

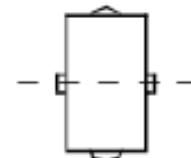
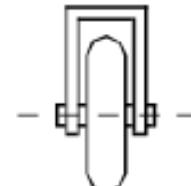
Robotik

Priv.-Doz. Dr. Thomas Wiemann
Institut für Informatik
Autonome Robotik

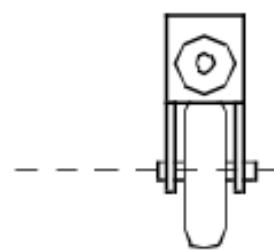
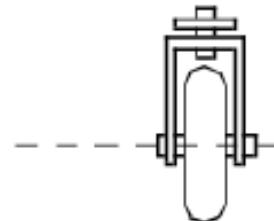
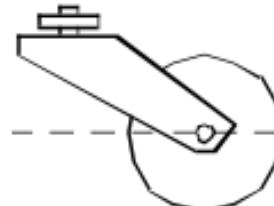
SoSe 2021



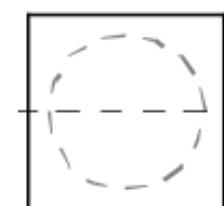
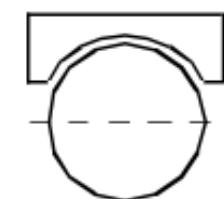
Wdh.: Räder



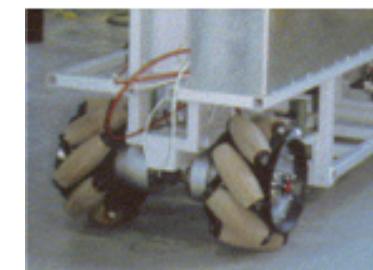
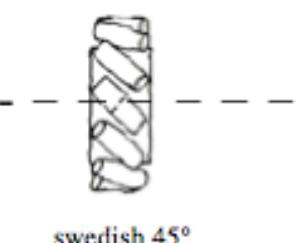
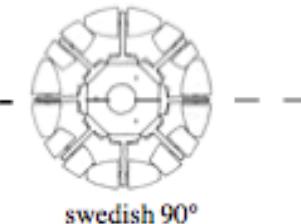
Standard-Rad
aktiv, 1-2DOF



Laufrad (*castor wh.*)
passiv, 2 DOF



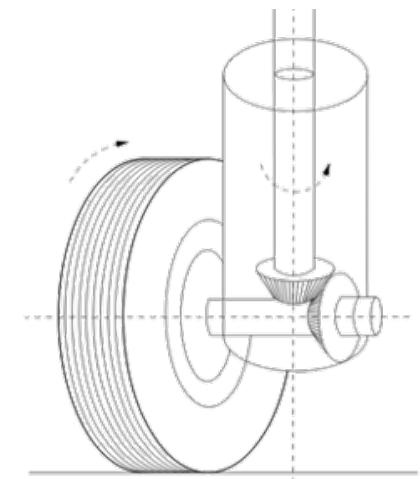
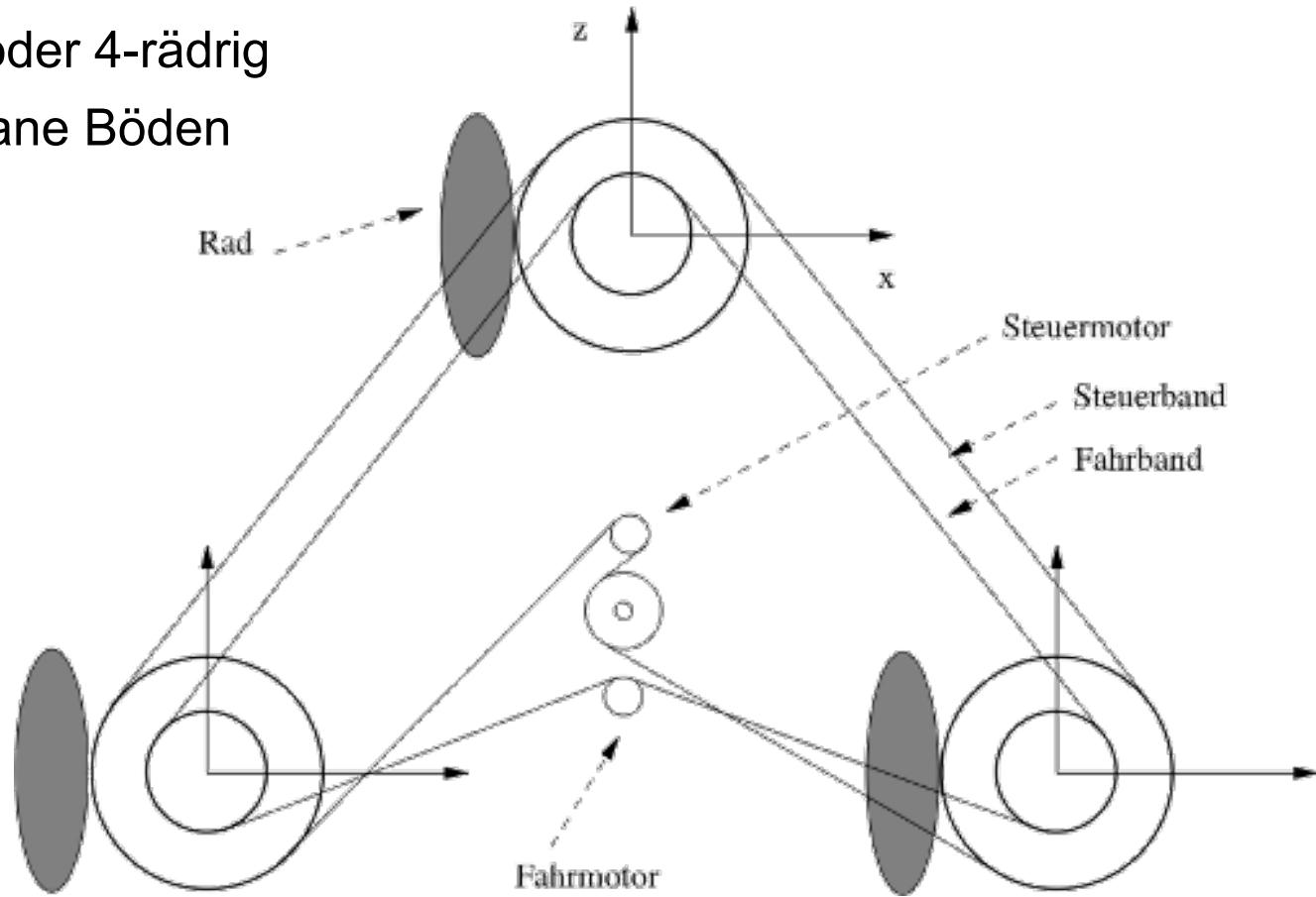
Sphärisches Rad
meist passiv, 3 DOF



**Mecanum-Rad
(*Swedish*)**
aktiv, 3 DOF

Wdh.: Synchro-Antrieb

- ▶ Holonom
- ▶ Gibt's 3- oder 4-rädrig
- ▶ Nur für plane Böden



Radkinematiken (1)

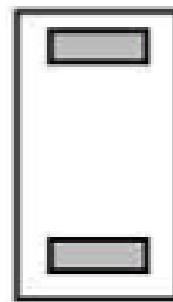
► Zwei- und Dreirad

■ aktives Rad
□ passives Rad

Zweirad



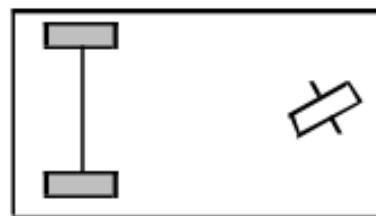
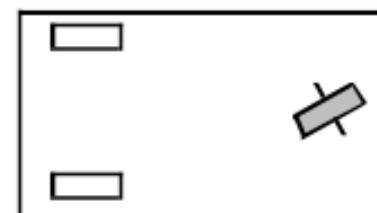
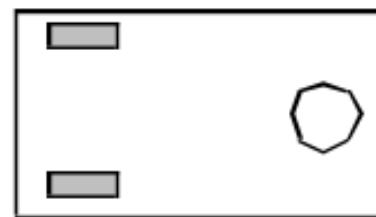
(passiver)
Lenkantrieb



