

西南交通大学 2018-2019 学年第 (1) 学期期末考试试卷

课程代码 1271030 课程名称 复变函数 B 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

阅卷教师签字: _____

一、填空题(每小题 5 分, 共 20 分)

1. $\sin \frac{\pi}{9} + i \cos \frac{\pi}{9}$ 的三角表示式为_____;

2. $(1+i)^i =$ _____;

3. 积分 $\int_0^1 z \sin z dz =$ _____;

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (\cos i n) z^n$ 的收敛半径为_____;

二、解答题(每小题 8 分, 共 24 分)

1. 设

$$f(z) = xy^2 + ix^2y$$

试论述 $f(z)$ 在何处可微? 何处解析? 若可微, 求出 $f'(z)$; (8 分)

2. 设 C 为从原点到 $1+i$ 的直线段, 计算积分 $I = \int_C (x-y+ix^2)dz$; (8 分)

3. 验证 $u(x,y) = x^2 + xy - y^2$ 是调和函数, 并求以此为实部的解析函数 $f(z)$; (8 分)

三、计算下列积分(第 1-2 小题各 8 分, 第 3-4 小题各 10 分, 共 36 分)

$$(1). \oint_{|z|=2} \frac{2z^2 - z + 1}{(z-1)^2} dz \quad ; \text{ (逆时针)} \quad (2). \oint_{|z|=\frac{3}{2}} \frac{dz}{(z^2+1)(z^2+4)} \quad ; \text{ (逆时针)}$$

(3). $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{1+x^2} dx$;

(4). $\int_0^{2\pi} \frac{1}{5+3\sin\theta} d\theta$;

四、综合迁移题 (第 1 小题 7 分, 第 2 小题 7 分, 第 3 小题 6 分, 共 20 分)

1. 计算积分(取逆时针方向)

$$I = \oint_{|z|=1} \frac{z \sin z}{(1-e^z)^3} dz \quad ; \quad (7 \text{ 分})$$

2. 将函数 $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-3)^2}$ 在点 $0 < |z-1| < 2$ 内展成洛朗级数; (7 分)

3. 求将 $-1, 0, 1$ 对应地变成 $1, i, -1$ 的分式线性变换. (6 分)