

Aufgabe 5.4

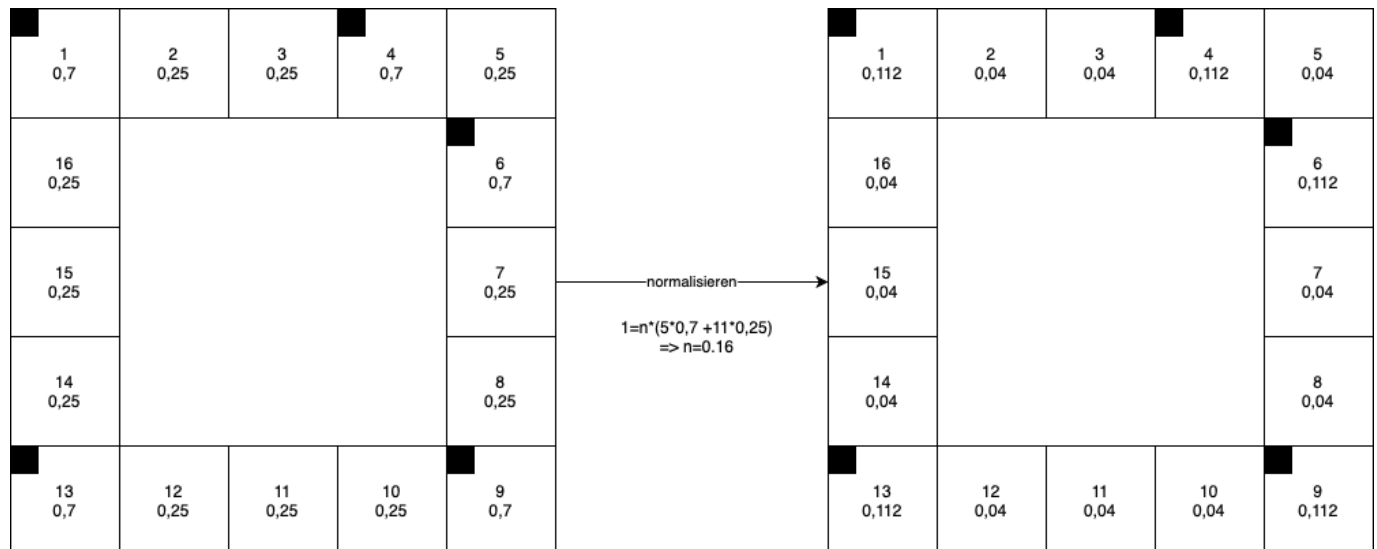
(a)

Berechnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für den Roboter für jede Zelle nach jedem einzelnen Schritt. In welcher Zelle ist demnach der Roboter vermutlich gestartet?

1. Der Roboter detektiert eine Landmarke.

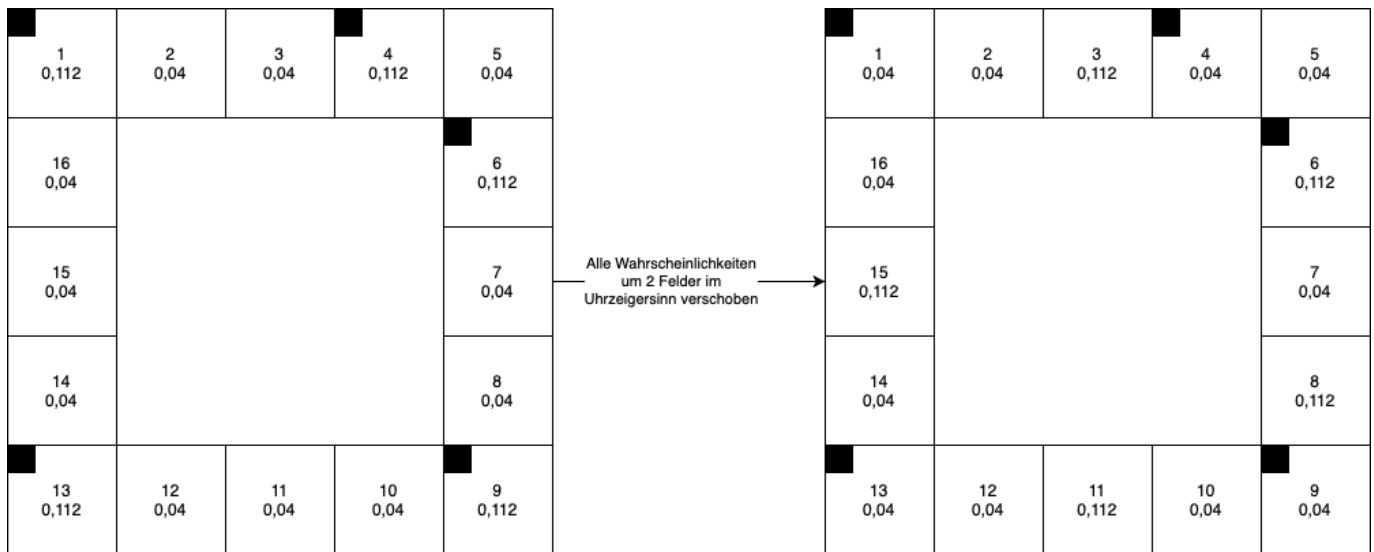
Für alle Felder mit Landmarke trage 0,7 ein und für alle ohne 0,25.

