros de medição, definidos pelo implementador. [1]

D. Resampler: Low Variance Resampler

O processo de reamostragem num filtro de partículas remove as partículas com um peso de importância baixo e substitui-as por partículas com um peso elevado. Sem este passo, a maioria das partículas representaria estados com baixa probabilidade após algum tempo. O método de amostragem escolhido foi o *Low Variance Resampler*, que é utilizado para reduzir a variância da distribuição discreta das partículas. Inicialmente, é calculado um número aleatório com valor máximo equivalente ao inverso do número de partículas e estabelece-se um *threshold* que varia de acordo com a indexação da partícula na estrutura de dados. O critério de escolha de uma partícula recai então sobre se a soma cumulativa de todos os pesos das partículas contabilizadas pelo algoritmo ultrapassa esse *threshold* ou não. Isto é ilustrado pelo Algoritmo 2. [1]

Algorithm 2 Low Variance Resampler.

```

1:  $\bar{\mathcal{X}}_t = \emptyset$ 
2:  $r = \text{rand}(0; M^{-1})$ 
3:  $c = w_t^{[1]}$ 
4:  $i = 1$ 
5: for  $m = 1$  to  $M$  do
6:    $u = r + (m - 1) \cdot M^{-1}$ 
7:   while  $u > c$  do
8:      $i = i + 1$ 
9:      $c = c + w_t^{[i]}$ 
10:  end while
11:  add  $x_t^{[i]}$  to  $\bar{\mathcal{X}}_t$ 
12: end for
13: return  $\bar{\mathcal{X}}_t$ 
```

III. IMPLEMENTAÇÃO

A. Rosnode monte_carlo_localization

Toda a implementação da solução foi realizada seguindo a estrutura de um pacote para o ROS (*Robotic Operating System*). O pacote conta com um *roscpp* (implementado por meio da biblioteca *rospy*) que possui *Subscribers* para ler os dados provenientes da odometria (*rostopic \pose*) e do laser (*rostopic \scan*).

Na inicialização do nó, são instanciados objetos das classes *Map*, onde é guardado o mapa e calculado o seu *likelihood field* e *ParticleFilter*, que lida com as partículas e implementa de facto o filtro usado para o cálculo das posições. Dentro do *ParticleFilter* são inicializadas as partículas (local ou globalmente, dependendo do problema a ser resolvido), instanciadas pela classe *ParticleSet* que estende a *np.ndarray*.

O nó conta ainda com um timer para a execução iterativa do algoritmo, com a frequência definida no arquivo *config.yaml*. No callback desse timer são chamadas as

funções principais do Monte Carlo Localization. Inicialmente, é chamado o método que realiza a movimentação das partículas a partir dos dados da odometria. Seguidamente é chamado o método do *likelihood field algorithm*, que calcula os pesos das partículas a partir dos dados de medição do laser. Com os pesos calculados, as partículas que estão fora do mapa têm o seu peso atualizado para zero e em seguida esses pesos são normalizados (uma exigência do *Low Variance Resampler*). Por fim, caso o número efetivo de partículas seja menor que o *threshold* estabelecido, é realizado o *resampling*.

A visualização dos resultados é feita através da utilização da classe *Visualizer*, que atualiza os plots das partículas, odometria e da visualização das leituras do laser em tempo real usando a biblioteca *matplotlib*.

B. Odometry Motion Model

A versão do Odometry Motion Model implementada pelo grupo de trabalho seguiu passo por passo a algoritmia matemática descrita no respetivo pseudo-código apresentado. Para o efeito, recorreu-se às funções disponibilizadas pela biblioteca *numpy* do *Python*. O bom funcionamento deste algoritmo foi testado num ambiente de microsimulação com dados fabricados pelo grupo. Neste teste, procurou-se garantir que as partículas eram capazes de descrever um caminho de forma coerente com os dados a que o algoritmo foi sujeito, com e sem ruído introduzido nos dados.