Differenzialantrieb

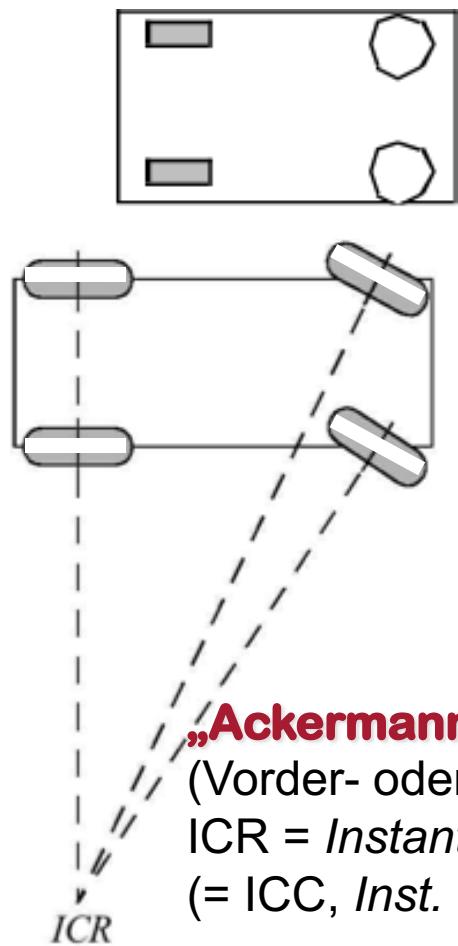
statisch stabile Kinematik,
falls Schwerpunkt unter
der Achse

Dreirad (statisch stabil)



Radkinematiken (2)

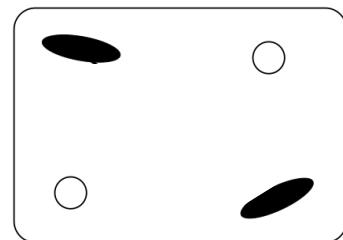
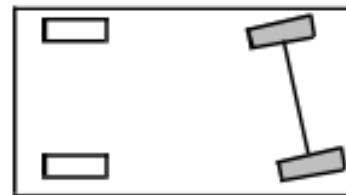
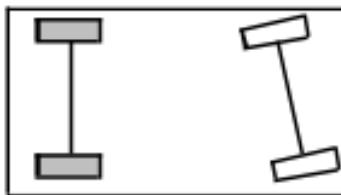
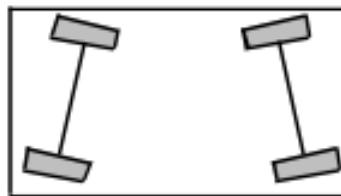
► Vierräder



„Ackermann-Kinematik“ (A.-Steuerung)

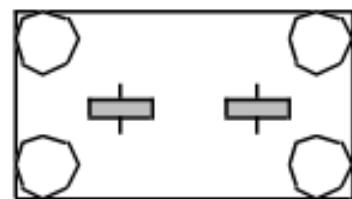
(Vorder- oder Hinterachse angetrieben)

$ICR = \text{Instantaneous Center of Rotation}$
($= \text{ICC}$, $\text{Inst. Center of Curvature}$)

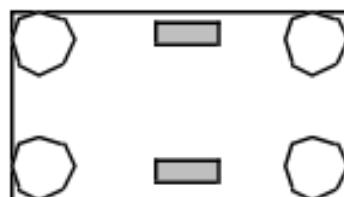


4 Räder, holonom,
„Fahrradkinematik“

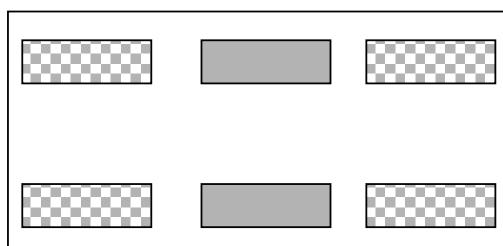
Radkinematiken (4)



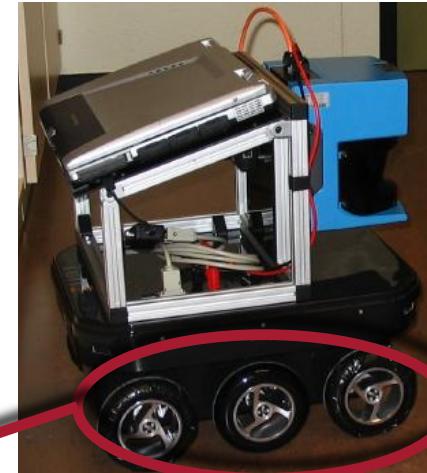
KURT2-Kinematik



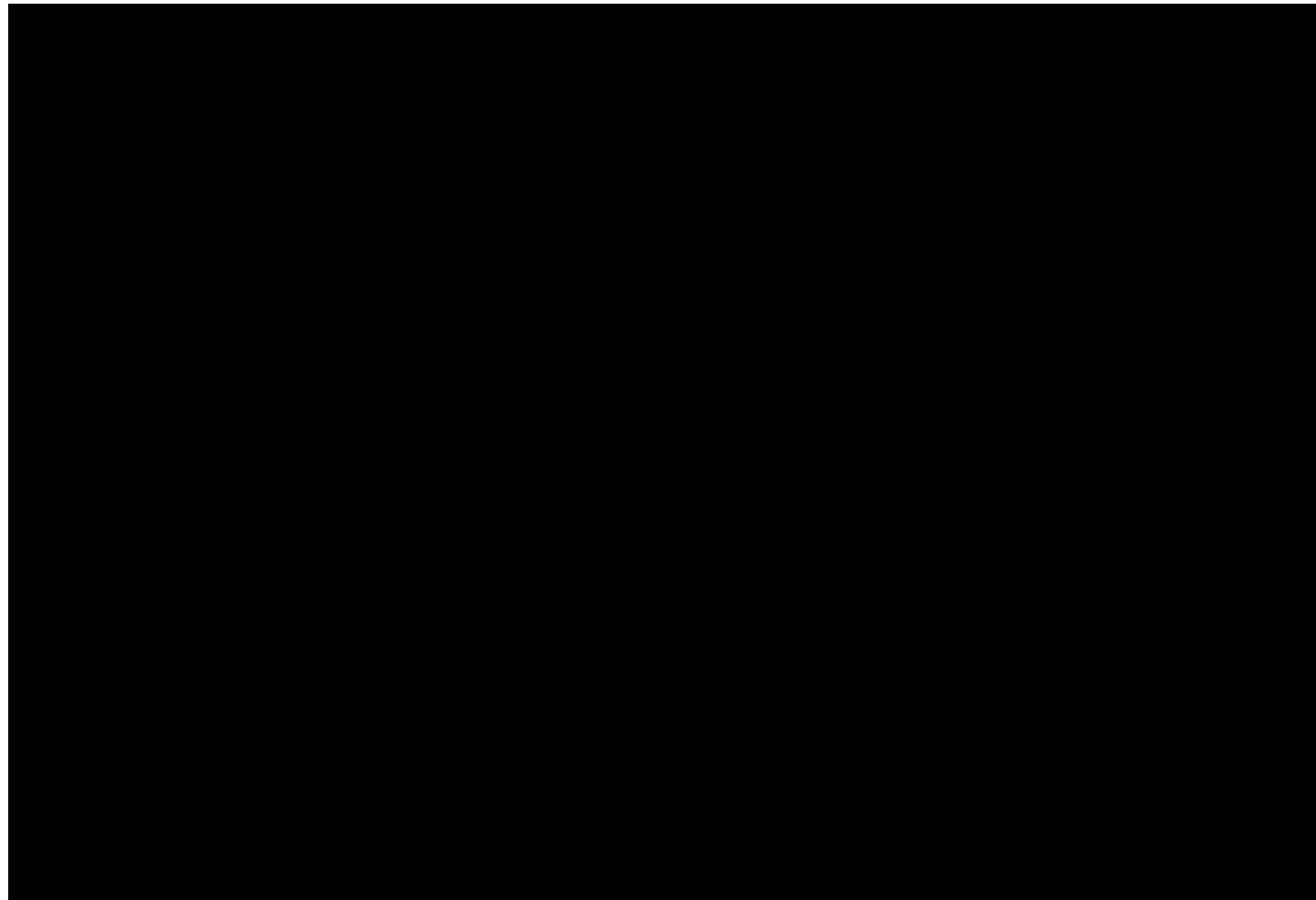
bzw.



