

# Robotik

Priv.-Doz. Dr. Thomas Wiemann  
Institut für Informatik  
Autonome Robotik

SoSe 2021



## Wdh: Online-Liniensucher

Sei  $a_i, \dots, a_j$  die aktuell konstruierte Linie...

Mit neuem Streckenpunkt darf die Streckensumme nur wenig von der Luftlinie abweichen:

$$[1 \geq] \frac{\|a_j, a_{k+1}\|}{\sum_{i=j}^k \|a_i, a_{i+1}\|} \geq 1 - \varepsilon(k)$$

“Luftlinien-Argument” lokal am Ort der Linienerweiterung

$$[1 \geq] \frac{\|a_{k-1}, a_{k+1}\|}{\|a_{k-1}, a_k\| + \|a_k, a_{k+1}\|} \geq 1 - \varepsilon$$

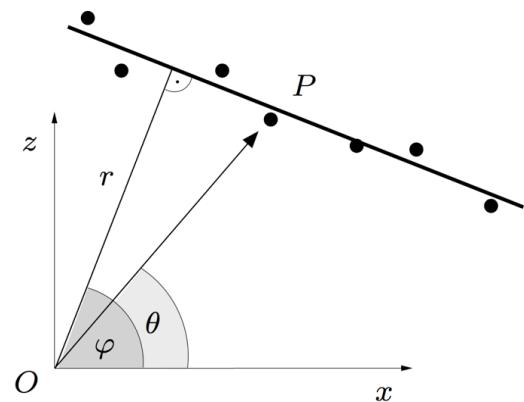
Direkter Abstand  $\|a_k, a_{k+1}\|$  und oder Abstand  $\|a_{k-1}, a_{k+1}\|$  darf festes Maximum nicht übersteigen (“keine Linien durchs Nichts”)

$\|\dots\|$  : Euklidischer Abstand

$1 > \varepsilon, \varepsilon(k) > 0$

$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0$

## Wdh.: Linienfindung nach Lu / Milius



Seien:

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_i x_i \quad S_{xx} = \sum_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$\bar{z} = \frac{1}{k} \sum_i z_i \quad S_{zz} = \sum_i (z_i - \bar{z})^2$$

$$S_{xz} = \sum_i (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}_i)$$

### Lemma (Lu/Milius):

Die gesuchte Regressionsgerade ist definiert durch

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{-2S_{xz}}{S_{zz} - S_{xx}} \quad \text{und} \quad r = \bar{x} \cos \varphi + \bar{z} \sin \varphi$$

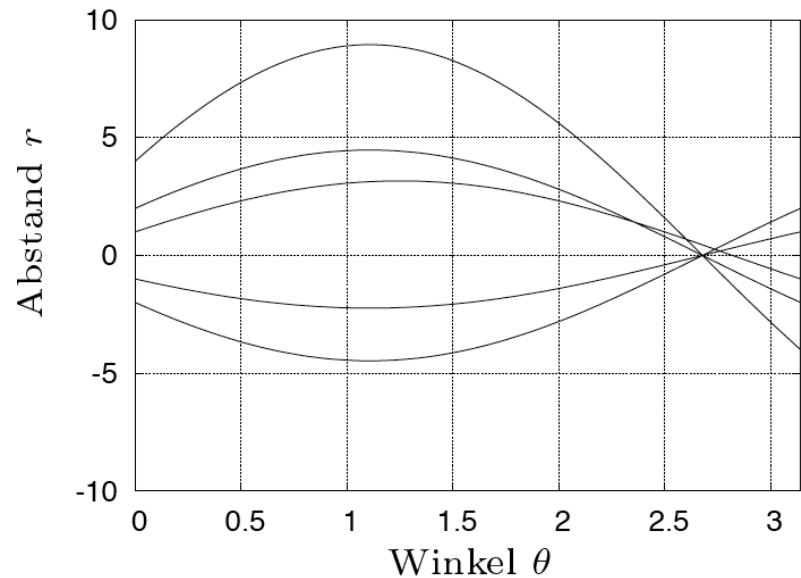
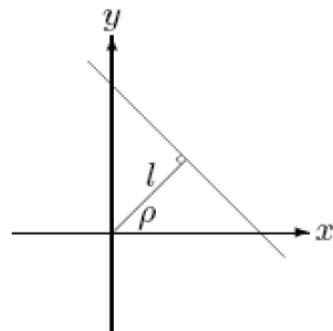
Dabei gilt für den Approximationsfehler  $E_{\text{fit}}(r, \varphi)$  d. Reg-Geraden:

$$E_{\text{fit}}(r, \varphi) = \frac{1}{2} \left( S_{xx} + S_{zz} - \sqrt{4S_{xz}^2 + (S_{zz} - S_{xx})^2} \right)$$