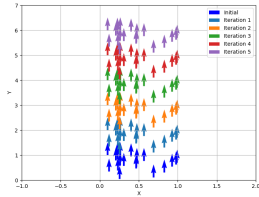


Fig. 3: Simulação sem ruído

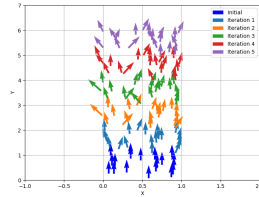


Fig. 4: Simulação com ruído

Em relação à implementação real do *motion model*, os dados de odometria foram adquiridos através da função *rospy.Subscriber()* da biblioteca *rospy*, que comunica com o *rostopic \pose*, onde o robô guarda os dados da odometria. Os dados disponibilizados descrevem um deslocamento relativo a uma referência inicial do robô, ou seja, os dados obtidos em cada período de deslocação são relativos a um único ponto fictício, não sendo possível obter diretamente o valor da deslocação entre *callbacks* (que corresponde ao tipo de dados relevantes para a nossa implementação). Assim, foi necessário recorrer à salvaguarda de dados de odometria anteriores, para se proceder ao cálculo das deslocações relativas entre *callbacks*. Para além disto, foi necessário fazer ainda a conversão de alguns dados passados pelo *\pose* para unidades tratáveis pela implementação, nomeadamente os dados relativos à orientação do robô, que se encontravam em forma quarteniana. Assim, procedeu-se ao desenvolvimento de uma função que realizasse a conversão dos dados para coordenadas eulerianas.

Para além disto, na execução de testes com dados retirados de *rosbags* levantadas pelo grupo, verificou-se que os parâmetros α que melhor descrevem potenciais erros nos dados adquiridos pela odometria do robô são [0.01, 0.01, 0.4, 0.008]. O método para obtenção destes parâmetros baseou-se essencialmente na análise qualitativa dos resultados obtidos.

C. Likelihood Field Algorithm

De forma a simplificar a implementação deste algoritmo e acelerar a sua execução, o likelihood field foi calculado com antecedência no processo de inicialização do mapa, por meio da função *distance_transform_edt* da biblioteca *scipy.ndimage*.

Assim, para o cálculo dos pesos torna-se necessário somente calcular as posições das leituras do laser para cada uma das partículas, como descrito na subsecção II-C e realizar um posterior cruzamento de dados com o likelihood field, que fornece o valor de p_{hit} . Após isso, o cálculo do peso de cada partícula se dá como o produto entre os diversos $z_{hit}p_{hit} + z_{rand}$ de cada leitura.

Antes de implementar no ambiente do nó com as demais funções, foi feita a microsimulação que pode ser vista na Fig. 5. Nela, é possível perceber, no canto superior esquerdo, a simulação da partícula original, de onde são tiradas os ranges do laser, e 8 partículas em posições ligeiramente diferentes da original, com os respectivos pesos calculados acima de cada plot. Foi possível validar, com essa simulação, que de fato o quão mais próximas da posição real as partículas estiverem, maior o peso calculado.

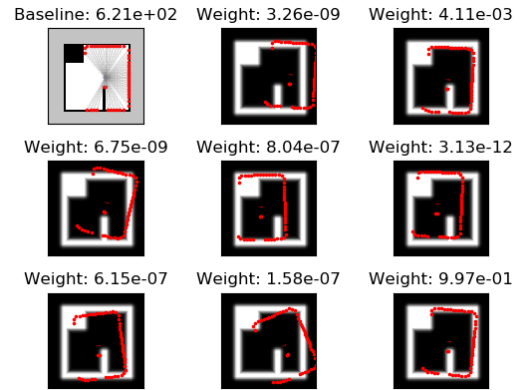


Fig. 5: Microsimulação do algoritmo de likelihood field

D. Low Variance Resampler

Mais uma vez, e à semelhança do que foi feito na implementação do *Odometry Motion Model*, o grupo desenvolveu código para esta parte do projeto seguindo a algoritmia matemática apresentada no pseudo-código, com o auxílio da biblioteca *numpy*. Executaram-se testes num ambiente de simulação com dados fabricados, procurando que o número total de partículas não convergisse para um ponto único do mapa, preservando assim a hipótese de correção de possíveis

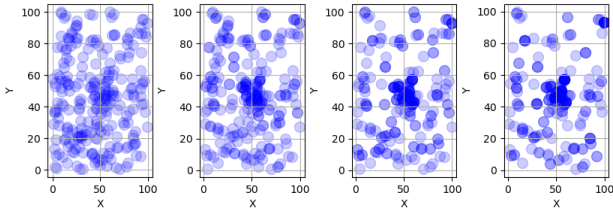


Fig. 6: Exemplo de uma microsimulação do algoritmo de Reamostragem

erros na atribuição dos pesos ou nalgum processo de *resampling* anterior.

