

TRABALHO 1 - PTC 3413 - CONTROLE MULTIVARIÁVEL – Versão Abril de 2022

O TRABALHO 1 vai considerar dois desafios com relação ao sistema massa-mola da figura 1.

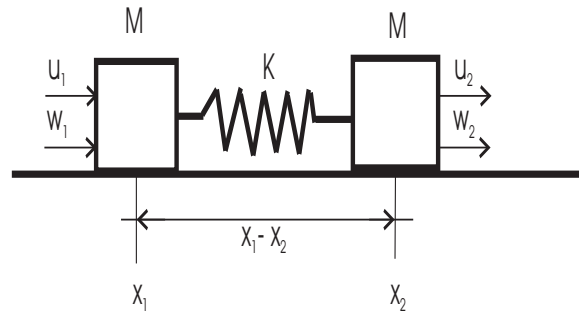


Figura 1: Sistema mecânico considerado neste trabalho.

Considere-se que

- A mola é ideal, tem comprimento nulo em repouso ($x_1 = x_2$)
- $u_1(t)$, $u_2(t)$ são entradas (forças de controle).
- $w_1(t)$ e $w_2(t)$ são nulas (perturbações).
- As massas são idênticas e iguais a M (adote um valor de M entre 1 e 10 kg).
- posições dadas por $x_1(t)$ e $x_2(t)$.
- A constante da mola é K (adote um valor de K de modo que $\sqrt{K/M}$ esteja entre 1 e 10).

Mostra-se que o modelo físico deste sistema é dado por

$$M\ddot{x}_1 + K(x_1 - x_2) = u_1 + w_1 \quad (1a)$$

$$M\ddot{x}_2 + K(x_2 - x_1) = u_2 + w_2 \quad (1b)$$

Convertendo as equações do sistema mecânico para forma de estado teremos:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K/M & 0 & K/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K/M & 0 & -K/M & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/M & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/M \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

PRIMEIRO DESAFIO:

- Faça um programa de computador que calcule o Gramiano de controlabilidade de um sistema.
- Implemente um diagrama do Simulink que implemente a teoria do Cap. 2, isto é, que leve um sistema de um estado inicial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ até um estado final $x(T_f) = x_f \in \mathbb{R}^n$.
- Usando este diagrama, simule o sistema massa mola para $T_f = 1$ segundo mostrando a entrada que leva os sistema de $x(0) = (0, 0, 0, 0)'$ até $x(T_f) = (1, 0, 1, 0)$. Mostre os gráficos de $u(t)$, e $x(t)$ no intervalo $[0, T_f]$.
- Repita a primeira simulação assumindo que a massa verdadeira M é 10% maior isto é, $M_{real} = 1.1kg$.
- Teça conclusões sobre os resultados obtidos.

SEGUNDO DESAFIO:

- Faça um programa de computador que determine o Gramiano de observabilidade de um sistema.
- Usando este programa, faça um diagrama do simulink que estime o estado inicial. Neste diagrama deve aparecer a parte livre $y_1(t)$ da saída, lembrado que $y_1(t)$ é a diferença entre o a saída do sistema (resposta completa) e a saída $y_f(t)$ obtida com a mesma entrada aplicada e condição inicial nula (resposta forçada).
- Simule este diagrama para várias condições iniciais:

- $x_0 = (1, 0, 1, 0)'$
- $x_0 = (1, 0, 2, 0)'$.
- Uma terceira condição inicial com posições iniciais nulas com velocidades iniciais não nulas de sinais contrários.

Nas três simulações anteriores mostre o gráficos das quatro componentes de $\phi(t) = x_0 - V(T)^{-1} \left\{ \int_0^t e^{tA'} C y_1(t) dt \right\}$. Comente os resultados obtidos.

- Repita a primeira simulação assumindo que a massa verdadeira M é 10% maior isto é, $M_{real} = 1.1kg$.
- Apresente as suas conclusões sobre o resultado das simulações que foram obtidos.