



## 6 频率响应

---

6.1 放大电路的频率响应

6.2 单时间常数RC电路的频率响应

6.3.1 共源放大电路的低频响应



# 引例——听觉的频率响应

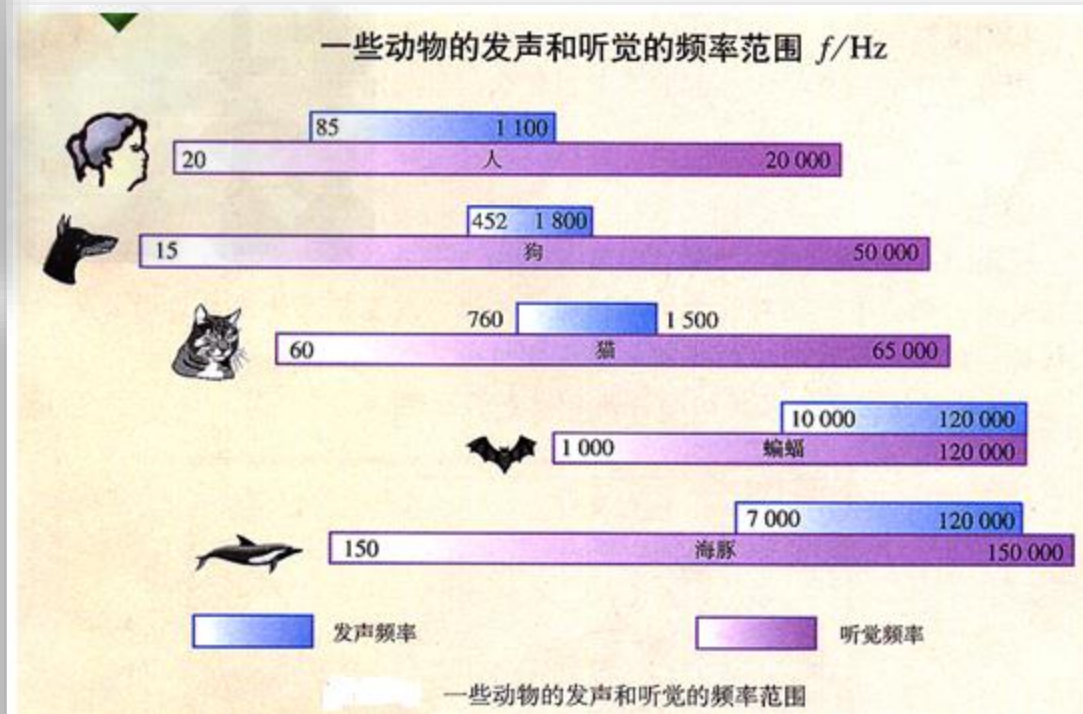
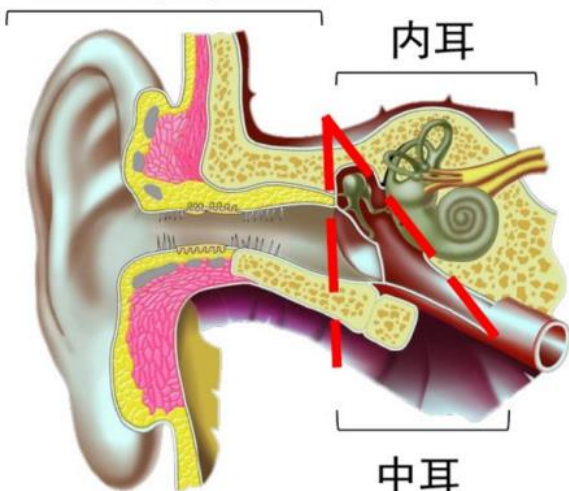
- 生物上听觉和发生器官存在频率响应；
- 电子学器件与电路是否也存在频率响应呢？



外耳

内耳

中耳

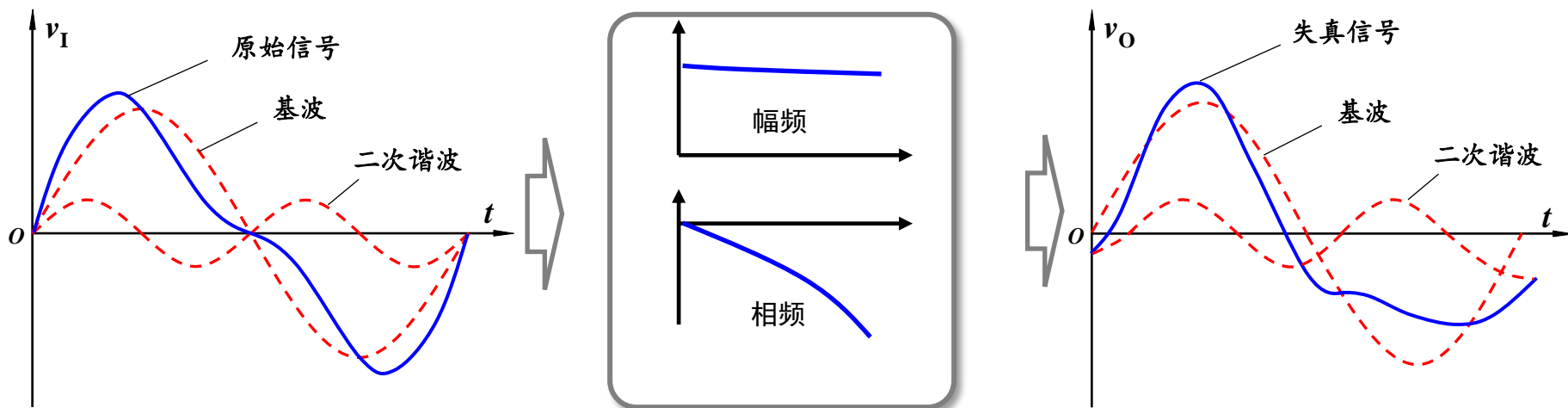




## 6.1 放大电路的频率响应

### 两个现实情况

- 1、需要放大的信号通常都包含许多频率成份。如话筒输出的语音信号（20Hz ~ 20kHz），卫星电视信号（3.7 ~ 4.2GHz）等。
- 2、放大电路中含有电抗元件或等效的电抗元件，导致对不同频率的信号放大倍数和时延不同。若信号中不同的频率成份不能被放大电路同等地放大（包括时延），则会出现失真现象（称为线性失真或频率失真）。



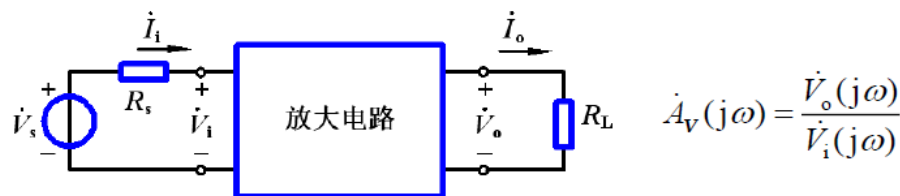


## 6.1 放大电路的频率响应

### 放大电路对不同频率信号产生不同响应的根本原因

- 1、电抗元件的阻抗会随信号频率的变化而变化。
- 2、放大电路中有耦合电容、旁路电容和负载电容，FET或BJT也存在PN结电容，此外实际电路中还有分布电容。

因此，放大电路对不同频率的输入信号具有不同的放大能力，即增益是输入信号频率的函数。



可写为:

$$\dot{A}_V = A_V(\omega) \angle \varphi(\omega) \text{ 或: } \dot{A}_V = A_V(f) \angle \varphi(f)$$

幅频响应

相频响应

**注意：** 前两章分析放大电路的性能指标时，是假设电路中所有耦合电容和旁路电容对信号频率来说都呈现非常小的阻抗而视为短路；FET或BJT的极间电容、电路中的负载电容及分布电容对信号频率来说都呈现非常大的阻抗而视为开路。



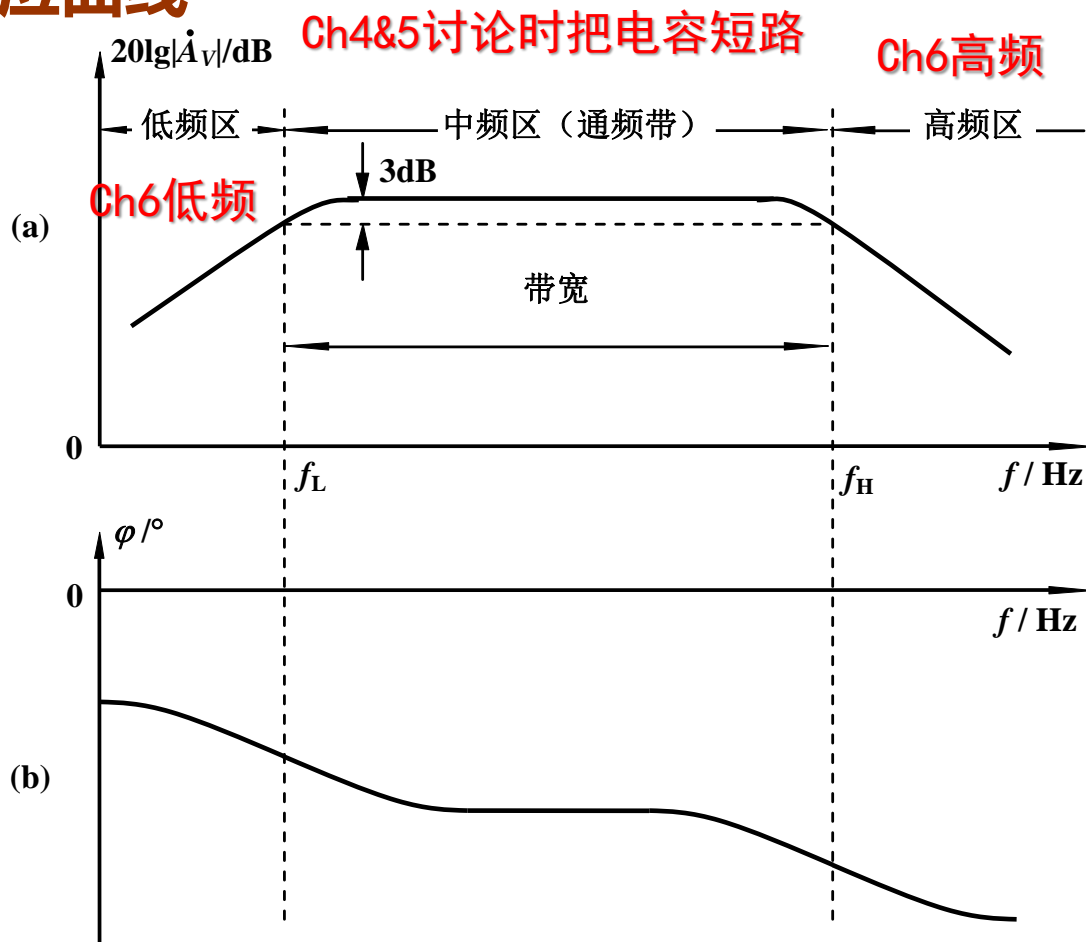
## 6.1 放大电路的频率响应

### 放大电路典型的频率响应曲线

阻容耦合单级共源放大电路的典型频率响应曲线如图所示，其中图a是幅频响应曲线，图b是相频响应曲线。一般有

$$f_H \gg f_L$$

如果信号的所有频率成份均落在通频带内，则基本上不会出现频率失真现象。



若已知信号的频率成份，要设计出满足要求的放大电路，最主要的任务就是设计出频率响应的 $f_H$ 和 $f_L$ 。



## 6.1 放大电路的频率响应

### 频率响应的分析方法

- 1、正弦稳态响应是分析频率响应的基本方法
- 2、工程上常采用分段分析的简化方法。即分别分析放大电路的低频响应、中频（通频带）响应和高频响应，最后合成全频域响应。其中通频带内的响应与频率无关，就是4、5章放大电路性能指标的分析结果。
- 3、实际设计多用计算机辅助分析（如Spice等）的方法，获得放大电路精确的频率响应曲线。



## 6.1 放大电路的频率响应

### 本章要求

- 以单时间常数**RC**电路的频率特性为入门，建立频率响应的基本概念；
- 了解**MOSFET**的小信号低频与高频模型及放大电路的频率响应基本分析方法；



## 6.2 单时间常数RC电路的频率响应

---

6.2.1 RC高通电路的频率响应

6.2.2 RC低通电路的频率响应

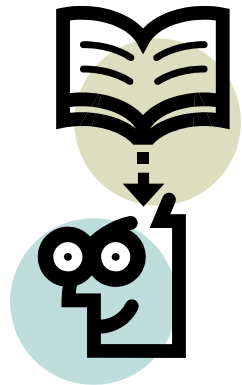




# 基础知识回顾

## □ 复数域物理量

- 频率  $f$
- 角频率  $\omega = 2\pi f$
- 复频率  $s = \sigma + j\omega$ , 频域傅里叶分析  $\sigma = 0$
- 电容  $C$  的容抗  $X_C = 1/(sC)$
- 电感  $L$  的感抗  $X_L = sL$





# 基础知识回顾

## □ 基本复数知识

$$A = a + j \cdot b, \text{ 则 } \angle A = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \begin{cases} 0 @ \frac{b}{a} = 0 \\ 45^\circ @ a = b \\ 90^\circ @ \frac{b}{a} = \infty \end{cases}$$

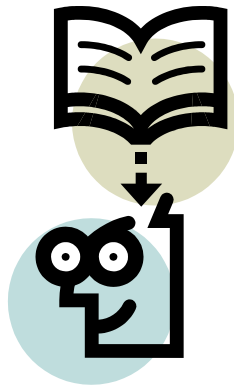
$$\angle\left(\frac{A}{B}\right) = \angle A - \angle B$$

$$|A| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad |A/B| = |A|/|B|$$

## □ 零极点

$$H = \frac{s + z_1}{s + p_1} \cdot \frac{s + z_2}{s + p_2} \cdot \dots \cdot \frac{s + z_n}{s + p_n}$$