Foram ainda desenvolvidos alguns métodos para uma utilização mais criteriosa do *resampler*, com o objetivo de combater a convergência exagerada de partículas e para desprezar partículas que, depois da aplicação do *motion model*, saíssem do mapa. No combate da convergência indesejada, calculou-se um parâmetro relativo aos pesos das partículas que indica se a distribuição das partículas apresenta uma variância demasiado grande e, portanto, se precisa de ser atualizada. Este parâmetro é o $n_{eff} = \frac{1}{\sum_{m=1}^M (w_t^{(m)})^2}$. O n_{eff} funciona como uma estimativa da variância da distribuição dos pesos das partículas que é comparável com o número de partículas existente no conjunto. Assim, este parâmetro permite estabelecer um *threshold* fixo relacionado com o número de partículas, que também é um parâmetro fixo no nosso algoritmo. Depois de alguns testes, o grupo chegou à conclusão que se devia fazer *resampling* assim que $n_{eff} < 0.9M$, com M = número de partículas. Ao longo dos testes, verificou-se também que o algoritmo perdia alguma exatidão e precisão na localização final devido a partículas que saíam do mapa, mas às quais era possível atribuir algum peso. Assim, desenvolveu-se código que eliminasse as partículas que se encontravam fora do mapa. Este código converte a posição em metros do robô para a posição em pixels dentro do mapa. De seguida, verifica se a posição em questão corresponde à uma zona branca do mapa e depois elimina os pesos das partículas que não foram sinalizadas.

E. Estimador da posição

Para estimar a posição do robô, foi utilizado o algoritmo K-Means de *clustering* do *sklearn.cluster*, para separar os resultados em *clusters* de partículas. A partir da média da posição e orientação das partículas do *cluster* mais populoso é estimada a posição e orientação do robô. O número de clusters é definido de acordo com a quantidade de regiões distintas em que se concentram partículas.

IV. RESULTADOS

Para avaliar a performance do algoritmo implementado, o grupo optou por realizar testes em duas vertentes: *position tracking* e *global localization*. No caso de *position tracking*, a posição inicial do robô é conhecida e as partículas são inicializadas ao seu redor de acordo com uma distribuição gaussiana de variância conhecida ($50cm^2$). Por outro lado,

no caso de *global localization*, nada se sabe sobre a posição inicial do robô e as partículas são inicializadas e distribuídas uniformemente pelo mapa.

Como *baseline* comparativa para os resultados obtidos, foram utilizados os *outputs* do pacote *amcl* do ROS [3], que implementa o algoritmo *Adaptative Monte Carlo Localization*. Vale realçar que o próprio *amcl* nem sempre alcança o *ground truth*, mas constitui uma boa base comparativa, dada a sua eficiência.

Tanto nos testes de *position tracking* quanto nos de *global localization* foram utilizadas 5000 partículas. Na secção IV-E a performance do algoritmo é avaliada face ao número de partículas utilizado.

Vale ainda realçar que o algoritmo de MCL (tal como o *amcl*) possui uma importante componente estocástica, que influencia os resultados. Assim, parte dos resultados obtidos provém da inicialização aleatória das partículas e do *resampling*.

A. Descrição do ambiente de testes

Os testes ao programa foram executados através da utilização de *bags* e mapas de três ambientes diferentes (Fig. 7): o 5º piso da Torre Norte, o elevador do mesmo piso e a sala LSDC4. O critério usado para a escolha destes ambientes seguiu, essencialmente, duas propriedades topológicas do espaço: simetria e área percorrida pelo robô. Assim, os resultados obtidos para o mapa do elevador correspondem a uma topologia onde a área percorrida é pequena e o espaço é assimétrico; os resultados obtidos para a sala LSDC4 correspondem a uma topologia com uma maior área percorrida e com alguma simetria e os resultados obtidos para o corredor do 5º piso da Torre Norte correspondem a uma topologia com uma grande área percorrida e com alta simetria.



Fig. 7: Mapas utilizados para a localização

B. Análise qualitativa do Position tracking

Na Fig. 8 encontram-se representados os trajetos calculados pelo programa, onde a posição inicial do robô é conhecida para cada um dos mapas. A trajetória obtida pela implementação do grupo assemelha-se, qualitativamente, à fornecida pelo *amcl*.

Um ponto interessante neste tópico e que merece ser realçado está relacionado com a dispersão das partículas, representadas pelos pontos vermelhos: no *amcl*, as partículas encontram-se menos dispersas quando comparadas com a implementação do grupo. Assim, por vezes, este acontecimento pode resultar em "pulos" no estimador de posição, como é possível observar nas inflexões da *bag* referente à sala LSDC4.