Danach normalisiere die Werte.



2. Der Roboter bewegt sich 2 Zellen im Uhrzeigersinn.

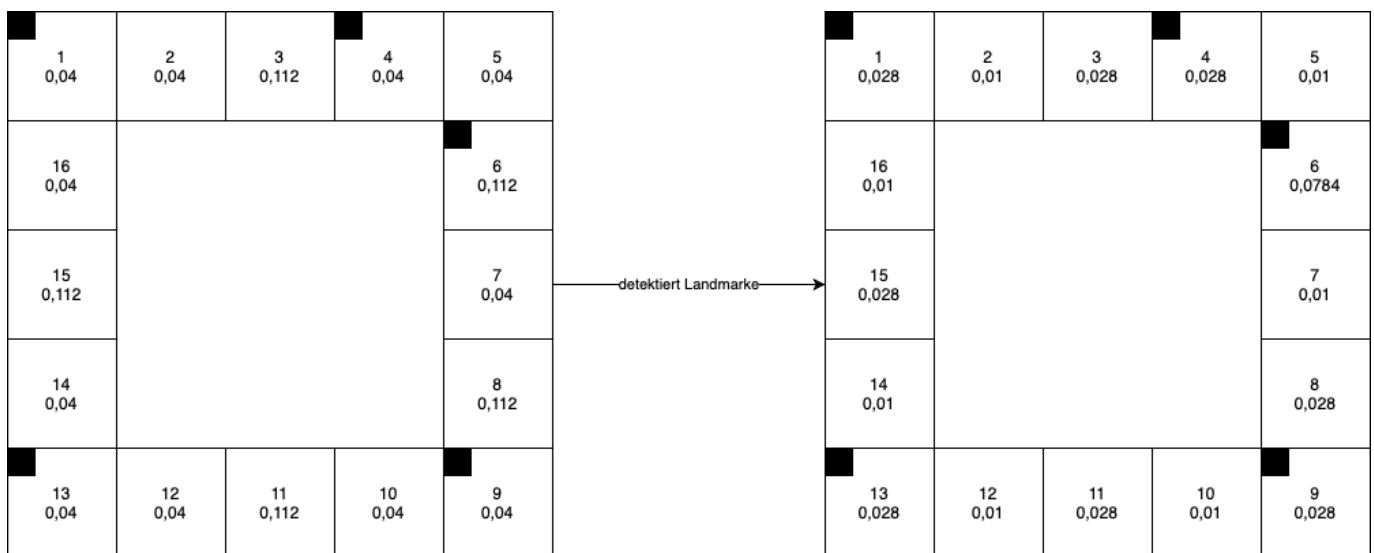
Dafür müssen einfach alle Wahrscheinlichkeiten um 2 Felder im Uhrzeigersinn verschoben werden. Es wird angenommen, dass die Bewegung zu 100% verlässlich ist, da dazu nichts in der Aufgabe steht.