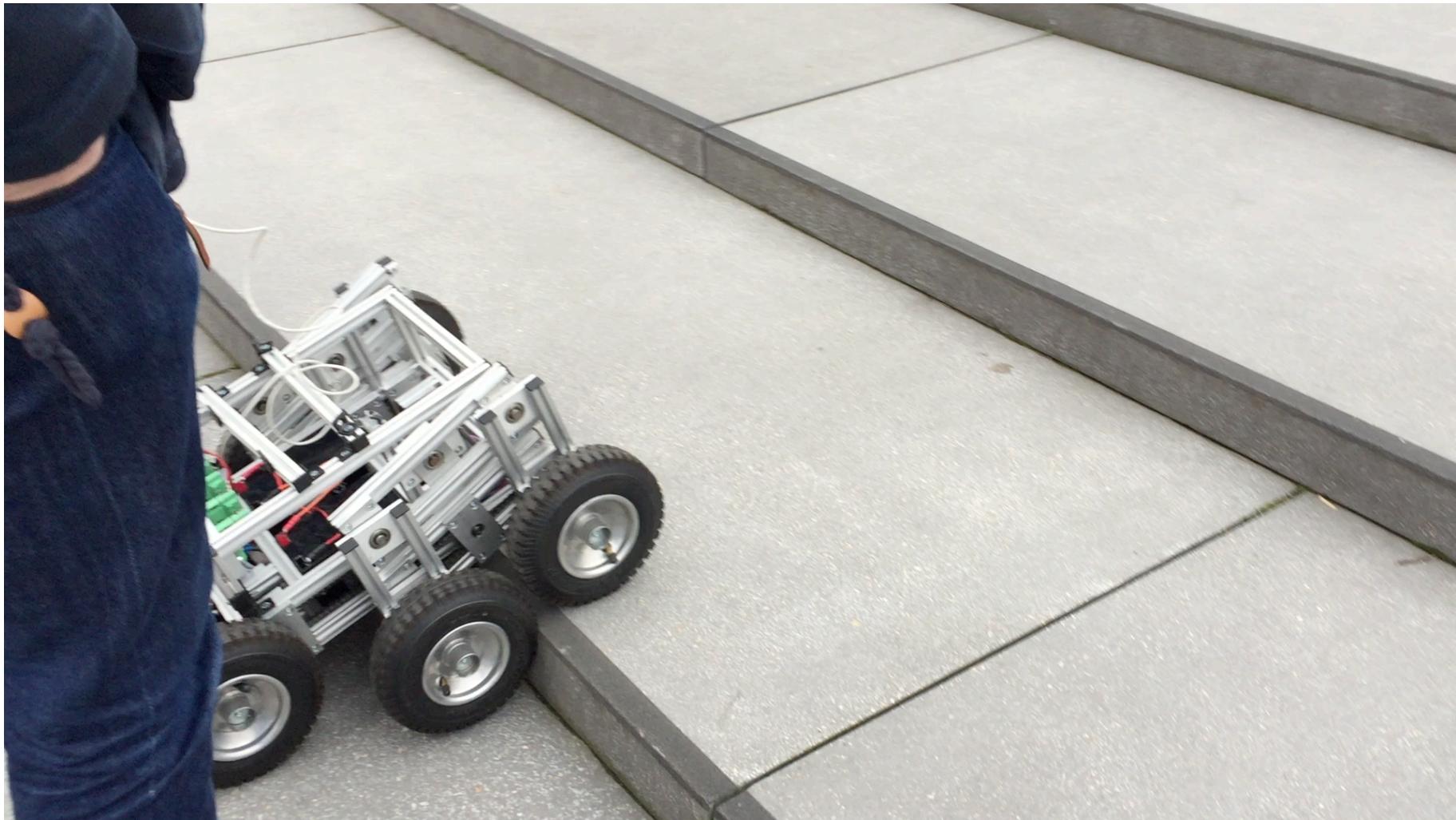
Räder vorn/hinten schleifen!



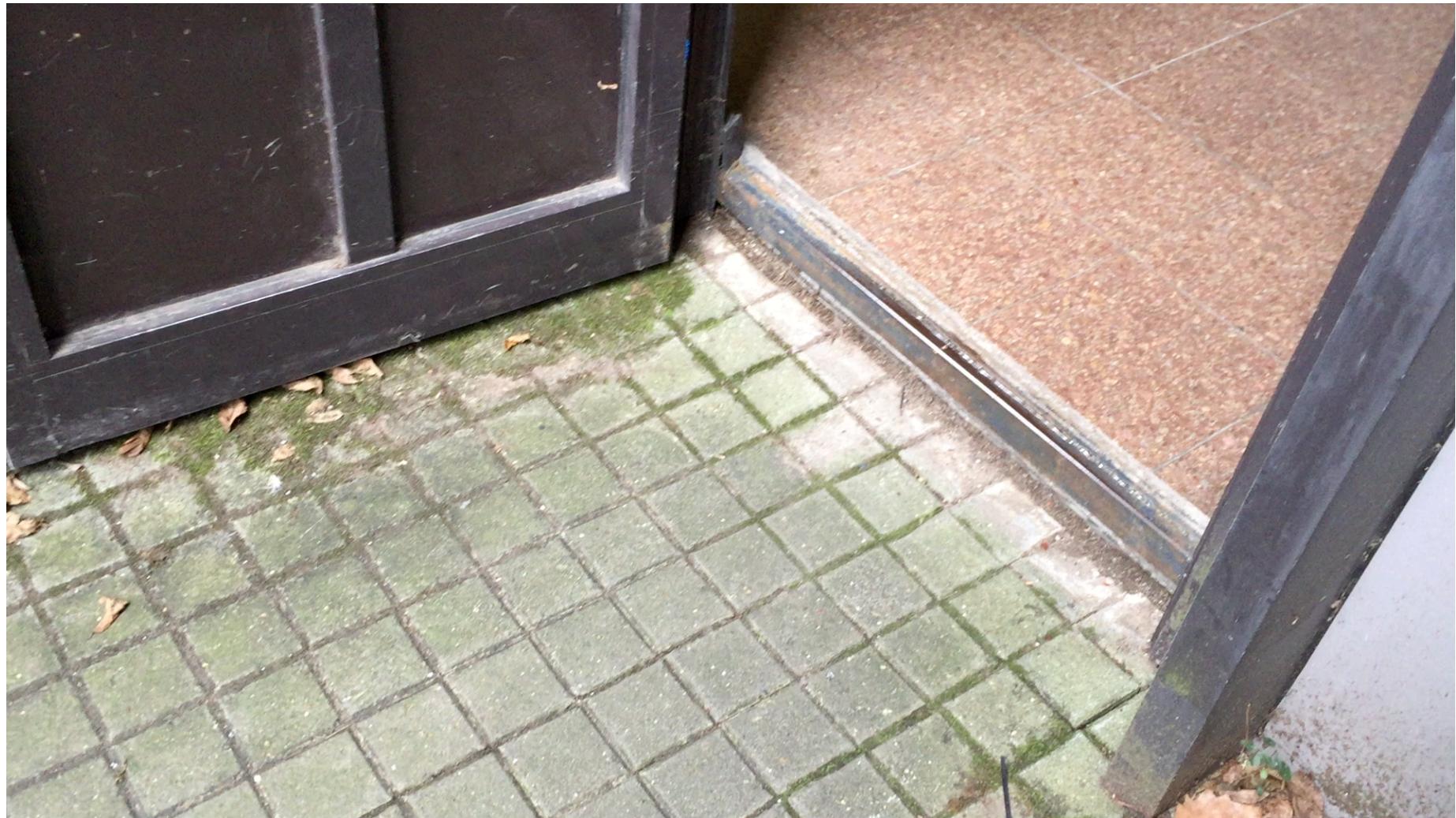
Radkinematiken (5)



Radkinematiken (6)

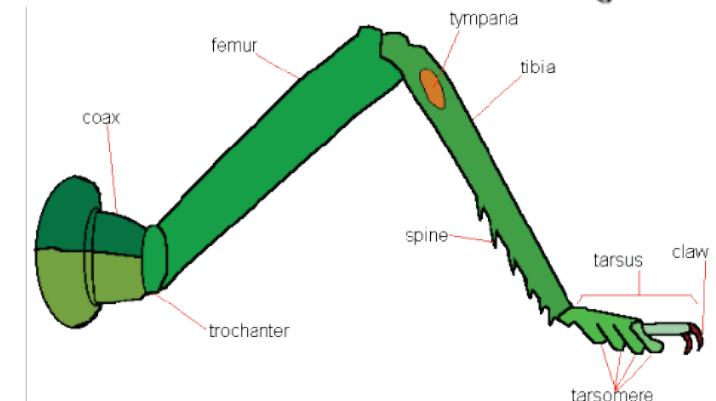
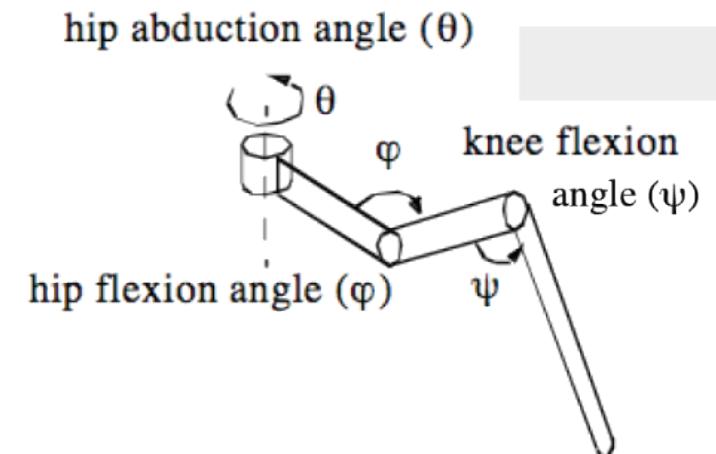
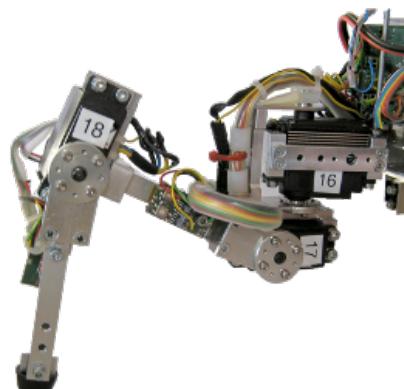


