

电力系统分析

—第6章— 电力系统潮流计算(2) (复杂电力系统潮流计算)

主讲教师：符玲

西南交通大学 电气工程学院





-第6章- 复杂电力系统潮流计算



-第6.1节- 概述

-第6.2节- 节点导纳矩阵

-第6.3节- 功率方程及节点分类

-第6.4节- 潮流方程求解

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

-6.4.4- 直流法潮流计算

-第6.1节- 复杂电力系统潮流计算概述



➤ 复杂电力系统

- 一般指**多电源系统**，即系统具有多个电源或环形网络结构。
- 复杂电力系统的潮流计算，难以直接应用简单电力系统潮流计算的方法。

➤ 复杂电力系统潮流计算基本问题

- **数学模型的建立**：建模依据是基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律、欧姆定律等。
- **方程组的求解**：可沿用非线性方程组求解方法。

-第6.1节- 复杂电力系统潮流计算概述



➤ 潮流方程求解方法及特点

- 高斯-塞德尔法潮流计算

对初值的选取不敏感，但迭代计算后期的收敛速度较慢。

- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

对初值的选取敏感，恰当的初值选取有利于迭代计算的收敛性和收敛速度。

- P-Q分解法潮流计算

有较严格的应用条件限制，一般应用于输电系统。

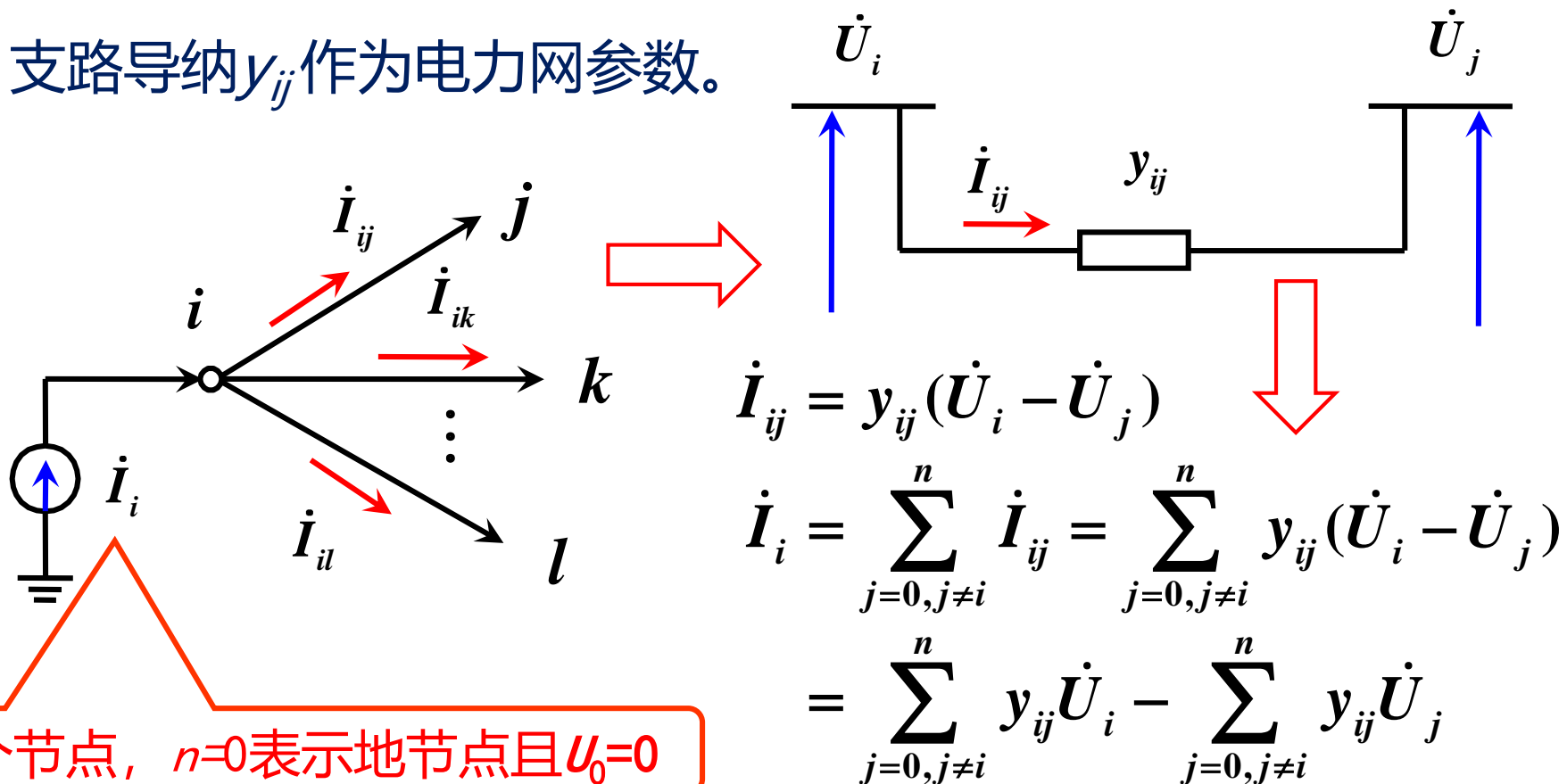
- 直流法潮流计算

计算速度快，但属于一种粗粒度的潮流计算方法，其结果适合应用于各种指标评估。

-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 1. 节点电压方程及节点导纳矩阵

- 根据节点电压法，变量为节点电压和节点注入电流，以大地作为电压幅值的参考，以系统中某一指定母线的电压角度作为电压相角的参考。
- 支路导纳 y_{ij} 作为电力网参数。



-第6.2节- 节点导纳矩阵

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_i &= \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n y_{ij} \dot{U}_i - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n y_{ij} \dot{U}_j \\
 &= \dot{U}_i \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n y_{ij} - \underbrace{y_{i0} \dot{U}_0 - y_{i1} \dot{U}_1 - \cdots - y_{ii-1} \dot{U}_{i-1} - y_{ii+1} \dot{U}_{i+1} \cdots - y_{in} \dot{U}_n}_{\text{共 } n-1 \text{ 项, 无 } \dot{U}_i \text{ 项}} \\
 &= -y_{i1} \dot{U}_1 - \cdots - y_{ii-1} \dot{U}_{i-1} + \dot{U}_i \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n y_{ij} - y_{ii+1} \dot{U}_{i+1} \cdots - y_{in} \dot{U}_n \\
 &= Y_{i1} \dot{U}_1 + Y_{i2} \dot{U}_2 + \cdots + Y_{ii} \dot{U}_i + \cdots + Y_{in} \dot{U}_n = \sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{U}_j \quad (6-1)
 \end{aligned}$$

其中, $Y_{ii} = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n y_{ij}$ $Y_{ij} = -y_{ij}$

-第6.2节- 节点导纳矩阵



- 把式(6-1)展开:

$$\begin{aligned} \dot{I}_i &= \sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{U}_j \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ &= Y_{i1} \dot{U}_1 + Y_{i2} \dot{U}_2 + \dots + Y_{ii} \dot{U}_i + \dots + Y_{in} \dot{U}_n \end{aligned}$$

- 即:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2 + \dots + Y_{1i} \dot{U}_i + \dots + Y_{1n} \dot{U}_n \\ \dot{I}_2 = Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 + \dots + Y_{2i} \dot{U}_i + \dots + Y_{2n} \dot{U}_n \\ \vdots \\ \dot{I}_n = Y_{n1} \dot{U}_1 + Y_{n2} \dot{U}_2 + \dots + Y_{ni} \dot{U}_i + \dots + Y_{nn} \dot{U}_n \end{cases} \quad (6-2)$$

-第6.2节- 节点导纳矩阵

- 将(6-2)写矩阵形式，如(6-3)：

$$\begin{array}{c} \text{节点电流列向量} \end{array} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \text{节点导纳矩阵} \end{array} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{array}{c} \text{节点电压列向量} \end{array} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_i \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} \quad (6-3)$$

- 即，得节点电压矩阵方程：

Y为节点导纳矩阵

$$\dot{I} = Y\dot{U}$$

(6-4)

-第6.2节- 节点导纳矩阵

- 根据上述分析，复杂电力系统作稳态分析时，可视为一复杂电路，假设系统具有 n 个节点，其节点电压方程为(6-4)：

$$\dot{I} = Y\dot{U}$$

其中， \dot{I} 为 n 阶复数矩阵，其元素为各节点的注入电流； \dot{U} 为 n 阶复数矩阵，其元素为各节点电压； Y 为 $n \times n$ 阶节点导纳矩阵。

- 节点导纳矩阵**是对电力网络拓扑结构、各元件参数的描述，在所建立的潮流计算数学模型中表征系统固有特性。

-第6.2节- 节点导纳矩阵

• 节点导纳矩阵讨论

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

• 非对角元素 Y_{ij} ：
节点 i 和 j 之间支路导纳的负值

$$Y_{ij} = -y_{ij} = -\frac{1}{z_{ij}}$$

节点 i 和 j 之间的互导纳

• 对角元素 Y_{ii} ：
所有联结于 i 节点的支路
(包括接地支路)的导纳之和

$$Y_{ii} = \sum_{j=0, j \neq i}^n y_{ij} = \sum_{j=0, j \neq i}^n \frac{1}{z_{ij}}$$

节点 i 的自导纳

-第6.2节- 节点导纳矩阵

- 节点导纳矩阵总结

- ① **节点自导纳**是与该节点相连支路的导纳之和;
- ② **两节点间互导纳**是该两节点间相连支路导纳的负数, 若该两节点间没有直接相连的支路, 则互导纳为零。

- 节点导纳矩阵特性(n 节点电力网络)

- ① $n \times n$ 阶方阵;
- ② 对称阵;
- ③ 复数矩阵;
- ④ 稀疏阵(每一节点平均与3 ~ 5个相邻节点有联系, 所以节点导纳矩阵是一高度稀疏的矩阵)。

-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 2. 节点阻抗矩阵*

$$\dot{I} = Y\dot{U} \Rightarrow \dot{U} = Y^{-1}\dot{I} = Z\dot{I}$$

其中： $Z = Y^{-1}$ 称为节点阻抗矩阵。

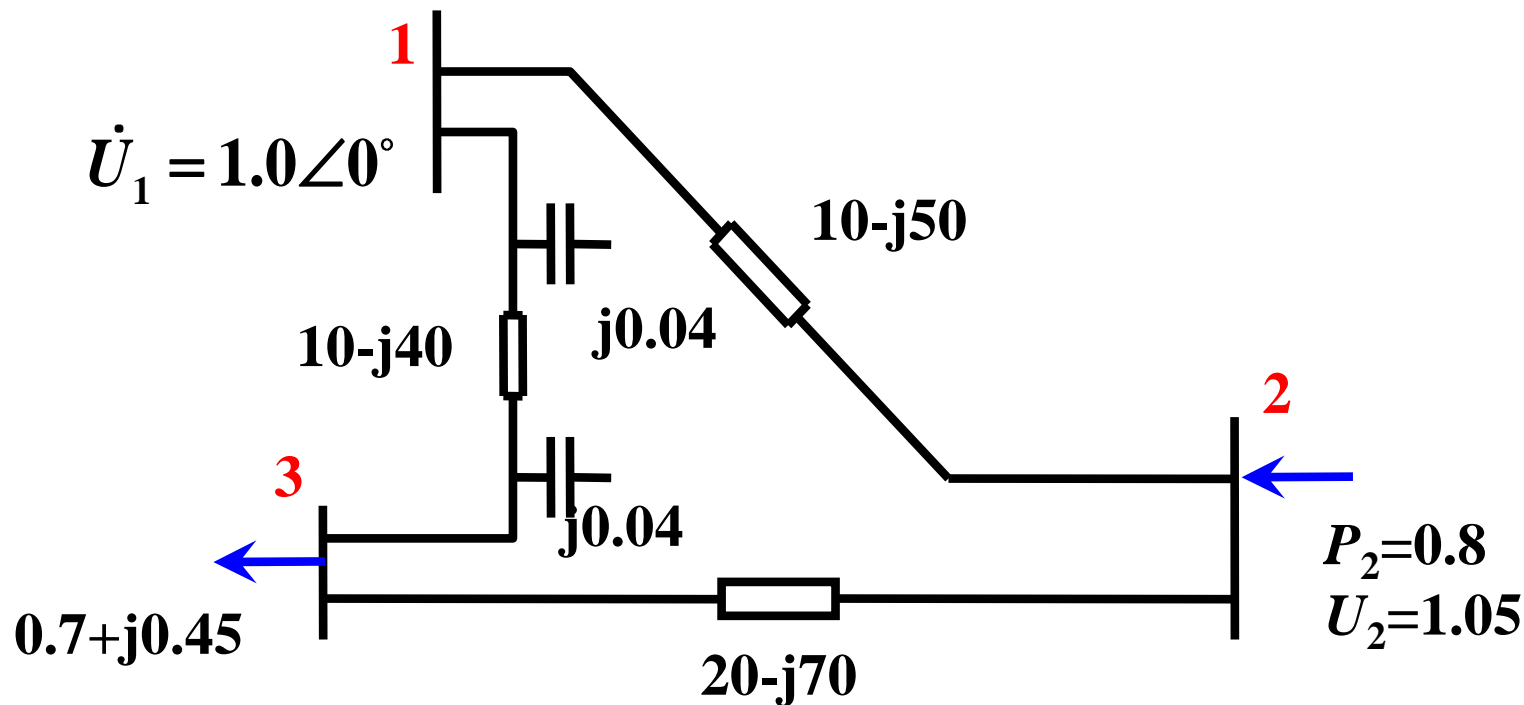
$$Z = Y^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1i} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2i} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{ni} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

- 节点阻抗矩阵的元素一般不为零，它是一个**满阵**。
- 非对角元素 Z_{ij} 称为**互阻抗**，对角元素 Z_{ii} 称为**自阻抗**。
- 节点阻抗矩阵仅有数学意义，没有物理意义，与电力**网络拓扑结构**、**各元件参数**等固有特性没有关联性，因此通常不采用。

-第6.2节- 节点导纳矩阵



例：求下图电力系统的节点导纳矩阵。(均已用导纳表示)

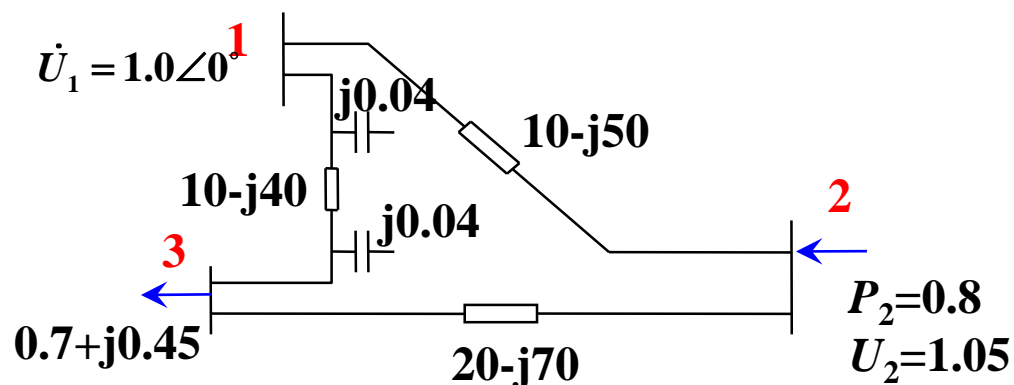


-第6.2节- 节点导纳矩阵

解：该电力网络中有3个节点，其节点导纳矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

其中：



$$\begin{cases} Y_{11} = y_{10} + y_{12} + y_{13} = j0.04 + 10 - j50 + 10 - j40 = 20 - j89.96 \\ Y_{22} = y_{12} + y_{23} = 10 - j50 + 20 - j70 = 30 - j120 \\ Y_{33} = y_{30} + y_{13} + y_{23} = j0.04 + 10 - j40 + 20 - j70 = 30 - j109.96 \\ Y_{12} = Y_{21} = -y_{12} = -(10 - j50) = -10 + j50 \\ Y_{13} = Y_{31} = -y_{13} = -(10 - j40) = -10 + j40 \\ Y_{23} = Y_{32} = -y_{23} = -(20 - j70) = -20 + j70 \end{cases}$$

-第6.2节- 节点导纳矩阵

则：该电力网络的节点导纳矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} 20 - j89.96 & -10 + j50 & -10 + j40 \\ -10 + j50 & 30 - j120 & -20 + j70 \\ -10 + j40 & -20 + j70 & 30 - j109.96 \end{bmatrix}$$

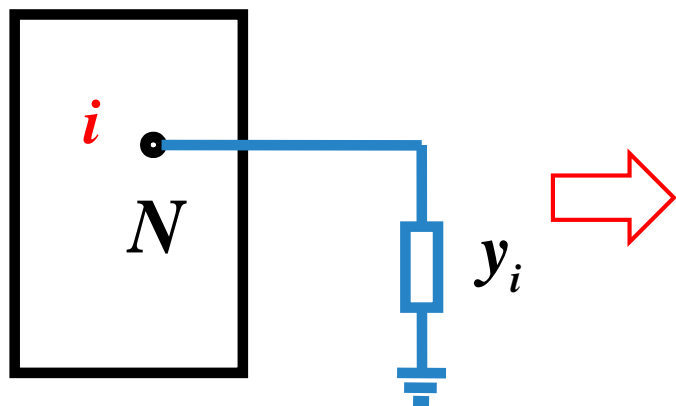
-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 3. 节点导纳矩阵的修改