- ✓ 让分子等于零的 $s$ 取值称为零点
- ✓ 让分母等于零的 $s$ 取值称为极点





# 基础知识回顾

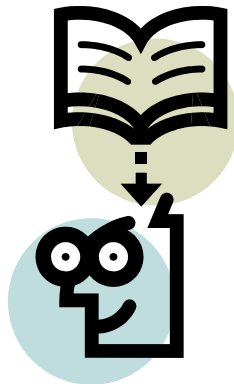
## □ 零极点

$$H = \frac{s + z_1}{s + p_1} \cdot \frac{s + z_2}{s + p_2} \cdot \dots \cdot \frac{s + z_n}{s + p_n}$$

✓  $z_i$ 或 $p_i$ 实部大于0, 获得左边平面的零点或极点

✓  $z_i$ 或 $p_i$ 实部小于0, 获得右边平面的零点或极点

✓ 当然, 数学上 $z_i$ 或 $p_i$ 都可能是复数, 基本模拟电路一般是实数

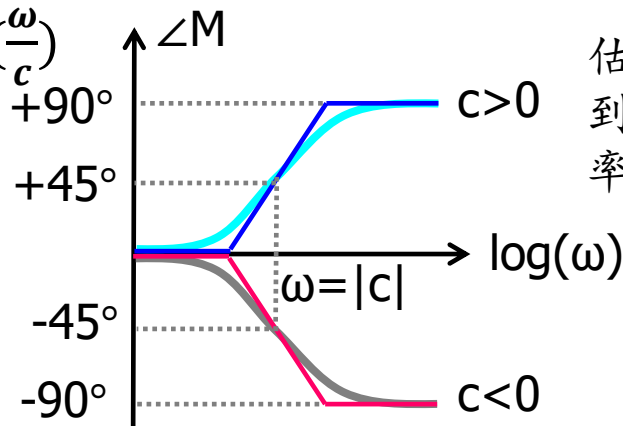
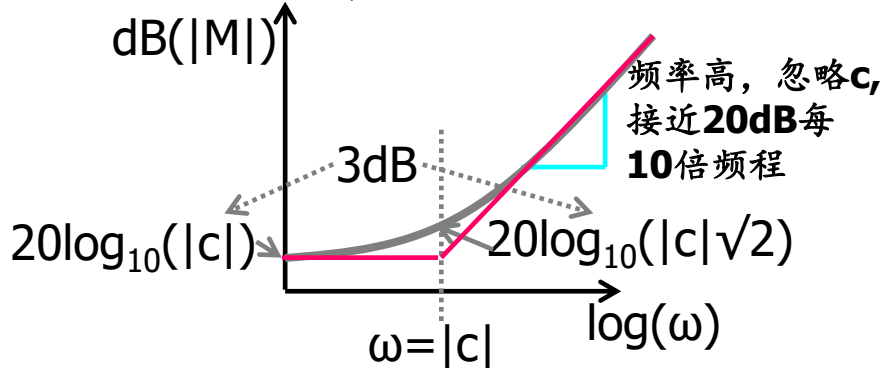


## □ 基于零极点的频率特性分析

✓ 在傅里叶分析中,  $s=j\omega$ , 定义函数 $M=s+c=j\omega+c$ , 其中 $c$ 是常实数

✓ 所以 $M$ 的幅频响应为 $|M| = \sqrt{\omega^2 + c^2}$ ,  $\text{dB}(|M|) = 20\log_{10}\sqrt{\omega^2 + c^2}$

✓  $M$ 的相频响应为 $\angle M = \arctan(\frac{\omega}{c})$



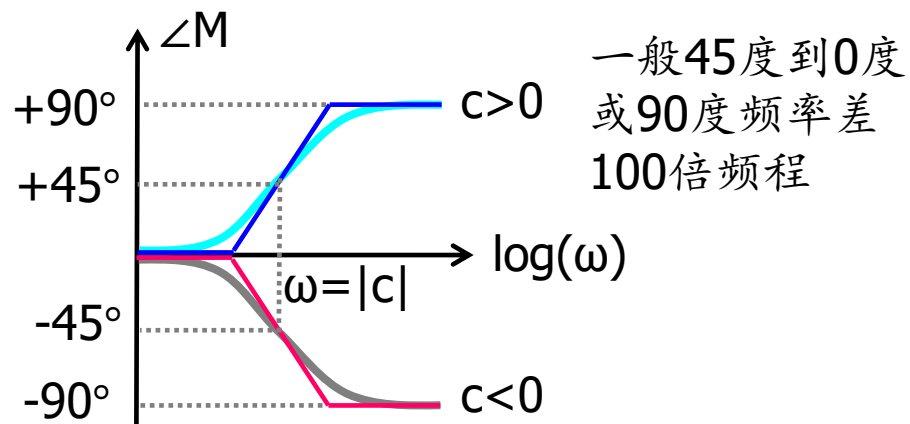
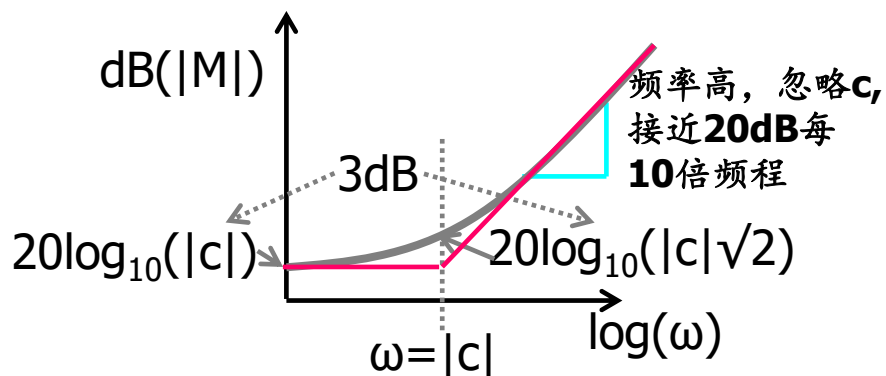
估算: 一般45度到0度或90度频率差10倍频程



# 基础知识回顾

## □ 基于零极点的频率特性分析

✓  $M=s+c=j\omega+c$ , 其中 $c$ 是常实数



✓ 
$$H = \frac{s+z_1}{s+p_1} \cdot \frac{s+z_2}{s+p_2} \cdot \dots \cdot \frac{s+z_n}{s+p_n}$$

✓ 思考: 可以自己总结出左半轴、右半轴的零点或极点对整体相频响应和幅频响应的影响规律吗?



# 波特图的绘制

$$H(s) = \frac{s + z_1}{s + p_1} \cdot \frac{s + z_2}{s + p_2} \cdot \dots \cdot \frac{s + z_n}{s + p_n} = \frac{M_{z1}(s)}{M_{p1}(s)} \cdot \frac{M_{z2}(s)}{M_{p2}(s)} \cdot \dots \cdot \frac{M_{zn}(s)}{M_{pn}(s)}$$

- 当 $\omega=0$ 时的函数值记为直流增益 $A_{DC}$   $s = j\omega$

$$A_{DC} = \frac{z_1}{p_1} \cdot \frac{z_2}{p_2} \cdot \dots \cdot \frac{z_n}{p_n}$$

- 传递函数的幅频和相频特性为：

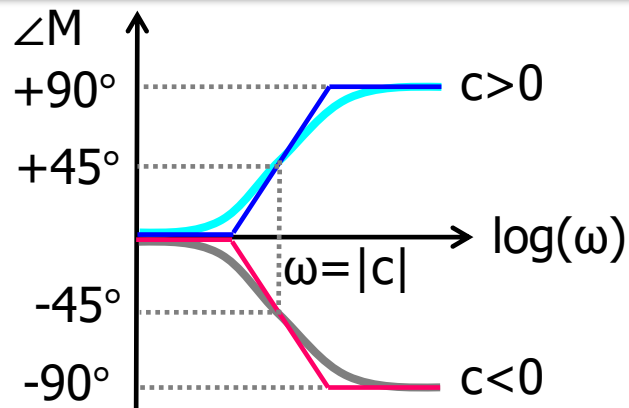
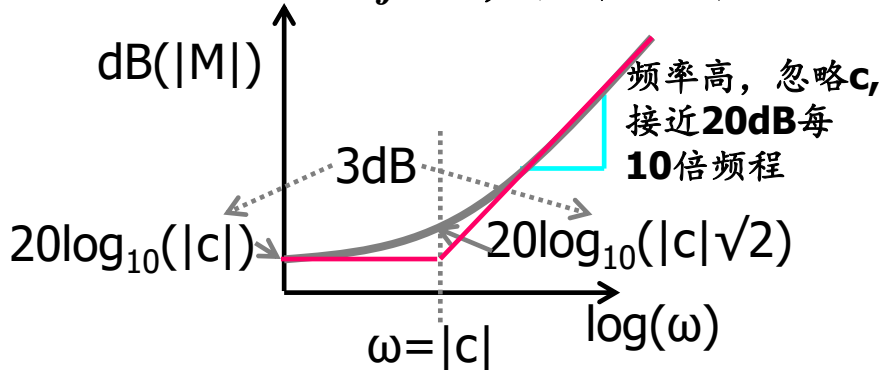
$$\begin{aligned} dB(|H(\omega)|) &= dB(|M_{z1}(\omega)|) + dB(|M_{z2}(\omega)|) + \dots + dB(|M_{zn}(\omega)|) \\ &\quad - dB(|M_{p1}(\omega)|) - dB(|M_{p2}(\omega)|) - \dots - dB(|M_{pn}(\omega)|) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{phase}(H(\omega)) &= \text{phase}(M_{z1}(\omega)) + \text{phase}(M_{z2}(\omega)) + \dots + \text{phase}(M_{zn}(\omega)) \\ &\quad - \text{phase}(M_{p1}(\omega)) - \text{phase}(M_{p2}(\omega)) - \dots - \text{phase}(M_{pn}(\omega)) \end{aligned}$$



# 波特图的绘制

✓  $M=s+c=j\omega+c$ , 其中  $c$  是常实数。



$$dB(|H(\omega)|) = dB(|M_{z1}(\omega)|) + dB(|M_{z2}(\omega)|) + \dots + dB(|M_{zn}(\omega)|) \\ - dB(|M_{p1}(\omega)|) - dB(|M_{p2}(\omega)|) - \dots - dB(|M_{pn}(\omega)|)$$

$$phase(H(\omega)) = phase(M_{z1}(\omega)) + phase(M_{z2}(\omega)) + \dots + phase(M_{zn}(\omega)) \\ - phase(M_{p1}(\omega)) - phase(M_{p2}(\omega)) - \dots - phase(M_{pn}(\omega))$$

- $\omega=0$ 时计算直流增益
- 然后每遇到一个零、极点，幅频响应和相频响应分左右平面按一定规律变化：
  - 对于幅频：一个极点后贡献-20dB斜率，一个零点贡献+20dB/10倍频斜率；
  - 对于相频：左半平面的极点或右边平面的零点最终贡献-90度；右半平面的极点或左边平面的零点最终贡献+90度



## 6.2.1 RC高通电路的频率响应

### 1. 增益的传递函数

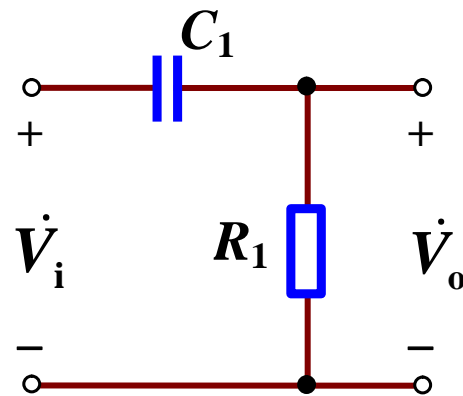
$$A_{VL}(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_1}{R_1 + 1/sC_1} = \frac{s}{s + 1/R_1C_1}$$

$$\text{又 } s = j\omega = j2\pi f \quad \text{且令 } f_L = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$

$$\text{则 } \dot{A}_{VL} = \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_i} = \frac{1}{1 - j(f_L / f)}$$

$$\text{电压增益的幅值 (模)} \quad A_{VL} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_L / f)^2}}$$

$$\text{电压增益的相角} \quad \varphi_L = \arctan(f_L / f)$$



RC 高通电路

(幅频响应)

(相频响应)



