

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1} + \alpha x + \beta, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

- α. Να βρεθεί το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η f να αντιστρέφεται.
- β. Να αποδείξετε ότι για την ίδια τιμή του α δέχεται οριζόντια ασύμπτωτη.
- γ. Για $\alpha = -1$ να βρείτε τον β ώστε η οριζόντια αυτή ασύμπτωτη να τέμνει τον $y'y$ στο $A(0, 4)$
- δ. Για $\alpha = -1$ και $\beta = -3$ να βρείτε την εφαπτομένη της C_f στο $(0, f(0))$ και να δείξετε ότι για $x > -1$ η $f(x) + 2x \geq -2$
- ε. Να υπολογίσετε εκ νέου τα α, β ώστε η ευθεία $y = -2x - 2$ να γίνει ασύμπτωτη της C_f



Άσκηση vf $\frac{3}{sd fa}$ sd

ημ x^{1-1} "d

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 2-x, & \text{αν } x \leq 1 \\ x+1, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$.

1. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .
2. Να βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Δοκιμή αν δουλεύει η εικόνα

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \begin{cases} a = 1 \\ \beta = -5 \\ \gamma = 6 \end{cases}$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma =$$

$$x^2 = 0$$

$$[0]$$

$$x^2 + 1 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 4 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 5 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 6 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 7 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 8 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x = 0$$

$$[-1, \quad 0]$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 3 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 4 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 5 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 6 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 7 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 8 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + x + 9 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$[-2, \quad 0]$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$[-1]$$

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 7 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 2x + 9 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$[-3, \quad 0]$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\left[-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$[-2, \quad -1]$$

$$x^2 + 3x + 3 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x + 5 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x + 6 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x + 7 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x + 8 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$[-4, \quad 0]$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$[-2 - \sqrt{3}, \quad -2 + \sqrt{3}]$$

$$x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$[-2 - \sqrt{2}, \quad -2 + \sqrt{2}]$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$[-3, \quad -1]$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$[-2]$$

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 4x + 7 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 4x + 8 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 4x + 9 = 0$$

$$\square$$

$$x^2 + 5x = 0$$

$$[-5, \quad 0]$$

$$x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$\left[-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, \quad -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}\right]$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}, \quad -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} \right] \\
& x^2 + 5x + 3 = 0 \\
& \left[-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}, \quad -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2} \right] \\
& x^2 + 5x + 4 = 0 \\
& [-4, \quad -1] \\
& x^2 + 5x + 5 = 0 \\
& \left[-\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}, \quad -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right] \\
& x^2 + 5x + 6 = 0 \\
& [-3, \quad -2] \\
& x^2 + 5x + 7 = 0 \\
& [] \\
& x^2 + 5x + 8 = 0 \\
& [] \\
& x^2 + 5x + 9 = 0 \\
& [] \\
& x^2 + 6x = 0 \\
& [-6, \quad 0] \\
& x^2 + 6x + 1 = 0 \\
& \left[-3 - 2\sqrt{2}, \quad -3 + 2\sqrt{2} \right] \\
& x^2 + 6x + 2 = 0 \\
& \left[-3 - \sqrt{7}, \quad -3 + \sqrt{7} \right] \\
& x^2 + 6x + 3 = 0 \\
& \left[-3 - \sqrt{6}, \quad -3 + \sqrt{6} \right] \\
& x^2 + 6x + 4 = 0 \\
& \left[-3 - \sqrt{5}, \quad -3 + \sqrt{5} \right] \\
& x^2 + 6x + 5 = 0 \\
& [-5, \quad -1] \\
& x^2 + 6x + 6 = 0 \\
& \left[-3 - \sqrt{3}, \quad -3 + \sqrt{3} \right] \\
& x^2 + 6x + 7 = 0 \\
& \left[-3 - \sqrt{2}, \quad -3 + \sqrt{2} \right] \\
& x^2 + 6x + 8 = 0 \\
& [-4, \quad -2] \\
& x^2 + 6x + 9 = 0 \\
& [-3] \\
& x^2 + 7x = 0 \\
& [-7, \quad 0] \\
& x^2 + 7x + 1 = 0 \\
& \left[-\frac{7}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} \right] \\
& x^2 + 7x + 2 = 0 \\
& \left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{41}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{41}}{2} \right] \\
& x^2 + 7x + 3 = 0 \\
& \left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{37}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{37}}{2} \right] \\
& x^2 + 7x + 4 = 0 \\
& \left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2} \right] \\
& x^2 + 7x + 5 = 0 \\
& \left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{29}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&x^2 + 7x + 6 = 0 \\
&[-6, \quad -1] \\
&x^2 + 7x + 7 = 0 \\
&\left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}\right] \\
&x^2 + 7x + 8 = 0 \\
&\left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right] \\
&x^2 + 7x + 9 = 0 \\
&\left[-\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}, \quad -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}\right] \\
&x^2 + 8x = 0 \\
&[-8, \quad 0] \\
&x^2 + 8x + 1 = 0 \\
&[-4 - \sqrt{15}, \quad -4 + \sqrt{15}] \\
&x^2 + 8x + 2 = 0 \\
&[-4 - \sqrt{14}, \quad -4 + \sqrt{14}] \\
&x^2 + 8x + 3 = 0 \\
&[-4 - \sqrt{13}, \quad -4 + \sqrt{13}] \\
&x^2 + 8x + 4 = 0 \\
&[-4 - 2\sqrt{3}, \quad -4 + 2\sqrt{3}] \\
&x^2 + 8x + 5 = 0 \\
&[-4 - \sqrt{11}, \quad -4 + \sqrt{11}] \\
&x^2 + 8x + 6 = 0 \\
&[-4 - \sqrt{10}, \quad -4 + \sqrt{10}] \\
&x^2 + 8x + 7 = 0 \\
&[-7, \quad -1] \\
&x^2 + 8x + 8 = 0 \\
&[-4 - 2\sqrt{2}, \quad -4 + 2\sqrt{2}] \\
&x^2 + 8x + 9 = 0 \\
&[-4 - \sqrt{7}, \quad -4 + \sqrt{7}] \\
&x^2 + 9x = 0 \\
&[-9, \quad 0] \\
&x^2 + 9x + 1 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{77}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{77}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 2 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{73}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{73}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 3 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{69}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{69}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 4 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{65}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{65}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 5 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{61}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{61}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 6 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{57}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{57}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 7 = 0 \\
&\left[-\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{53}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{\sqrt{53}}{2}\right] \\
&x^2 + 9x + 8 = 0 \\
&[-8, \quad -1]
\end{aligned}$$

$$x^2 + 9x + 9 = 0$$

$$\left[-\frac{9}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{2}, \quad -\frac{9}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2}\right]$$