- 电力系统运行方式常会发生某种变化，**通常只是对局部区域或个别元件作一些变化**，例如投入或切除一条线路或一台变压器。这**只影响了该支路两端节点的自导纳和它们的互导纳**，因此**不必重新形成新的导纳矩阵，只需在原有的导纳矩阵上做适当修改即可**。
- 常见的导纳矩阵的修改有如下 5 种情况：
 - 在原网络增加一接地支路
 - 原网络两节点间增加一条支路
 - 从原网络引一条新支路，同时增加一新节点
 - 增加一台变压器
 - 增加修改网络中支路参数

-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 第1类：在原网络增加1条接地支路



$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2i} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & & & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

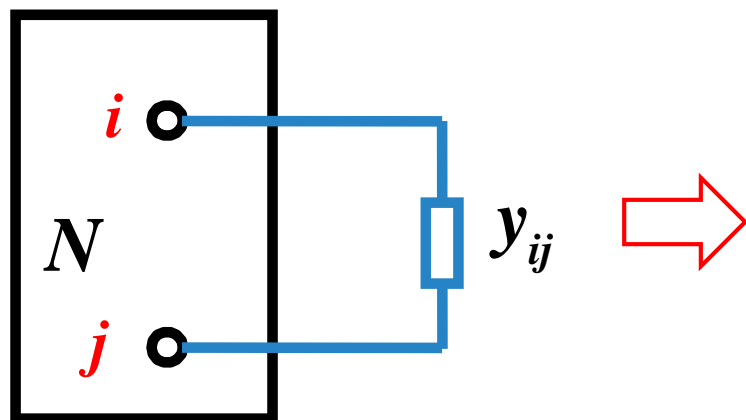
改变节点 i 所对应的主对角元即可

• 新增导纳为：

$$Y'_{ii} = Y_{ii} + \Delta Y_{ii} = Y_{ii} + y_i$$

-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 第2类：原网络节点 i 、 j 间增加1条支路



$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{i1} & \cdots & \textcircled{Y'_{ii}} & \cdots & \textcircled{Y'_{ij}} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{j1} & \cdots & \textcircled{Y'_{ji}} & \cdots & \textcircled{Y'_{jj}} & \cdots & Y_{jn} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

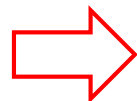
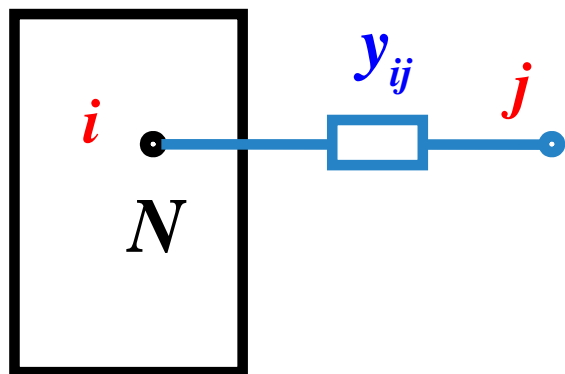
• 新增导纳为：

$$\begin{cases} Y'_{ii} = Y_{ii} + \Delta Y_{ii} = Y_{ii} + y_{ij} \\ Y'_{jj} = Y_{jj} + \Delta Y_{jj} = Y_{jj} + y_{ij} \\ Y'_{ij} = Y_{ij} + \Delta Y_{ij} = Y_{ij} - y_{ij} \\ Y'_{ji} = Y_{ji} + \Delta Y_{ji} = Y_{ji} - y_{ij} \end{cases}$$

改变节点 i 和 j 所对应的
的行和列即可

-第6.2节- 节点导纳矩阵

第3类：从原网络引出1条新支路，同时增加1个新节点



$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{i1} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y_{in} & Y_{ij} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nn} & 0 \\ 0 & \cdots & Y_{ji} & \cdots & 0 & Y_{jj} \end{bmatrix}$$

i 列 j 列

i 行 j 列

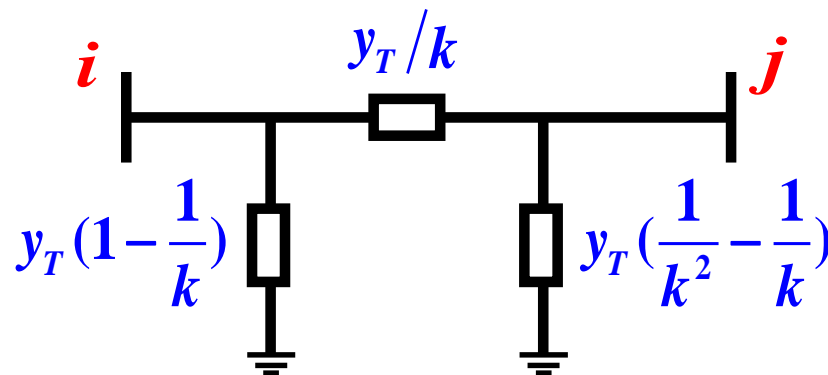
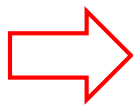
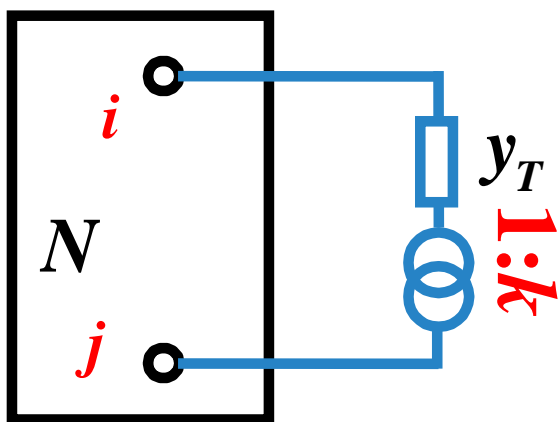
• 新增导纳为：

$$\begin{cases} Y'_{ii} = Y_{ii} + \Delta Y_{ii} = Y_{ii} + y_{ij} \\ Y_{jj} = y_{ij} \\ Y_{ij} = Y_{ji} = -y_{ij} \end{cases}$$

导纳矩阵阶数增加 1 阶，改变节点 i 所对应的主对角元及与节点 j 所对应的行和列即可。

-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 第4类：原网络节点 i 、 j 间增加 1 台变压器



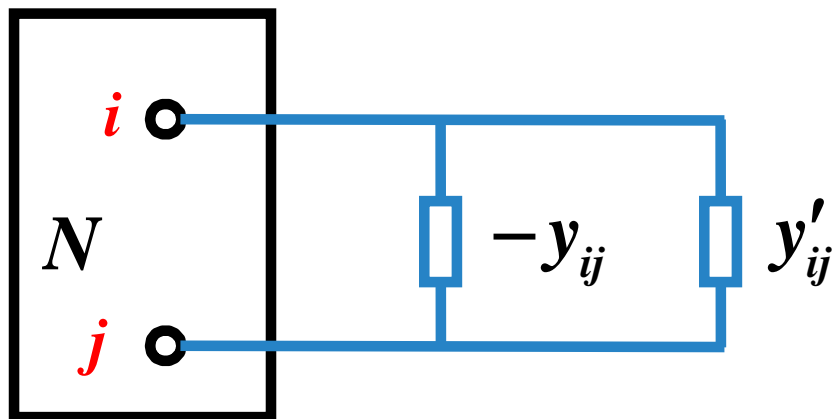
• 新增导纳为：

$$\begin{cases} \Delta Y_{ii} = \frac{y_T}{k} + y_T \left(1 - \frac{1}{k}\right) = y_T \\ \Delta Y_{jj} = \frac{y_T}{k} + y_T \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{k}\right) = \frac{y_T}{k^2} \\ \Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = -\frac{y_T}{k} \end{cases}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{i1} & \cdots & \textcircled{Y'_{ii}} & \cdots & \textcircled{Y'_{ij}} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{j1} & \cdots & \textcircled{Y'_{ji}} & \cdots & \textcircled{Y'_{jj}} & \cdots & Y_{jn} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

-第6.2节- 节点导纳矩阵

➤ 第5类：修改网络中节点 i 、 j 间的支路参数 y_{ij} 为 y'_{ij} ：



• 新增导纳为：

$$\begin{cases} \Delta Y_{ii} = -y_{ij} + y'_{ij} \\ \Delta Y_{jj} = -y_{ij} + y'_{ij} \\ \Delta Y_{ij} = y_{ij} - y'_{ij} \\ \Delta Y_{ji} = y_{ij} - y'_{ij} \end{cases}$$

• 可理解为先将被修改支路切除 (并联 $-y_{ij}$ 支路)，然后再投入以修改后参数为 y'_{ij} 的支路。

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1i} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{i1} & \cdots & Y'_{ii} & \cdots & Y'_{ij} & \cdots & Y_{in} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{j1} & \cdots & Y'_{ji} & \cdots & Y'_{jj} & \cdots & Y_{jn} \\ \vdots & & & & & & \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{ni} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

-第6.3节- 功率方程及节点分类

➤ 1. 功率方程

- 根据复功率定义，每个节点的复功率 \tilde{S}_i 为：

$$\dot{I}_i = Y_{i1}\dot{U}_1 + Y_{i2}\dot{U}_2 + \cdots + Y_{ii}\dot{U}_i + \cdots + Y_{in}\dot{U}_n = \sum_{j=1}^n Y_{ij}\dot{U}_j \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \dot{I}_i^* = \dot{U}_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* \dot{U}_j^* \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6-5)$$

式(6-5)即为电力网络潮流方程，或称潮流计算的数学模型。

- 通常将式(6-5)的复数方程展开为实数形式，即有功功率方程和无功功率方程，则每个节点可列出2个功率方程。

$$P_i = P_i(U, \delta), \quad Q_i = Q_i(U, \delta) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

-第6.3节- 功率方程及节点分类



• 潮流方程讨论

① 电力网络的独立节点数为 n ，则可以列出 $2n$ 个功率方程；

② 节点电压用极坐标 $\dot{U} = Ue^{j\delta}$ 表示，则每个节点有4个变量：节点电压幅值、节点电压相位、节点注入有功功率和节点注入无功功率， n 个独立节点共有 $4n$ 个变量；

③ $4n$ 个变量和 $2n$ 个功率方程，变量数大于方程数。

因此，求解潮流方程组需要 $2n$ 个变量为已知变量。
即：每个节点需要另外给定两个变量才能求解。

-第6.3节- 功率方程及节点分类



➤ 2. 节点分类

- 根据**已知变量**的类型，把电力系统节点划分为以下**3**类：

① **PQ节点**：注入有功功率和无功功率已知，电压幅值和相位未知。包括：各负荷节点、担负基本负荷的发电厂都属于PQ节点，部分互联电网的联络节点也可定义为PQ节点。

② **PV节点**：注入有功功率和电压幅值已知，无功功率和电压相位未知。包括：具备无功功率调节的节点都可作为PV节点，部分互联电网的联络节点也可定义为PV节点。

③ **参考节点/平衡节点**：电压幅值和相位已知，且电压相位为0，注入有功功率和无功功率未知。潮流计算的电力网络中，只能有一个节点是参考节点，且参考节点的电压相位是其它节点电压的参照量。

-第6.3节- 功率方程及节点分类



节点类型	已知变量	待求变量	适用节点	备注与说明
PQ	$P、Q$	$U、\delta$	变电所母线；某些在一定时间内送出功率固定的发电厂母线。 (绝大多数节点)	PQ 、 PV 节点分别约占系统节点总数的85%和15%。平衡节点只有1个
PV	$P、U$	$Q、\delta$	有一定无功储备的发电厂母线；装有调相机的变电所母线。 (少数节点)	
平衡节点 $V\theta$	$U、\delta$	$P、Q$	主调频发电厂母线。 (一个独立网络只有一个平衡节点，以它的相角为电压相位的参考量和承担系统的有功功率平衡)	

-第6.3节- 功率方程及节点分类



- 各类节点间关系讨论

PV节点、PQ节点和平衡节点的划分不是绝对不变的。PV节点之所以能控制其节点电压为某一设定值，主要原因在于它具有可调节的无功功率出力。一旦它的无功功率出力达到其可调节的无功功率出力的上限或下限时，就不能再使电压保持在设定值。此时，无功功率只能保持在其上限或下限值，PV节点将转化成PQ节点。

-第6.4节- 潮流方程求解



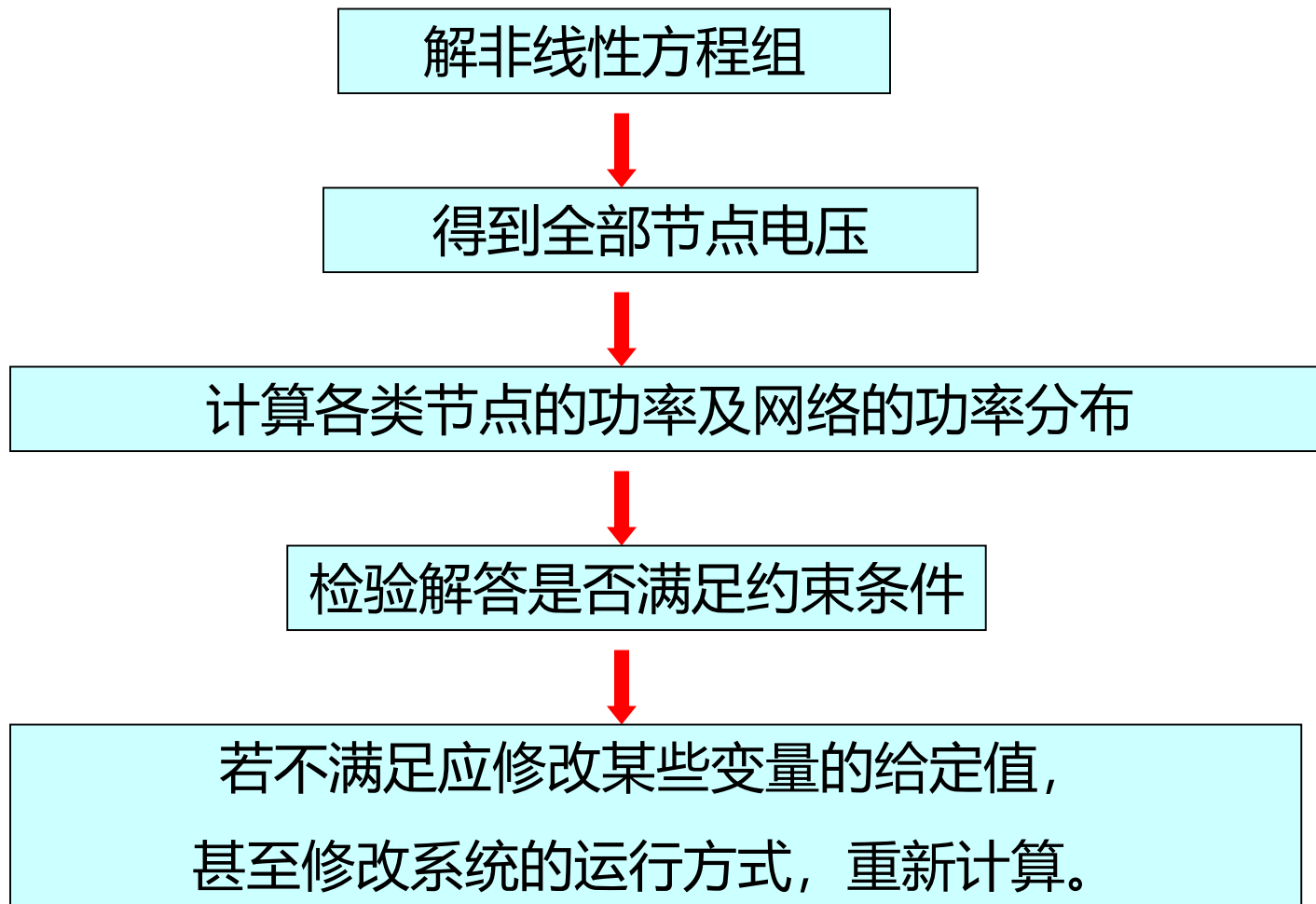
$$P_i + jQ_i = \dot{U}_i^* I_i = \dot{U}_i^* \sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{U}_j \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

- ▶ 尽管节点电压方程（网络方程）是线性方程，但是由于在定解条件中不能给定节点电流，只能给出节点功率，这使得潮流方程变为非线性方程。
- ▶ 潮流计算可以归结为求解一组非线性方程，所求变量为节点电压幅值和相位(除平衡节点外)。

-第6.4节- 潮流方程求解



► 潮流计算过程：



-第6.4节- 潮流方程求解

➤ 潮流方程约束条件

- 检验潮流的解所反映的运行状态在工程上有无实际意义

- (1) 发电机节点功率限制

$$\begin{cases} P_{Gi \min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi \max} & (V\theta) \\ Q_{Gi \min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi \max} & (PV、V\theta) \end{cases}$$