## 6.2.1 RC高通电路的频率响应

### 2. 频率响应曲线描述

幅频响应  $A_{VL} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_L / f)^2}}$

当  $f \gg f_L$  时,

$$A_{VL} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_L / f)^2}} \approx 1$$

$$20\lg A_{VL} = 20\lg 1 \approx 0 \text{ dB}$$

0分贝水平线

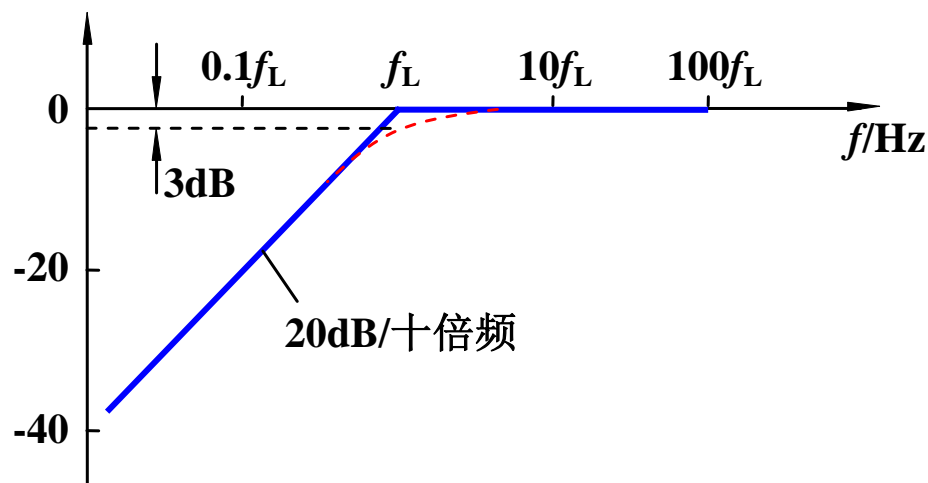
当  $f \ll f_L$  时,

$$A_{VL} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f_L / f)^2}} \approx f / f_L$$

$$20\lg A_{VL} = 20\lg(f / f_L)$$

最大误差 -3dB

$20\lg |A_{VL}| / \text{dB}$







## 6.2.1 RC高通电路的频率响应

### 2. 频率响应曲线描述

**相频响应**  $\varphi_L = \arctan(f_L / f)$

当  $f \gg f_L$  时,  $\varphi_L \rightarrow 0^\circ$

当  $f \ll f_L$  时,  $\varphi_L \rightarrow 90^\circ$

当  $f = f_L$  时,  $\varphi_L = 45^\circ$

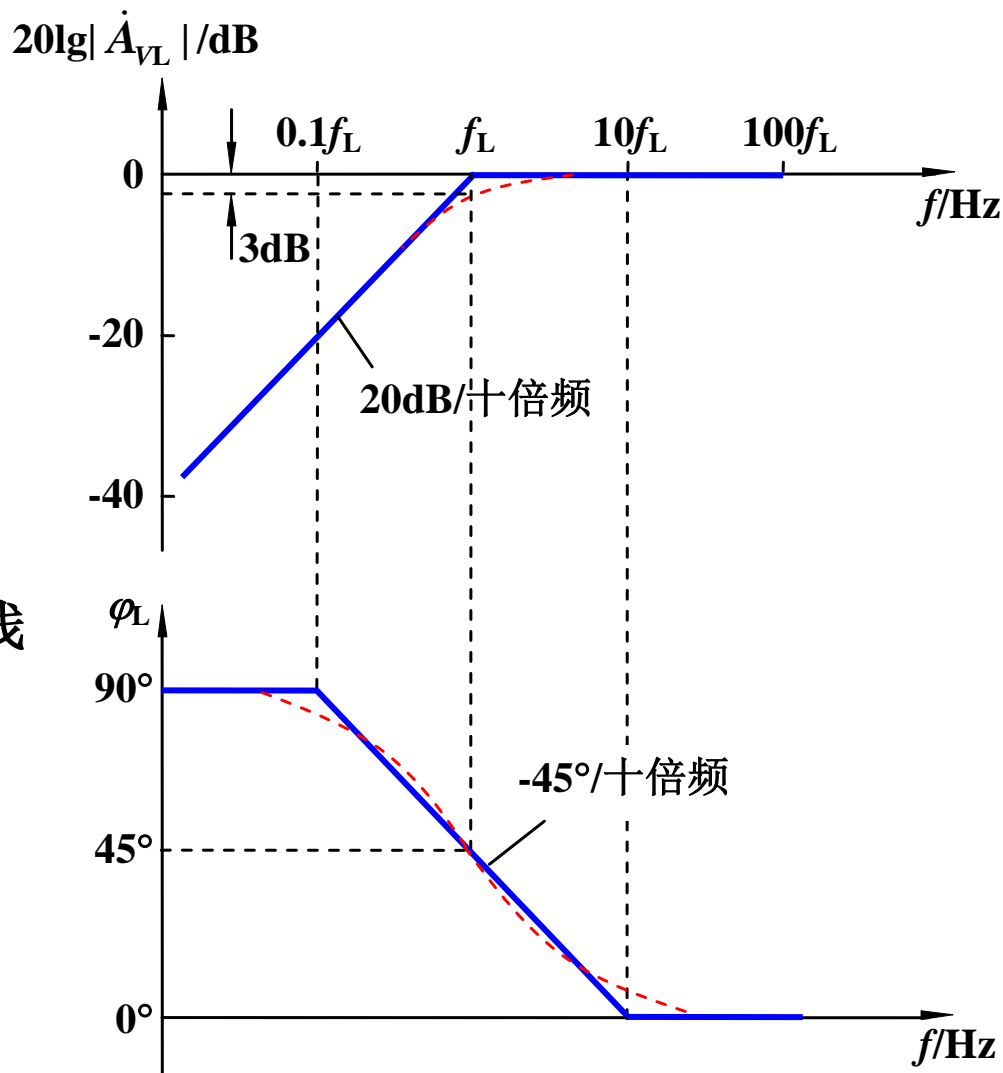
当  $0.1f_L < f < 10f_L$  时,

斜率为  $-45^\circ / \text{十倍频}$  的直线

**因为**  $\dot{A}_V = \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_i} = |\dot{A}_V| \angle \varphi$

**所以**  $\varphi = \varphi_o - \varphi_i$  表示输出与输入的相位差。

低频时, 输出超前输入





## 6.2.2 RC低通电路的频率响应

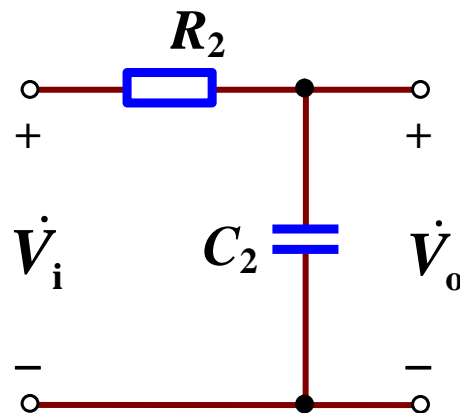
### 1. 增益的传递函数

$$A_{VH}(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/sC_2}{R_2 + 1/sC_2} = \frac{1}{1 + sR_2C_2}$$

幅频响应  $A_{VH} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_H)^2}}$

相频响应  $\varphi_H = -\arctan(f / f_H)$

$$f_H = \frac{1}{2\pi R_2 C_2}$$

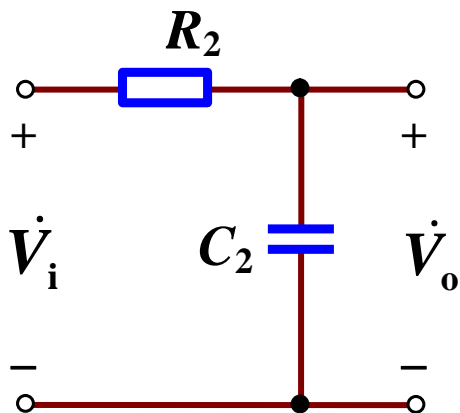


RC 低通电路



## 6.2.2 RC低通电路的频率响应

### 2. 频率响应曲线

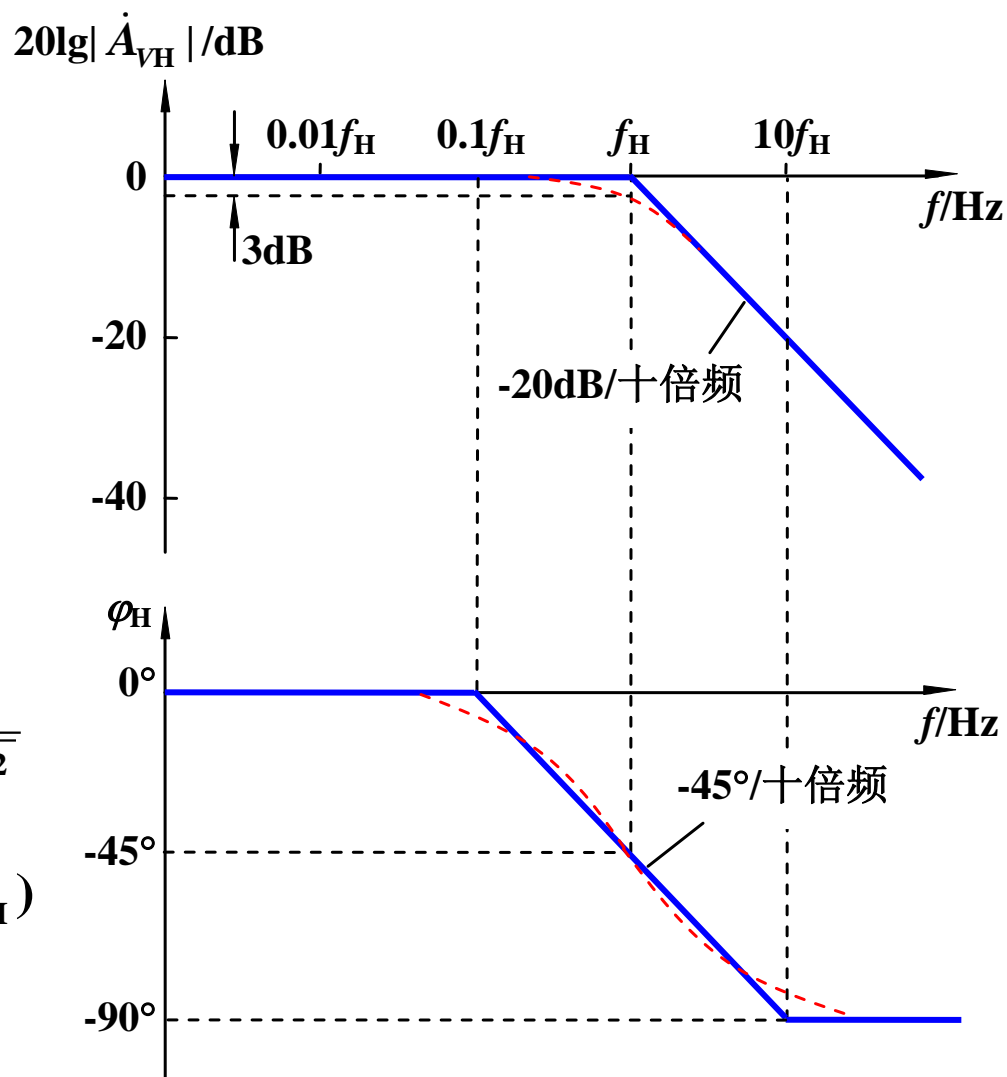


RC 低通电路

幅频响应  $A_{vH} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_H)^2}}$

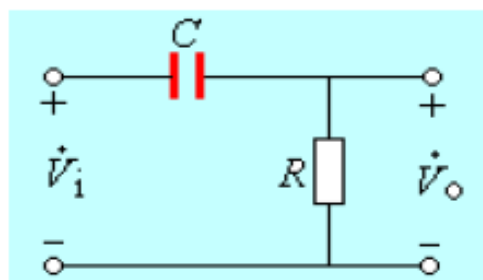
相频响应  $\varphi_H = -\arctan(f / f_H)$

输出滞后输入



# RC低通电路与高通电路比较

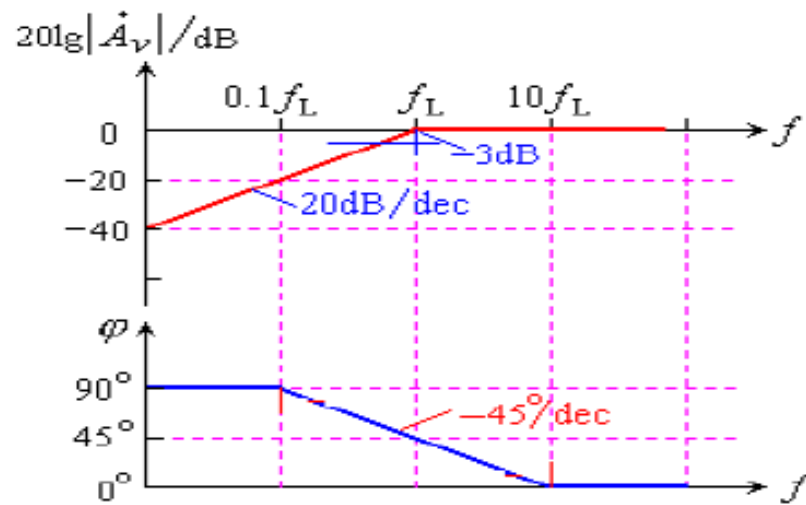
RC 高通电路



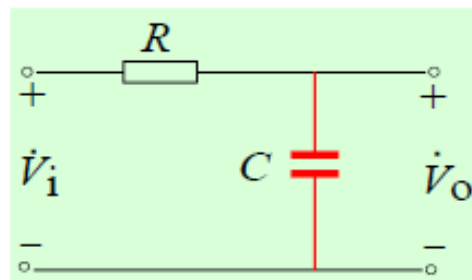
$$\dot{A}_V = \frac{A_p \cdot j(f/f_L)}{1 + j(f/f_L)}$$