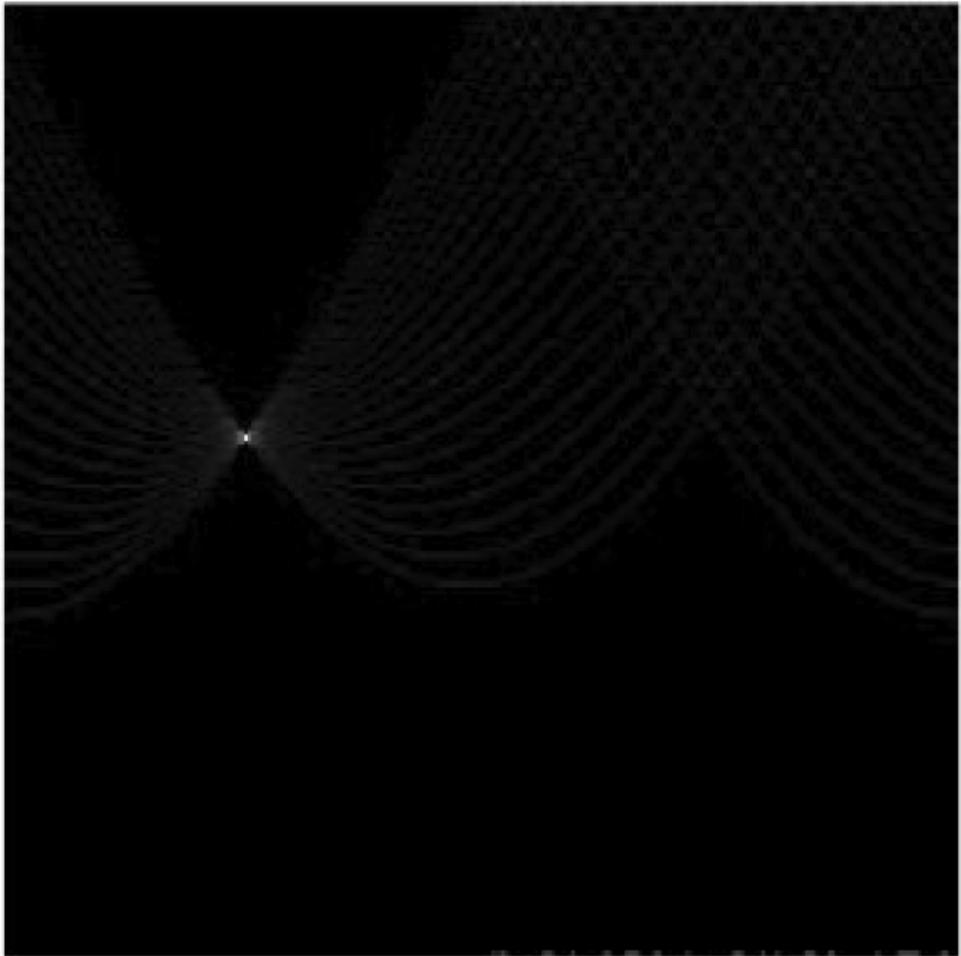
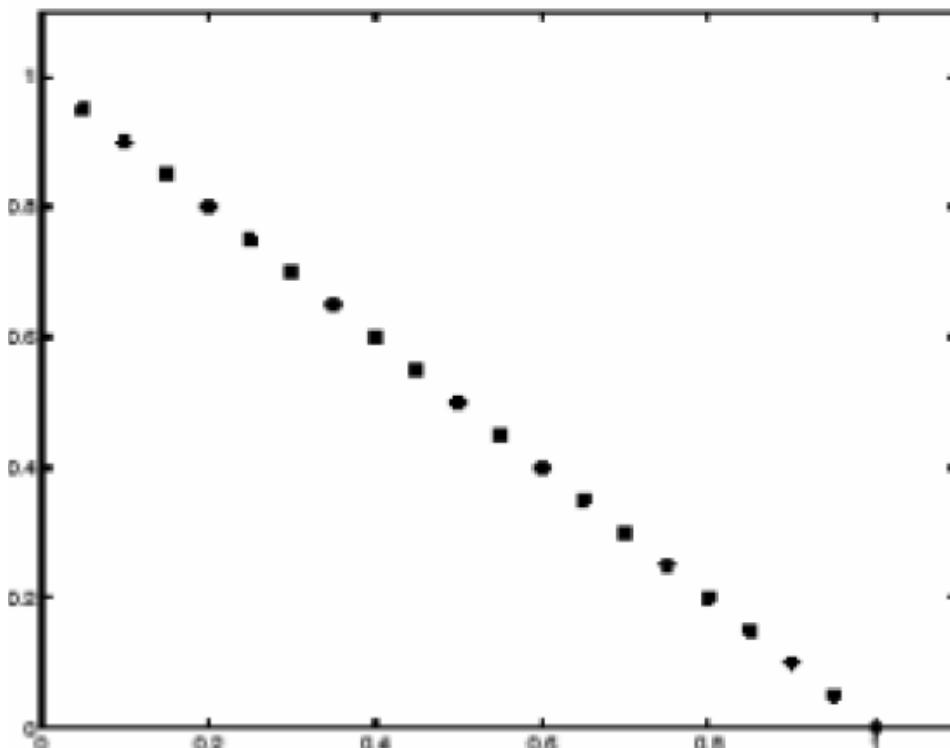
## Wdh.: Hough-Transformation

- ▶ Linien werden sich im Akkumulator-Array als Peaks darstellen
- ▶ Bei vielen Punktpaaren:  $\mathcal{O}(n^2)$
- ▶ Akkumulator-Array mit wenigen Eingabepunkten problematisch
- ▶ Lösung: Betrachte alle Lösungen die die Randbedingung erfüllen
- ▶ Sinuise-Kurve im Hough-Raum

$$l = x \cos \rho + y \sin \rho; \quad 0 \leq \rho < 2\pi, \quad l \geq 0$$



## Wdh.: Hough-Transformation

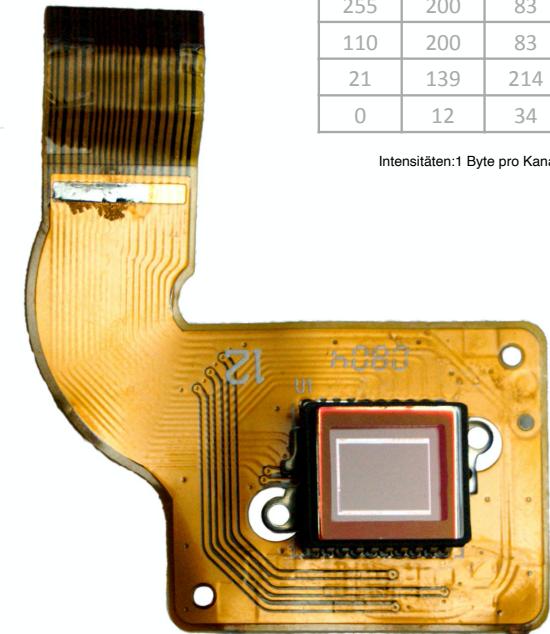
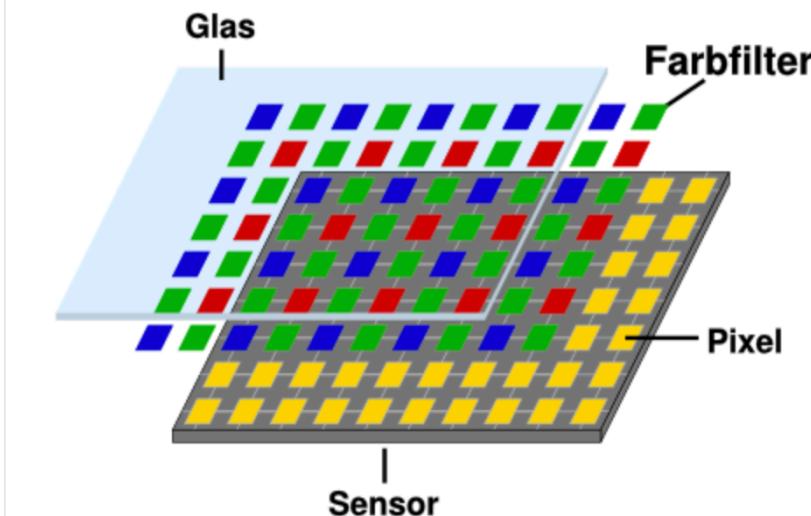
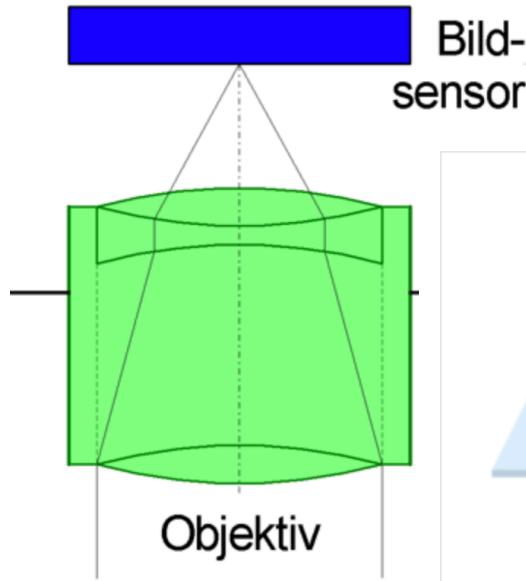




## Gliederung

4. Sensordatenverarbeitung
- 2.1. Entfernungsdaten
- 3.2. Bildverarbeitung
4. Sensordatenverarbeitung
5. Fortbewegung
6. Lokalisierung
7. Mapping
8. Navigation
9. Ausblick

# Erinnerung:



255	200	83	83
255	200	83	83
110	200	83	21
21	139	214	0
0	12	34	28

Intensitäten: 1 Byte pro Kanal

Quelle: <https://www.elmar-baumann.de/fotografie/techtutorial/sensoren-02.htm>.