- (2) 节点电压限制

$$U_{i \min} \leq U \leq U_{i \max} \quad (PQ)$$

- **约束的意义**：从保证电能质量和供电安全的要求来看，电力系统的所有电气设备都必须运行在额定电压附近。

-第6.4节- 潮流方程求解

- (3) 重要线路电压相位差限制

$$|\delta_i - \delta_j| < |\delta_i - \delta_j|_{\max}$$

- **约束的意义**：为了保证系统运行的稳定性，要求某些输电线路两端的电压相位差不超过一定的数值。

- (4) 线路、变压器功率限制

$$S_{ij} \leq S_{ij \max}$$

- 如果满足上述约束条件的**潮流解不存在**，则需要修改给定值或改变运行方式。

由于解非线性方程组方法的不同，导致了不同的计算机潮流计算方法。常用的解非线性方程组方法是高斯-塞德尔法、牛顿-拉夫逊法等。

-第6.4节- 潮流方程求解

➤ 潮流方程求解的4种方法

- ① 高斯-塞德尔潮流计算方法(GAUSS-SEIDEL迭代法)
- ② 牛顿-拉夫逊潮流计算方法
- ③ P-Q分解算法
- ④ 直流法潮流计算

• 由于解非线性方程组方法的不同，导致了不同的计算机潮流计算方法。常用的解非线性方程组方法是牛顿-拉夫逊法和高斯-塞德尔法。

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算 (GAUSS-SEIDEL迭代法)

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



➤ 1. 高斯-塞德尔迭代思路

(1) 单变量函数

$$f(x) = 0 \quad \xleftrightarrow{\text{变形}} \quad x = g(x) \quad \text{估计初值 } x^{(0)}$$

$$\begin{cases} x^{(1)} = g(x^{(0)}) \\ x^{(2)} = g(x^{(1)}) \\ \vdots \\ x^{(k)} = g(x^{(k-1)}) \\ x^{(k+1)} = g(x^{(k)}) \end{cases}$$

给定初始值 $x^{(0)}$ ，
代入上式，逐步迭代，直至收敛。

- 若满足 $|x^{(k+1)} - x^{(k)}| < \varepsilon$ ，则收敛。得到真解 $x^{(k+1)}$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



(2) 多变量函数

➤ 矢量函数

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = 0$$



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

高斯思想：

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ x_2^{(1)} = g_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ x_n^{(1)} = g_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \end{cases}$$
$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \end{cases}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

塞德尔思想:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = g_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ x_2^{(1)} = g_2(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ x_n^{(1)} = g_n(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_{n-1}^{(1)}, x_n^{(0)}) \\ \vdots \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{n-1}^{(k+1)}, x_n^{(k)}) \end{cases}$$

利用最新信息加快收敛，同时节约内存

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



高斯思想：

$$\begin{array}{l} X^{(k)} \text{ 的存储} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline x_1^{(k)} & x_2^{(k)} & x_3^{(k)} \\ \hline \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{|c|c|} \hline x_{n-1}^{(k)} & x_n^{(k)} \\ \hline \end{array} \\ \\ X^{(k+1)} \text{ 的存储} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline x_1^{(k+1)} & x_2^{(k+1)} & x_3^{(k+1)} \\ \hline \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{|c|c|} \hline x_{n-1}^{(k+1)} & x_n^{(k+1)} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

塞德尔思想：

$$X \text{ 的存储} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline x_1^{(k+1)} & x_2^{(k+1)} & x_3^{(k+1)} \\ \hline \end{array} \dots \begin{array}{|c|c|} \hline x_{i-1}^{(k+1)} & x_i^{(k)} \\ \hline \end{array} \dots \begin{array}{|c|c|} \hline x_{n-1}^{(k)} & x_n^{(k)} \\ \hline \end{array}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$



$$\begin{aligned} x_i &= g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_{n-1}^{(k)}, x_n^{(k)}) \end{cases}$$

高斯迭代法

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = g_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = g_2(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ x_{n-1}^{(k+1)} = g_{n-1}(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{n-2}^{(k+1)}, x_{n-1}^{(k)}, x_n^{(k)}) \\ x_n^{(k+1)} = g_n(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{n-2}^{(k+1)}, x_{n-1}^{(k+1)}, x_n^{(k)}) \end{cases}$$

高斯-塞德尔迭代法



-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

➤ 利用高斯-塞德尔法计算潮流

$$\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i I_i^* = \dot{U}_i \sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij}^* \dot{U}_j^*$$



$$\sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij}^* \dot{U}_j^* = \frac{P_i + jQ_i}{\dot{U}_i}$$

取共轭



$$\sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{U}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\dot{U}_i^*}$$



$$Y_{ii} \dot{U}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j = \frac{P_i - jQ_i}{\dot{U}_i^*}$$



$$\dot{U}_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\dot{U}_i^*} - \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j \right)$$

$$x_i = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

- 设 n 个节点的电力系统，没有 PV 节点，平衡节点编号为 s ，其它节点均为 PQ 节点。

- 高斯法**
$$\dot{U}_i^{(1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{U_i^{*(0)}} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} \dot{U}_j^{(0)} \right) \quad i = 1, 2, \dots, n$$
$$\quad \quad \quad i \neq s$$
$$\vdots$$

$$\dot{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{U_i^{*(k)}} - \sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} \dot{U}_j^{(k)} \right) \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

迭代至 $\left| \dot{U}_i^{(k+1)} - \dot{U}_i^{(k)} \right| \leq \varepsilon$

$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$

满足这个等式就可停止
计算，其中 $\varepsilon = 10^{-5} \sim 10^{-2}$ 。

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



• 高斯-塞德尔法

$$\dot{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{U_i^{*(k)}} - \sum_{j=1}^{i-1} Y_{ij} \dot{U}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n Y_{ij} \dot{U}_j^{(k)} \right)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

迭代至

$$\left| \dot{U}_i^{(k+1)} - \dot{U}_i^{(k)} \right| \leq \varepsilon$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq s$$

满足这个等式就可停止
计算，其中 $\varepsilon = 10^{-5} \sim 10^{-2}$ 。

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



- 对 PV 节点的处理(假定编号为 p)：已知 P_p 和 U_{p0}

计算 PV 节点的无功功率

$$Q_p^{(k+1)} = \text{Im} \left[\dot{U}_p^{(k)} \sum_{j=1}^n Y_{pj}^* \dot{U}_j^{(k)} \right]$$

$$\dot{U}_p^{(k+1)} = \frac{1}{Y_{pp}} \left(\frac{P_p - jQ_p^{(k+1)}}{\dot{U}_p^{(k)}} - \sum_{j=1, j \neq p}^n Y_{pj} \dot{U}_j^{(k)} \right) = U_p^{(k+1)} \angle \delta_p^{(k+1)}$$

舍去 $U_p^{(k+1)}$

用 U_{p0} 代替

保留

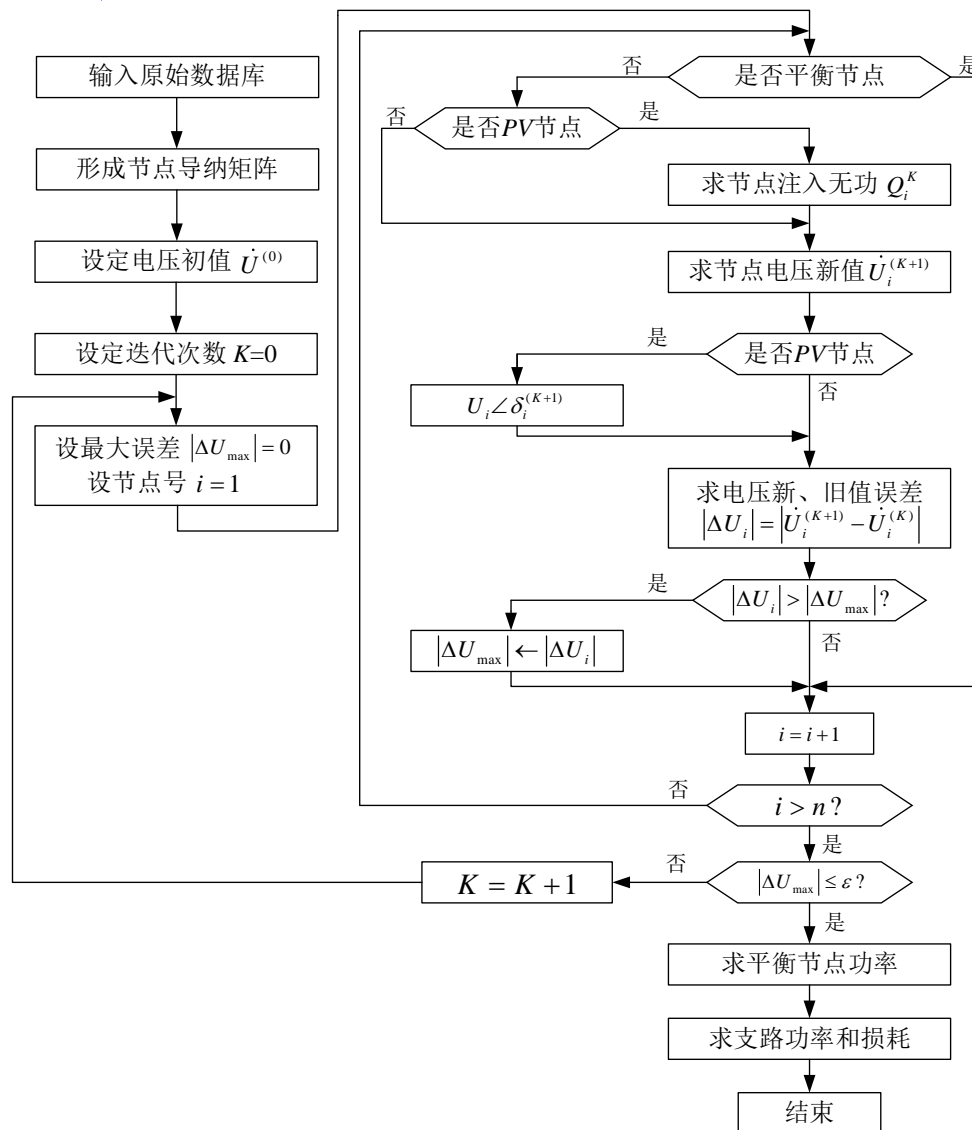
$$\dot{U}_p^{(k+1)} = U_{p0} \angle \delta_p^{(k+1)}$$

至此可转入下一步迭代。当有多个 PV 节点时，方法同上。

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

➤ 2. 高斯-塞德尔法潮流计算框图

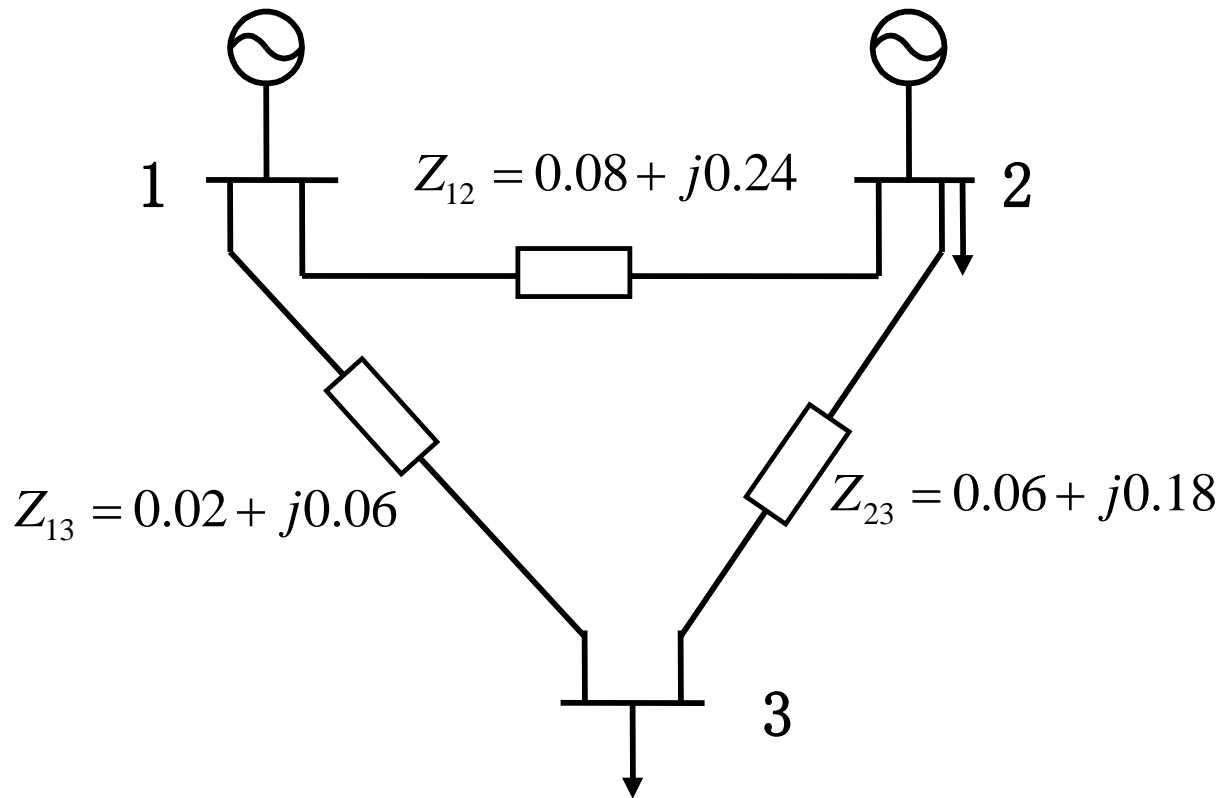
见教材49页



-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



例1：如图所示三相电力系统，节点2上发电机无功出力范围为35Mvar到0Mvar。试用高斯-塞德尔法计算潮流(阻抗为标么值形式)。选取功率的基准值为100MVA。



-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



节点 i	节点电压 \dot{U}_i	发电机注入功率 MW Mvar		负荷 MW Mvar	
1	1.05+j0.0	?	?	0	0
2	1.03	20	?	50	20
3	?	0	0	60	25

分析：

由已知条件可知：节点1为平衡节点，节点2为PV节点，节点3为PQ节点。

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

解： (1) 形成节点导纳矩阵

$$y_{12} = 1/Z_{12} = 1.25 - j3.75$$

$$y_{23} = 1/Z_{23} = 1.667 - j5.0$$

$$y_{13} = 1/Z_{13} = 5 - j15.0$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6.25 - j18.75 & -1.25 + j3.75 & -5.0 + j15.0 \\ -1.25 + j3.75 & 2.9167 - j8.75 & -1.6667 + j5.0 \\ -5.0 + j15.0 & -1.6667 + j5.0 & 6.6667 - j20.0 \end{bmatrix}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

设 $\dot{U}_1 = 1.05 \angle 0^\circ, \dot{U}_2 = 1.03 \angle 0^\circ, \dot{U}_3 = 1.0 \angle 0^\circ$

$$Q_2^{(0)} = \text{Im}(\dot{U}_2 \sum_{j=1}^3 Y_{ij}^* \dot{U}_j^*)$$

$$\begin{aligned} &= \text{Im}[1.03 \angle 0^\circ \times (-1.25 - j3.73) \times 1.05 \angle 0^\circ \\ &\quad + 1.03 \angle 0^\circ \times (2.9167 + j8.75) \times 1.03 \angle 0^\circ \\ &\quad + 1.03 \angle 0^\circ \times (-1.6667 - j5.0) \times 1.0 \angle 0^\circ] \\ &= 0.07766 \end{aligned}$$

$$P_2 = \frac{20 - 50}{100} = -0.3$$

化为标么值

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

$$\begin{aligned}\dot{U}_2^{(1)} &= \frac{1}{Y_{22}} \left(\frac{P_2 - jQ_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} - Y_{21}\dot{U}_1 - Y_{23}\dot{U}_3^{(0)} \right) \\ &= \frac{1}{2.9167 - j8.75} \left[\frac{-0.3 - j0.07766}{1.03} - \right. \\ &\quad \left. (-1.25 + j3.73) \times 1.05 \angle 0^\circ - (-1.6667 + j5.0) \times 1.0 \angle 0^\circ \right] \\ &= 1.018 \angle -1.79^\circ \\ \dot{U}_2^{(1)} &= 1.03 \angle -1.79^\circ\end{aligned}$$