3. Der Roboter detektiert wieder eine Landmarke.

Zunächst wird der nicht normalisierte Belief ausgerechnet:






- für all Felder ohne Landmarke: rechne alten Belief mal der Wahrscheinlichkeit, dass falsch detektiert wurde (0,25).
- für alle Felder mit Landmarke: rechne alten Belief mal der Wahrscheinlichkeit, dass richtig detektiert wurde (0,7).








Anschließend müssen alle Werte normalisiert werden. Für n gilt:

$$1 = n \cdot (7 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,028 + 0,0784)$$

$$\Rightarrow n \approx 2,685$$






 1 0,028	2 0,01	3 0,028	 4 0,028	5 0,01
16 0,01				 6 0,0784
15 0,028				7 0,01
14 0,01				8 0,028
 13 0,028	12 0,01	11 0,028	10 0,01	 9 0,028

normalisieren






 1 0,07518	2 0,02685	3 0,07518	 4 0,07518	5 0,02685
16 0,02685				 6 0,0784
15 0,07518				7 0,02685
14 0,02685				8 0,07518
 13 0,07518	12 0,02685	11 0,07518	10 0,02685	 9 0,07518

4. Der Roboter bewegt sich 4 Zellen im Uhrzeigersinn.

Das selbe wie bei dem Schritt 2 nur mit 4 Feldern statt 2.

 1 0,07518	2 0,02685	3 0,07518	 4 0,07518	5 0,02685
16 0,02685				 6 0,210504
15 0,07518				7 0,02685
14 0,02685				8 0,07518
 13 0,07518	12 0,02685	11 0,07518	10 0,02685	 9 0,07518






4 Zellen im Uhrzeigersinn

 1 0,07518	2 0,02685	3 0,07518	 4 0,07518	5 0,07518
16 0,02685				 6 0,02685
15 0,07518				7 0,07518
14 0,02685				8 0,07518
 13 0,07518	12 0,07518	11 0,02685	10 0,210504	 9 0,02685






5. Der Roboter detektiert keine Landmarke.

Zunächst wird der nicht normalisierte Belief ausgerechnet:

- für all Felder ohne Landmarke: rechne alten Belief mal der Wahrscheinlichkeit, dass richtig detektiert wurde ($1 - 0,25 = 0,75$).
- für alle Felder mit Landmarke: rechne alten Belief mal der Wahrscheinlichkeit, dass falsch detektiert wurde ($1 - 0,7 = 0,3$).

 1 0,07518	2 0,02685	3 0,07518	 4 0,02685	5 0,07518
16 0,02685				 6 0,02685
15 0,07518				7 0,07518
14 0,02685				8 0,07518
 13 0,07518	12 0,07518	11 0,02685	10 0,210504	 9 0,02685






—detektiert keine Landmarke—→

 1 0,022554	2 0,021375	3 0,056385	 4 0,008055	5 0,056385
16 0,021375				 6 0,008055
15 0,056385				7 0,056385
14 0,021375				8 0,056385
 13 0,022554	12 0,056385	11 0,021375	10 0,157878	 9 0,008055






Anschließend müssen wieder alle Werte normalisiert werden. Für n gilt diesmal:

$$1 = n \cdot (4 \cdot 0,021375 + 6 \cdot 0,056385 + 0,157878 + 2 \cdot 0,022554 + 3 \cdot 0,008055)$$

$$\Rightarrow n \approx 1,536$$

 1 0,022554	2 0,021375	3 0,056385	 4 0,008055	5 0,056385
16 0,021375				 6 0,008055
15 0,056385				7 0,056385
14 0,021375				8 0,056385
 13 0,022554	12 0,056385	11 0,021375	10 0,157878	 9 0,008055

—normalisieren—→

 1 0,035	2 0,033	3 0,087	 4 0,012	5 0,087
16 0,033				 6 0,012
15 0,087				7 0,087
14 0,033				8 0,087
 13 0,035	12 0,087	11 0,033	10 0,243	 9 0,012

In welcher Zelle ist demnach der Roboter vermutlich gestartet?