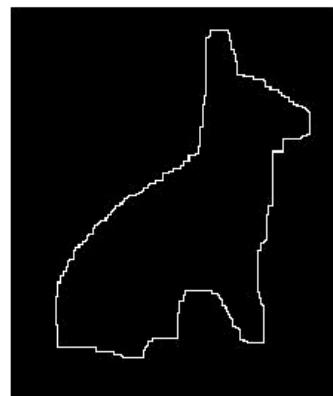
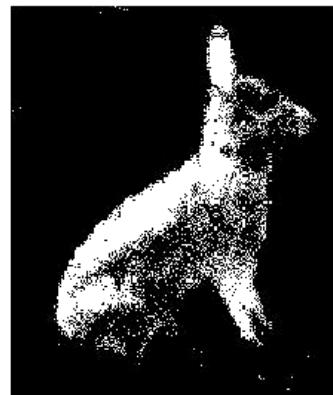
Von C-M - Eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2150801>

# Segmentierung (1)



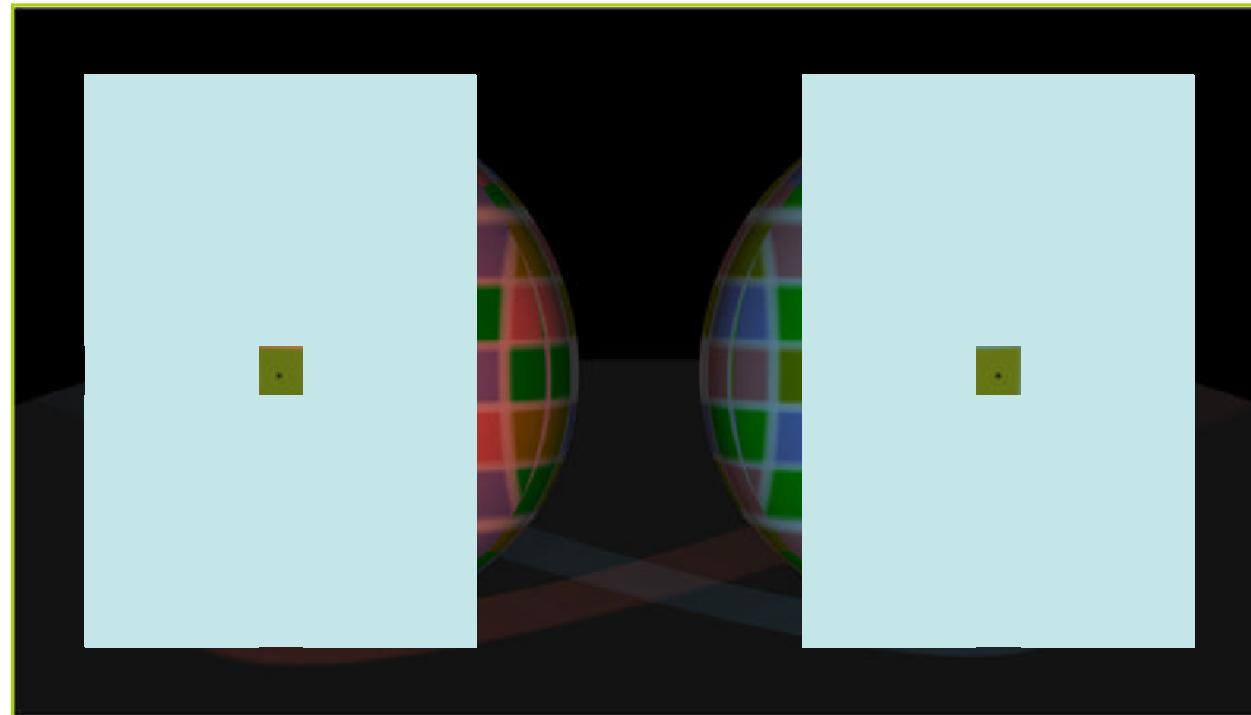
- ▶ Zerteilung eines Bildes in Segmente ➡ Trenne interessantes (Objekte) vom Hintergrund
- ▶ Übersegmentierung (zu viele Segmente) vs. Untersegmentierung (zu wenig Segmente)
- ▶ Bottom Up - Segmentierung aufgrund lokaler Affinität
- ▶ Top Down - Segmentierung aufgrund von Objektzugehörigkeit
- ▶ Flächen vs. Keypoints

## Segmentierung (2)



# Bildmerkmale (1)

- ▶ Was ist ein Bildmerkmal ?



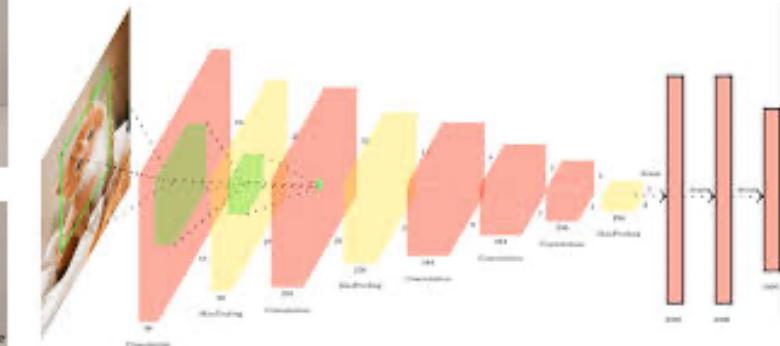
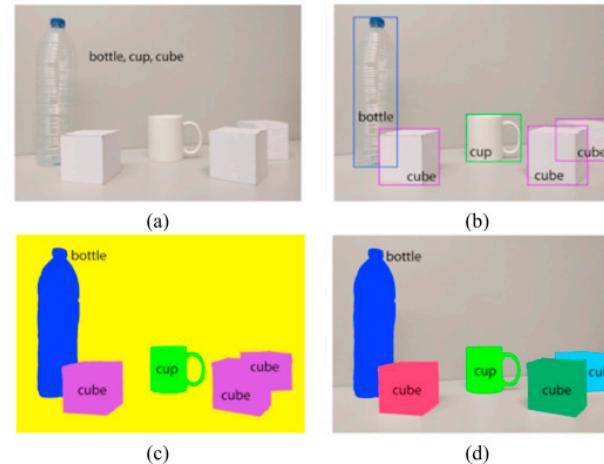
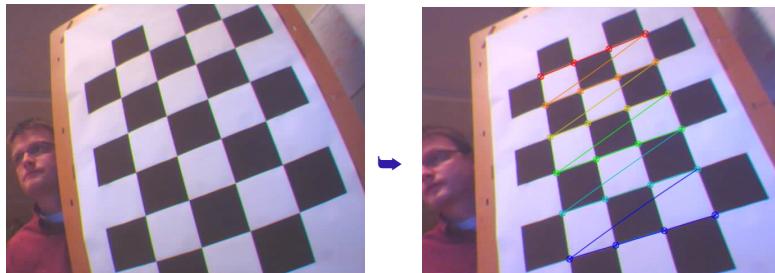
- ▶ Informationen über bedeutungsvolle Teile eines Bildes, die es ermöglichen
- ▶ Häufig werden Features für Objekterkennung und Bild-Bild-Matching benutzt