Radkinematiken (7)



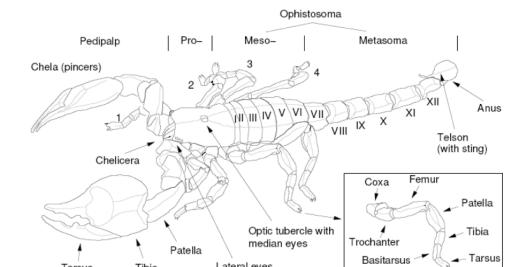
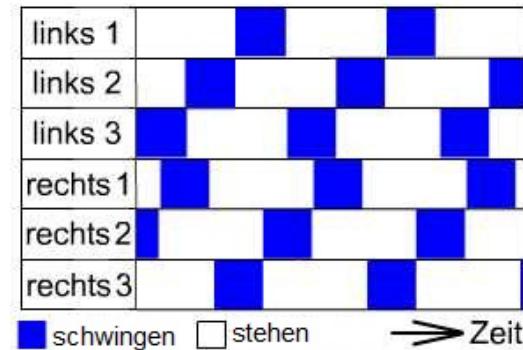
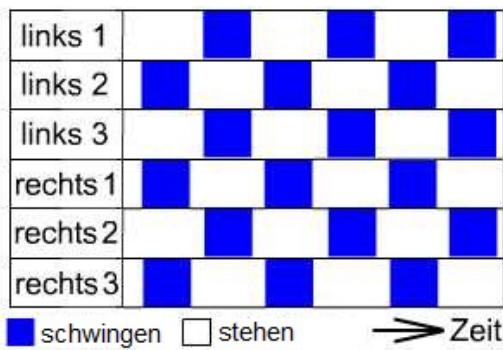
Laufmaschinen mit Beinen

- ▶ Kommen in dieser Vorlesung nicht weiter vor
- ▶ Machen für viele Anwendungen Sinn (schwieriger Boden)
- ▶ Statisch stabil: Roboter fällt nicht um (auch bei kleinen externen Störungen)
- ▶ Dynamisch stabil: Roboter hält die Balance durch Bewegung



The Katydid's Foreleg

Laufroboter - Ansteuerung



Lauf eines schweren Skorpions in Sand bei 20 ° Stellung (raumfest)

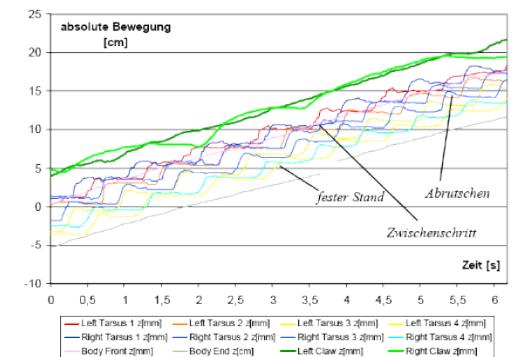
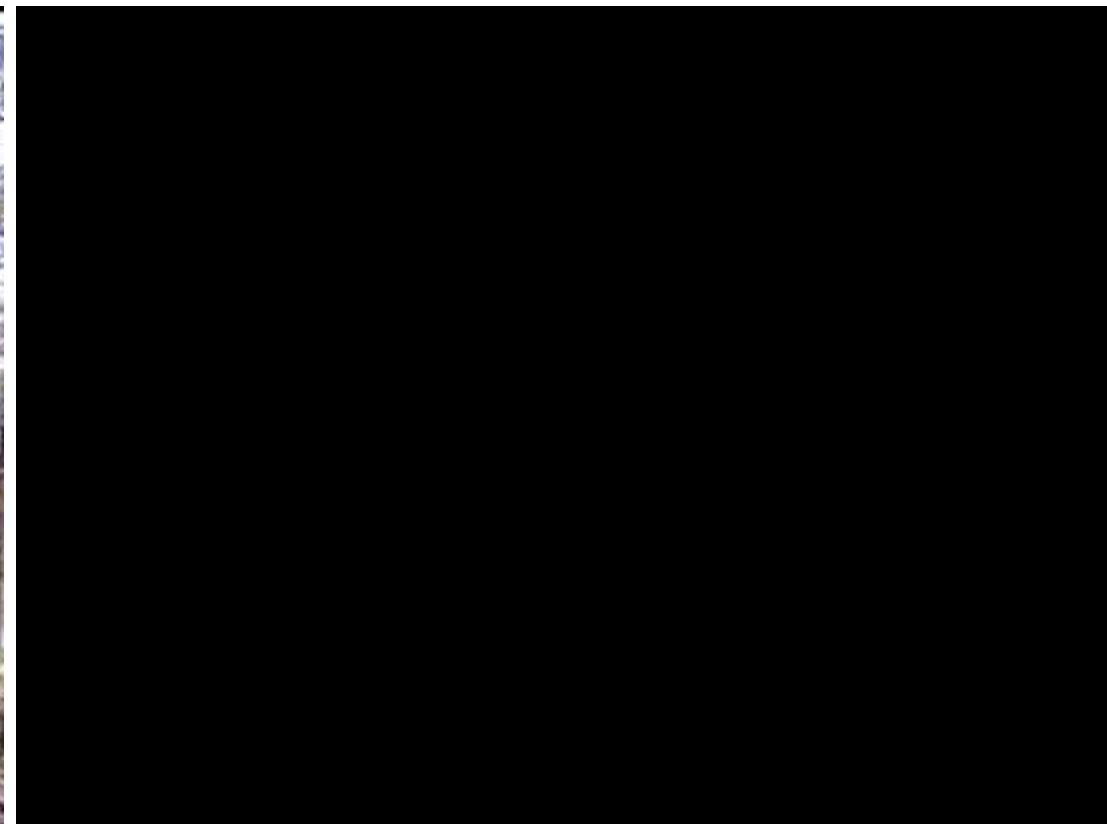


Abb. 9.1 Der schwere Skorpion setzt bereits dreimal seine Scheren zur Unterstützung ein, ein leichtes Abrutschen ist festzustellen, aber es wird nur einmal ein Zwischenschritt verwendet.

Bei k Phasen und I Beinen ergeben sich in t Zeitschritten $\mathcal{O}(k^I)$ mögliche Bewegungen

Beispiel





Gliederung

5. Fortbewegung

1. Einleitung
2. Bewegungsschätzung
3. Bayes- und Kalmanfilter
4. Fusion von Odometriedaten
5. Fortbewegung
6. Lokalisierung
7. Mapping
8. Navigation
9. Ausblick



Gliederung

5. Fortbewegung

1. Einleitung
2. **Bewegungsschätzung**
3. Bayes- und Kalmanfilter
4. Fusion von Odometriedaten
5. Lokalisierung
6. Mapping
7. Navigation
8. Ausblick

Bewegungsschätzung

- ▶ **Globale Lokalisierung vs. Inkrementelles Posetracking**
- ▶ Globale Lokalisierung:
 - ▶ Ermittle Pose in externen Bezugssystem (Karte, Koordinatensystem)
 - ▶ Thema des nächsten Kapitels!
- ▶ Inkrementelle Lokalisierung (relative Lokalisierung, lokale Lokalisierung, tracking)
 - ▶ Ermittle Pose bezüglich Startpose bzw. Zwischenpose
 - ▶ Schätze zurückgelegten Weg durch Integration über die gemessene vorwärtskinematische Eigenbewegung
- ▶ Vorteil:
 - ▶ Keine Exterozeption (sondern Vorwärtskinematik)
- ▶ Nachteil:
 - ▶ Vorwärtskinematik approximiert nur die tatsächliche Bewegung

Gesamtfehler der Schätzung durch ist durch die Integration praktisch unbeschränkt!