其中:  $A_p = 1$  (通带电压增益)

$$f_L = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\tau_L}$$



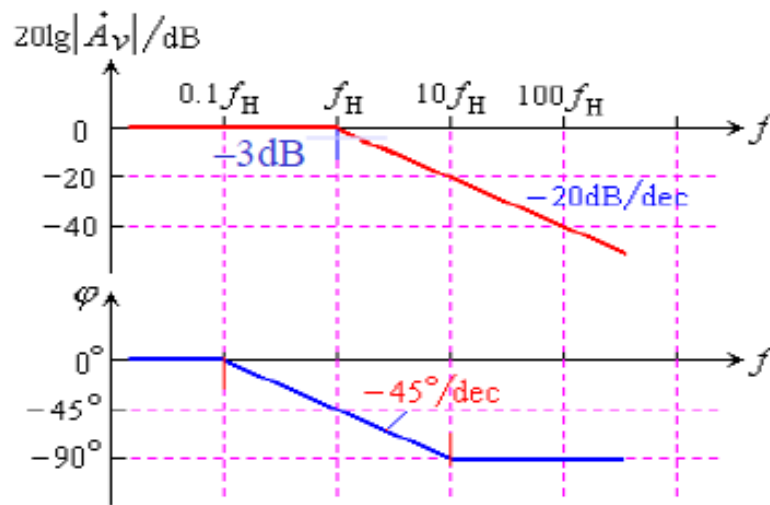
RC 低通电路



$$\dot{A}_V = \frac{A_p}{1 + j(f/f_H)}$$

其中:  $A_p = 1$  (通带电压增益)

$$f_H = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi\tau_H}$$

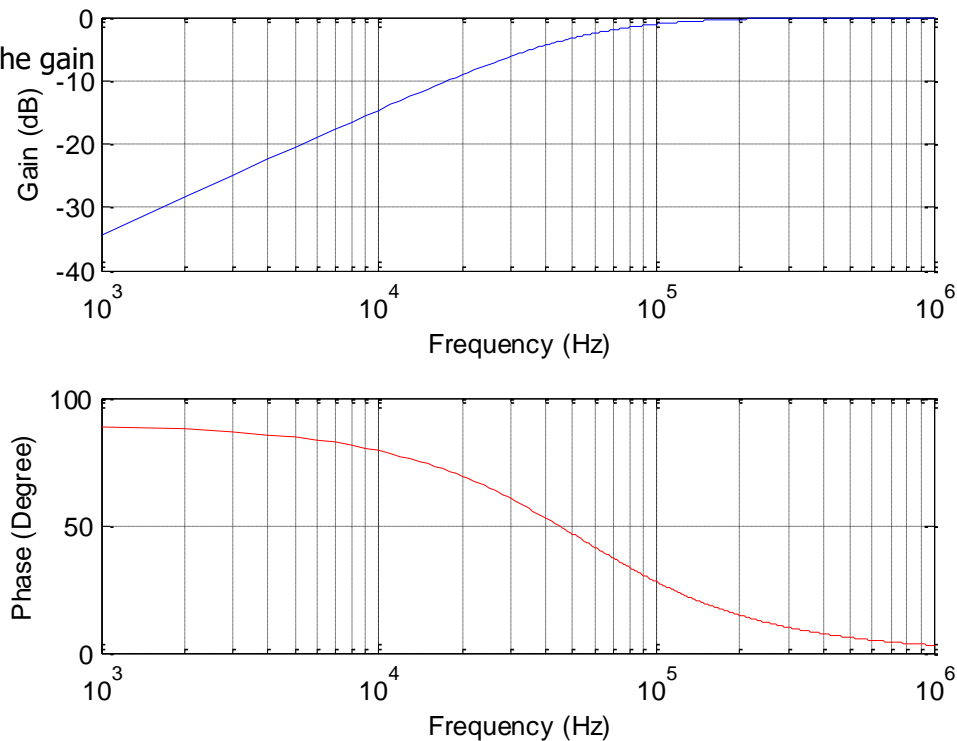




# Matlab code: high pass filter

```
%plot the frequency response of rc high pass filter
%coded by Dr. XIANG Qianyin 20160420
close all
clear
pp=1:1:1000; % the number of the calculation point
f=pp.*1000; % frequency
s=2*j*pi.*f; % laplace Operator
r=1e2; % resistance of the HPF
c=30e-9; % capacitance of the HPF
zc=1./(s.*c); % impedance of the Cap
av=r./(zc+r); % Trasmission gain of the HPF
av_mag=abs(av); % magnitude of the gain
av pha=atan(imag(av)./real(av))/pi*180; % phase of the gain

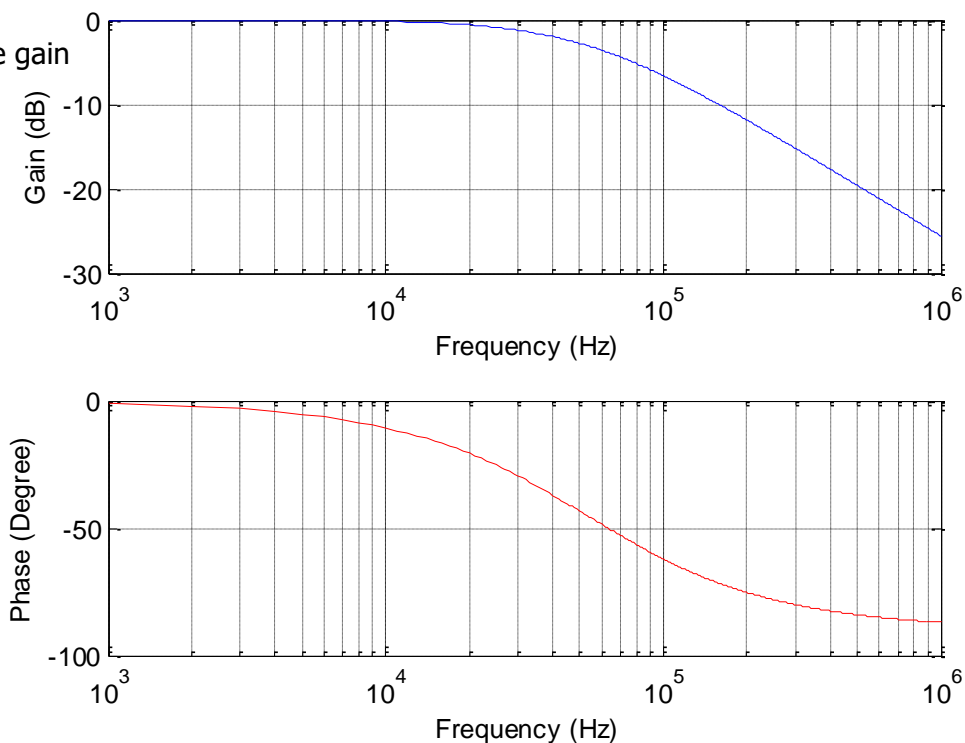
% plot the gain_mag
subplot(2,1,1);
semilogx(f,20*log10(av_mag),'b-')
grid on
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Gain (dB)')
% plot the gain_phase
subplot(2,1,2);
semilogx(f,av pha,'r-');
grid on
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Phase (Degree)')
```





# Matlab code: low pass filter

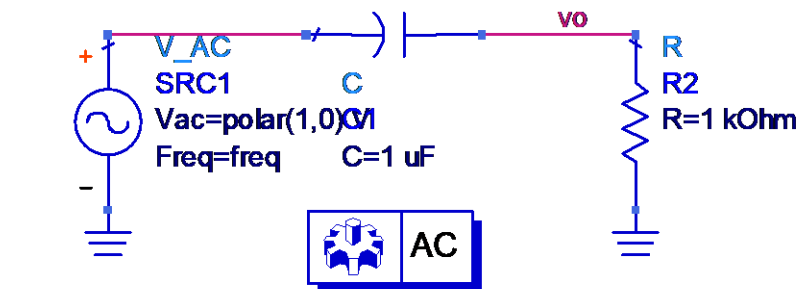
```
%plot the frequency response of rc low pass filter
%coded by Dr. XIANG Qianyin 20160420
close all
clear
pp=1:1:1000; % the number of the calculation point
f=pp.*1000; % frequency
s=2*j*pi.*f; % laplace Operator
r=1e2; % resistance of the LPF
c=30e-9; % capacitance of the LPF
zc=1./(s.*c); % impedance of the Cap
av=zc./(zc+r); % Trasmission gain of the LPF
av_mag=abs(av); % magnitude of the gain
av pha=atan(imag(av)./real(av))/pi*180; % phase of the gain
% plot the gain_mag
subplot(2,1,1);
semilogx(f,20*log10(av_mag),'b-')
grid on
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Gain (dB)')
% plot the gain_phase
subplot(2,1,2);
semilogx(f,av pha,'r-');
grid on
xlabel('Frequency (Hz)')
ylabel('Phase (Degree)')
```



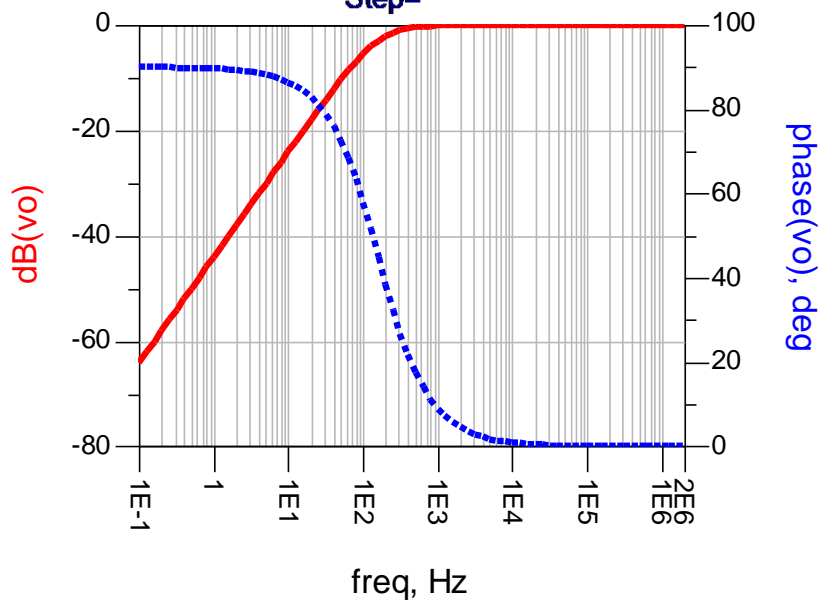


# ADS电路仿真实例

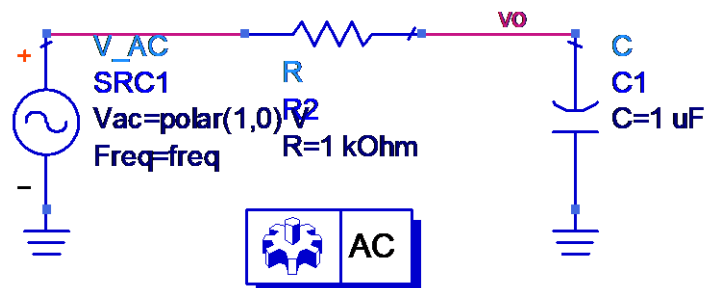
## HPF



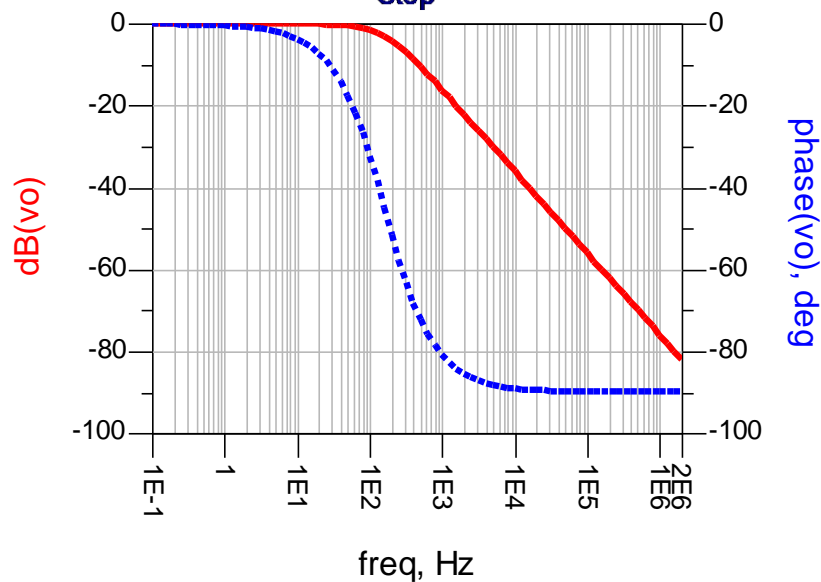
AC  
AC1  
Start=0.1 Hz  
Stop=2000 kHz  
Step=



## LPF



AC  
AC1  
Start=0.1 Hz  
Stop=2000 kHz  
Step=





# 总结

---

- 掌握波特图的数学原理和作法
- 通带拐点频率的增益低于通带增益3dB





# 共源放大电路的低频、高频响应

---

- 6.3.1 共源放大电路的低频响应
- 6.4.1 MOS管的高频小信号模型及单位增益频率 $f_T$ （自学）
- 6.4.2 共源放大电路的高频响应（自学）