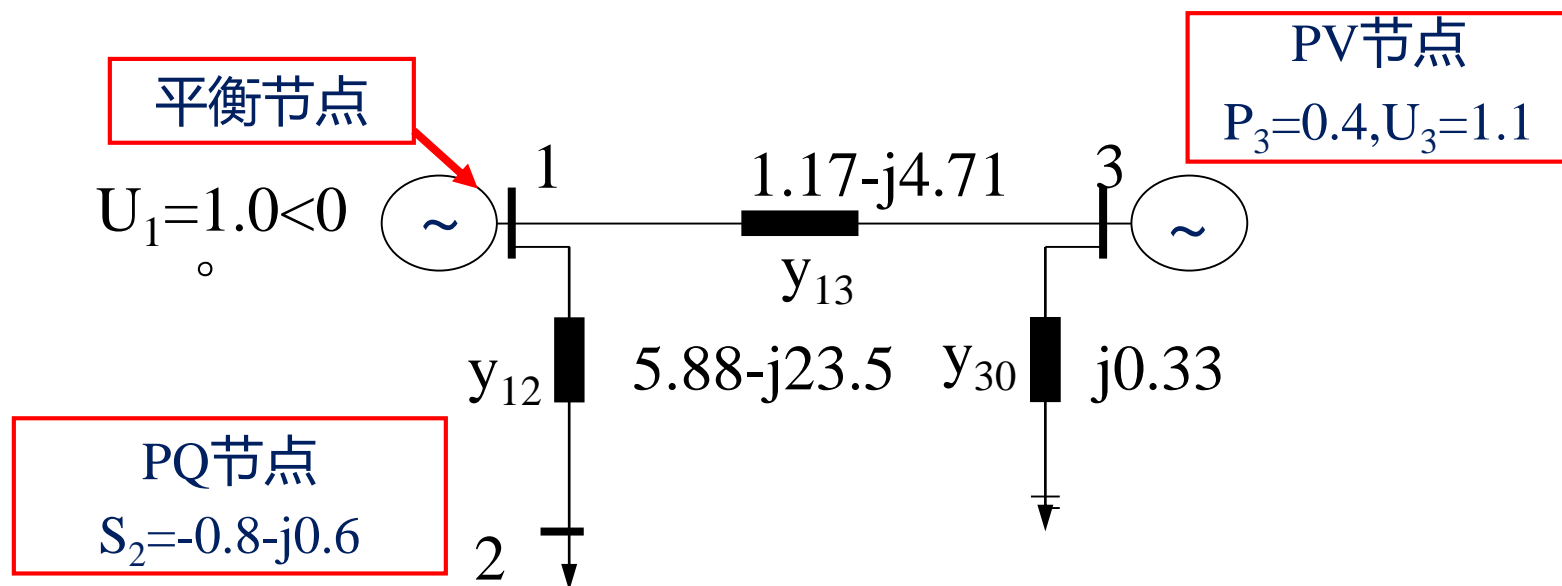
$$\begin{aligned}\dot{U}_3^{(1)} &= \frac{1}{Y_{33}} \left(\frac{P_3 - jQ_3}{U_3^{(0)}} - Y_{31}\dot{U}_1 - Y_{32}\dot{U}_2^{(1)} \right) \\ &= \frac{1}{6.6667 - j20} \left[\frac{-0.6 - j0.25}{1.0} - \right. \\ &\quad \left. (-5.0 + j15) \times 1.05 \angle 0^\circ - (-1.6667 + j5.0) \times 1.03 \angle -1.79^\circ \right] \\ &= 1.048 \angle -2.12^\circ\end{aligned}$$

代入新值

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



➤ 例2：如图所示三相电力系统，用G-S计算潮流分布



解：网络的节点导纳矩阵为：

$$Y_B = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.05 - j28.21 & -5.88 + j23.5 & -1.17 + j4.71 \\ -5.88 + j23.5 & 5.88 - j23.5 & 0 \\ -1.17 + j4.71 & 0 & 1.17 - j4.38 \end{bmatrix}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算



设 $\dot{U}_2^{(0)} = 1.0 \angle 0^\circ$, $\dot{U}_3^{(0)} = 1.1 \angle 0^\circ$, $Q_3^{(0)} = 0.20$, 代入式 (1) 求 $\dot{U}_2^{(1)}$

$$\begin{aligned}\dot{U}_2^{(1)} &= \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{U_2^{*(0)}} - Y_{21} \dot{U}_1 - Y_{23} \dot{U}_3^{(0)} \right] \\ &= \frac{1}{5.88 - j23.5} \left[\frac{-0.8 + j0.6}{1.0 \angle 0^\circ} - (-5.88 + j23.5) \times 1.0 \angle 0^\circ - 0 \times (1.1 \angle 0^\circ) \right] \\ &= 0.9680 - j0.0260 = 0.9683 \angle -1.539^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_3^{(1)} &= \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3^{(0)}}{U_3^{*(0)}} - Y_{31} \dot{U}_1 - Y_{32} \dot{U}_2^{(1)} \right] \\ &= \frac{1}{1.17 - j4.38} \left[\frac{0.4 - j0.2}{1.1 \angle 0^\circ} - (-1.17 + j4.71) \times 1.0 \angle 0^\circ - 0 \times (0.9683 \angle -1.539^\circ) \right] \\ &= 1.1298 + j0.0484 = 1.1310 \angle 2.451^\circ\end{aligned}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

修正 U_3 为 $\dot{U}_3^{(1)} = U_3 \angle \delta_3^{(1)} = 1.1 \angle 2.451^\circ$, 再用式 (2) 计算:

$$\begin{aligned} Q_3^{(1)} &= \text{Im} \left[\dot{U}_3^{(1)} (Y_{33}^* U_3^{(1)} + Y_{31}^* U_1 + Y_{32}^* U_2) \right] \\ &= -\text{Im} \left[1.1 \angle -2.451^\circ \times (1.17 - j4.38) \times 1.1 \angle 2.451^\circ + 1.1 \angle -2.451^\circ \times \right. \\ &\quad \left. (-1.17 + j4.71) \times 1.0 \angle 0^\circ + 1.1 \angle -2.451^\circ \times 0 \times 0.9683 \angle -1.539^\circ \right] = 0.0685 \end{aligned}$$

然后开始第二次迭代:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2^{(2)} &= \frac{1}{Y_{22}^*} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{U_2^{(1)}} - Y_{21} \dot{U}_1 - Y_{23} \dot{U}_3^{(1)} \right] \\ &= \frac{1}{5.88 - j23.5} \left[\frac{-0.8 + j0.6}{0.9683 \angle 1.539^\circ} - (-5.88 + j23.5) \times 1.0 \angle 0^\circ - 0 \times (1.1 \angle 2.451^\circ) \right] \\ &= 0.9662 - j0.0260 = 0.9665 \angle -1.541^\circ \end{aligned}$$

-6.4.1- 高斯-塞德尔法潮流计算

$$\begin{aligned}\dot{U}_3^{(2)} &= \frac{1}{Y_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3^{(1)}}{U_3^{(1)}} - Y_{31} \dot{U}_1 - Y_{32} \dot{U}_2^{(2)} \right] \\ &= \frac{1}{1.17 - j4.38} \left[\frac{0.4 - j0.0685}{1.1 \angle -2.451^\circ} - (-1.17 + j4.71) \times 1.0 \angle 0^\circ - 0 \times (0.9665 \angle -1.541^\circ) \right] \\ &= 1.1011 + j0.0566 = 1.1026 \angle 2.940^\circ\end{aligned}$$

再修正 U_3 为: $\dot{U}_3^{(2)} = U_3 \angle \delta_3^{(2)} = 1.1 \angle 2.940^\circ$

再
计
算

$$\begin{aligned}Q_3^{(2)} &= \text{Im} \left[\dot{U}_3^{(2)} (Y_{33}^* U_3^{(2)} + Y_{31}^* U_1 + Y_{32}^* U_2^{(2)}) \right] \\ &= -\text{Im} \left[1.1 \angle -2.940^\circ \times (1.17 - j4.38) \times 1.1 \angle 2.940^\circ + 1.1 \angle -2.940^\circ \times \right. \\ &\quad \left. (-1.17 + j4.71) \times 1.0 \angle 0^\circ + 1.1 \angle -2.940^\circ \times 0 \times 0.9665 \angle -1.541^\circ \right] = 0.0596\end{aligned}$$

因此, 第二次迭代结束时节点2的电压为 $\dot{U}_2 = 0.9662 - j0.0260 = 0.9665 \angle -1.541^\circ$
节点3的电压相位角为 $\delta_3 = 2.940^\circ$, 与之对应的节点3的无功功率为 $Q_3 = 0.0596$.

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊潮流计算 (Newton-Raphson迭代法)

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 1. 牛顿-拉夫逊法的基本原理

- 单变量非线性方程

解的初值或估计值

真解

$$f(x) = 0, x^{(0)} \xrightarrow{\text{red arrow}} \Delta x^{(0)} = x^{(0)} - x$$

$$f(x^{(0)} - \Delta x^{(0)}) = 0 \xleftarrow{\text{red arrow}} x = x^{(0)} - \Delta x^{(0)}$$

↓ 泰勒级数展开

$$f(x^{(0)} - \Delta x) = f(x^{(0)}) - f'(x^{(0)})\Delta x + \frac{f''(x^{(0)})}{2}(\Delta x)^2 - \dots$$

↓ 忽略 Δx 的高次项(2次及以上)

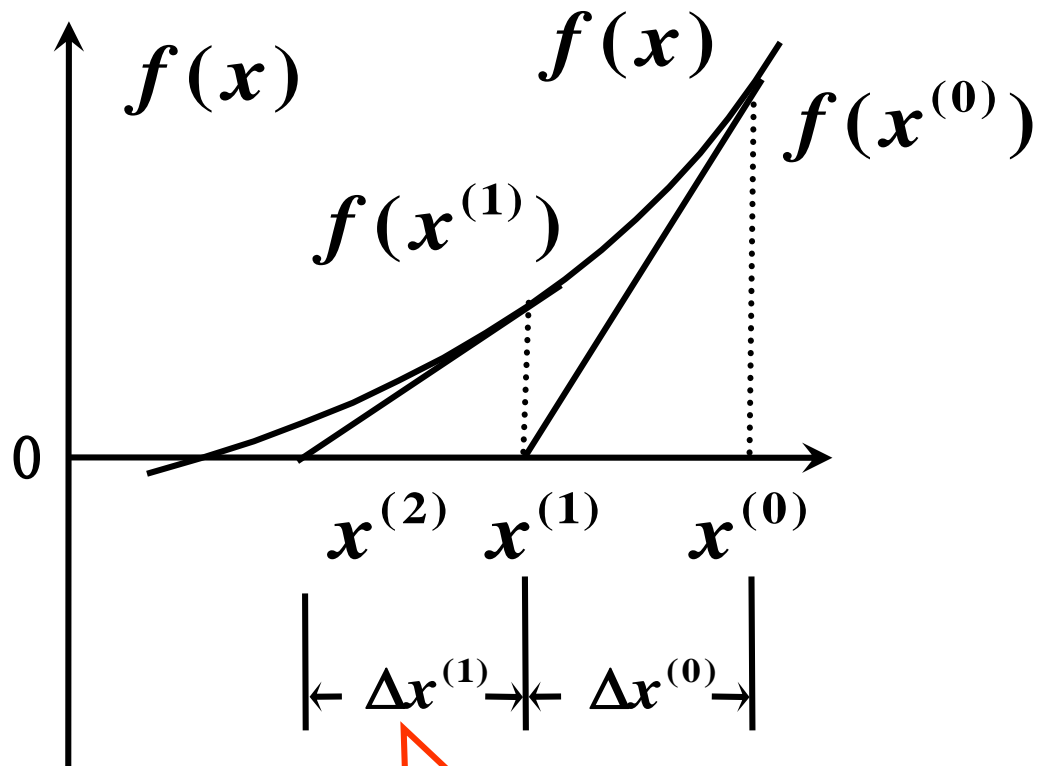
$$0 = f(x^{(0)} - \Delta x^{(0)}) \approx f(x^{(0)}) - f'(x^{(0)})\Delta x^{(0)}$$

$$\Delta x^{(0)} = f(x^{(0)})/f'(x^{(0)}) \xrightarrow{\text{red arrow}} x^{(1)} = x^{(0)} - \Delta x^{(0)}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x^{(0)} = \frac{f(x^{(0)})}{f'(x^{(0)})} \\ x^{(1)} = x^{(0)} - \Delta x^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x^{(k)} = \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})} \\ x^{(k+1)} = x^{(k)} - \Delta x^{(k)} \\ \vdots \end{array} \right.$$



几何解释

- 迭代至 $\Delta x^{(k)} \leq \varepsilon$ 收敛，认为 $x^{(k+1)}$ 是真解。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



- 多变量非线性方程

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = 0$$

解的真值为 x_1, x_2, \dots, x_n

解的初值或估计值为 $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$

$$\text{偏差} \left\{ \begin{array}{l} \Delta x_1^{(0)} = x_1^{(0)} - x_1 \\ \Delta x_2^{(0)} = x_2^{(0)} - x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} = x_n^{(0)} - x_n \end{array} \right. \xrightarrow{\text{red arrow}} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = x_1^{(0)} - \Delta x_1^{(0)} \\ x_2 = x_2^{(0)} - \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n = x_n^{(0)} - \Delta x_n^{(0)} \end{array} \right.$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



• 即：

$$\begin{cases} f_1(x_1^{(0)} - \Delta x_1, x_2^{(0)} - \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} - \Delta x_n) = 0 \\ f_2(x_1^{(0)} - \Delta x_1, x_2^{(0)} - \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} - \Delta x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)} - \Delta x_1, x_2^{(0)} - \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} - \Delta x_n) = 0 \end{cases}$$

• 对其中的一个方程进行泰勒级数展开

$$\begin{aligned} & f_i(x_1^{(0)} - \Delta x_1, \dots, x_n^{(0)} - \Delta x_n) \\ &= f_i(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Big|_0 (-\Delta x_1^{(0)}) + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Big|_0 (-\Delta x_n^{(0)}) + \\ & \quad \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_0 (-\Delta x_i^{(0)}) (-\Delta x_j^{(0)}) + \dots \end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



忽略2次及以上的项


$$0 = f_i(x_1, \dots, x_n) \approx f_i(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) - \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Big|_0 \cdots \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Big|_0 \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$



$$f_i(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Big|_0 \cdots \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Big|_0 \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算




$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_0 \\ \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$



雅克比矩阵

$$F(X^{(0)}) = J^{(0)} \Delta X^{(0)}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



$$F(X^{(0)}) = J^{(0)} \Delta X^{(0)}$$



$$\Delta X^{(0)} = [J^{(0)}]^{-1} F(X^{(0)}) \quad (\det | J^{(0)} | \neq 0)$$



$$X^{(1)} = X^{(0)} - \Delta X^{(0)}$$



$$\begin{bmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(1)} \\ \vdots \\ x_n^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



- 泰勒级数展开，
忽略 Δx 的高次
项(2次及以上)



$$\begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

- 迭代至第 k 步
时的代数方程
组



$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ f_2(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_k \\ \vdots & & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_k & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{bmatrix}$$

- 第 $k+1$ 步迭代 $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} - \Delta x_i^{(k)}$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 矩阵形式

$$\begin{cases} \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)}) = \mathbf{J}^{(k)} \Delta \mathbf{X}^{(k)} \\ \mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} - \Delta \mathbf{X}^{(k)} \end{cases}$$

其中

$$\mathbf{J}^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}^k$$

• 函数 $F(\mathbf{X})$ 的雅克比矩阵

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 2. 牛顿-拉夫逊法潮流方程(极坐标形式)

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i \dot{I}_i^* = \dot{U}_i \sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij}^* \dot{U}_j^* \\ \dot{U}_i = U_i \angle \delta_i, \quad \dot{U}_j = U_j \angle \delta_j \\ Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}, \quad \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j \end{array} \right.$$

电压相量用
极坐标表示

所求变量

- 极坐标下有功功率和无功功率潮流方程的形式为

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{Pi} = P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = 0 \\ f_{Qi} = Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = 0 \\ i = 1, 2, \dots, n \end{array} \right.$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



• 推导: $\tilde{S}_i = P_i + jQ_i = \dot{U}_i^* I_i = \dot{U}_i^* \sum_{k=1}^n Y_{ik}^* \dot{U}_k$

$$= U_i e^{j\delta_i} \sum_{k=1}^n (G_{ik} - jB_{ik}) U_k e^{-j\delta_k} = U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} - jB_{ik}) e^{j\delta_{ik}}$$

$$= U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} - jB_{ik}) (\cos \delta_{ik} + j \sin \delta_{ik})$$

$$= U_i \sum_{k=1}^n U_k [(G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) + j(G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik})]$$

$$= U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) + j U_i \sum_{k=1}^n U_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik})$$



$$\begin{cases} f_{pi} = P_i - \sum_{k=1}^n U_i U_k (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) = 0 \\ f_{Qi} = Q_i - \sum_{k=1}^n U_i U_k (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

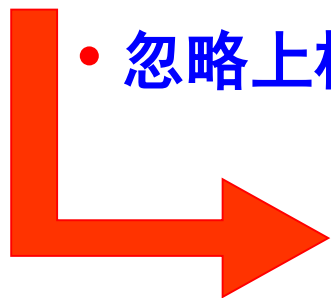


➤ **PQ**节点：已知**P**、**Q**，待求量/变量为**U**、**δ**。

• 第 **k** 次迭代时

$$\begin{cases} \Delta P_i^{(k)} = f_{Pi}^{(k)} = P_i - \sum_{j=1}^n U_i^{(k)} U_j^{(k)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)}) \\ \Delta Q_i^{(k)} = f_{Qi}^{(k)} = Q_i - \sum_{j=1}^n U_i^{(k)} U_j^{(k)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)}) \end{cases}$$

• 忽略上标 **k**



$$\begin{cases} \Delta P_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} \Delta U_j \\ \Delta Q_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j} \Delta U_j \end{cases}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

- **PV**节点：已知**P**、**U**，待求量为**Q**、**δ**
- 因为**PV**节点的电压给定，无功方程不需要列出。

- 第 **k** 次迭代时

$$\Delta P_i^{(k)} = f_{Pi}^{(k)} = P_i - \sum_{j=1}^n U_i^{(k)} U_j^{(k)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)})$$

$$\Delta P_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} \Delta U_j$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