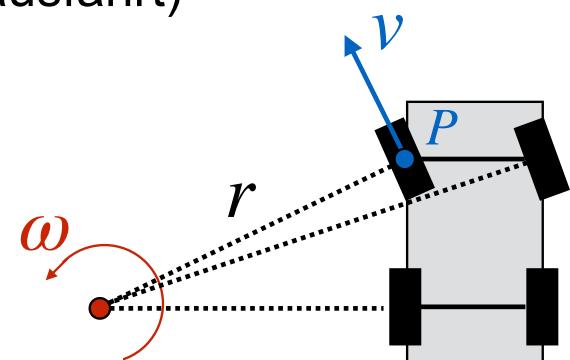
- ▶ Kinematik beschäftigt sich mit der Geometrie und den zeitabhängigen Aspekten der Bewegung
- ▶ Keine Betrachtung der Kräfte, die die Bewegung verursachen
- ▶ Roboterkinematik: Zusammenhang zwischen der Einstellung der beweglichen Teile des Roboters (Räder, Drehgelenke) und Pose des Roboters
- ▶ **Vorwärtskinematik**: Ableitung der Roboterpose aus den intern einstellbaren Parametern
- ▶ **Rückwärtskinematik (Inverse Kinematik)**: Bestimmung der Parameter aus der Pose des Roboters

Kinematisches Gesetz / Momentanpol

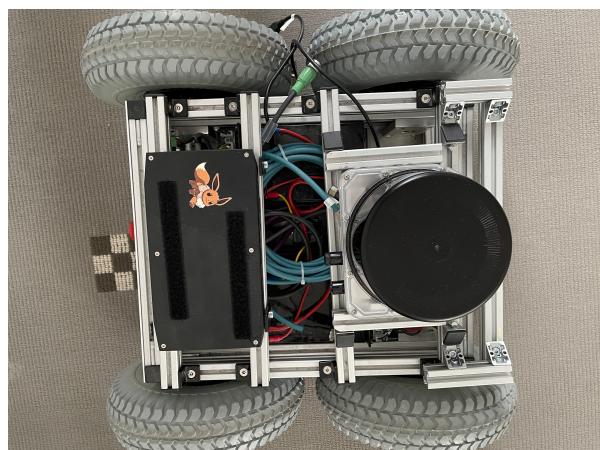
- ▶ Momentalpol (“Instantaneous Center of Rotation, ICR”)
 - ▶ Die Bewegung eines starren Körpers lässt sich zu jedem Zeitpunkt als reine Drehbewegung um einen momentanen Drehpunkt auffassen
- ▶ Rotiert der Körper mit der Winkelgeschwindigkeit ω um den ICR auf einem Kreis mit dem Radius r , dann gilt für seine Geschwindigkeit v in einem Punkt P

$$\omega = \frac{v}{r}$$

- ▶ Geschwindigkeitsvektor v steht dabei senkrecht auf r
- ▶ Der Radius kann unendlich werden. Dann wird $\omega = 0$ (Geradeausfahrt)



- ▶ Unterschiedliche Kinematiken erfordern jeweils andere mathematische Modelle!
 - Beispiele (Rad- und Beinantrieb) s. Dudek/Jenkin Kap. 2.1
 - Weitere Kinematiken s. Buch
 - Odometrie bei Beinantrieben unüblich
 - Basis-Odometrie für Ceres, KURT2 etc.
 - Exzellente Web-Darstellung: rossum.sourceforge.net/papers/DiffSteer/DiffSteer.html

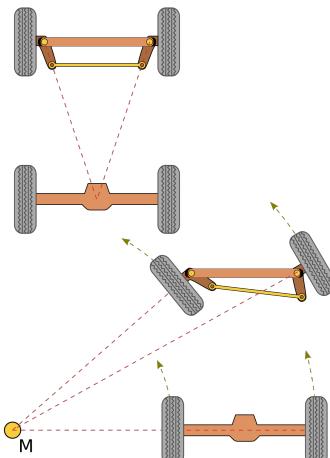


Koppelnavigation (dead reckoning):

Berechnung d. Trajektorie über fortlaufende Messung von Orientierung, Geschwindigkeit und Zeit

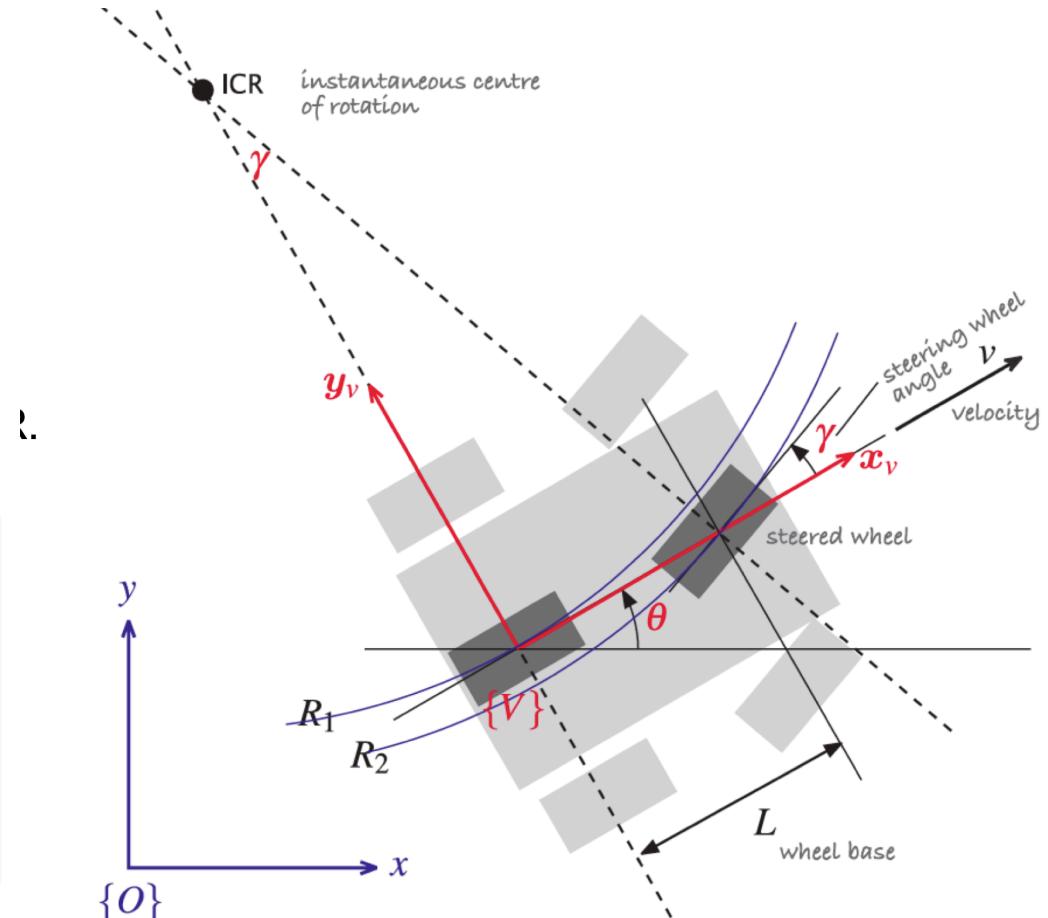
Beispiel Ackermannsteuerung

- ▶ Steuerung über Lenkwinkel γ und Geschwindigkeit v in lokaler x -Richtung
- ▶ Drehung um ICR
- ▶ Die Räder bewegen sich auf unterschiedlichen Radien
- ▶ Lenkwinkel innen größer als außen



$$\tan \gamma = \frac{v}{R_1}, v = \omega R_1$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{v}{L} \tan \gamma$$