## Bildmerkmale (2)

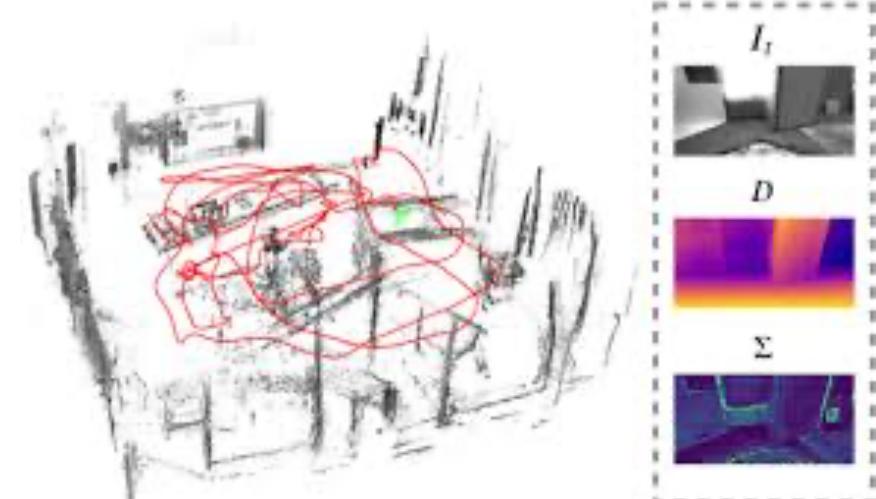


- ▶ Was ist ein Merkmal?
  - Eine Bildregion, in der sich was verändert
  - Formen, Konturen, Texturen
  - Warum verwendet man Merkmale
- ▶ Hohe Informationsdichte
  - Invariant gegen Änderung des Blickwinkels und Beleuchtung
  - Reduziert die Anzahl notwendiger Berechnungen

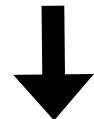
# Wofür braucht man Bildmerkmale?



- ▶ Kamerakalibrierung
- ▶ Matching / Stiching von Bildern
- ▶ Korrespondenzsuche in Bildsequenzen
  - Stereo
  - Structure from Motion
- ▶ Objekterkennung / Klassifikation
- ▶ Gute Bildmerkmale unterstützen diese Verfahren



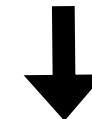
# Bildmerkmale und Computer Vision



- ▶ Merkmal 1
- ▶ Merkmal 2
- ▶ ...
- ▶ Merkmal N

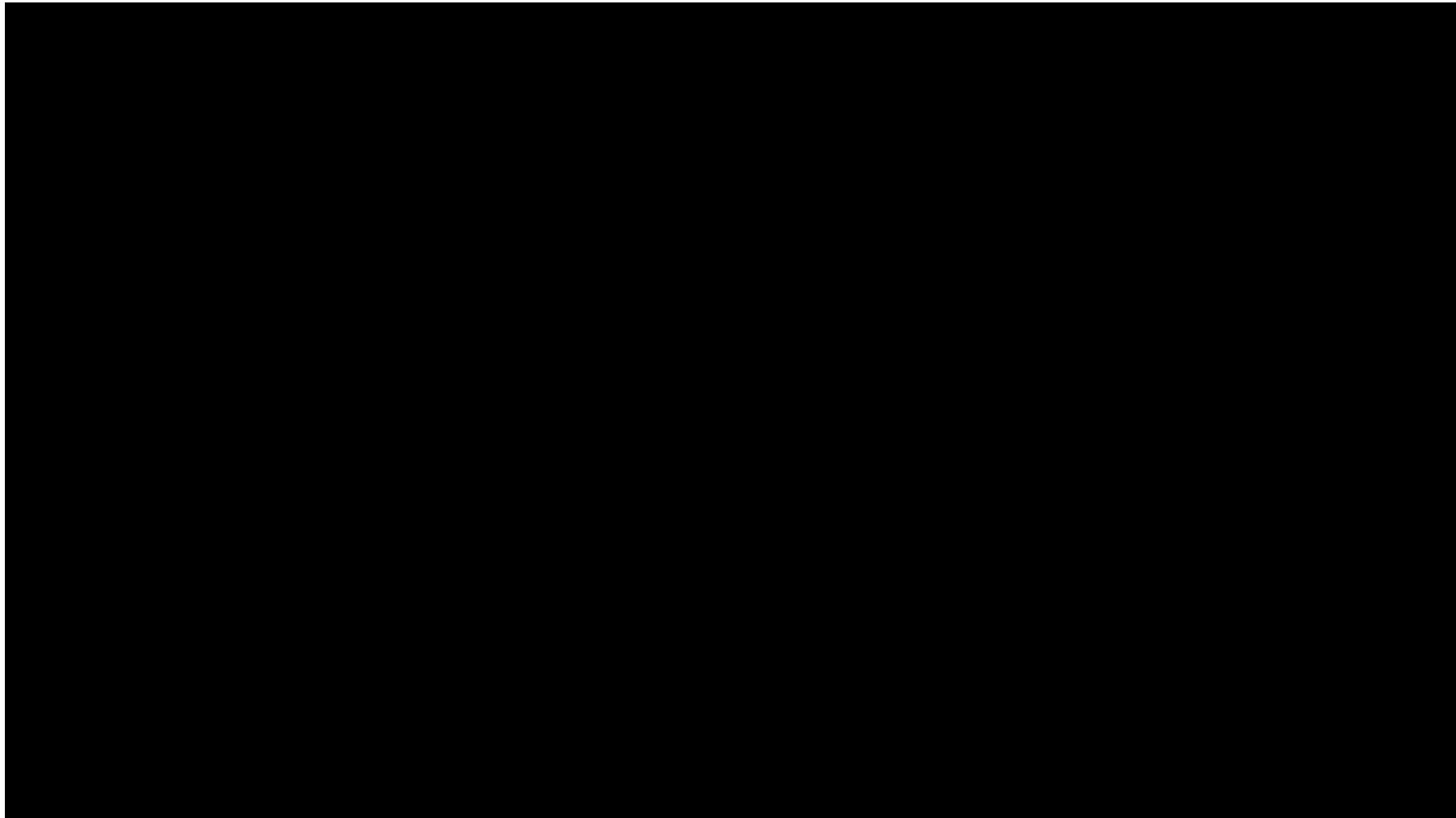


*CV Algorithmus*



- ▶ Merkmal 1
- ▶ Merkmal 2
- ▶ ...
- ▶ Merkmal N

## Beispiel: Lokalisierung mit vis. Features



## Beispiel: Stitching



[Wikipedia]