➤ **平衡节点**：已知 U 、 δ ，待求量为 P 、 Q

- 平衡节点所对应的两个方程不需要列出，也不参加联立求解。

- **平衡节点有功和无功功率计算公式**

$$\begin{cases} P_s = \sum_{j=1}^n U_s U_j (G_{sj} \cos \delta_{sj} + B_{sj} \sin \delta_{sj}) \\ Q_s = \sum_{j=1}^n U_s U_j (G_{sj} \sin \delta_{sj} - B_{sj} \cos \delta_{sj}) \end{cases}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

- 可见，对于有 n 个节点的系統，如果其中的 PV 节点有 m 个， PQ 节点有 $n-m-1$ 个，还有1个平衡节点。变量(电压、相角)为 $2(n-1)-m$ 个，因此需要 $2(n-1)-m$ 个潮流方程参加迭代。
- 其中有功功率方程有 $n-1$ 个，无功功率方程有 $n-1-m$ 个，总共 $2(n-1)-m$ 个。
- 平衡节点不参与迭代计算，直到潮流收敛后，用有功和无功功率计算公式即可求出平衡节点(假定编号为 s)所发出的功率。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



修正方程

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \dots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \dots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ H_{n1} & H_{n2} & \dots & H_{nn} \end{matrix} & \begin{matrix} N_{11} & N_{12} & \dots & N_{1n} \\ N_{21} & N_{22} & \dots & N_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{n1} & N_{n2} & \dots & N_{nn} \end{matrix} \\ \begin{matrix} J_{11} & J_{12} & \dots & J_{1n} \\ J_{21} & J_{22} & \dots & J_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ J_{n1} & J_{n2} & \dots & J_{nn} \end{matrix} & \begin{matrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \dots \\ \Delta \delta_n \\ \Delta U_1/U_1 \\ \Delta U_2/U_2 \\ \dots \\ \Delta U_n/U_n \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{cases} H_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j}, & N_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} U_j \\ J_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j}, & L_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j} U_j \end{cases}$$

简化 **Jacobi**
矩阵计算

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 雅可比矩阵 **J**

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

n-1 n-m-1
n-1
n-m-1

$$\begin{cases} H_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \\ N_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ J_{ij} = U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = -N_{ij} \\ L_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = H_{ij} \end{cases}$$

非对角线元素

$$\begin{cases} H_{ii} = Q_i + B_{ii} U_i^2 \\ N_{ii} = -P_i - G_{ii} U_i^2 \\ J_{ii} = -P_i + G_{ii} U_i^2 \\ L_{ii} = -Q_i + B_{ii} U_i^2 \end{cases}$$

对角线元素

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 具体推导如下：

$$\Delta P_i = P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})$$

$$\Delta Q_i = Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})$$

$$\frac{\partial \cos \delta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{\partial \cos \delta_{ij}}{\partial \delta_{ij}} \cdot \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \delta_j} = (-\sin \delta_{ij})(-1) = \sin \delta_{ij}$$

$$\frac{\partial \cos \delta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \cos \delta_{ij}}{\partial \delta_{ij}} \cdot \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \delta_i} = (-\sin \delta_{ij}) \cdot 1 = -\sin \delta_{ij}$$

$$\frac{\partial \sin \delta_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{\partial \sin \delta_{ij}}{\partial \delta_{ij}} \cdot \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \delta_j} = (\cos \delta_{ij}) \cdot (-1) = -\cos \delta_{ij}$$

$$\frac{\partial \sin \delta_{ij}}{\partial \delta_i} = \frac{\partial \sin \delta_{ij}}{\partial \delta_{ij}} \cdot \frac{\partial \delta_{ij}}{\partial \delta_i} = (\cos \delta_{ij}) \cdot 1 = \cos \delta_{ij}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤-非对角元素:

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j} = \frac{\partial}{\partial \delta_j} [P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= \frac{\partial}{\partial \delta_j} [-U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j} U_j = U_j \frac{\partial}{\partial U_j} [Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= U_j \frac{\partial}{\partial U_j} [-U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= U_j [-U_i (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) = H_{ij} \end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

$$\begin{aligned} J_{ij} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} = \frac{\partial}{\partial \delta_j} [Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= \frac{\partial}{\partial \delta_j} [-U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ij} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j} U_j = U_j \frac{\partial}{\partial U_j} [P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= U_j \frac{\partial}{\partial U_j} [-U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= U_j [-U_i (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= -U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = -J_{ij} \end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤-对角元素:

$$\begin{aligned} H_{ii} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i} = \frac{\partial}{\partial \delta_i} [P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{\partial}{\partial \delta_i} [-U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [-U_i U_j (-G_{ij} \sin \delta_{ij} + B_{ij} \cos \delta_{ij})] = Q_i + U_i^2 B_{ii} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{ii} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_i} U_i = U_i \frac{\partial}{\partial U_i} [Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= U_i \{ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial}{\partial U_i} [-U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] + 2U_i B_{ii} \} \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [-U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] + 2U_i^2 B_{ii} \\ &= -(Q_i + B_{ii} U_i^2) + 2U_i^2 B_{ii} = -Q_i + B_{ii} U_i^2 \end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



$$\begin{aligned} J_{ii} &= \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} = \frac{\partial}{\partial \delta_i} [Q_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial}{\partial \delta_i} [-U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij})] \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) = -P_i + G_{ii} U_i^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ii} &= \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_i} U_i = U_i \frac{\partial}{\partial U_i} [P_i - \sum_{j=1}^n U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] \\ &= U_i \{ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\partial}{\partial U_i} [-U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] - 2U_i G_{ii} \} \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [-U_i U_j (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij})] - 2U_i^2 G_{ii} = -P_i - U_i^2 G_{ii} \end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 3. 牛顿-拉夫逊法计算潮流的基本步骤

➤ 潮流方程：形成节点导纳矩阵 Y ；

➤ 潮流求解：

- 设置各节点电压初值，对 PQ 节点需设电压幅值 $U^{(0)}$ 和相角 $\delta^{(0)}$ ，对 PV 节点只需设相角 $\delta^{(0)}$ 。
- 利用初值求得 $\Delta P_i^{(0)}$ 和 $\Delta Q_i^{(0)}$ 和雅克比 **Jocabi** 矩阵元素 $J^{(0)}$ 。
- 解方程：

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(0)} \\ \Delta Q^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(0)} \\ \Delta U^{(0)} / U^{(0)} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{解出}} \boxed{\begin{bmatrix} \Delta \delta^{(0)} \\ \Delta U^{(0)} \end{bmatrix}}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



- 计算各点电压的新值
$$\begin{bmatrix} \delta^{(1)} \\ U^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(0)} \\ U^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\delta^{(0)} \\ \Delta U^{(0)} \end{bmatrix}$$

- 以此类推，迭代k次可得：

$$\begin{bmatrix} \delta^{(k+1)} \\ U^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(k)} \\ U^{(k)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\delta^{(k)} \\ \Delta U^{(k)} \end{bmatrix}$$

若 $|\Delta U^{(k)}| < \varepsilon$ 和 $|\Delta\delta^{(k)}| < \varepsilon$ ，即认为收敛。

- 计算平衡节点功率、**PV**节点无功以及线路传输功率。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤雅可比(Jocabi)矩阵的特点

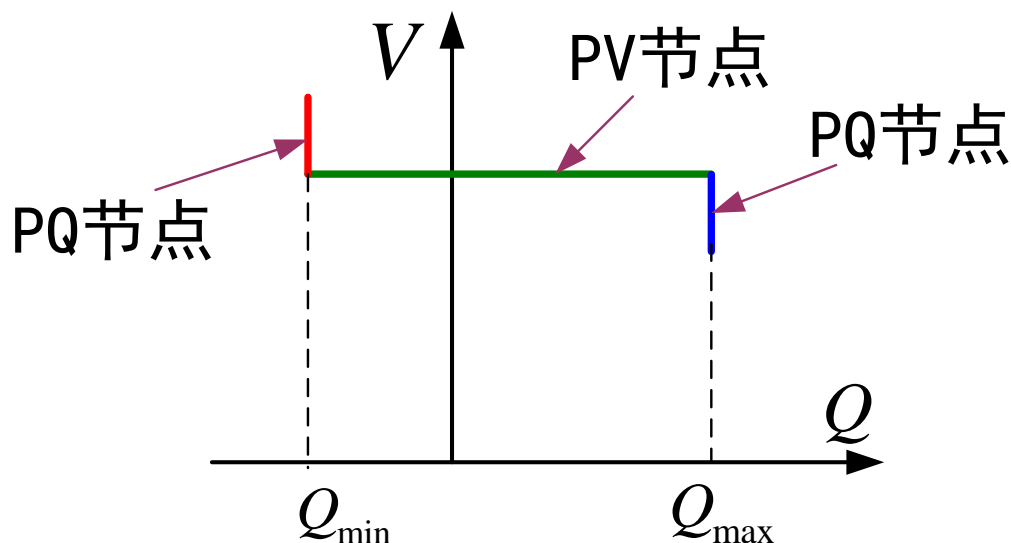
- 为一**非奇异矩阵(可逆)**；当节点电压以极坐标形式表示时，该矩阵为 **$2(n-1)-m$** 阶方阵。
- 矩阵元素与节点电压有关，故每次迭代均要重新计算。
- 与导纳矩阵具有相似的结构，当 $\mathbf{Y}_{ij}=0$ 时， \mathbf{H}_{ij} ， \mathbf{N}_{ij} ， \mathbf{J}_{ij} ， \mathbf{L}_{ij} 均为 0，也是高度稀疏的矩阵。
- 具有**结构对称性**，但数值不对称。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



4. 牛顿-拉夫逊法计算潮流的几点说明

- 初值设定敏感，初值选择不合适，可能会导致计算不收敛。实用中常用对初值不敏感的高斯-塞德尔法(迭代1~2次)或其他方法计算初值。
- 收敛指标 ε 一般取 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ 。
- PV 和 PQ 节点的转换。
- 牛顿-拉夫逊法具有平方收敛性。编程中利用稀疏矩阵技巧。



节点注入无功功率和节点电压的关系

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

➤ PV节点到PQ节点的转换

某节点上次迭代是PV节点，则比较新的无功注入计算量与该节点无功上、下限值的大小情况。如果计算量大于无功上限，则无功注入给定值定为上限值，节点转换为PQ类型；如果计算量小于无功下限，无功注入给定值定为下限值，节点转换为PQ类型；如果计算量不违限，则不转换类型，仍为PV节点，这属正常情况。

➤ PQ节点到PV节点的转换

某节点上次迭代是PQ节点且无功注入已经定在下限上，如果本次迭代后该节点的电压高于设定值，则不转换类型，仍为PQ节点；如果低于设定值，则做如下比较：如果节点无功计算量大于无功上限，则不转换类型，但下次迭代中无功注入设定值定为上限值；如果节点无功计算量小于下限，则不转换类型，继续下一轮迭代；如果节点无功计算量不违限，则转换为PV节点，令节点电压等于其设定值。

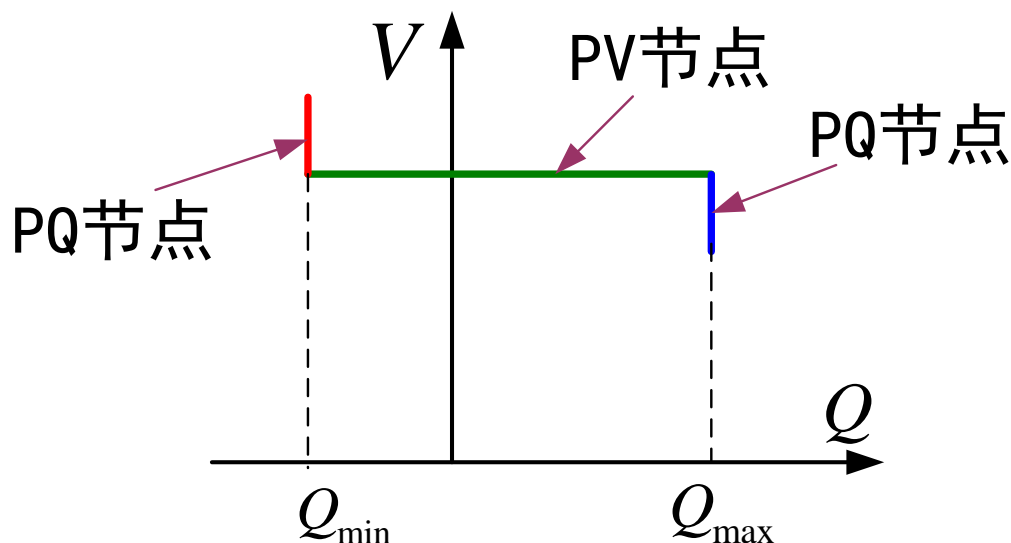
某节点上次迭代是PQ节点且无功注入已经定在上限上，可同样进行处理。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



➤ 4. 牛顿-拉夫逊法计算潮流的几点说明

- 初值设定敏感，初值选择不合适，可能会导致计算不收敛。实用中常用对初值不敏感的高斯-塞德尔法(迭代1~2次)或其他方法计算初值。
- 收敛指标 ε 一般取 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ 。
- PV 和 PQ 节点的转换。
- 牛顿-拉夫逊法具有平方收敛性。编程中利用稀疏矩阵技巧。

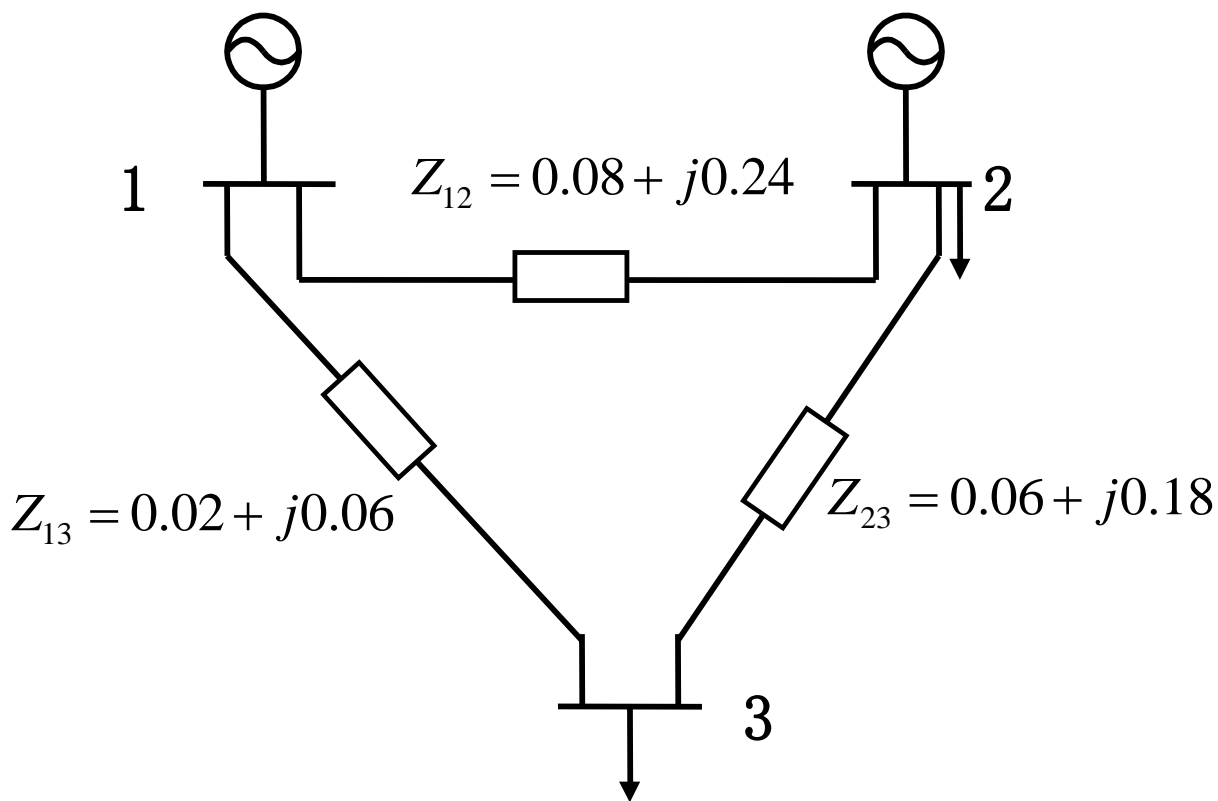


节点注入无功功率和节点电压的关系

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



例：如图所示三相电力系统，节点2上发电机无功出力范围为35Mvar到0Mvar。试用牛顿-拉夫逊法计算潮流(阻抗为标么值形式)。选取功率的基准值为100MVA。



-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



节点 i	节点电压	发电机注入功率 MW Mvar		负荷 MW Mvar	
1	$1.05+j0.0$?	?	0	0
2	1.03	20	?	50	20
3	?	0	0	60	25

分析:

- 由已知条件可知：节点1为平衡节点，节点2为 PV 节点，节点3为 PQ 节点。
- 当用极坐标形式，则雅可比矩阵为3阶。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



解： • (1) 形成节点导纳矩阵：

$$y_{23} = 1 / Z_{23} = 1.667 - j5.0$$

$$y_{12} = 1 / Z_{12} = 1.25 - j3.75$$

$$y_{13} = 1 / Z_{13} = 5 - j15.0$$

$$\begin{aligned} \text{→ } Y &= \begin{bmatrix} y_{12} + y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{12} & y_{12} + y_{23} & -y_{23} \\ -y_{13} & -y_{23} & y_{13} + y_{23} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 6.25 - j18.75 & -1.25 + j3.75 & -5.0 + j15.0 \\ -1.25 + j3.75 & 2.9167 - j8.75 & -1.6667 + j5.0 \\ -5.0 + j15.0 & -1.6667 + j5.0 & 6.6667 - j20.0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