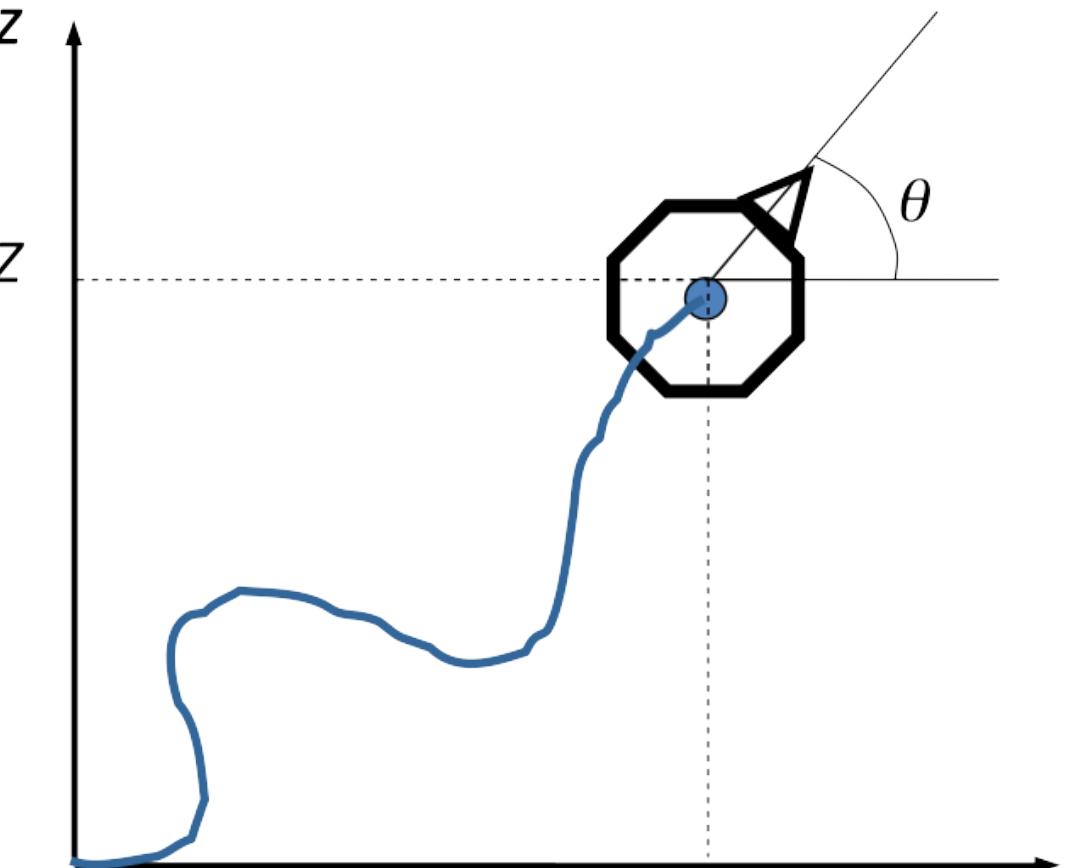


aus [Corke 2011]

Odometrie für Roboter mit Diff-Antrieb

$$\begin{pmatrix} X \\ Z \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \int dx/dt \\ \int dz/dt \\ \int \theta dt \end{bmatrix}$$

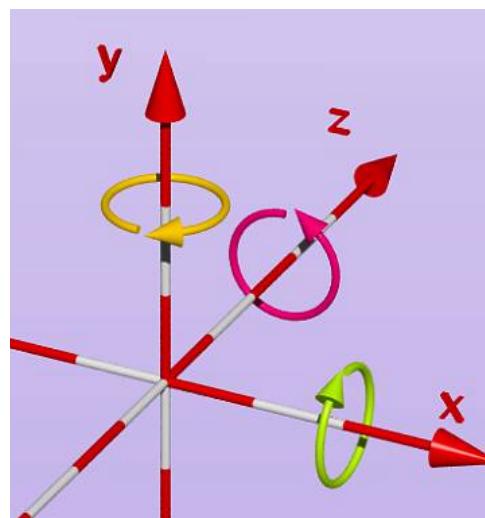
- ▶ Orientierung θ : 0° in x -Richtung, **positiv im Uhrzeigersinn**
- ▶ Startpose $[X_0, Z_0, \theta_0]^T = [0, 0, 0]^T$
- ▶ Referenz: Hier Robotermittelpunkt



Erinnerung: Koordinatensysteme

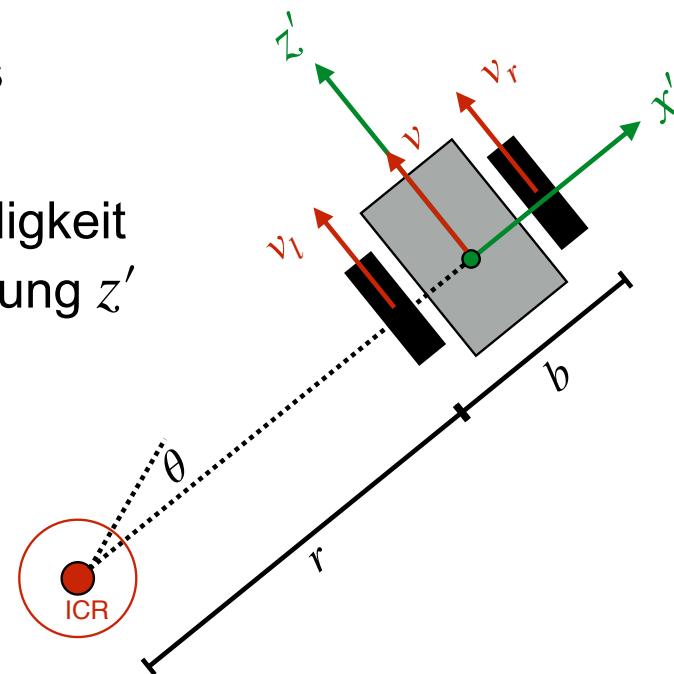
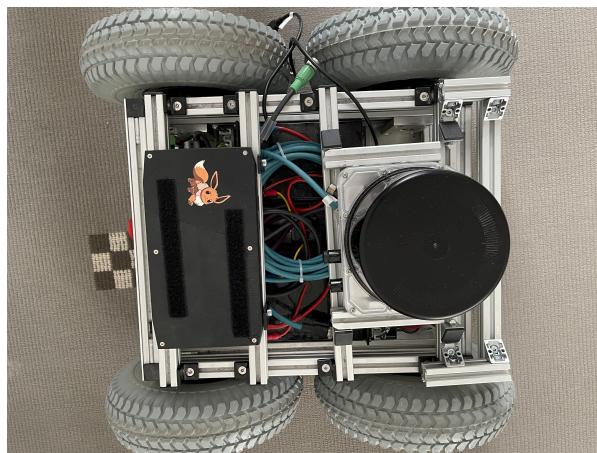
- ▶ Erinnerung: Nach Systematik des Buches rechnen wir in einem linkshändigen Koordinatensystem
- ▶ Auch in Computergrafik gebräuchlich (Beispiel: POV-Ray)
- ▶ Eselsbrücke für Drehrichtungen im Linkshändigen Koordinatensystem
- ▶ Diese Drehung um y ist es, die wir in der Ebene betrachten!

Die positive Drehrichtung um y (und nur um y)
ist hier im Uhrzeigersinn!



Differenzialantrieb (1)

- ▶ Kinematisches Modell: Roboter wird von zwei unabhängigen Rädern angetrieben
- ▶ Geschwindigkeit v_l des linken und v_r des rechten Rads werden eingestellt
- ▶ Der Roboter bewegt sich um ICR mit Winkelgeschwindigkeit θ um das ICR und Geschwindigkeit v in lokaler z' -Richtung z'



Differenzialantrieb (2)

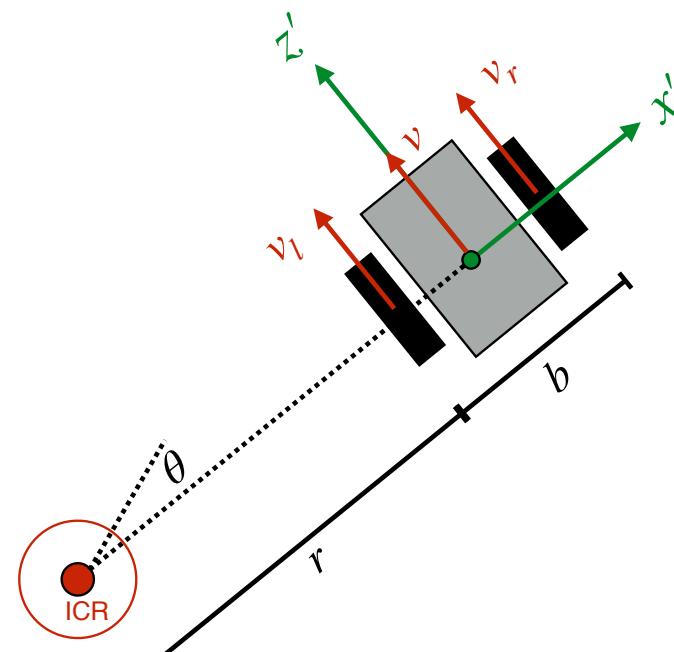
- ▶ Es gelten folgende kinematische Zusammenhänge:

- ▶ $v_l = \theta r$
- ▶ $v = \theta(r + b/2)$
- ▶ $v_r = \theta(r + b)$

- ▶ Daraus ergibt sich:

$$v = \frac{v_r + v_l}{2}$$

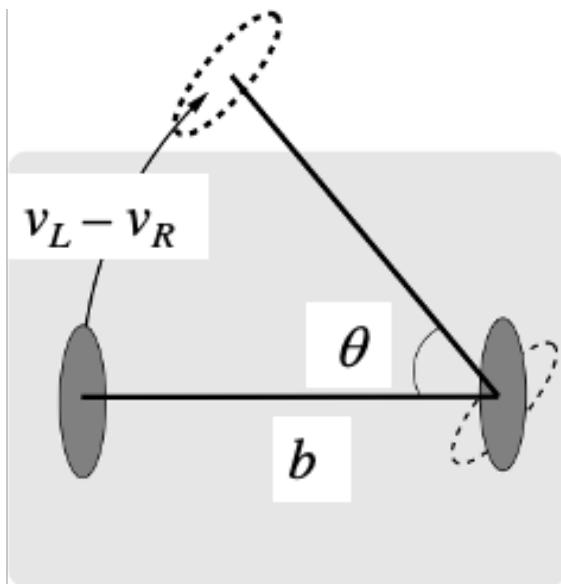
$$\theta = \frac{v_r - v_l}{b}$$



- ▶ Also lassen sich v und θ aus v_l , v_r und der Achslänge b bestimmen
- ▶ Umgekehrt natürlich auch v_l , v_r aus v und θ