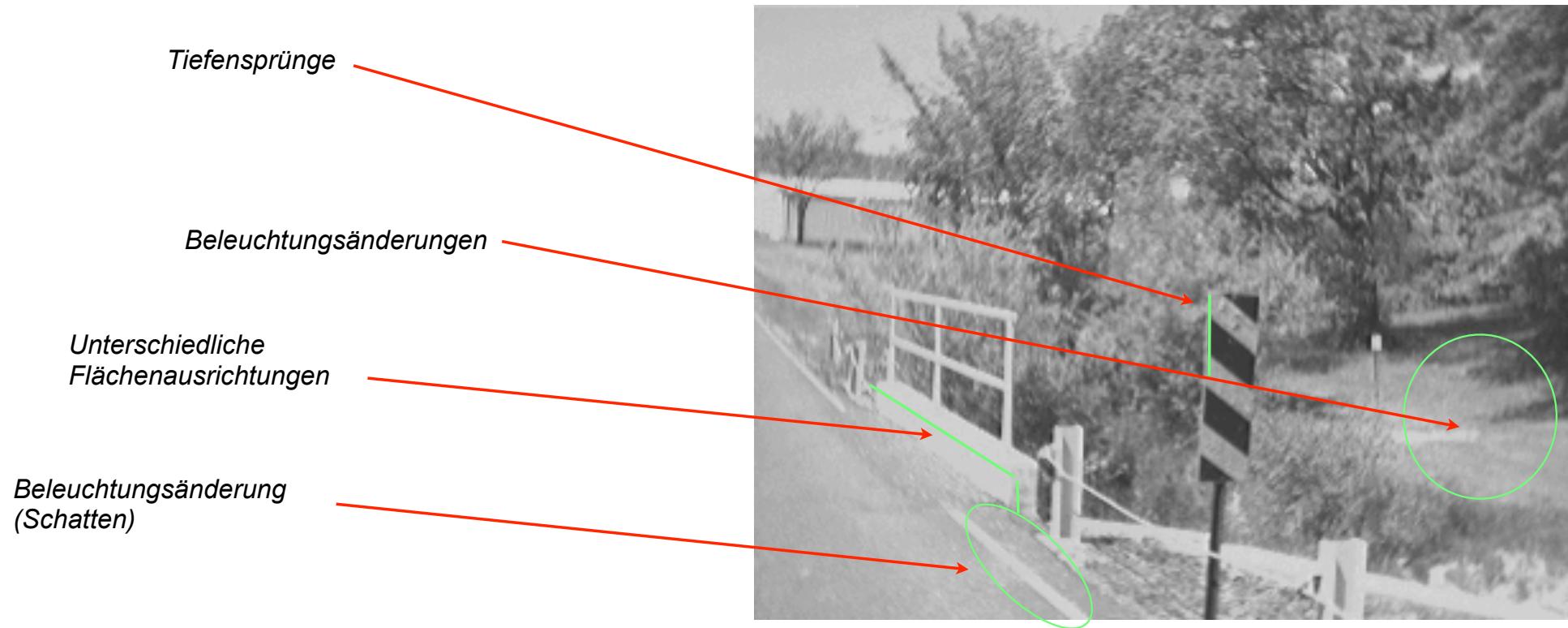
- ▶ Füge mehrere Bilder zu einem Gesamtbild zusammen
- ▶ Matching der überlappenden Bildausschnitte
  - Direkter Pixelvergleich
  - Userinteraktion
  - Matching von Merkmalsdeskriptoren
  - In der Regel approximativ
- ▶ Kalibrierung
  - Ausgleich von Verzerrungen
  - Projektion
- ▶ Blending
  - Globaler Beleuchtungsausgleich

## Kanten- und Eckenerkennung

- ▶ Ziel: Plötzliche Wechsel (Diskontinuitäten) in Bildern finden
- ▶ Das sind die Stellen, die den höchsten Informationsgehalt haben

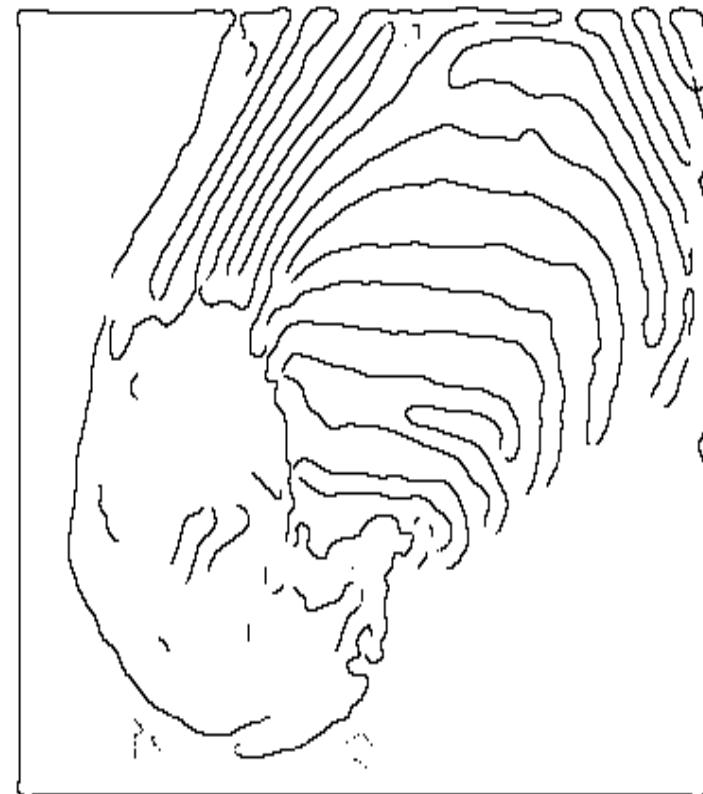
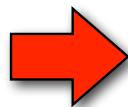


# Wodurch entstehen Kanten?



Quelle: Christopher Rasmussen

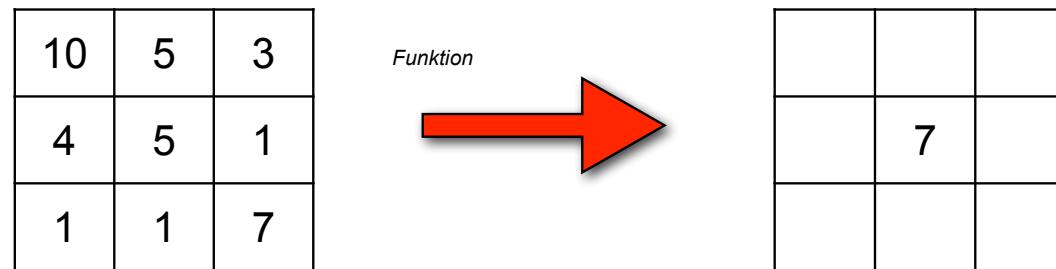
# Wie findet man Kanten?



Betrachtung lokaler Ableitungen / Gradienten  $\Rightarrow$  Bildfilter / Kernel

# Bildfilter

- Ersetze die Pixel eines Bildes durch einen neuen Wert der durch funktionale Auswertung der Nachbarpixel entsteht



- Lineare Kernel sind die einfachsten und wirkungsvollsten
  - Ersetze einen Pixel durch eine Linearkombination der Nachbarn
  - Kodiere die Parameter in einer  $N \times N$ -Matrix (Kernel)
  - „Faltung des Bildes mit einem Kernel“

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 10 & 5 & 3 \\ \hline 4 & 5 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 7 \\ \hline \end{array} \otimes \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0.5 & 0 \\ \hline 0 & 1.0 & 0.5 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & 7 & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

# Bildfaltung (1)

► Mathematisch:

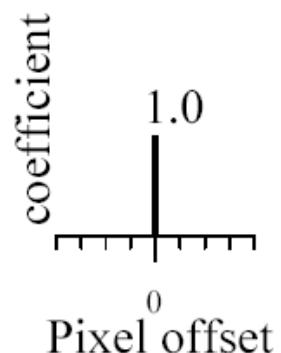
$$(\mathbf{I} * \mathbf{H})(x, y) := \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-n}^n \mathbf{I}(x+i, y+j) \mathbf{H}(n+i, n+j)$$

wobei  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)}$

$$\sum_{i,j} H(i,j) = 1$$



original



Filtered  
(no change)