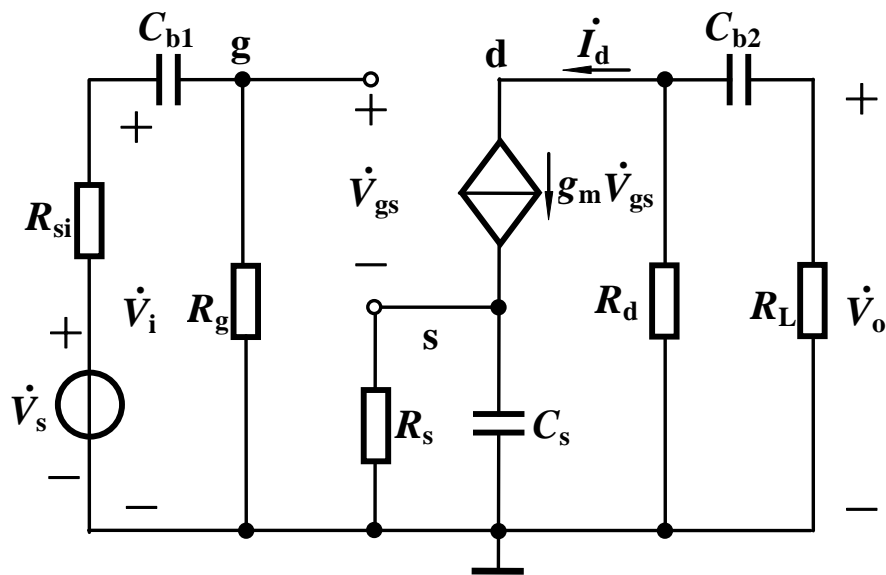
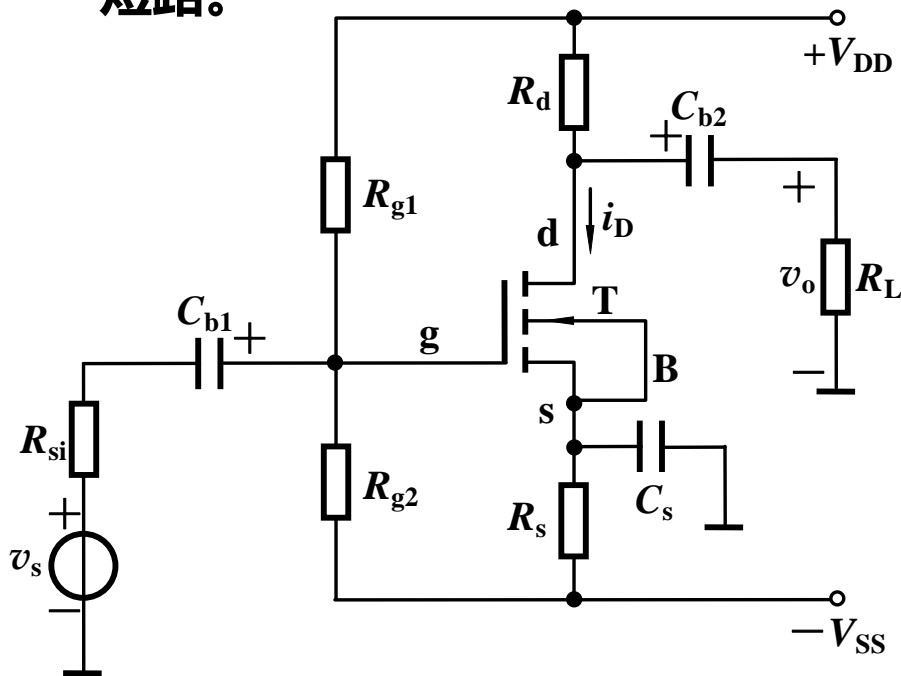


## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

#### 低频小信号等效电路

低频区内，电路中的耦合电容、旁路电容的阻抗增大，不能再视为短路。



$$R_g = R_{g1} \parallel R_{g2}$$



## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

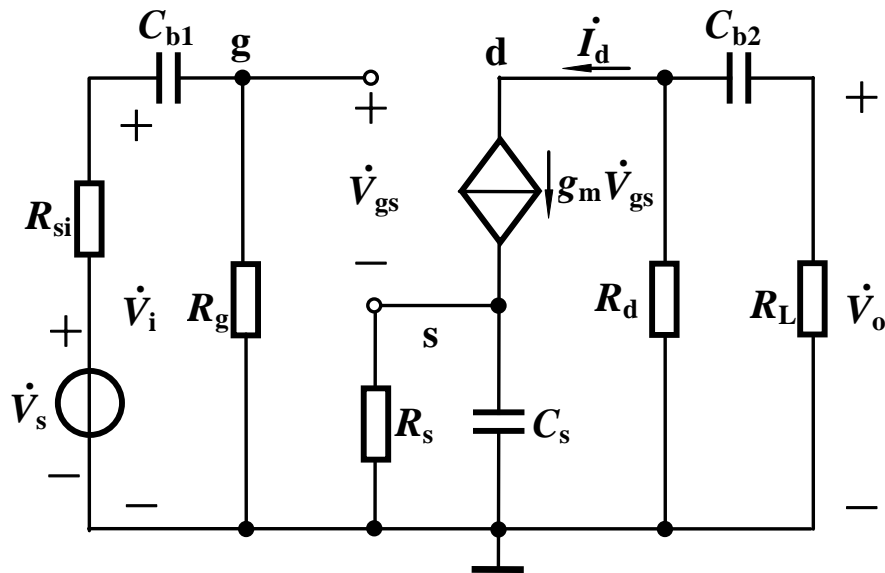
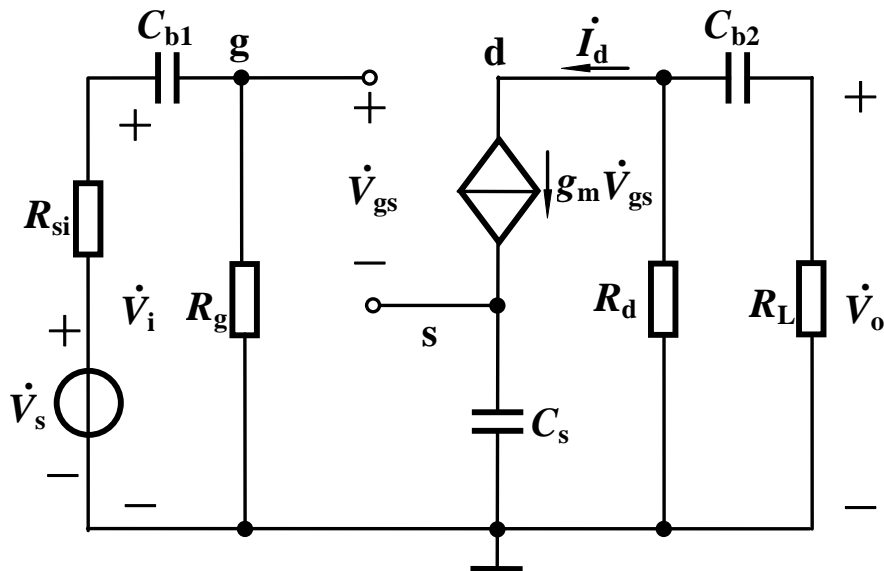
### 1. 增益的传递函数

#### 低频小信号等效电路

为简化分析，设低频区内，有

$$\frac{1}{\omega C_s} \ll R_s$$

则 $R_s$ 可作开路处理





## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

定性讨论

输入回路

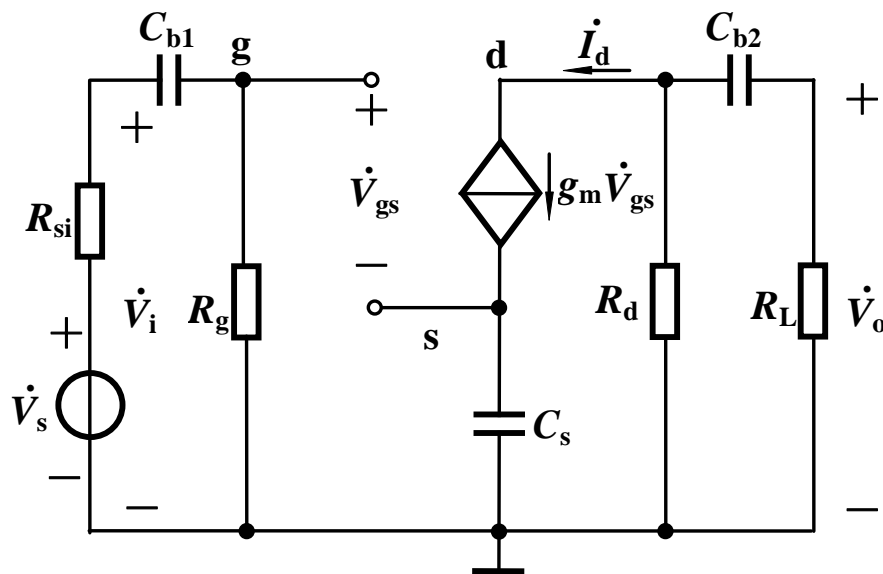
$$\omega \downarrow \rightarrow \frac{1}{\omega C_{b1}} \uparrow$$

→  $R_g$  上的电压 ↓

→  $|\dot{V}_{gs}| \downarrow$

$C_{b1}$  所在的输入回路

构成的是  $RC$  高通电路





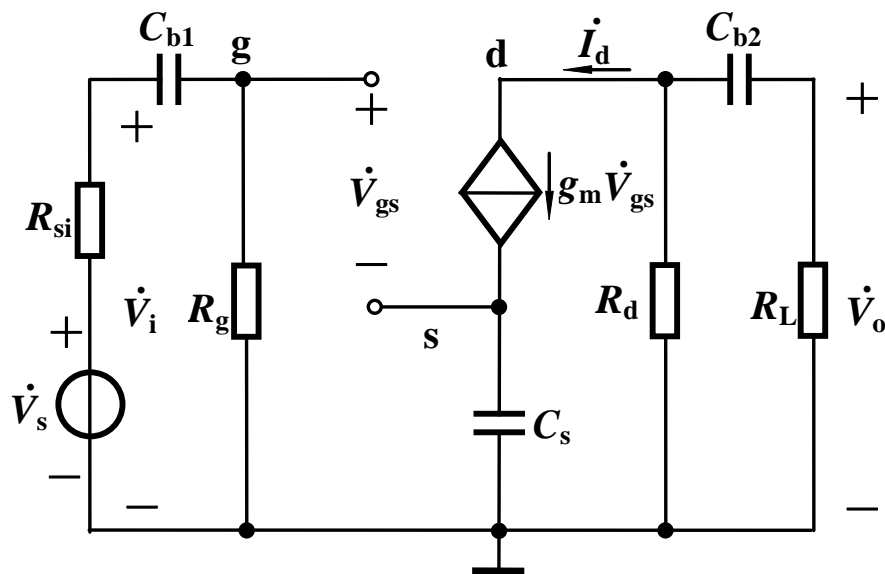
## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

定性讨论

输出回路

$$\omega \downarrow \rightarrow \frac{1}{\omega C_s} \text{ 和 } \frac{1}{\omega C_{b2}} \uparrow$$
$$\rightarrow |\dot{V}_o| \downarrow$$



输出回路也是高通电路，不过不是简单的单时间常数  
 $RC$ 高通电路。



## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

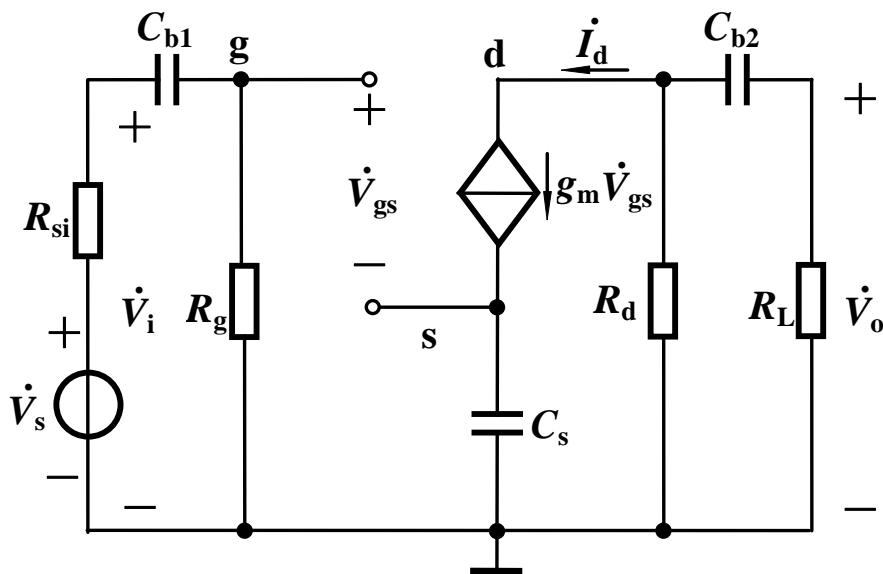
### 1. 增益的传递函数

由电路可列出方程

$$\begin{cases} \dot{V}_g = \frac{R_g}{R_{si} + R_g + \frac{1}{j\omega C_{b1}}} \cdot \dot{V}_s \\ \dot{V}_{gs} = \dot{V}_g - \frac{1}{j\omega C_s} \cdot g_m \dot{V}_{gs} \\ \dot{V}_o = -R_L \cdot \left( \frac{R_d}{R_d + R_L + \frac{1}{j\omega C_{b2}}} \cdot g_m \dot{V}_{gs} \right) \end{cases}$$

由前两个方程得

$$g_m \dot{V}_{gs} = \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{1}{j\omega C_s}} \cdot \frac{R_g}{R_{si} + R_g + \frac{1}{j\omega C_{b1}}} \cdot \dot{V}_s$$





## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

代入第3个方程得源电压增益

$$\begin{aligned}\dot{A}_{VSL} = \frac{\dot{V}_o}{\dot{V}_s} &= -R_L \cdot \left( \frac{R_d}{R_d + R_L + \frac{1}{j\omega C_{b2}}} \cdot \frac{1}{\frac{1}{g_m} + \frac{1}{j\omega C_s}} \cdot \frac{R_g}{R_{si} + R_g + \frac{1}{j\omega C_{b1}}} \right) \\ &= -g_m (R_d \parallel R_L) \cdot \frac{R_g}{R_g + R_{si}} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega (R_d + R_L) C_{b2}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{g_m}{j\omega C_s}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega (R_{si} + R_g) C_{b1}}} \right)\end{aligned}$$



## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

$$\dot{A}_{VSL} = -g_m(R_d \parallel R_L) \cdot \frac{R_g}{R_g + R_{si}} \cdot \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega(R_d + R_L)C_{b2}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{g_m}{j\omega C_s}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega(R_{si} + R_g)C_{b1}}} \right)$$

**令**  $\dot{A}_{VSM} = -g_m(R_d \parallel R_L) \cdot \frac{R_g}{R_g + R_{si}}$  **通带内（中频）增益，与频率无关**

$$f_{L1} = \frac{1}{2\pi(R_{si} + R_g)C_{b1}} \quad C_{b1} \text{引起的下限截止频率}$$

$$f_{L2} = \frac{g_m}{2\pi C_s} \quad C_s \text{引起的下限截止频率}$$

$$f_{L3} = \frac{1}{2\pi(R_d + R_L)C_{b2}} \quad C_{b2} \text{引起的下限截止频率}$$

**且**  $\omega = 2\pi f$





## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

则 
$$\dot{A}_{VSL} = \dot{A}_{VSM} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L1} / f)} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L2} / f)} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L3} / f)}$$