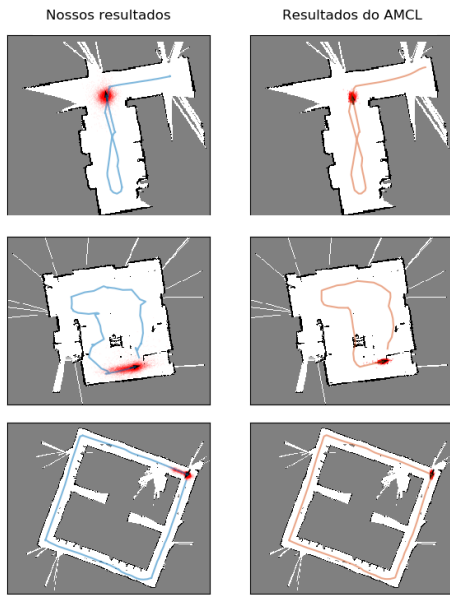


Fig. 8: Trajetórias obtidas para *position tracking* pela implementação do grupo (esquerda) e pelo *amcl* (direita) para bags das 3 localizações: elevador (acima), LSDC4 (ao centro) e do 5º piso (abaixo);

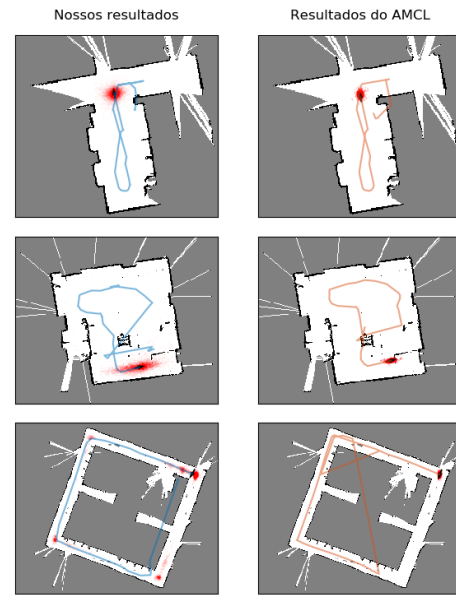


Fig. 9: Trajetórias para *global localization* obtidas pela nossa implementação (esquerda) e pelo *amcl* (direita) para bags das 3 localizações: elevador (acima), LSDC4 (ao centro) e do 5º piso (abaixo);

C. Análise qualitativa do Global localization

Na Fig. 9, encontram-se representados os trajetos resultantes do algoritmo de localização global. É possível constatar que, em todos os mapas, o algoritmo passa por um período de acomodação inicial, em que a trajetória do estimadores é espúria. Contudo, em ambos os casos, essa situação é posteriormente normalizada, pelo que a restante trajetória já se assemelha bastante às obtidas com o *position tracking*.

É igualmente interessante realçar que no teste realizado no 5º piso é possível observar a formação de "nuvens" de partículas em posições que acompanham a simetria do mapa. Tal acontecimento deve-se ao facto de o conjunto de *motion model* e *measurement model* não serem suficientes para diferenciar entre posições simétricas.

D. Análises quantitativas e comparativas dos métodos

Para analisar quantitativamente os resultados, o grupo recorreu à análise do erro translacional (distância entre a estimativa de posição da implementação do MCL feita pelo grupo e a retornada pelo *amcl*) e angular, tanto do *position tracking* quanto do *global localization*.

Os resultados encontram-se representados na Fig. 10. É possível observar pela análise da curva que, de início, há um erro elevado para o *global localization*, mas que rapidamente é corrigido pelo measurement model, dadas as assimetrias do mapa do Elevador, levando o programa a convergir com o *amcl* após aproximadamente 30s. Para essa *bag*, a *position tracking* também apresenta bons resultados e uma convergência rápida, com um erro menor que 0.25m após 50s de execução. Os erros

angulares de forma geral são pequenos e devem-se maioritariamente ao atraso na resposta de um algoritmo em relação ao outro, mas não ultrapassam os 20° após a convergência.

É possível observar uma situação semelhante nas Figuras 11 e 12, em que o *position tracking* apresenta erros significativamente menores de início. Com o passar do tempo e à medida que o algoritmo de *global localization* converge, esses erros acabam por se igualar.

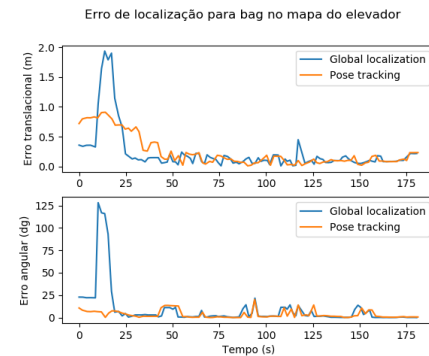


Fig. 10: Erro para os testes realizados na rosbag do Elevador

E. Evolução dos resultados obtidos com o número de partículas

Sendo o nosso algoritmo uma especificação de um filtro de partículas, a sua eficácia está altamente dependente do número de partículas que são utilizadas para criar a distribuição discreta que caracteriza a crença da posição do robô. Assim, procurou-se fazer uma análise comparativa entre os resultados