[Sebastian Thrun]

## Bildfaltung (2)

► Mathematisch:

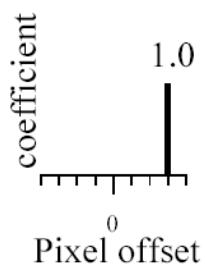
$$(\mathbf{I} * \mathbf{H})(x, y) := \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-n}^n \mathbf{I}(x+i, y+j) \mathbf{H}(n+i, n+j)$$

wobei  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)}$

$$\sum_{i,j} H(i,j) = 1$$



original



shifted

[Sebastian Thrun]

## Bildfaltung (3)

► Mathematisch:

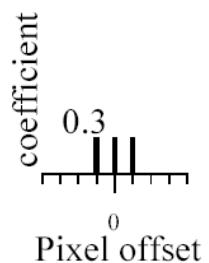
$$(\mathbf{I} * \mathbf{H})(x, y) := \sum_{i=-n}^n \sum_{j=-n}^n \mathbf{I}(x+i, y+j) \mathbf{H}(n+i, n+j)$$

wobei  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)}$

$$\sum_{i,j} H(i,j) = 1$$



original



Blurred (filter applied in both dimensions).

[Sebastian Thrun]

## Verfahren 1. Ordnung

Betrachten den Gradienten der Bildfunktion, d.h.

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Betrag des Gradienten  $|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$

ist Maß für die Stärke des Anstiegs

Richtung des Anstiegs:  $\Phi = \arctan\left(\frac{\partial f / \partial y}{\partial f / \partial x}\right)$

Approximation der Ableitung durch diskrete Differenzen:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x+1, y) - f(x-1, y)}{2}$$

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

-1	0	1
----	---	---

Eingabebild:

0	0	0	0	255	255	255	255

Nach Faltung:



## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Eingabebild:

0	0	0	0	255	255	255	255
0							

Nach Faltung:

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

-1	0	1
0	0	0
0	0	

Eingabebild:

0	0	0	0	255	255	255	255
0	0						

Nach Faltung:

0	0						
---	---	--	--	--	--	--	--

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

	-1	0	1					
Eingabebild:	0	0	0	0	255	255	255	255
Nach Faltung:	0	0	0	0				

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

			-1	0	1					
			0	0	0	0	255	255	255	255
			0	0	0	255				
Eingabebild:										
Nach Faltung:										

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

Eingabebild:

				-1	0	1	
0	0	0	0	255	255	255	255
0	0	0	255	255			

Nach Faltung:

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

Eingabebild:

-1	0	1					
0	0	0	0	255	255	255	255

Nach Faltung:

0	0	0	255	255	0		
---	---	---	-----	-----	---	--	--

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

Eingabebild:

0	0	0	0	255	255	255	255
0	0	0	255	255	0	0	

Nach Faltung:

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

## Kantenfilter (1)

► Beispiel:

Eingabebild:

0	0	0	0	255	255	255	255
0	0	0	255	255	0	0	0

Nach Faltung:

-1	0	1
----	---	---



## Kantenfilter (2)

- Sobel-Operator:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

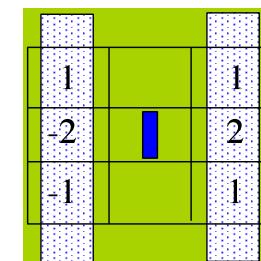
$$S_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Kantenstärke:  $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$

► Richtung:  $D = \tan^{-1}\left(\frac{S_1}{S_2}\right)$

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} * A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * [+1 \ 0 \ -1] * A$$

*Sobel-Filter sind separierbar*



*Mittelwertbildung entlang von Kanten*

## Kantenfilter (3)

► Robinson Compass Masks

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

0	1	2
-1	0	1
-2	-1	0

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

2	1	0
1	0	-1
0	-1	-2



1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

0	-1	-2
1	0	-1
2	1	0

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-2	-1	0
-1	0	1
0	1	2

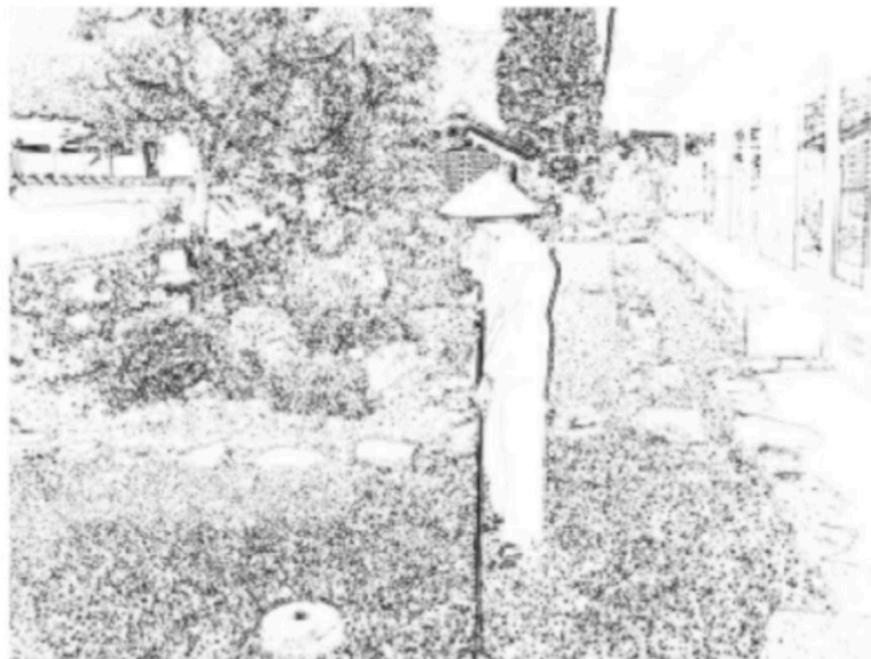


## Laplace-Filter

- ▶ Bisher haben wir Filter erster Ordnung (Gradienten) betrachtet
- ▶ Filter zweiter Ordnung -> Laplace Operator

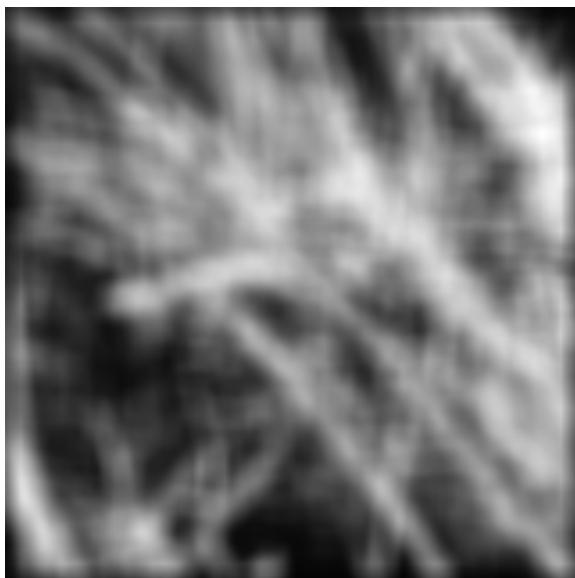
$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} &\approx \frac{\partial(f(x+1, y) - f(x, y))}{\partial x} \\ &\approx f(x+1, y) - f(x, y) - (f(x, y) - f(x-1, y)) \\ &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y)\end{aligned}$$