其中

第1项是与频率无关的通带内源电压增益

后三项分别是3个与6.2节RC高通电路相同的低频响应。

可见共源放大电路的低频响应是由3个RC高通电路共同作用的结果。

为简单起见，假设3个下限截止频率 $f_{L1}$ 、 $f_{L2}$ 和 $f_{L3}$ 之间相距较远（4倍以上），可以只考虑起主要作用的截止频率的影响。例如有 $f_{L2} > 4f_{L1}$ ， $f_{L1} > f_{L3}$ ，则上式简化为



## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

### 1. 增益的传递函数

$$\dot{A}_{VSL} = \dot{A}_{VSM} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L2} / f)}$$

$$\dot{A}_{VSM} = -g_m (R_d \parallel R_L) \cdot \frac{R_g}{R_g + R_{si}}$$

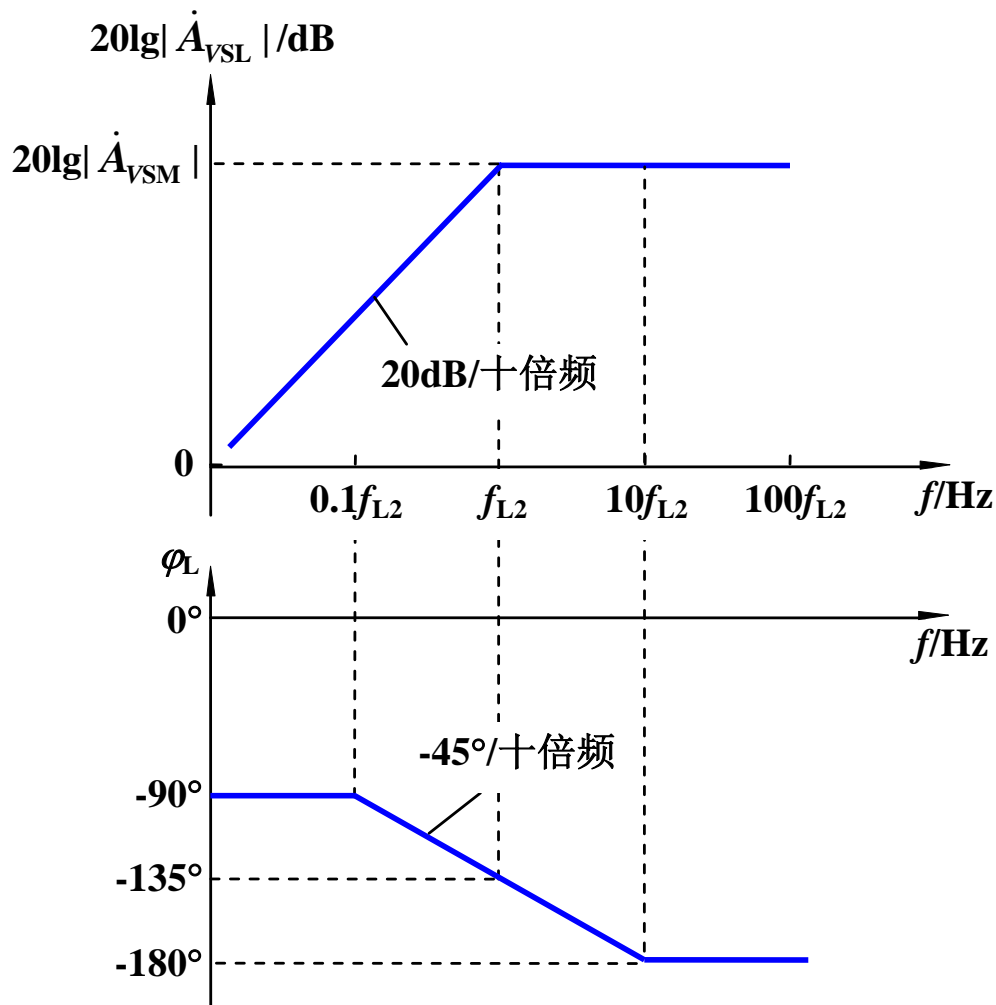
### 2. 增益的频率响应波特图

$$20\lg |\dot{A}_{VSL}| = 20\lg |\dot{A}_{VSM}| + 20\lg \frac{1}{\sqrt{1 + (f_{L2} / f)^2}}$$

水平线不是0 dB

$$\varphi = -180^\circ + \arctan(f_{L2} / f)$$

$f \gg f_{L2}$ 时, 相频响应为 $-180^\circ$ , 反映了通带内输出与输入的反相关系





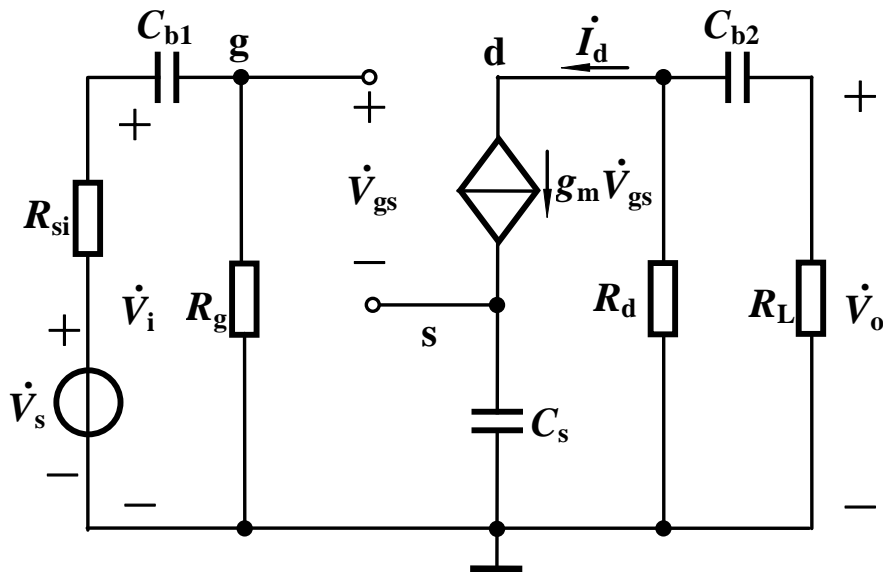
## 6.3.1 共源放大电路的低频响应

$$\dot{A}_{VSL} = \dot{A}_{VSM} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L1}/f)} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L2}/f)} \cdot \frac{1}{1 - j(f_{L3}/f)}$$

$$f_{L1} = \frac{1}{2\pi(R_{si} + R_g)C_{b1}}$$

$$f_{L2} = \frac{g_m}{2\pi C_s}$$

$$f_{L3} = \frac{1}{2\pi(R_d + R_L)C_{b2}}$$



**若想尽可能降低下限截止频率，则需要尽可能选择大的旁路电容 $C_s$ 和耦合电容 $C_{b1}$ 、 $C_{b2}$ 。但这种改善是很有限的，因此在信号频率很低的使用场合，可考虑用直接耦合方式。**



## 小结

**(1) 影响低频响应的主要因素是旁路电容和耦合电容。若想尽可能降低放大电路的下限截止频率，则尽量选用容量较大的旁路电容和耦合电容，其它组态的放大电路有类似的结论。**

**(2) 以上分析过程均假设电路满足一定条件，进行了简化处理，实际上通过SPICE仿真可以得到更精确的分析结果。**

**(3) 通过选用大容量电容降低下限截止频率的效果通常是有限的，因此在信号频率很低场合，可考虑采用直接耦合的放大电路（不用电容）。**



# 自学

---

- 后续内容请自行了解，不纳入考试，但对于高水平知识或是考研很重要。有心人请注意以下知识点：
  - 密勒电容
  - 放大电路的增益带宽积



### 1. MOS管的高频小信号模型

当信号频率处于高频区时，FET或BJT的极间电容的阻抗将减小，不能再视为开路，需考虑它们带来的影响。

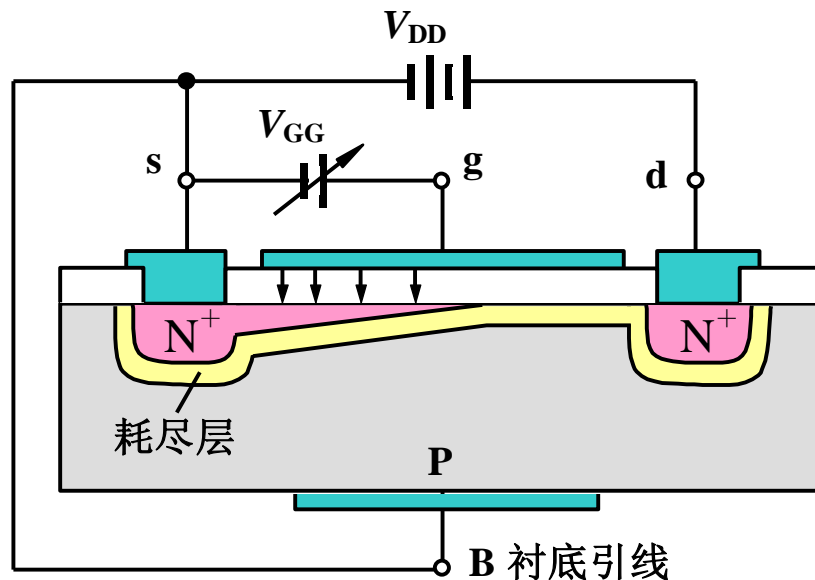
$C_{gs}$ ——栅-源电容

$C_{gd}$ ——栅-漏电容

$C_{sb}$ ——源-衬底电容

$C_{db}$ ——漏-衬底电容

多数情况下，MOS管的源极和衬底连在一起，此时 $C_{sb}$ 被短路，而 $C_{db}$ 变为 $C_{ds}$ 。





## 6.4.1 MOS管的高频小信号模型及单位增益频率 $f_T$ 自学

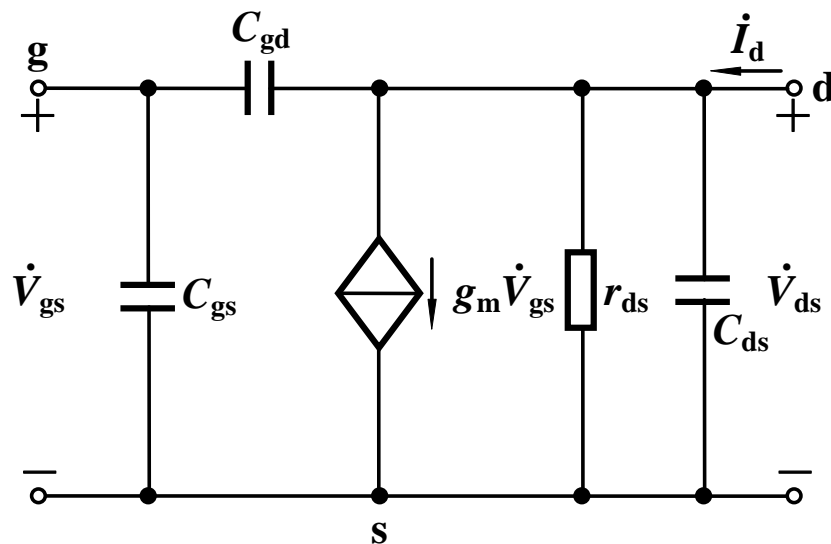
### 1. MOS管的高频小信号模型

衬底与源极并接时的高频小信号模型（也称为 $\pi$ 模型）

$C_{gs}$ ——栅-源电容

$C_{gd}$ ——栅-漏电容

$C_{ds}$ ——漏-源电容



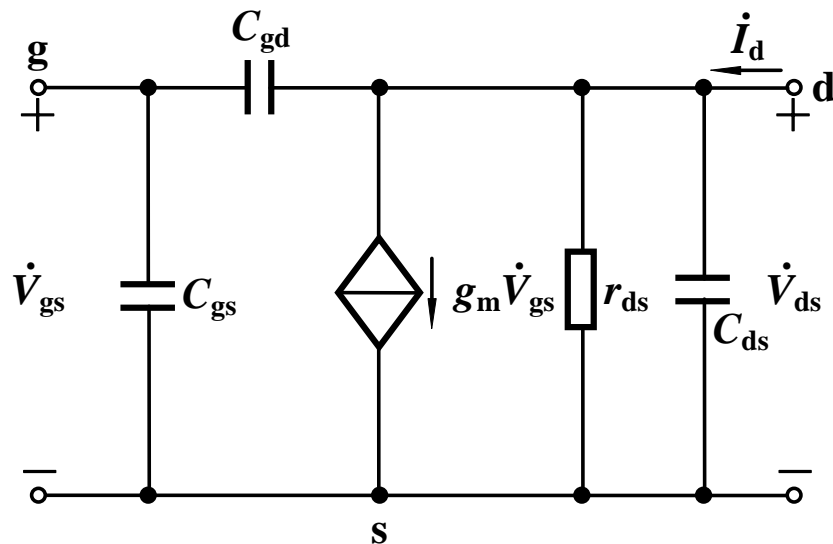
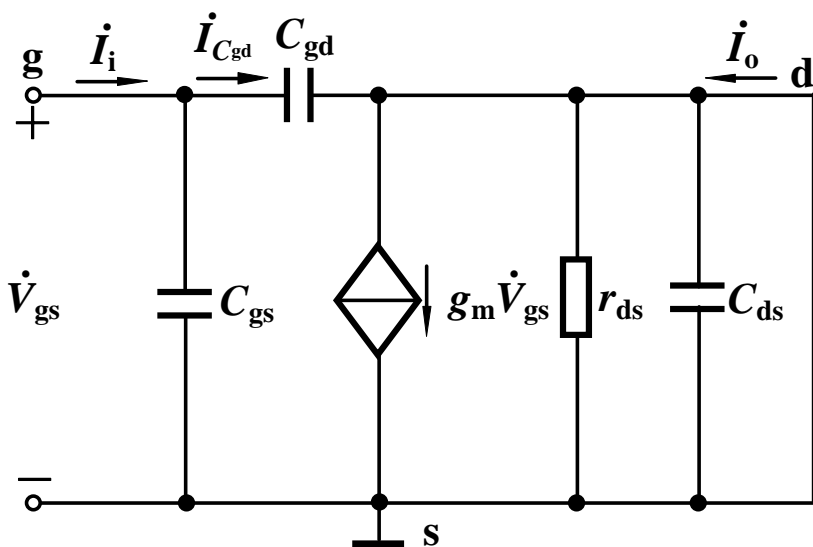
其中 $C_{gs}$ 的典型值为0.1~0.5pF,  $C_{gd}$ 的典型值为0.01~0.04 pF及 $C_{ds}$ 通常小于1pF,  $r_{ds}$ 为 $(10^4 \sim 10^6)\Omega$ 。一般可从数据手册上获得这些参数。