- (2) 设定节点电压初值:

$$\dot{U}_1^{(0)} = 1.05 \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_2^{(0)} = 1.03 \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_3^{(0)} = 1.0 \angle 0^\circ$$

- (3) 求修正方程中的误差相量:

$$\begin{aligned}\Delta P_2^{(0)} &= P_{2s} - U_2^{(0)} \sum_{j=1}^3 U_j^{(0)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)}) \\ &= \frac{20 - 50}{100} - 1.03[1.05 \times (-1.25 + 0) + 1.03 \times (2.9167 + 0) + 1.0 \times (-1.667 + 0)] \\ &= -0.326\end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

$$\begin{aligned}\Delta P_3^{(0)} &= P_{3s} - U_3^{(0)} \sum_{j=1}^3 U_j^{(0)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)}) \\ &= \frac{-60}{100} - 1.0[1.05 \times (-5.0 + 0) + 1.03 \times (-1.667 + 0) + 1.0 \times (6.667 + 0)] \\ &= -0.3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Q_3^{(0)} &= Q_{3s} - U_3^{(0)} \sum_{j=1}^3 U_j^{(0)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)}) \\ &= \frac{-25}{100} - 1.0[1.05 \times (0 - 15.0) + 1.03 \times (0 - 5.0) + 1.0 \times 20] \\ &= 0.65\end{aligned}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

- (4) 求雅可比矩阵元素:

$$\begin{aligned} Q_{2s}^{(0)} &= U_2^{(0)} \sum_{j=1}^3 U_j^{(0)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)}) \\ &= 1.03[1.05 \times (0 - 3.73) + 1.03 \times (0 + 8.75) + 1.0 \times (0 - 5.0)] \\ &= 0.07725 \end{aligned}$$

$$H_{22} = Q_{2s} + B_{22} U_2^2 = 0.07725 - 8.75 \times 1.03^2 = -9.2056266$$

$$H_{23} = -U_2 U_3 (G_{23} \sin \delta_{23} - B_{23} \cos \delta_{23}) = 5.15$$

$$N_{23} = -U_2 U_3 (G_{23} \cos \delta_{23} + B_{23} \sin \delta_{23}) = 1.7166724$$

$$H_{32} = H_{23} = 5.15$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算

$$H_{33} = Q_{3s} + B_{33}U_3^2 = -0.25 + (-20) \times 1^2 = -20.25$$

$$N_{33} = -P_{3s} - G_{33}U_3^2 = 0.6 - 6.6667 \times 1^2 = -6.0667$$

$$J_{32} = -N_{23} = -1.7166724$$

$$J_{33} = -P_{3s} + G_{33}U_3^2 = 0.6 + 6.6667 \times 1^2 = 7.2667$$

$$L_{33} = -Q_{3s} + B_{33}U_3^2 = 0.25 + (-20) \times 1^2 = -19.75$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



- (5) 根据修正方程求修正向量:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(0)} \\ \Delta P_3^{(0)} \\ \Delta Q_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} / U_3^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} / U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.8575^\circ \\ 1.9788^\circ \\ -0.025917 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.8575^\circ \\ 1.9788^\circ \\ -0.025917 \end{bmatrix}$$

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



• (6) 求取新值:

$$\begin{bmatrix} \delta_2^{(1)} \\ \delta_3^{(1)} \\ U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_2^{(0)} \\ \delta_3^{(0)} \\ U_3^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.8575^\circ \\ -1.9788^\circ \\ 1.025917 \end{bmatrix}$$

- (7) 检查是否收敛(如不收敛, 则以新值为初值, 自第三步开始下一步迭代, 否则转入下一步)。

$$P_2^{(1)} = -0.30009$$

$$Q_2^{(1)} = 0.043853$$

• 母线2的发电机无功出力为:

$$Q_{G2}^{(1)*} = 0.043853 - \left(\frac{-20}{100}\right) = 0.243853$$

$$Q_{G2}^{(1)} = 24.3853 \text{ M var}$$

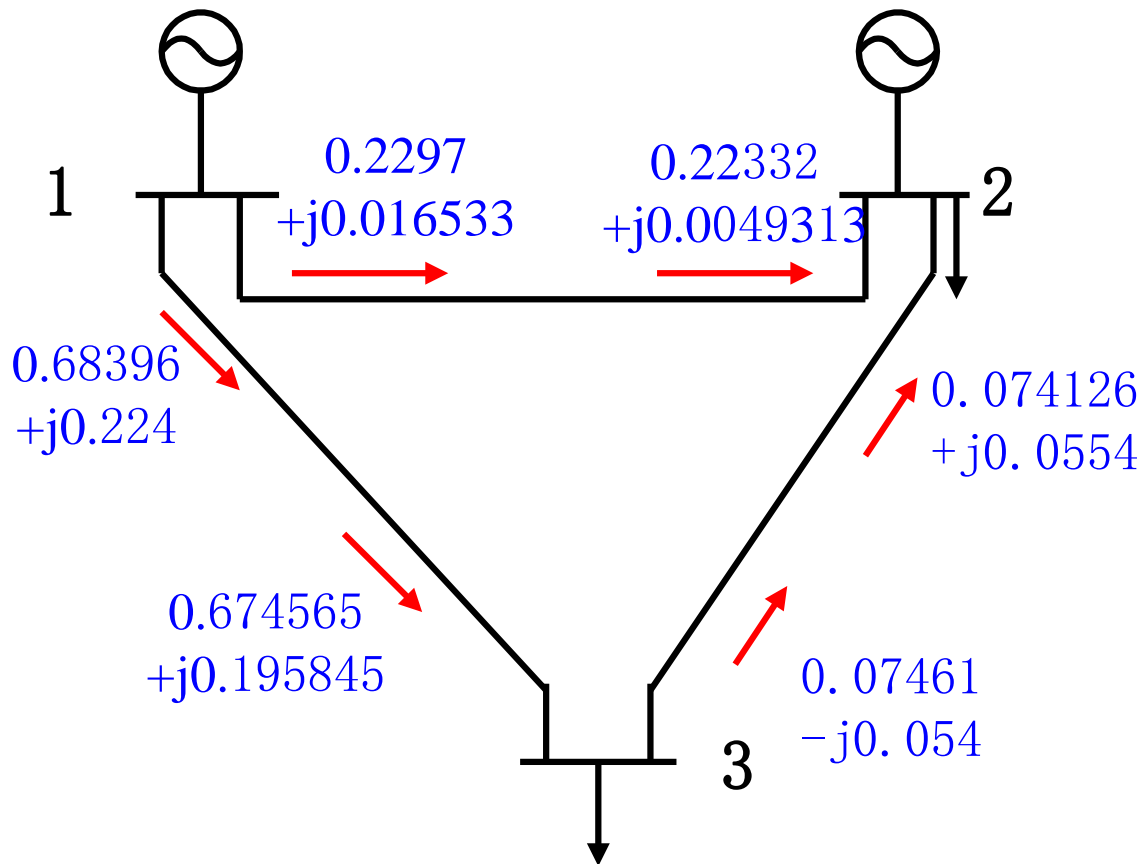
- 可见, 计算值在约束范围之内。

-6.4.2- 牛顿-拉夫逊法潮流计算



• (8) 计算线路潮流:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{12} &= \dot{U}_1^* (U_1^* - U_2^*) y_{12} = 1.05(1.05 - 1.03 \angle 2.8517^\circ)(1.25 + j3.75) \\ &= 0.2297 + j0.016533\end{aligned}$$



-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

对牛顿-拉夫逊法的简化

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

(对Newton-Raphson的简化)

➤ 问题的提出及修正方程

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U/U \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \Delta P = H \Delta \delta + N U^{-1} \Delta U \\ \Delta Q = J \Delta \delta + L U^{-1} \Delta U \end{cases}$$

➤ 对牛顿-拉夫逊法作如下两点简化

忽略 ΔU 对 ΔP 的影响, $\Delta \delta$ 对 ΔQ 的影响, 即令 $N=0$ 和 $J=0$ 。得出

$$\begin{cases} \Delta P = H \Delta \delta \\ \Delta Q = L U^{-1} \Delta U \end{cases}$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

➤ 根据电力系统正常运行条件作以下假设：

(1) $\cos \delta_{ij} \approx 1$

(相角差不超过 $10^\circ \sim 20^\circ$)

(2) $G_{ij} \sin \delta_{ij} \ll B_{ij}$

($G_{ij} \ll B_{ij}$, $\sin \delta_{ij} \approx 0 \ll 1$)

(3) $Q_i \ll U_i^2 B_{ii}$

$Q_i / U_i^2 \ll B_{ii}$



$$\begin{cases} H_{ij} = L_{ij} = -U_i U_j (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \approx U_i U_j B_{ij} \\ H_{ii} = Q_i + B_{ii} U_i^2 \approx B_{ii} U_i^2 \\ L_{ii} = -Q_i + B_{ii} U_i^2 \approx B_{ii} U_i^2 \end{cases}$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算



即:

$$\begin{aligned} H &= \begin{bmatrix} B_{11}U_1U_1 & B_{12}U_1U_2 & \cdots & B_{1n}U_1U_n \\ B_{21}U_2U_1 & B_{22}U_2U_2 & \cdots & B_{2n}U_2U_n \\ \cdots & & & \\ B_{n1}U_nU_1 & B_{n2}U_nU_2 & \cdots & B_{nn}U_nU_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \cdots & & & \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_n \end{bmatrix} \\ &= UB'U \end{aligned}$$



$$\Delta P = H \Delta \delta = UB'U \Delta \delta$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

同理：

$$L = \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \cdots & & & \\ B_{n1} & B_{n2} & \cdots & B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & & & \\ & U_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & U_n \end{bmatrix}$$

$$= UB''U$$

 注意**L**和**H**的阶数是不同的。

$$\Delta Q = LU^{-1}\Delta U = UB''UU^{-1}\Delta U = UB''\Delta U$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

$$\begin{aligned}\Delta P &= UB'U\Delta\delta & \longrightarrow & U^{-1}\Delta P = B'U\Delta\delta \\ \Delta Q &= UB''\Delta U & & U^{-1}\Delta Q = B''\Delta U\end{aligned}$$

即修正方程为：

$n-m-1$ 阶矩阵, 常量

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P_1}{U_1} \\ \frac{\Delta P_2}{U_2} \\ \dots \\ \frac{\Delta P_n}{U_{n1}} \end{bmatrix} = B' \begin{bmatrix} U_1\Delta\delta_1 \\ U_2\Delta\delta_2 \\ \dots \\ U_n\Delta\delta_n \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_1}{U_1} \\ \frac{\Delta Q_2}{U_2} \\ \dots \\ \frac{\Delta Q_n}{U_{n1}} \end{bmatrix} = B'' \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \\ \dots \\ \Delta U_n \end{bmatrix}$$

$n-1$ 阶矩阵, 常量

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算



即修正方程中功率不平衡量 $\Delta P_i^{(k)}$ 和 $\Delta Q_i^{(k)}$ 的计算

$$\begin{cases} \Delta P_i^{(k)} = P_i - \sum_{j=1}^n U_i^{(k)} U_j^{(k)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)}) \\ \Delta Q_i^{(k)} = Q_i - \sum_{j=1}^n U_i^{(k)} U_j^{(k)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)}) \end{cases}$$

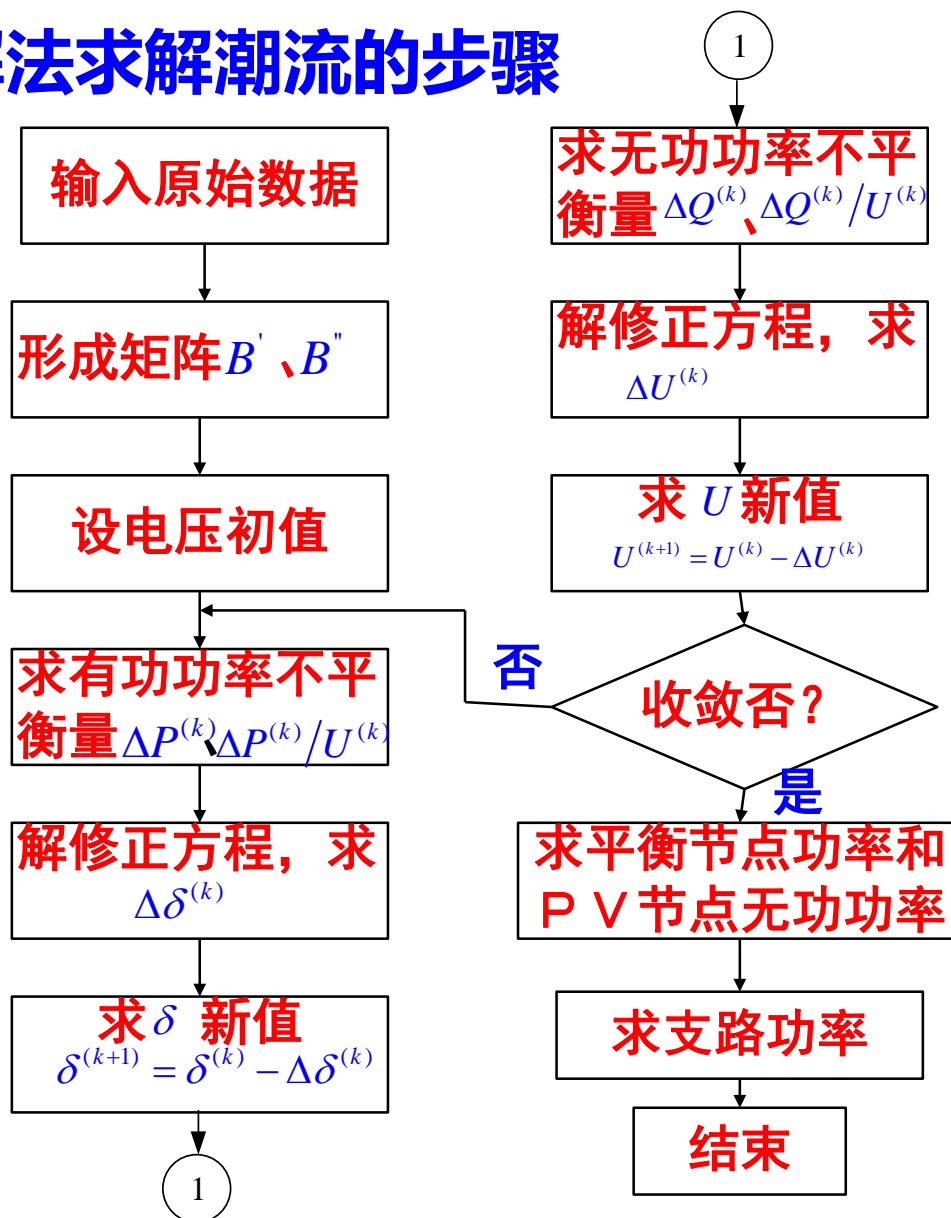
和牛顿-拉夫逊法完全相同

虽然P-Q分解法在一定程度上做了简化，但是其修正方程中功率不平衡量的计算和牛顿-拉夫逊法完全相同，因而采用两种方法的计算精度必然是相同的。

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算



➤ P-Q分解法求解潮流的步骤



-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

- P-Q分解法特点(与牛顿-拉夫逊法比较)
 - 以一个 $n-1$ 和一个 $n-m-1$ 阶方程组代替了原来 $2n-m-2$ 阶方程组，减少了存储容量，加快了求解速度；
 - 修正方程的系数矩阵为对称常数矩阵，在迭代的过程中保持不变；
 - 与牛顿-拉夫逊法同解；
 - PQ分解法具有线性收敛速度；
 - 迭代次数比牛顿-拉夫逊法多，但速度较牛顿-拉夫逊法快。
 - 考虑要满足其简化条件，一般只适用于110kV以上的电力网络的计算。