$$\mathbf{H}^L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

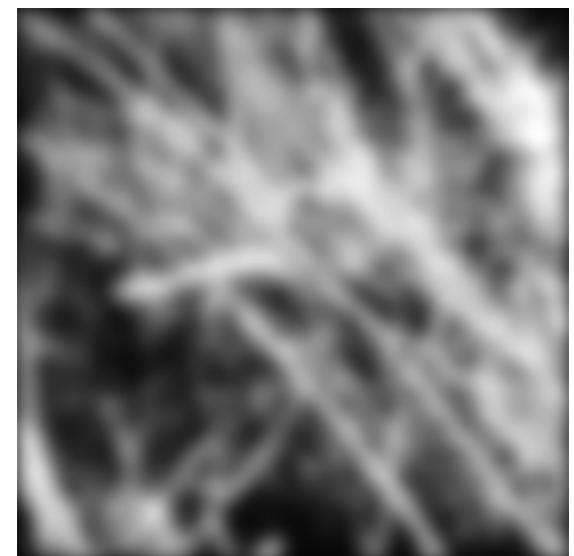


# Weichzeichnen

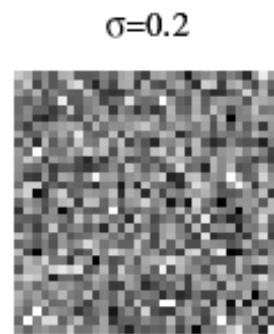
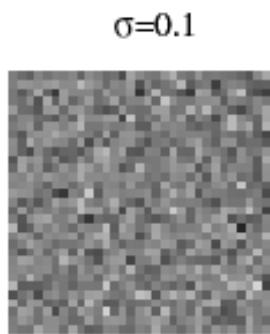
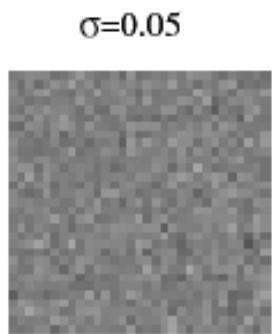
Averaging



Gaussian



# Rauschunterdrückung mit Gaußfiltern



no  
smoothing



$\sigma = 1$  pixel



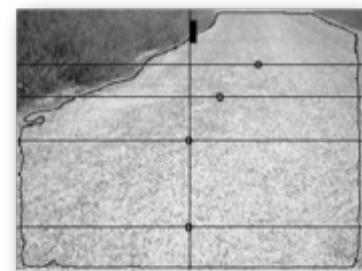
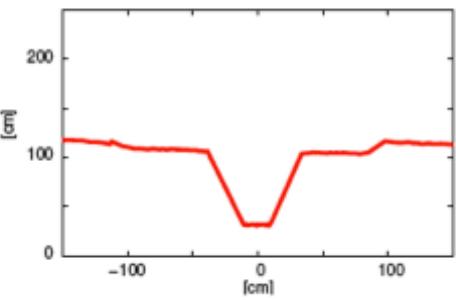
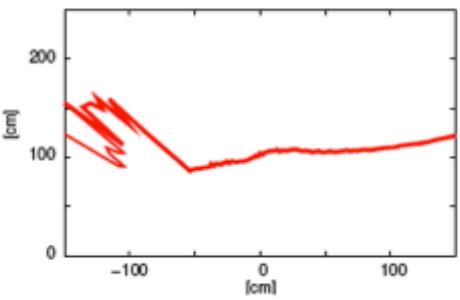
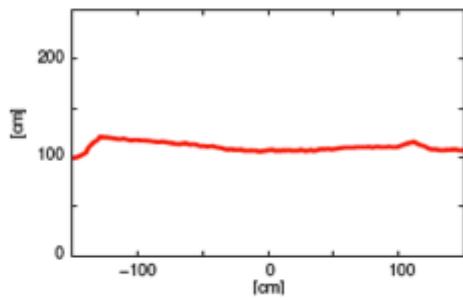
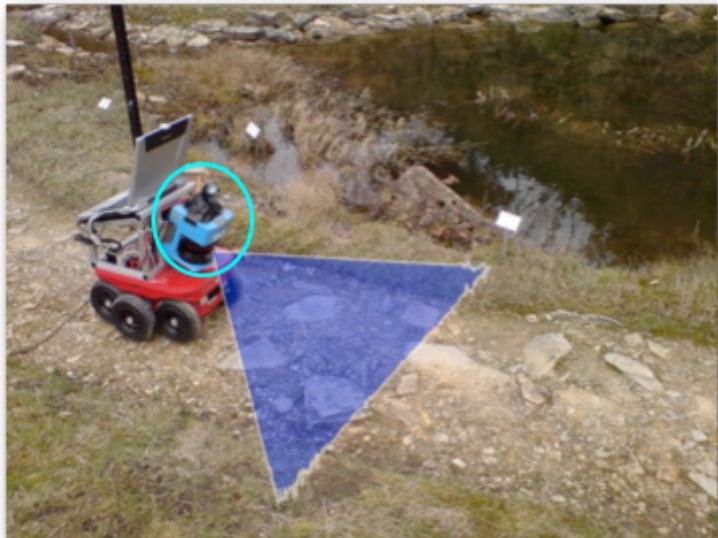
$\sigma = 2$  pixels