## 6.4.1 MOS管的高频小信号模型及单位增益频率 $f_T$ 自学

### 2. 单位增益频率 $f_T$

$f_T$ —— 共源组态、负载（交流）  
短路时电流增益等于1对应的频  
率（也称为特征频率）



$r_{ds}$ 和 $C_{ds}$ 被短路





## 6.4.1 MOS管的高频小信号模型及单位增益频率 $f_T$ 自学

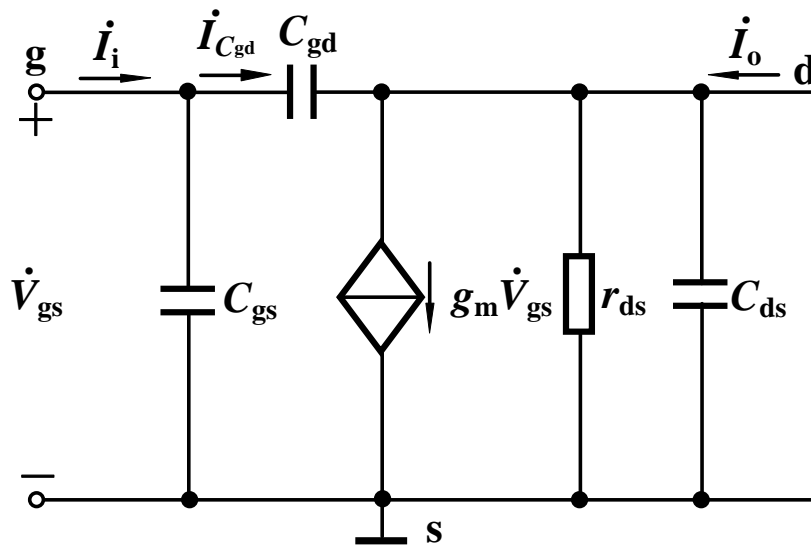
### 2. 单位增益频率 $f_T$

$$\begin{aligned} \dot{I}_o &= g_m \dot{V}_{gs} - \dot{I}_{C_{gd}} = g_m \dot{V}_{gs} - \frac{\dot{V}_{gs}}{\frac{1}{j\omega C_{gd}}} \\ &= g_m \dot{V}_{gs} - j\omega C_{gd} \dot{V}_{gs} \end{aligned}$$

$C_{gd}$  较小，在所关心的频率范围内，该支路电流远小于受控源中的电流，所以可以忽略。

$$\dot{I}_o \approx g_m \dot{V}_{gs}$$

$$\text{又 } \dot{I}_i = \frac{\dot{V}_{gs}}{\frac{1}{j\omega C_{gs}}} + \frac{\dot{V}_{gs}}{\frac{1}{j\omega C_{gd}}} = j\omega(C_{gs} + C_{gd})\dot{V}_{gs}$$



电流增益

$$\begin{aligned} \dot{A}_{IS} &= \frac{\dot{I}_o}{\dot{I}_i} = \frac{g_m}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})} \\ &= \frac{g_m}{j2\pi f(C_{gs} + C_{gd})} \end{aligned}$$



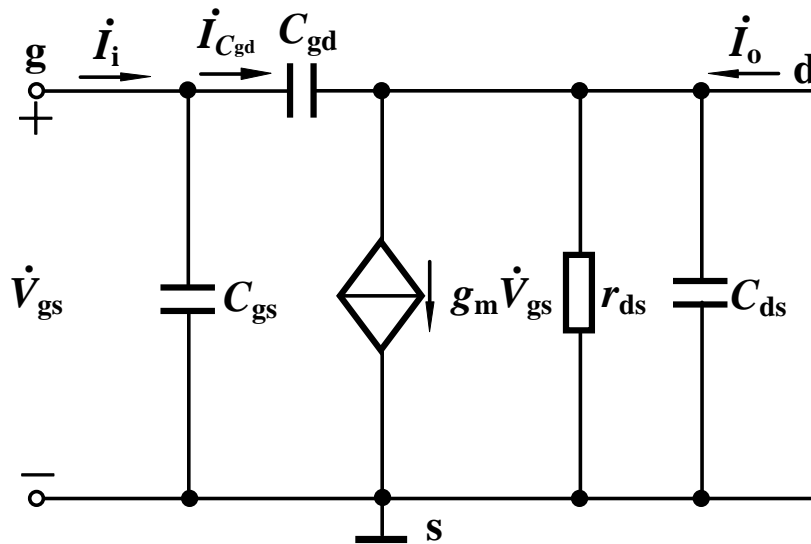
## 6.4.1 MOS管的高频小信号模型及单位增益频率 $f_T$ 自学

### 2. 单位增益频率 $f_T$

$$\dot{A}_{IS} = \frac{g_m}{j2\pi f (C_{gs} + C_{gd})}$$

由  $1 = \left| \frac{g_m}{j2\pi f_T (C_{gs} + C_{gd})} \right|$

得  $f_T = \frac{g_m}{2\pi (C_{gs} + C_{gd})}$



$f_T$ 与 $g_m$ 成正比，与MOS管结电容成反比。 $f_T$ 越大，MOS管的高频性能越好，由它构成的放大电路的上限频率就越高。早期以微米技术制造的MOS管的 $f_T$ 约为100MHz，现在以微纳工艺制造的MOS管的 $f_T$ 早已可以达到几十个GHz数量级以上。

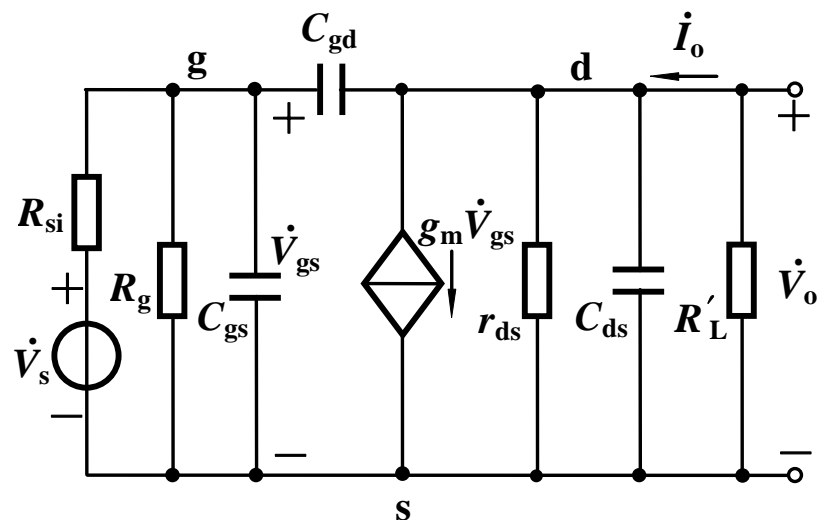
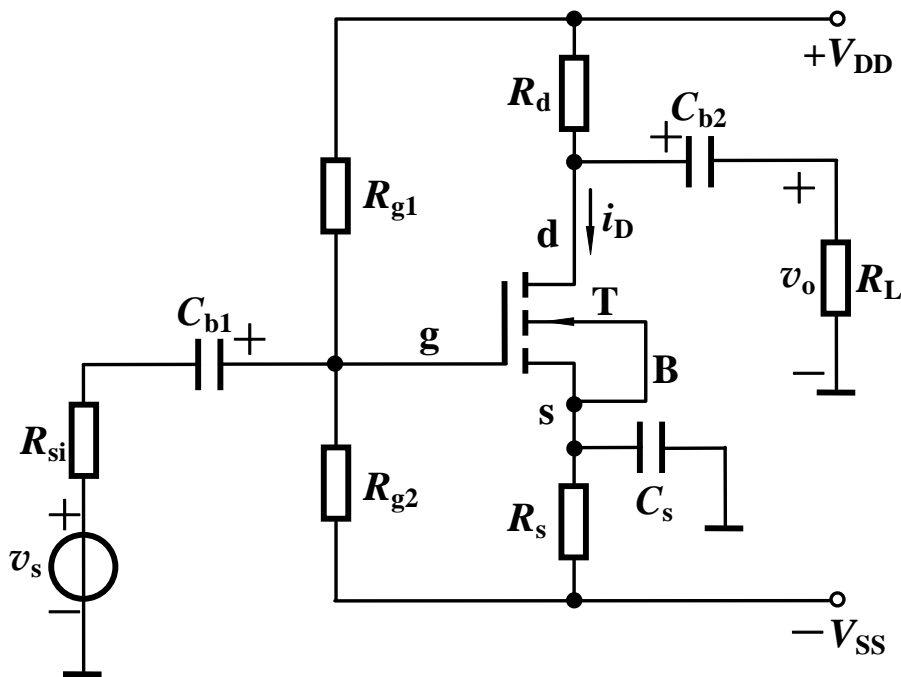


## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 1. 高频小信号等效电路

其中  $R_g = R_{g1} \parallel R_{g2}$

$$R'_L = R_d \parallel R_L$$





## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 1. 高频小信号等效电路

定性讨论

输入回路

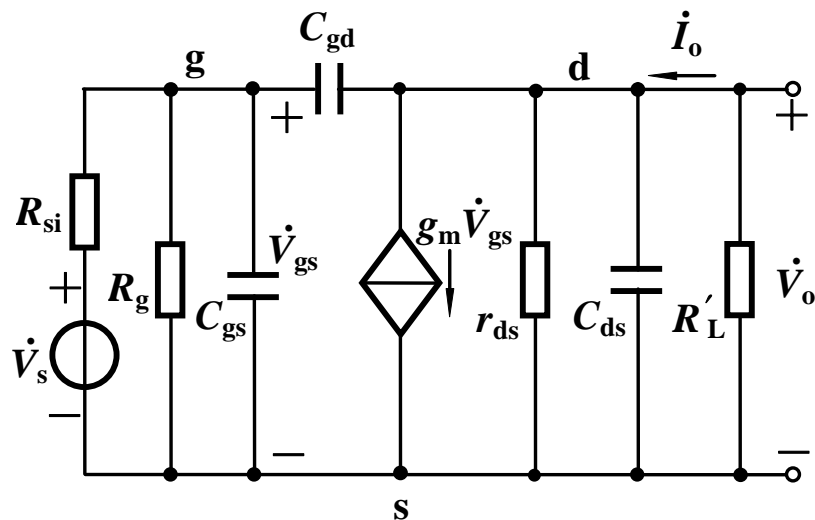
$$\omega \uparrow \rightarrow \frac{1}{\omega C_{gs}} \downarrow \rightarrow |\dot{V}_{gs}| \downarrow$$

$C_{gs}$  在输入回路构成低通电路

输出回路

$$\omega \uparrow \rightarrow \frac{1}{\omega C_{gd}} \text{ 和 } \frac{1}{\omega C_{ds}} \downarrow \rightarrow |\dot{V}_o| \downarrow$$

输出回路也是低通电路





## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 2. 电路简化

为简单起见，假设 $r_{ds}$ 很大、 $C_{ds}$ 很

小，作如下假设：

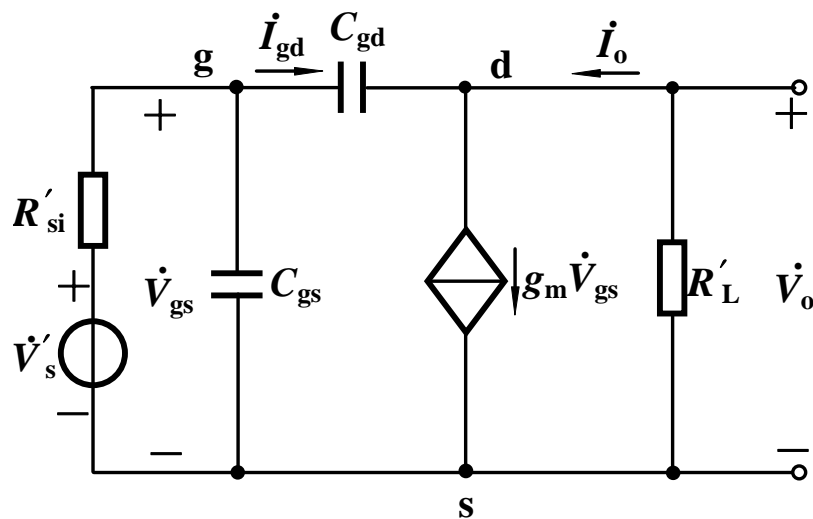
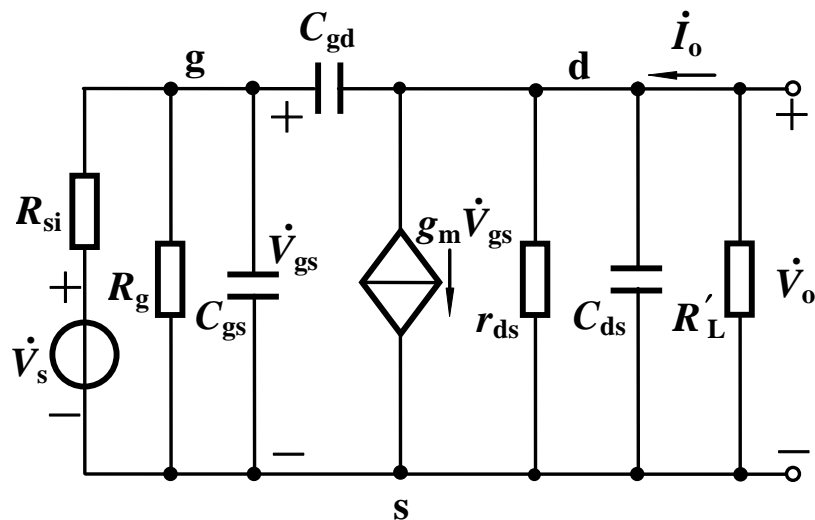
$$r_{ds} \gg R'_L, \quad \frac{1}{\omega C_{ds}} \gg R'_L$$