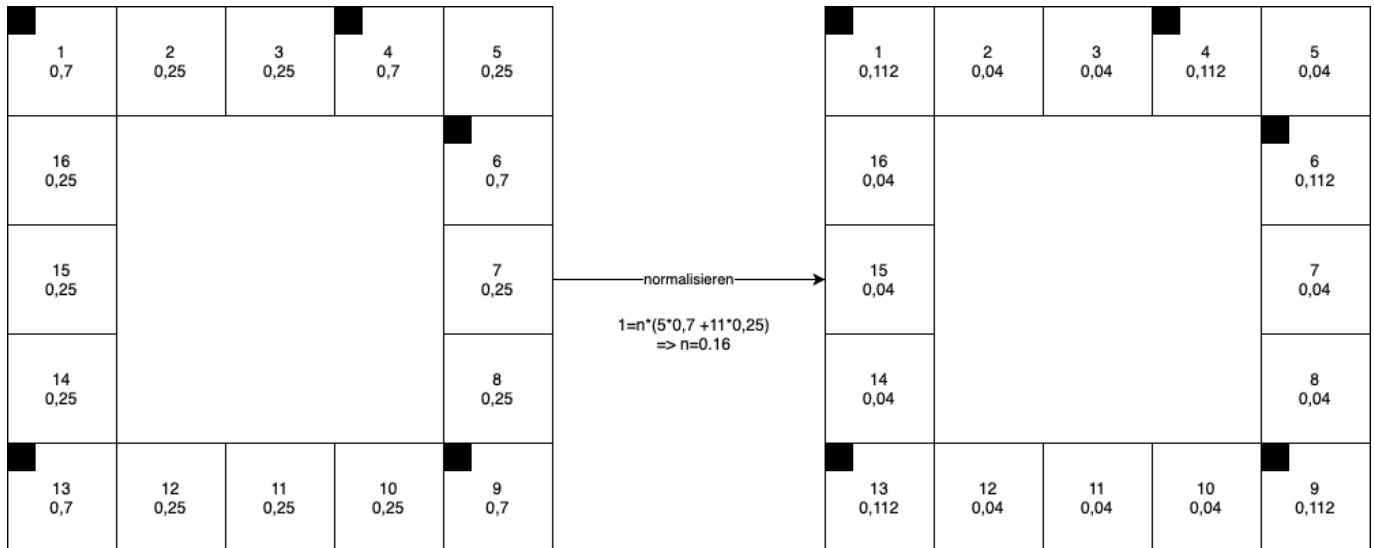
Der Roboter ist vermutlich in Zelle 4 gestartet. Das folgt daraus, dass es am Wahrscheinlichsten ist, dass sich der Roboter am Ende mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 24,3% in der Zelle 10 befindet. Führt man von dieser Zelle die Aktionen in reversiver Reihenfolge aus (also 6 insgesamt 6 Felder entgegen dem Uhrzeigersinn), landet man bei der Zelle 4. Der Roboter ist also mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 24,3% bei der Zelle 4 gestartet.

(b)

Nehmen Sie nun an, dass bei einer Bewegung des Roboters zwar bekannt ist, wie weit sich der Roboter bewegt hat, nicht aber in welche Richtung (im oder entgegen dem Uhrzeigersinn). Berechnen Sie auch hier die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten.

1. Der Roboter detektiert eine Landmarke.






Hier ist noch alles das selbe wie bei (a).








2. Der Roboter bewegt sich 2 Zellen.

Normalerweise müsste man die Wahrscheinlichkeiten der Zellen zwei weiter gegen den Uhrzeigersinn und zwei Felder weiter mit dem Uhrzeigersinn zusammenrechnen und später normalisieren. Das Normalisieren lässt sich hier aber ersparen, da auf jedes Feld immer genau zwei Wahrscheinlichkeiten treffen und daher durch ein halbieren dieser ein Normalisieren überflüssig macht.