Zeilen: Filterbreite

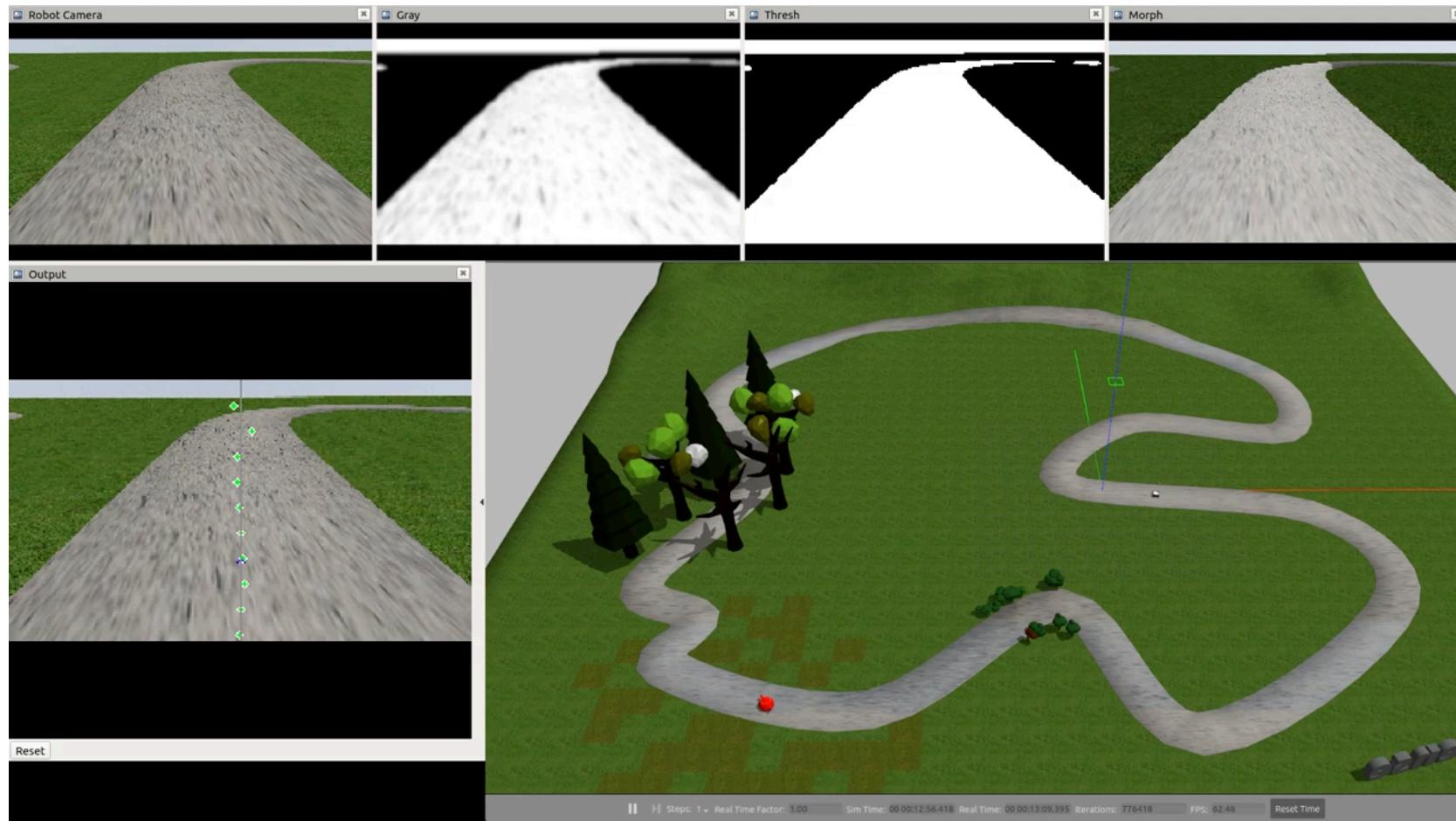
Spalten: Unterschiedlich starkes Bildrauschen

[Marc Pollefeys]

# Bildverarbeitung zur Wegerkennung



# Bildverarbeitung zur Wegerkennung



<https://myshare-4.rz.uni-osnabrueck.de/seafhttp/files/10d9144c-b7a5-4b2c-aadb-0ec9c86c62f5/FastSense%20Simulation.mp4>

## Bildverarbeitung zur Wegerkennung

► Beispiel:



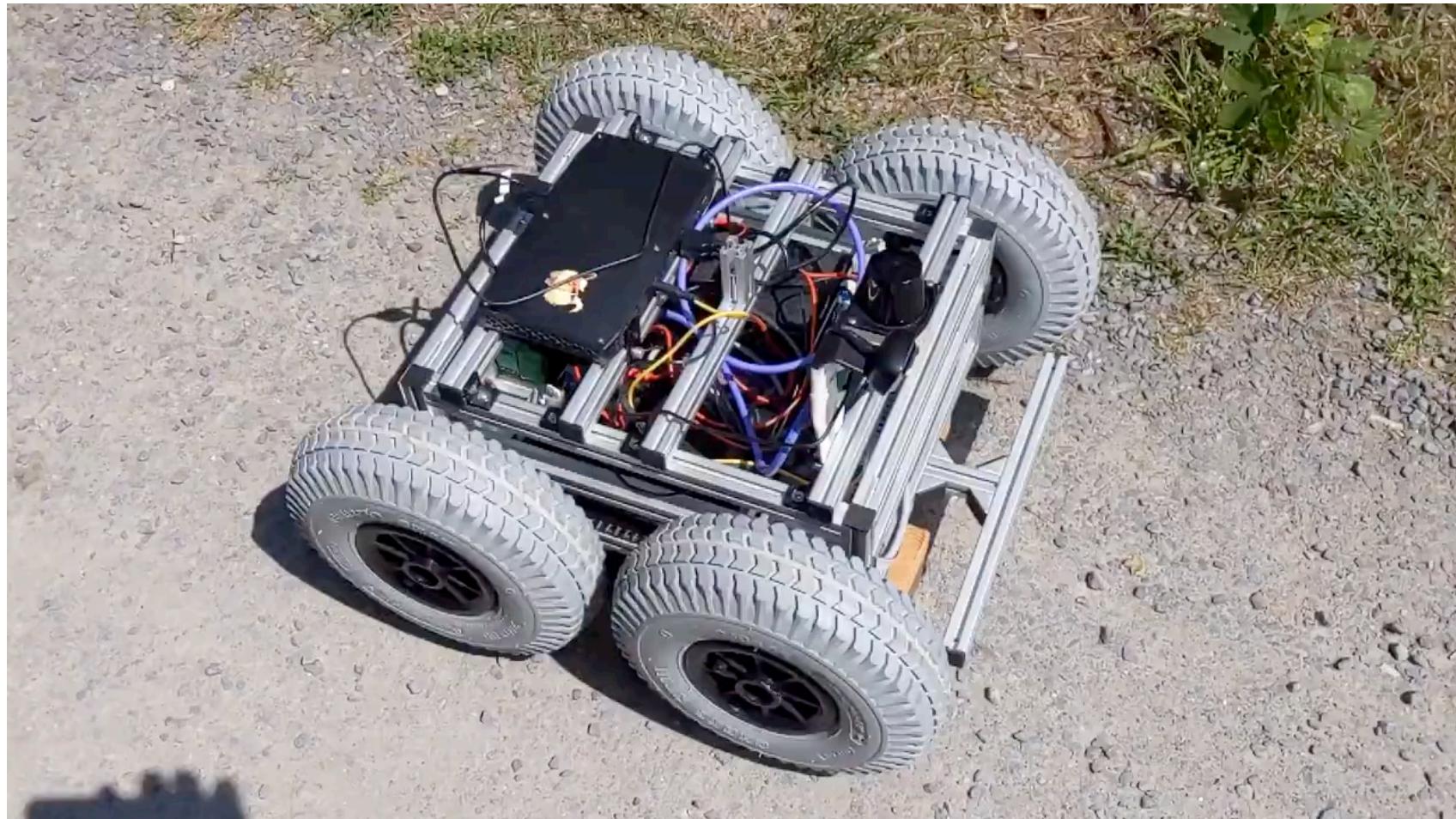
[https://myshare-4.rz.uni-osnabueck.de/seafhttp/files/2df2d1aa-25c9-4deb-9568-dec7bf407dd3/kgc2\\_keynote.mov](https://myshare-4.rz.uni-osnabueck.de/seafhttp/files/2df2d1aa-25c9-4deb-9568-dec7bf407dd3/kgc2_keynote.mov)

# Bildverarbeitung zur Wegerkennung



[https://  
myshare-4.rz.uni-  
osnabrueck.de/  
seafhttp/files/  
98b66dbe-7826-4811  
-a06a-ca49a781b204/  
kgc3\\_keynote.mov](https://myshare-4.rz.uni-osnabrueck.de/seafhttp/files/98b66dbe-7826-4811-a06a-ca49a781b204/kgc3_keynote.mov)

# Hardwareimplementierung auf Ceres



<https://myshare-4.rz.uni-osnabrueck.de/seafhttp/files/315a90eb-aba7-4bda-84ce-a5918450cc64/FastSense%20Testfahrt.mp4>