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算



P-Q分解法特点

平方收
敛特性

线性收
敛特性

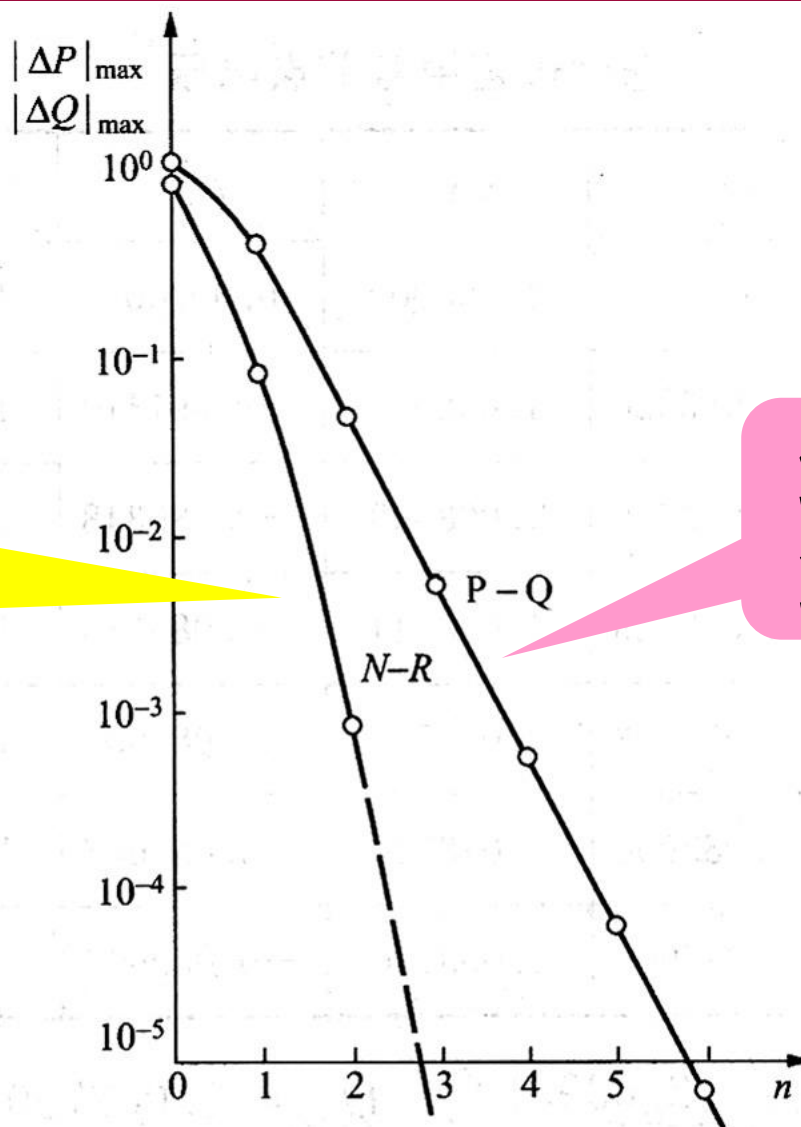


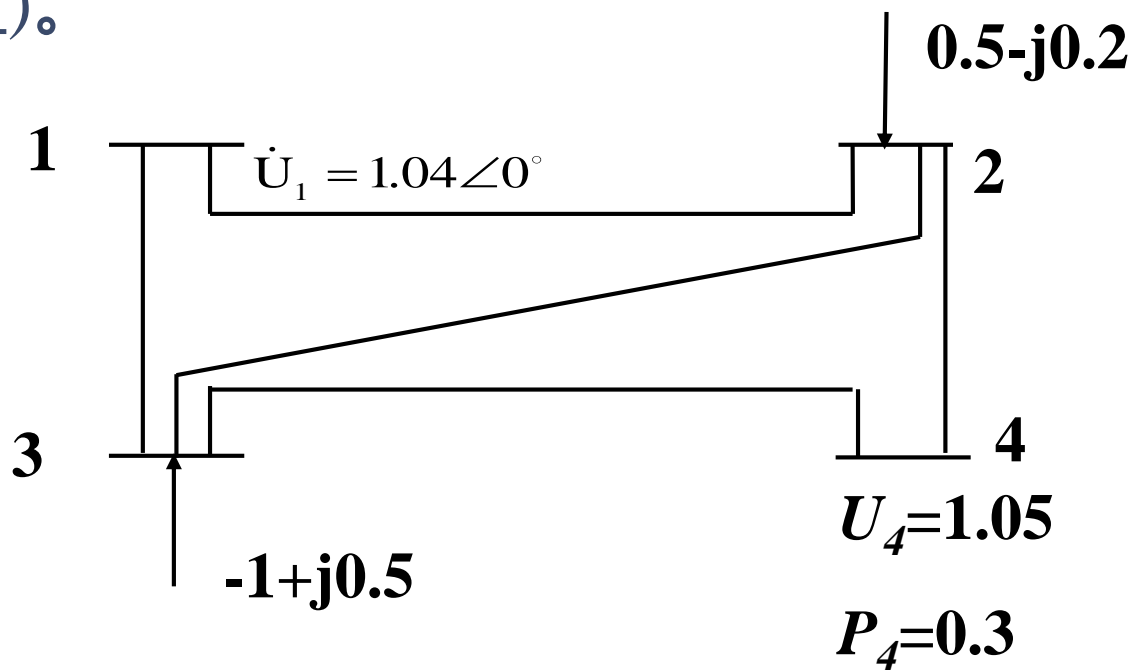
图 4-17 牛顿—拉夫逊法和 P-Q 分解法的收敛特性

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

例：如图所示的简单电力系统，节点导纳矩阵为：

$$\begin{bmatrix} 3-j9 & -2+j6 & -1+j3 & 0 \\ -2+j6 & 3.666-j21 & -0.666+j12 & -1+j3 \\ -1+j3 & -0.666+j12 & 3.666-j21 & -2+j6 \\ 0 & -1+3j & -2+j6 & 3-j9 \end{bmatrix}$$

用P-Q分解法计算潮流，只迭代一次。（图中各值均为标么值）。



-6.4.3- P-Q分解法潮流计算



分析:

节点2、3的注入功率已知，为PQ节点，节点1为平衡节点，节点4为PV节点。

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \frac{\Delta P_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \\ \frac{\Delta P_4^{(0)}}{U_4^{(0)}} \end{bmatrix} = B' \begin{bmatrix} U_2^{(0)} \Delta \delta_2^{(0)} \\ U_3^{(0)} \Delta \delta_3^{(0)} \\ U_4^{(0)} \Delta \delta_4^{(0)} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \frac{\Delta Q_2^{(0)}}{U_2^{(0)}} \\ \frac{\Delta Q_3^{(0)}}{U_3^{(0)}} \end{bmatrix} = B'' \begin{bmatrix} \Delta U_2^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix}$$

不包含平衡节点1

不包含平衡节点1和PV节点4

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

解：

(1) 形成 B' B''

$$B' = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21 & 12 & 3 \\ 12 & -21 & 6 \\ 3 & 6 & -9 \end{bmatrix}$$

$$B'' = \begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21 & 12 \\ 12 & -21 \end{bmatrix}$$

(2) 设各节点电压初值

$$\dot{U}_1 = 1.04 \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_3 = 1 \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_4 = 1.05 \angle 0^\circ$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

(3) 有功功率误差计算及解修正方程

$$\Delta P_2^{(0)} = P_{2S} - U_2^{(0)} \sum_{j=1}^4 U_j^{(0)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)}) = 0.63$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_{3S} - U_3^{(0)} \sum_{j=1}^4 U_j^{(0)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)}) = -0.86$$

$$\Delta P_4^{(0)} = P_{4S} - U_4^{(0)} \sum_{j=1}^4 U_j^{(0)} (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(0)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(0)}) = 0.1425$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2^{(0)} \\ \Delta \delta_3^{(0)} \\ \Delta \delta_4^{(0)} \end{bmatrix} = (UB'U)^{-1} \Delta P = U^{-1} (B')^{-1} U^{-1} \Delta P = \begin{bmatrix} -0.0049 \\ 0.0412 \\ 0.0103 \end{bmatrix}$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

(4) 求取相角的新值

$$\begin{bmatrix} \delta_2^{(1)} \\ \delta_3^{(1)} \\ \delta_4^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_2^{(0)} \\ \delta_3^{(0)} \\ \delta_4^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \Delta\delta_4^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0049 \\ -0.0412 \\ -0.0103 \end{bmatrix}$$

(5) 无功功率误差计算及解修正方程

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_{2S} - U_2^{(0)} \sum_{j=1}^4 U_j^{(0)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(1)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(1)}) = 0.19$$

$$\Delta Q_3^{(0)} = Q_{3S} - U_3^{(0)} \sum_{j=1}^4 U_j^{(0)} (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(1)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(1)}) = 0.92$$

$$\begin{bmatrix} \Delta U_2^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = (UB'')^{-1} \Delta Q = (B'')^{-1} U^{-1} \Delta Q = \begin{bmatrix} -0.0506 \\ -0.0727 \end{bmatrix}$$

-6.4.3- P-Q分解法潮流计算

(6) 求取电压幅值的新值

$$\begin{bmatrix} U_2^{(1)} \\ U_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_2^{(0)} \\ U_3^{(0)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta U_2^{(0)} \\ \Delta U_3^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0506 \\ 1.0727 \end{bmatrix}$$

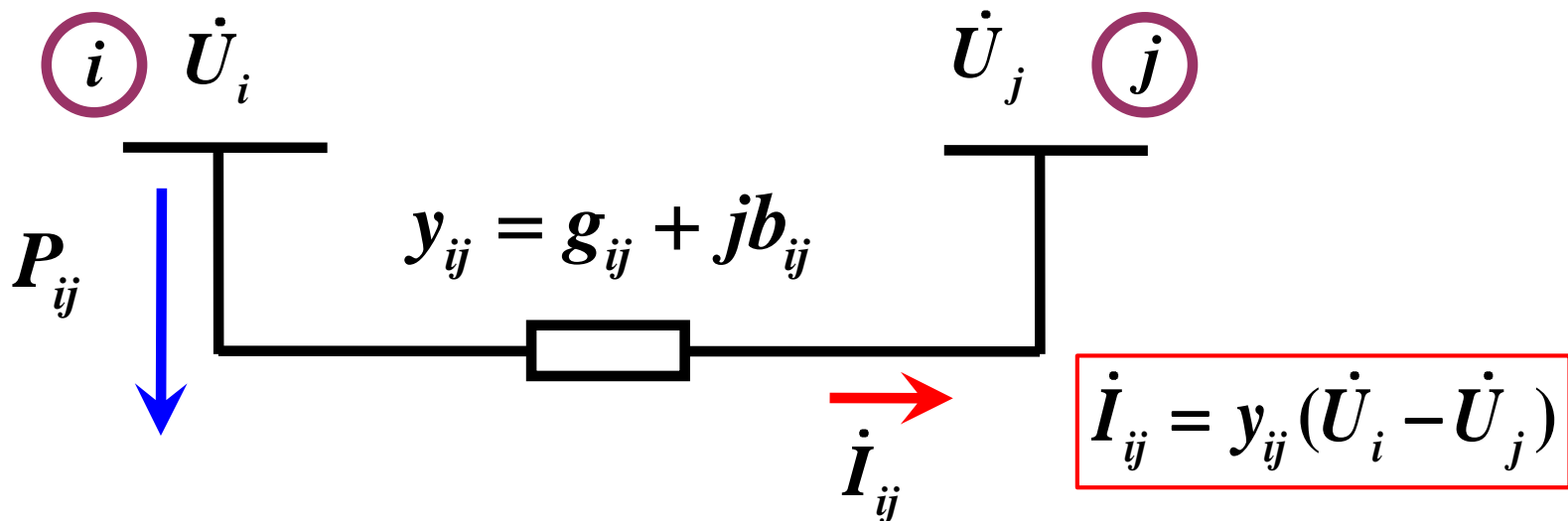
-6.4.4- 直流法潮流计算

给出直观的有功分布，不考虑无功，
没有迭代收敛问题，一步计算结果。

-6.4.4- 直流法潮流计算

➤ 问题提出及解决

- 电力网中每条支路*i-j*中通过的有功功率



$$\begin{aligned} P_{ij} &= \text{Re}[\dot{U}_i \dot{I}_{ij}^*] = \text{Re}[\dot{U}_i y_{ij}^* (\dot{U}_i - \dot{U}_j)^*] \\ &= U_i^2 g_{ij} - U_i U_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) \end{aligned}$$

-6.4.4- 直流法潮流计算

- 考虑到电力系统的实际情况，做如下**假设**：

(1) $U_i \approx U_j \approx 1$;

(2) $\sin \delta_{ij} \approx \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$, $\cos \delta_{ij} \approx 1$;

(3) $g_{ij} \approx 0$, $b_{ij} \approx -1/x_{ij}$;

(4) 忽略变压器和输电线元件 π 型等值电路的并联支路对有功分布的影响

$$\begin{aligned} P_{ij} &= U_i^2 g_{ij} - U_i U_j (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ &\approx g_{ij} - (g_{ij} \cos \delta_{ij} + b_{ij} \sin \delta_{ij}) \\ &\approx g_{ij} - (g_{ij} + b_{ij} \delta_{ij}) = -b_{ij} \delta_{ij} \end{aligned}$$

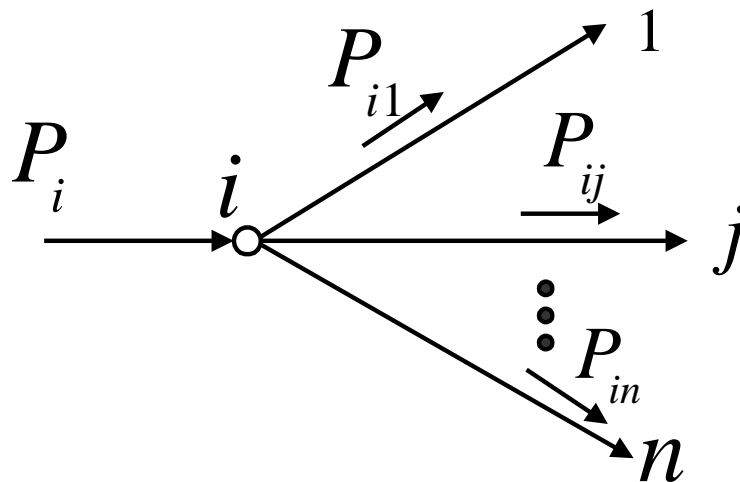


$$P_{ij} = -b_{ij} (\delta_i - \delta_j) = (\delta_i - \delta_j) / x_{ij} = B_{ij} (\delta_i - \delta_j)$$

-6.4.4- 直流法潮流计算



节点*i*注入功率表达式



$$\begin{cases} P_i = \sum_{j \in i} P_{ij} = \sum_{j \in i} B_{ij}(\delta_i - \delta_j) = -(-\sum_{j \in i} B_{ij}\delta_i + \sum_{j \in i} B_{ij}\delta_j) \\ -\sum_{j \in i} B_{ij} = B_{ii} \end{cases}$$



$$P_i = -(B_{ii}\delta_i + \sum_{j \in i} B_{ij}\delta_j) = (-B_{ii})\delta_i + \sum_{j \in i} (-B_{ij})\delta_j = \sum_{j=1}^n (-B_{ij}\delta_j)$$

-6.4.4- 直流法潮流计算

即

$$\begin{cases} P_1 = \sum_{j=1}^n (-B_{1j} \delta_j) \\ P_2 = \sum_{j=1}^n (-B_{2j} \delta_j) \\ \dots \\ P_n = \sum_{j=1}^n (-B_{nj} \delta_j) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{11} & -B_{12} & \cdots & -B_{1n} \\ -B_{21} & -B_{22} & \cdots & -B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -B_{n1} & -B_{n2} & \cdots & -B_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix}$$

B₀矩阵

写成矩阵形式为

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}_0 \boldsymbol{\delta} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\delta} = \mathbf{B}_0^{-1} \mathbf{P}$$

n-1个元素(n节点系统)

正常运行时节点导纳矩阵电纳部分的**负值**

-6.4.4- 直流法潮流计算



➤ 讨论

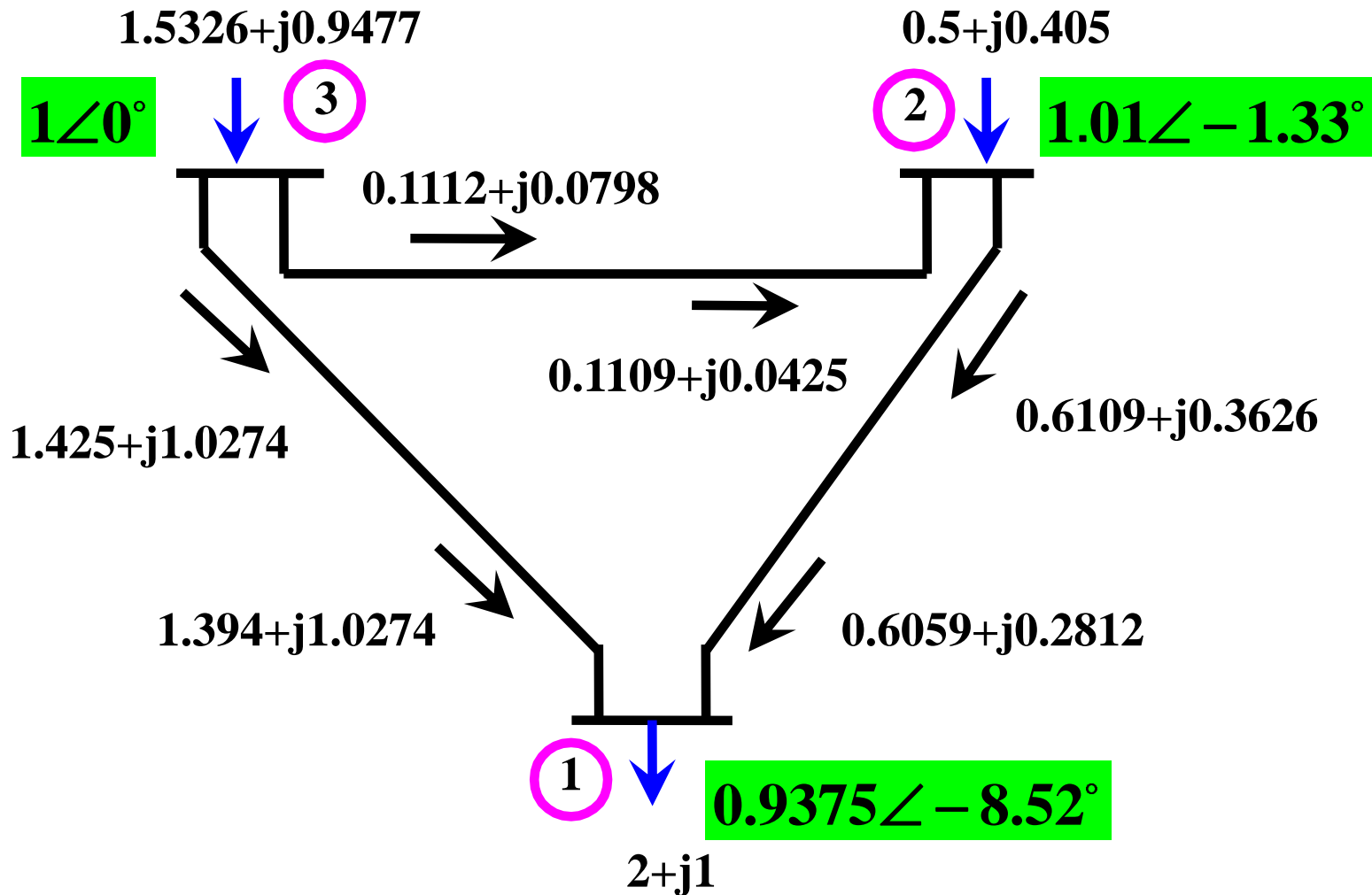
$$P_{ij} = -b_{ij}(\delta_i - \delta_j) = (\delta_i - \delta_j) / x_{ij} = B_{ij}(\delta_i - \delta_j)$$