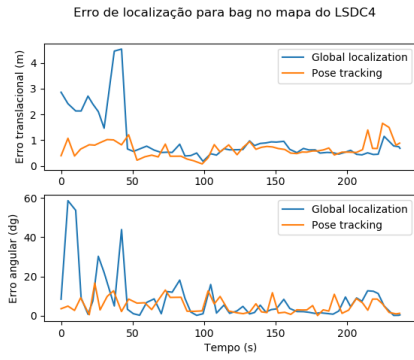


Fig. 11: Erro para os testes realizados na rosbag do LSDC4

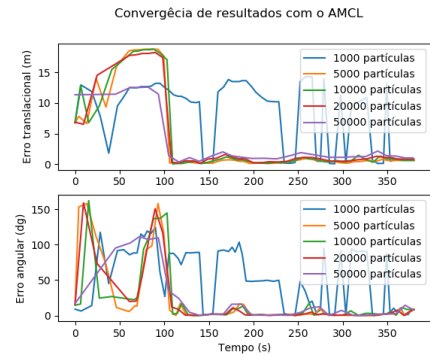


Fig. 14: Resultados para o corredor

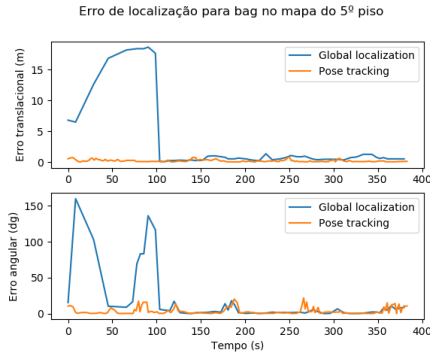


Fig. 12: Erro para os testes realizados na rosbag do 5º piso

obtidos pelo nosso algoritmo e pelo *amcl*, variando o número de partículas. Esta análise tem como base os resultados obtidos no ambiente da sala do elevador e do corredor do 5º piso, de forma a ser possível avaliar a necessidade de um maior número de partículas para ambientes com uma maior área e simetria.

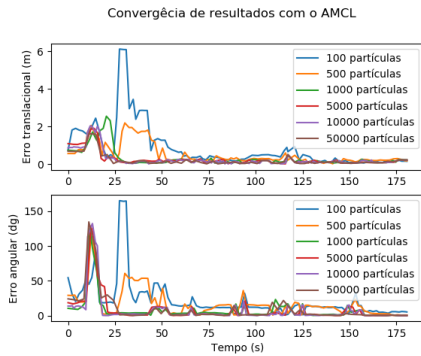


Fig. 13: Resultados para a sala do elevador

Na fig.13 encontram-se representados os resultados obtidos para o ambiente do elevador. É possível concluir através da sua análise que se obtêm melhores resultados (mais convergentes com o *amcl*) para a execução do programa com um conjunto de partículas entre 1000 e 10000 partículas. Por outro lado, no ambiente do corredor (Fig.14), verifica-se que os resultados mais convergentes com o *amcl* são obtidos com um conjunto de 5000 a 20000 partículas.

V. CONCLUSÃO

Consideramos a execução do projeto bem sucedida, uma vez que foram obtidos resultados satisfatórios, como é possível concluir pelas análises anteriores. Verifica-se que existe uma convergência muito próxima entre os nossos resultados e os do *amcl*, em todos os ambientes testados.

Apesar disso, a escolha dos parâmetros do *Likelihood Field Algorithm* e do *threshold* do *resampler* foi pouco aprofundada, pelo que os resultados obtidos poderiam ter sido mais exatos e precisos.

Futuramente, seria interessante corrigir estes aspetos e robustecer a nossa implementação para casos de *kidnapping*, reservando um conjunto de partículas com poses aleatórias ao longo de toda a execução do algoritmo.

De forma geral, conclui-se que os objetivos deste projeto foram alcançados com sucesso e que o processo contribuiu para uma maior familiarização com o *ROS* e com as ferramentas de *Python* para desenvolvimento de projetos neste ambiente.

REFERENCES

- [1] Thrun S., Burgard W., Fox D. (2005), *Probabilistic robotics*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England .
- [2] Thrun S., Burgard W., Fox D., Dellaert F. (2001), *Monte Carlo Localization: Efficient Position Estimation for Mobile robots*
- [3] Gerkey B. P., “*amcl*” ROS Wiki. <http://wiki.ros.org/amcl> (acessado em 06 de junho, 2023).