Berechnung der Orientierung

- ▶ v_R, v_L : **konstante(!)** Geschwindigkeit des rechten bzw. linken Rads (Projektion. der Nabe)
 - Bekannt aufgrund der Inkrementalgeber / Radumfang
- ▶ b : Achslänge
 - Bekannt durch Konstruktion
- ▶ θ : Schwenkwinkel bei Bewegung
 - hier gemessen als Kreisabschnitt in Radiant rad, $\theta_{rad} = \theta^\circ \cdot \pi/180$; 1 rad $\approx 57,3^\circ$



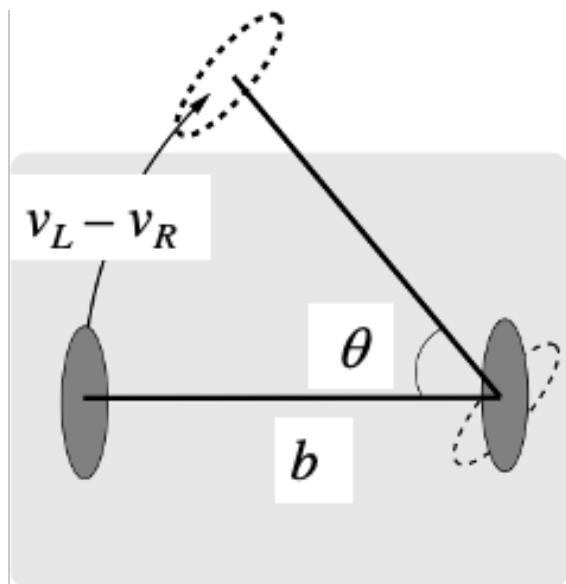
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_L - v_R}{b}$$

Spezialfälle:

$v_R = v_L$: $d\theta = 0$ (Geradeausfahrt)

$v_L = 0$ oder $V_R = 0$: Segment eines Kreises mit Radius b

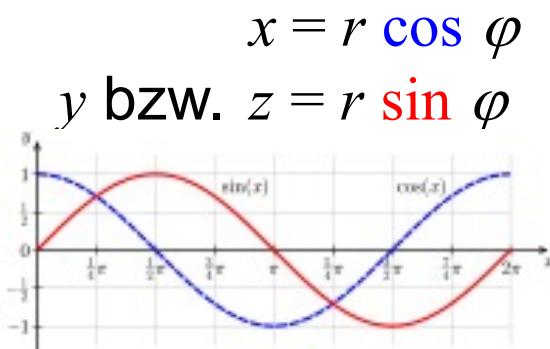
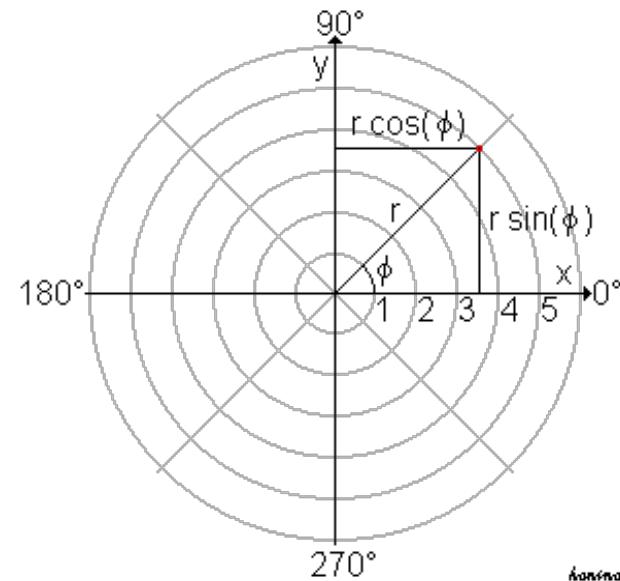
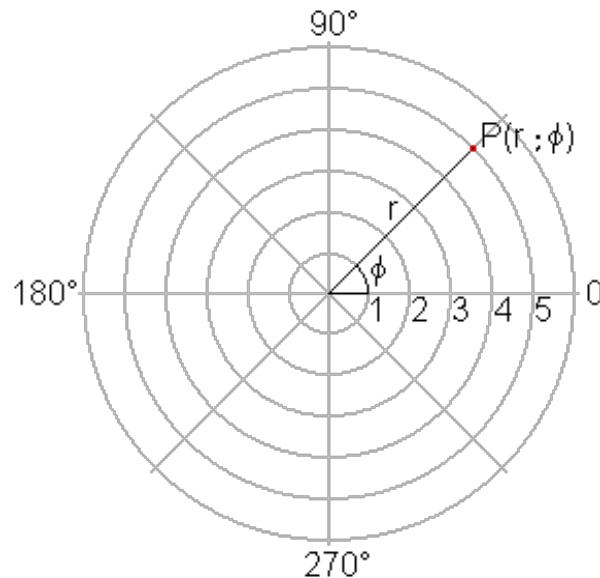
- ▶ Integration über t mit Startwert θ_0
- ▶ Berechnung der Pose im “nächsten” Zeitschritt bei Bewegung
- ▶ Konstante Geschwindigkeit (vorausgesetzt)



$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_L - v_R}{b}$$

$$\theta_t = \theta_0 + \frac{(v_L - v_R)t}{b}$$

Erinnerung: Umrechnung

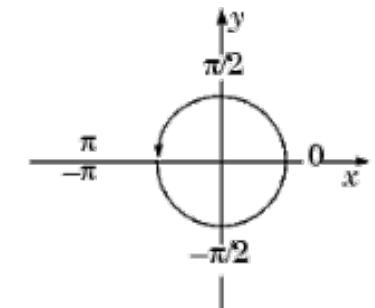


Kartesisch nach Polar:

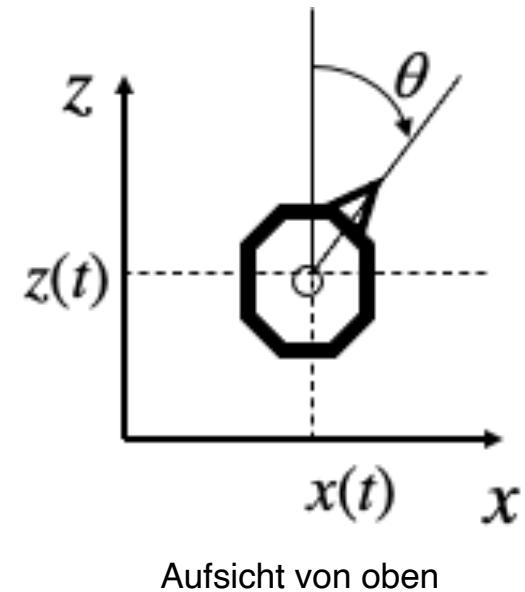
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

atan2 ergibt den Winkel in $[-\pi, \pi]$ des 2-Vektors $(x, y)^T$
(Fallunterscheidung pro Quadrant über die arctan-Funktion)



Berechnung von x und z



- ▶ Bei $\theta = 0$ rad: Blick entlang der z -Achse
- ▶ Referenzpunkt im Roboter ist der Achsmittelpunkt
- ▶ Geschwindigkeit des Referenzpunkts: $v = (v_R + v_L)/2$

Spezialfälle:

$v_L = v_R \Rightarrow v = v_L = v_R$ (Geradeausfahrt)