- 有功功率从电压相角超前的节点向电压相角滞后的节点流动。相当于在交流电网中把节点的注入功率看作直流电路中节点的注入电流，节电电压的相角看作直流电路中的电压，这便是直流法的由来。
- 直流潮流法求解线性方程组，速度快、不存在收敛问题。适用于需要大量计算或运行条件不十分理想的场合，如电力系统规划、静态安全分析等。
- 直流潮流法对节点功率方程进行了简化，因而它是一种近似的算法，仅适用于110kV及以上的高压网络。

-6.4.4- 直流法潮流计算



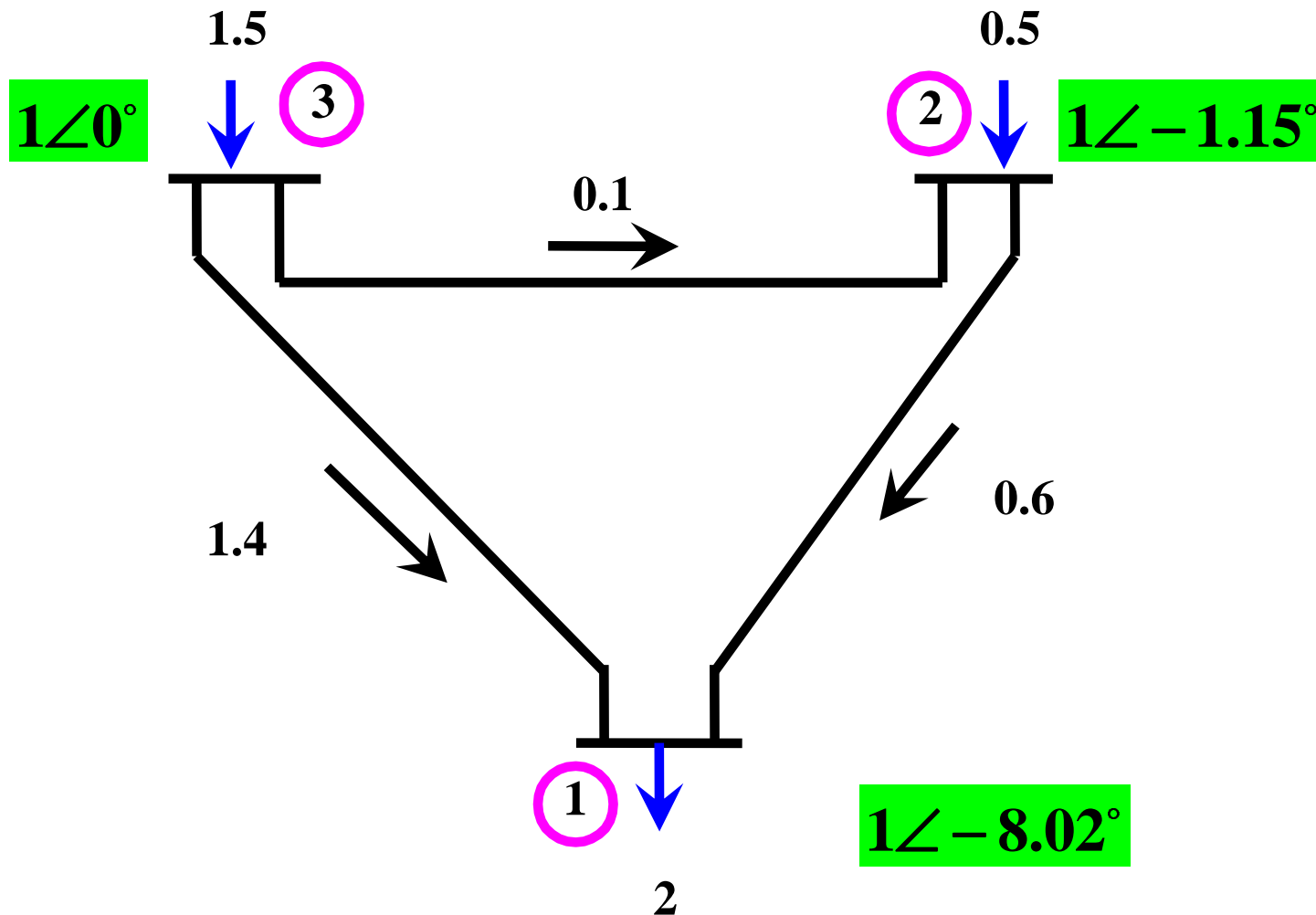
用牛顿-拉夫逊法求解潮流



-6.4.4- 直流法潮流计算

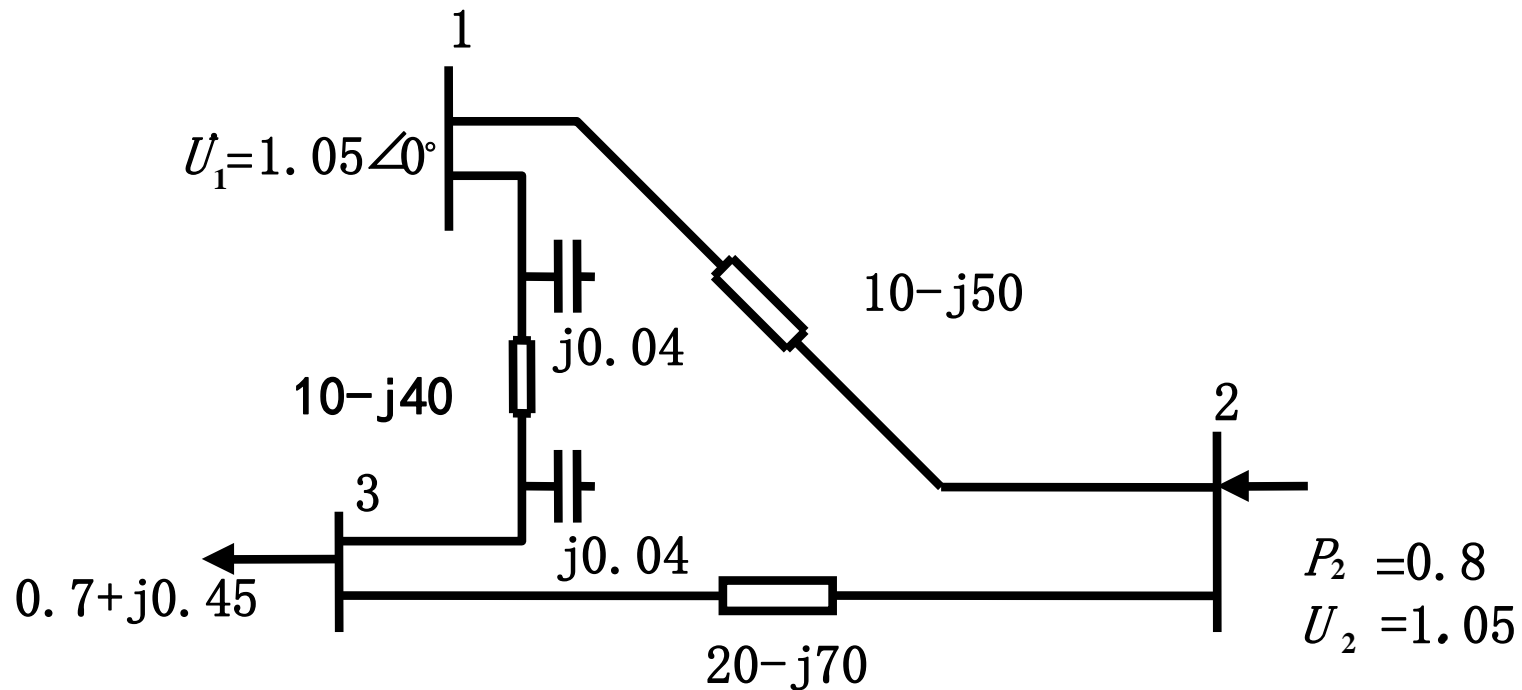


用直流法求解潮流



-6.4.4- 直流法潮流计算

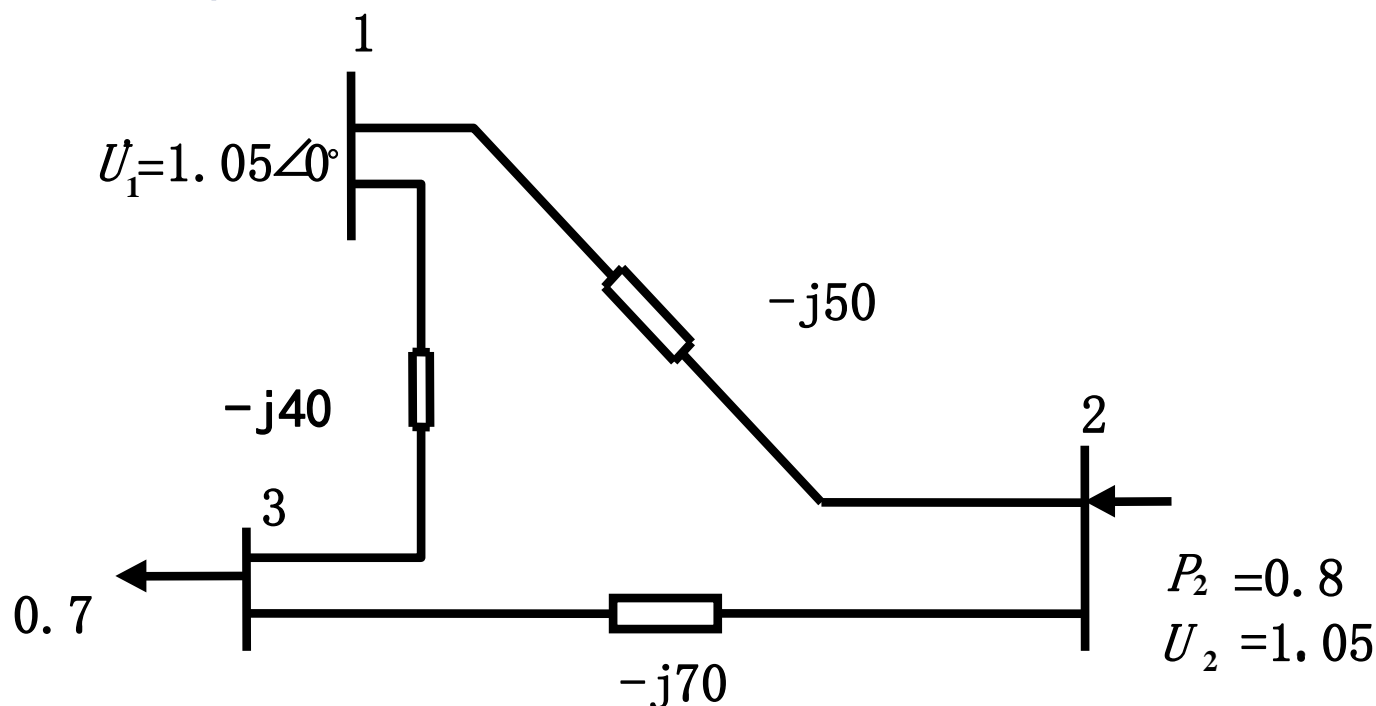
例：有一简单电力系统如图所示。图中各参数均为标么值，并已化为导纳形式。试用直流潮流法计算潮流，标出有功功率的分布，并验证节点功率平衡。



-6.4.4- 直流法潮流计算

解：（分析：先求待求量—节点2和3的相角，再求有功功率分布）

(1)考虑简化条件得：



$$B_0 = -B = -\begin{bmatrix} B_{22} & B_{23} \\ B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -120 & 70 \\ 70 & -110 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & -70 \\ -70 & 110 \end{bmatrix}$$

-6.4.4- 直流法潮流计算

$$P = \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.7 \end{bmatrix}$$

$$P = B_0 \delta \Rightarrow \delta = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = B_0^{-1} P = \begin{bmatrix} 0.013 & 0.008 \\ 0.008 & 0.014 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0048 \\ -0.0034 \end{bmatrix}$$

(2)功率分布及验证:

$$P_{21} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{x_{12}} = \frac{0.0048 - 0}{1/50} = 0.23$$

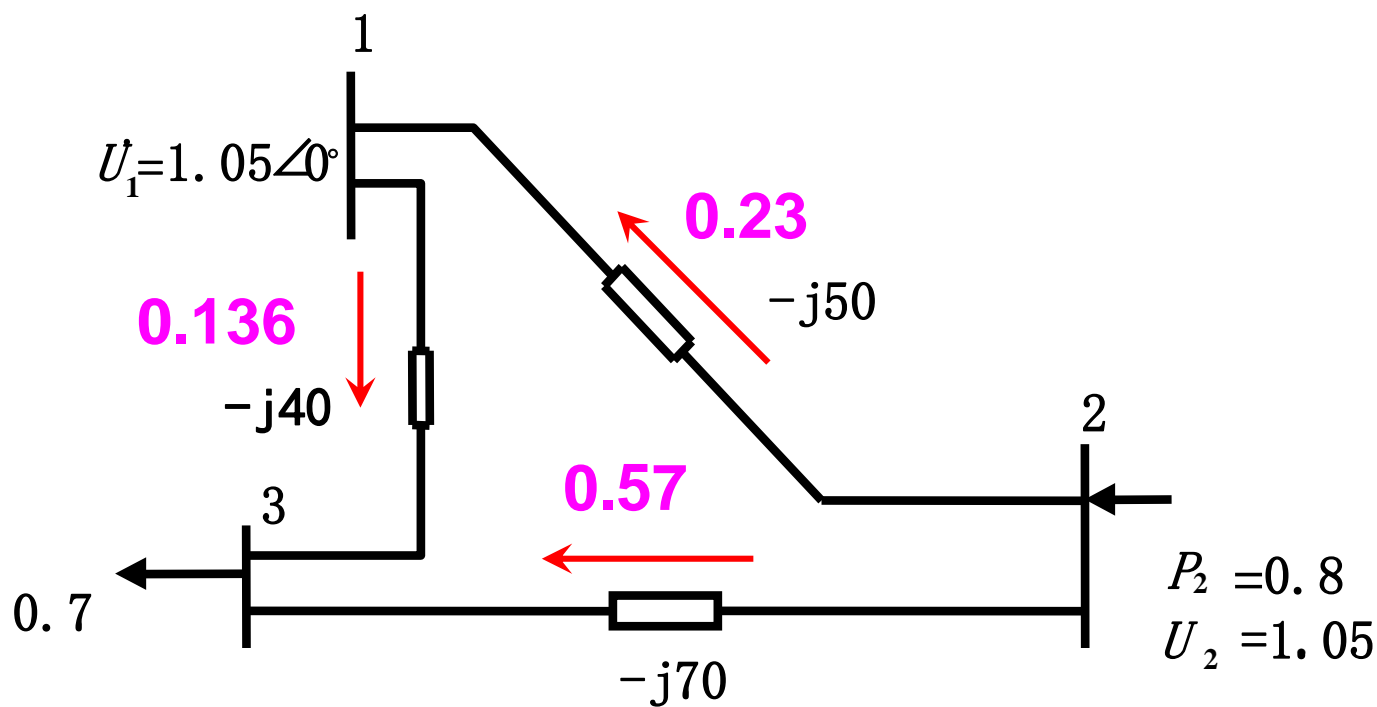
$$P_{13} = \frac{\delta_1 - \delta_3}{x_{13}} = \frac{0 - (-0.0034)}{1/40} = 0.136$$

$$P_{23} = \frac{\delta_2 - \delta_3}{x_{23}} = \frac{0.0048 - (-0.0034)}{1/70} = 0.57$$

$$P_{21} + P_{23} = 0.23 + 0.57 = 0.8 = P_2 \quad P_{23} + P_{13} = 0.57 + 0.136 = 0.706 \approx P_3$$

$$P_1 = P_{13} - P_{21} = 0.136 - 0.23 = -0.094$$

-6.4.4- 直流法潮流计算





End
谢谢