- Fall 1: eine Zelle welches 2 entfernt ist wahrsch. 0,04 und andere 0,12: $\frac{0,04+0,112}{2} = 0,076$
- Fall 2: beide Zellen welche 2 Felder entfernt sind wahrsch. 0,04: $\frac{2 \cdot 0,04}{2} = 0,04$
- Fall 3: beide Zellen welche 2 Felder entfernt sind wahrsch. 0,12: $\frac{2 \cdot 0,12}{2} = 0,12$

 1 0,112	2 0,04	3 0,04	 4 0,112	5 0,04
16 0,04				 6 0,112
15 0,04				7 0,04
14 0,04				8 0,04
 13 0,112	12 0,04	11 0,04	10 0,04	 9 0,112

bewegt sich um 2 Zellen →

 1 0,04	2 0,076	3 0,076	 4 0,076	5 0,04
16 0,04				 6 0,076
15 0,112				7 0,076
14 0,04				8 0,076
 13 0,04	12 0,04	11 0,112	10 0,04	 9 0,04






Weiterhin kann sich hier und auch im Folgenden Arbeit erspart werden, wenn nur eine Hälfte des Problems berechnet wird. Dies ist möglich, da die Karte symmetrisch ist und durch die Vernachlässigung von Richtungen das Problem auch. Die symmetrieachse ist im folgenden als gestichelte Linie dargestellt. Beim Normalisieren müssen die Werte der anderen Hälfte dann natürlich mit einbezogen werden.

 1 0,112	2 0,04	3 0,04	 4 0,112	5 0,04
16 0,04				 6 0,112
15 0,04				7 0,04
14 0,04				8 0,04
 13 0,112	12 0,04	11 0,04	10 0,04	 9 0,112






3. Der Roboter detektiert wieder eine Landmarke.

Zunächst wird der nicht normalisierte Belief ausgerechnet:

- für all Felder ohne Landmarke: rechne alten Belief mal der Wahrscheinlichkeit, dass falsch detektiert wurde (0,25).
- für alle Felder mit Landmarke: rechne alten Belief mal der Wahrscheinlichkeit, dass richtig detektiert wurde (0,7).

	1 0,04	2 0,076	3 0,076	 4 0,076	5 0,04
16 0,04				 6 0,076	
15 0,112				7 0,076	
14 0,04				8 0,076	
	13 0,04	12 0,04	11 0,112	10 0,04	 9 0,04






→ detektiert Landmarke →

	1 0,028	2 0,019	3 0,019	 4 0,0532	5 0,01
16 0,01				 0,0532	
15 0,028				7 0,019	
14 0,01				8 0,019	
	13 0,028	12 0,01	11 0,028	10 0,01	 9 0,028






Anschließend müssen alle Werte normalisiert werden. Für n gilt:

$$1 = n \cdot (5 \cdot 0,01 + 4 \cdot 0,019 + 5 \cdot 0,028 + 2 \cdot 0,0532)$$

$$\Rightarrow n \approx 2,685$$

	1 0,028	2 0,019	3 0,019	 4 0,0532	5 0,01
16 0,01				 0,0532	
15 0,028				7 0,019	
14 0,01				8 0,019	
	13 0,028	12 0,01	11 0,028	10 0,01	 9 0,028

→ normalisieren →

	1 0,07518	2 0,051015	3 0,051015	 4 0,142842	5 0,02685
16 0,02685				 0,142842	
15 0,07518				7 0,051015	
14 0,02685				8 0,051015	
	13 0,07518	12 0,02685	11 0,07518	10 0,02685	 9 0,07518

4. Der Roboter bewegt sich 4 Zellen.

Das selbe vorgehen wie bei Schritt zwei, nur werden hier die beiden Zellen, die 4 entfernt sind betrachtet

<div></div> 1 0,07518	2 0,051015	3 0,051015	<div></div> 4 0,142842	5 0,02685
16 0,02685				<div></div> 6 0,142842
15 0,07518				7 0,051015
14 0,02685				8 0,051015
<div></div> 13 0,07518	12 0,02685	11 0,07518	10 0,02685	<div></div> 9 0,07518

Roboter bewegt sich um 4 Felder →

<div></div> 1 0,051015	2 0,084837	3 0,0630975	<div></div> 4 0,0389325	5 0,07518
16 0,084837				<div></div> 8 0,0389325
15 0,0630975				7 0,0630975
14 0,0389325				8 0,084837
<div></div> 13 0,07518	12 0,0389325	11 0,0630975	10 0,084837	<div></div> 9 0,051015