$v_R = 0 \Rightarrow v = v_L/2$ (Kreissegment mit Radius b)

$$dx/dt = v \sin(\theta_t) = [(v_R + v_L)/2] \cdot \sin(\theta_t)$$

$$dz/dt = v \cos(\theta_t) = [(v_R + v_L)/2] \cdot \cos(\theta_t)$$

Berechnung von x und z

- ▶ Berechnung der Koordinaten nun analog zur Winkelberechnung
- ▶ Integration bei Startwerten x_0, z_0

$$dx/dt = v \sin(\theta_t) = [(v_R + v_L)/2] \cdot \sin(\theta_t)$$

$$dz/dt = v \cos(\theta_t) = [(v_R + v_L)/2] \cdot \cos(\theta_t)$$

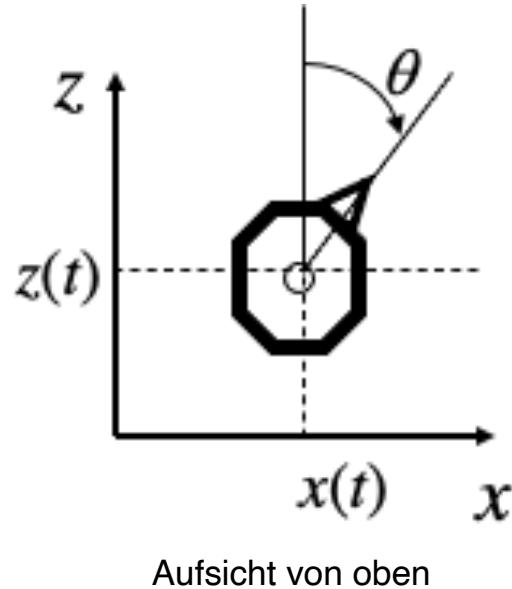
$$\begin{aligned} x(t) &= v \int \sin \theta_t dt \\ z(t) &= v \int \cos \theta_t dt \end{aligned} \quad \text{m} \quad \theta_t = \theta_0 + \frac{(v_L - v_R)t}{b}$$

Achtung mit Wert $(v_L - v_R)$ im Nenner der Integrallösung!

$$x(t) = x_0 + \frac{b}{2} \frac{(v_r + v_l)}{(v_r - v_l)} [\sin(\theta(t)) - \sin(\theta_0)]$$

$$z(t) = z_0 + \frac{b}{2} \frac{(v_r + v_l)}{(v_r - v_l)} [\cos(\theta(t)) - \cos(\theta_0)]$$

Praktische Approximationen



$$\begin{aligned} dx/dt &= v \sin(\theta_t) = [(v_R + v_L)/2] \cdot \sin(\theta_t) \\ dz/dt &= v \cos(\theta_t) = [(v_R + v_L)/2] \cdot \cos(\theta_t) \end{aligned}$$

$$\theta_t = \theta_0 + \frac{(v_L - v_R)t}{b}$$

- ▶ Die Differenzmessung zwischen v_L, v_R ist fehlerbehaftet
- ▶ Bei kleiner Differenz ($v_L - v_R$) numerisch instabil
- ▶ Approximiere Pose über die Zeit Δt
- ▶ Während Δt seien:

$$v = (v_R + v_L)/2$$

$$\Delta\theta = (v_L - v_R)/b$$

$$\begin{bmatrix} x_n \\ z_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n-1} \\ z_{n-1} \\ \theta_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v \cdot \Delta t \cdot \sin(\theta_{n-1} + \frac{\Delta\theta}{2} \Delta t) \\ v \cdot \Delta t \cdot \cos(\theta_{n-1} + \frac{\Delta\theta}{2} \Delta t) \\ \Delta\theta \cdot \Delta t \end{bmatrix}$$

- ▶ Alternativen:
 - vereinfacht nur $v \cdot \Delta t \cdot \sin \theta$ bzw. $v \cdot \Delta t \cdot \cos \theta$
 - Kalibrierbares Fehlermodell für x, z (z.B. für Ceres)

Beispiel: Rechnung nach Approximation

$$\begin{bmatrix} x_n \\ z_n \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{n-1} \\ z_{n-1} \\ \theta_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v \cdot \Delta t \cdot \sin(\theta_{n-1} + \frac{\Delta\theta}{2} \Delta t) \\ v \cdot \Delta t \cdot \cos(\theta_{n-1} + \frac{\Delta\theta}{2} \Delta t) \\ \Delta\theta \cdot \Delta t \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} v \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right] &= (v_R + v_L)/2 \\ \Delta\theta \left[\frac{1}{\text{s}} \right] &= (v_L - v_R)/b \end{aligned}$$

Seien

- $b = 25\text{cm}$
 - $v_L = 80\text{cm/s}, v_R = 75\text{cm/s}$
 - **aktuelle Pose** $[0,0,0]^T$
 - $\Delta t = 1\text{s}$
- $$\Delta\theta \cdot \Delta t = \frac{(80 - 75)\text{cm/s}}{25\text{cm}} \cdot \Delta t = 0,2\text{ rad} \cdot \Delta t$$
- (Hinweis: $0,2\text{rad} \approx 11,46^\circ$)

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ z_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}(1\text{s}) = \begin{bmatrix} 0\text{cm} \\ 0\text{cm} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 77,5 \sin(0 + 0,1)\text{cm} \\ 77,5 \cos(0 + 0,1)\text{cm} \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,74\text{cm} \\ 77,11\text{cm} \\ 0,2 \end{bmatrix}$$

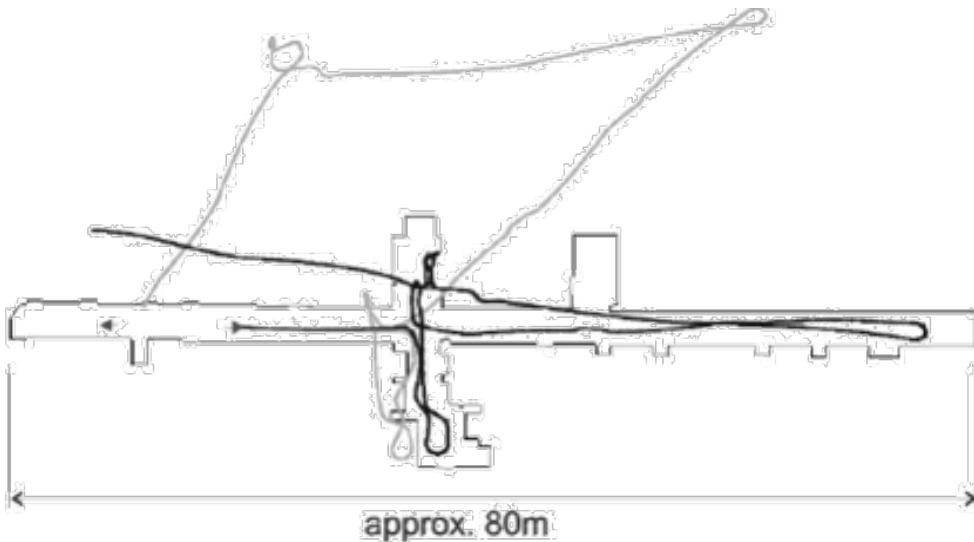
Beispiel: Rechnung nach Approximation

- ▶ Geschätzte Pose nach 1s im $[x_0, z_0, \theta_0]^T$ -Referenzsystem: $[7,74\text{cm}, 77,11\text{cm}, 0,2]^T$
- ▶ Die “zweite Sekunde” (ohne Dimensionen der Werte, selbe v_L, v_R)

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ z_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,74 \\ 77,11 \\ 0,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 77,5 \sin(0,2 + 0,1) \\ 77,5 \cos(0,2 + 0,1) \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,74 \\ 77,11 \\ 0,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 22,09 \\ 74,04 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29,83 \\ 151,15 \\ 0,4 \end{bmatrix}$$

- ▶ Geschätzte Pose nach 2s in Referenzsystem: $[29,83\text{cm}, 151,15\text{cm}, 0,4\text{rad}]^T$
- ▶ Geschätzte Pose nach 2s ohne Zwischenpose: $[30,79\text{cm}, 151,91\text{cm}, 0,4\text{rad}]^T$
- ▶ Inkrementiere jeweils letzte Schätzung (relative Lokalisierung)
- ▶ Zykluszeit praktisch viel kürzer als 1s (eher $\sim 1/100\text{s}$)

Ergebnisse Qualitativ



Beispiel:

- Flurfahrt ca. 200m mit KURT2

Für kurze, besonders gerade Strecken ist sie okay!
Fusioniert mit anderen Sensordaten ist sie hilfreich!

- ▶ Lokalisierung nach Odometrie (Koppelnavigation) ist kostenlos
- ▶ Sie unterliegt gravierenden systematischen Fehlern
- ▶ Variabler Schlupf (auch des Zahnriemens, KURT2), Kurvenmodell, ...)
- ▶ Billige empirische Verbesserungen machen Sinn
- ▶ Fehler akkumulieren über die Zeit unbegrenzt

Ground Truth in der Robotik

- ▶ Gegeben: Ein physisch durchgeführtes Roboterexperiment, z.B. zur nachhaltenden Lokalisierung bei längerer Fahrt
- ▶ Gesucht: Ein valides Maß zur quantitativen Bewertung der Übereinstimmung zwischen physischem Verhalten und internem Modell, z.B. zwischen physischer Trajektorie und eigener Lokalisierung



In Methodik empirischer Untersuchung
sind Robotik-Arbeiten zuweilen schwierig!