将 $C_{gs}$ 左侧电路进行电源等效变换

得简化后的电路

其中 
$$\dot{V}'_s = \frac{R_g}{R_{si} + R_g} \cdot \dot{V}_s$$

$$R'_{si} = R_{si} \parallel R_g$$

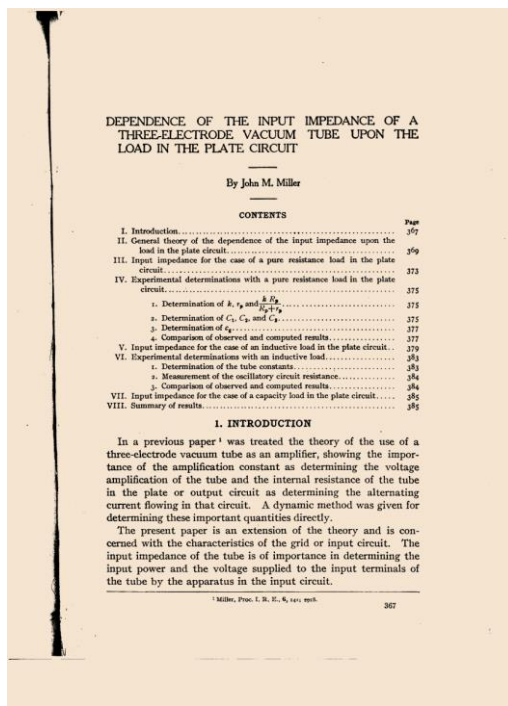
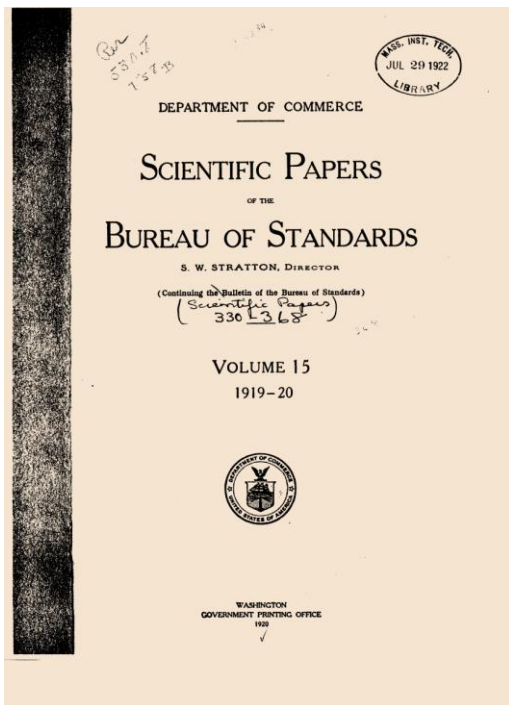




## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 3. 密勒电容

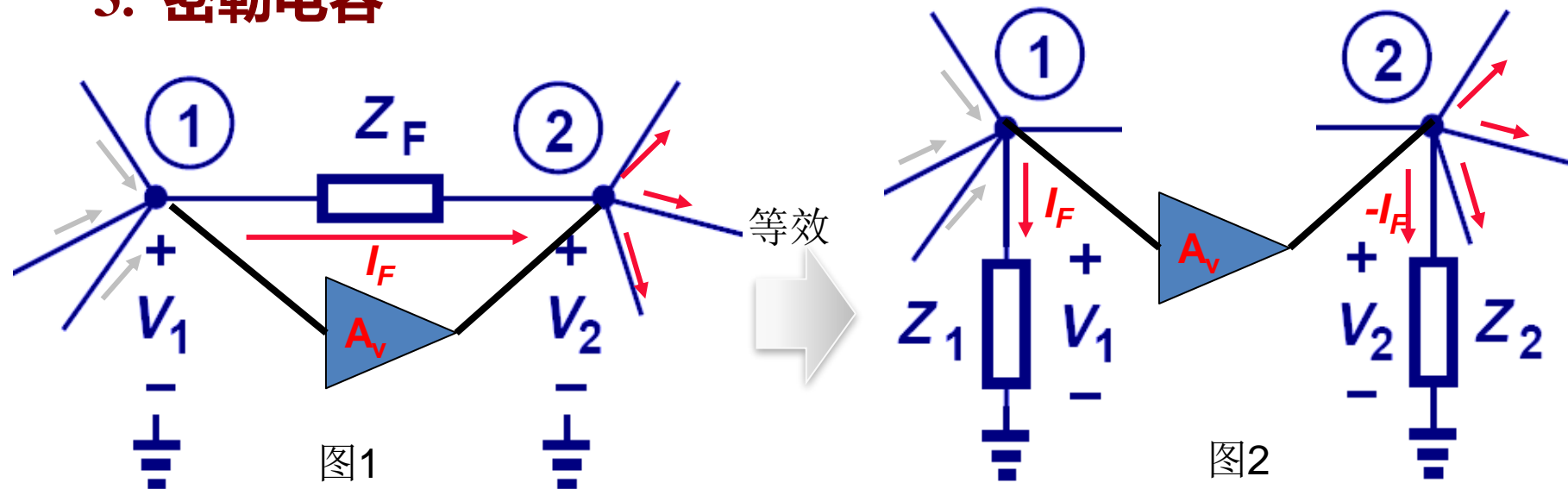
- 密勒效应 (Miller effect) 是以美国电子工程先驱约翰·米尔顿·密勒 (John Milton Miller) 命名的;
- 1919~1920年密勒在研究真空电子三极管时发现, 在反相放大电路中, 输入与输出之间的寄生电容由于放大器的放大作用, 其等效到输入端的电容值会扩大 $1+A$ 倍, 其中 $A$ 是该级放大电路电压放大倍数;





## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

## 3. 密勒电容



- 做等效时， $Z_F$ 、 $Z_1$ 、 $Z_2$ 三个阻抗的电流大小相同

$$\frac{V_1 - V_2}{Z_F} = \frac{V_1}{Z_1} = -\frac{V_2}{Z_2}$$

$$\text{代入 } A_v = V_2/V_1$$

$$Z_1 = Z_F \frac{V_1}{V_1 - V_2} \quad Z_2 = Z_F \frac{-V_2}{V_1 - V_2}$$

$$Z_1 = \frac{Z_F}{1 - A_v} \quad Z_2 = \frac{Z_F}{1 - 1/A_v} \quad (\text{式1})$$

- 输入阻抗 $Z_1$ 为 $Z_F$ 除以 $(1 - A_v)$ ，输出阻抗 $Z_2$ 约为 $Z_F$



## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 3. 密勒电容

- 不考虑 $C_{ds}$ 时放大器增益为 $g_m R_L'$

$$C = C_{gs} + C_{M1}$$

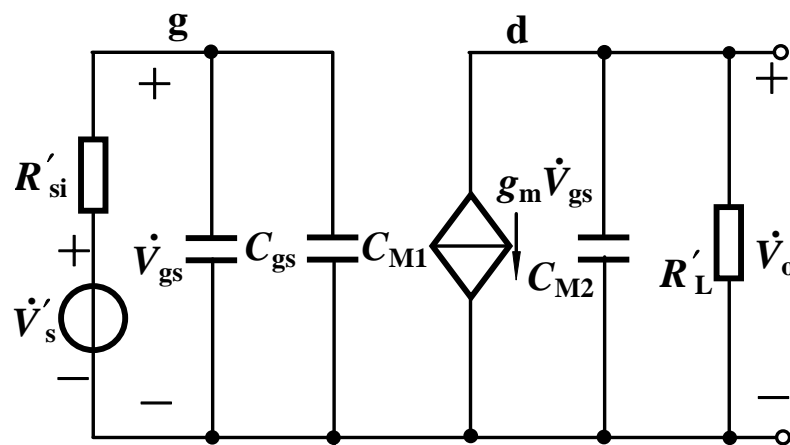
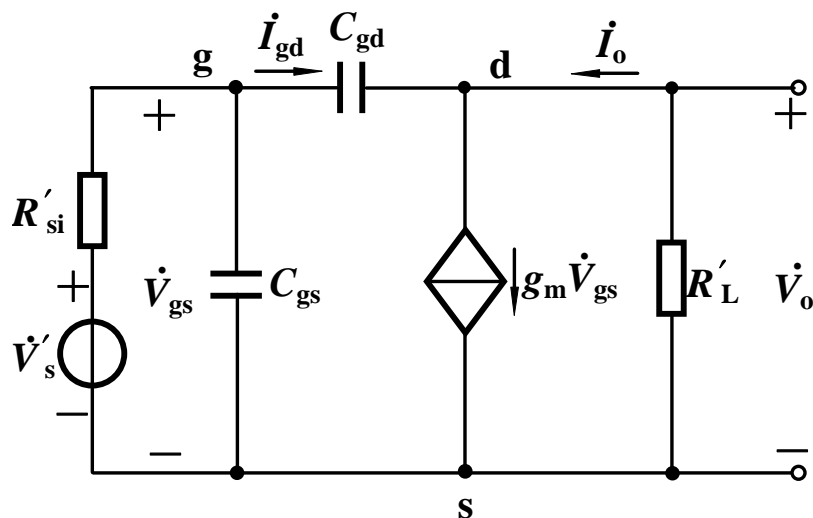
$$R_{si}' = R_{si} \parallel R_g$$

$$C_{M1} = (1 + g_m R_L') C_{gd}$$

$$R_L' = R_d \parallel R_L$$

- 密勒电容:**  $C_{M1} = (1 + g_m R_L') C_{gd}$

在d、s之间也可以求得一个等效电容 $C_{M2}$ ，且  $C_{M2} \approx C_{gd}$   $C_{M2} \ll C_{M1}$



密勒效应等效电路

$$v_o = -v_s' \left( \frac{1/sC}{\frac{1}{sC} + R_{si}'} \right) g_m \left( R_L' \parallel \frac{1}{sC_{M2}} \right) = -v_s \frac{R_g}{R_{si} + R_g} g_m \frac{1}{1 + sC R_{si}'} \frac{R_L'}{1 + sC_{M2} R_L'}$$

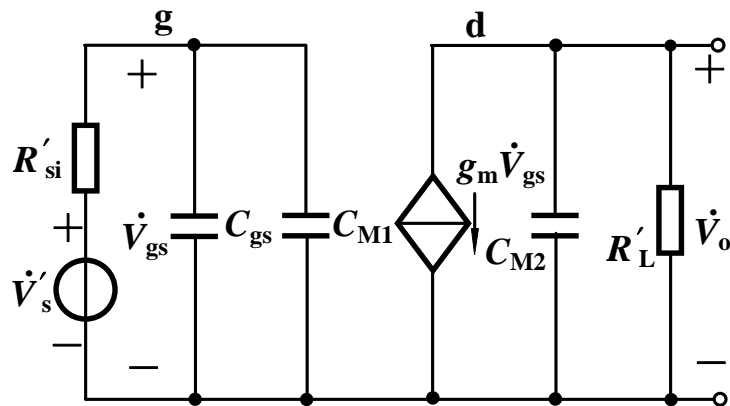
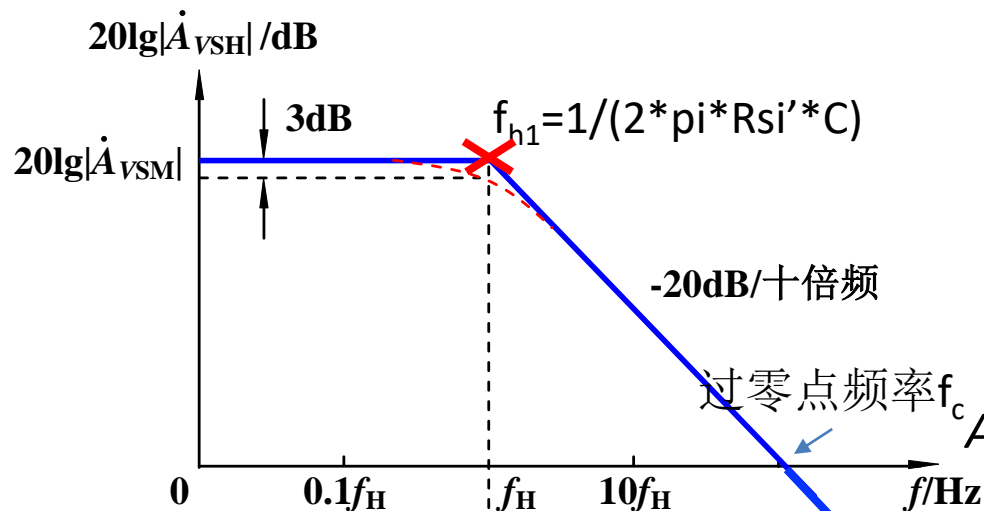
直流增益:  $\dot{A}_{VSM} = -g_m R_L' \cdot \frac{R_g}{R_{si} + R_g}$



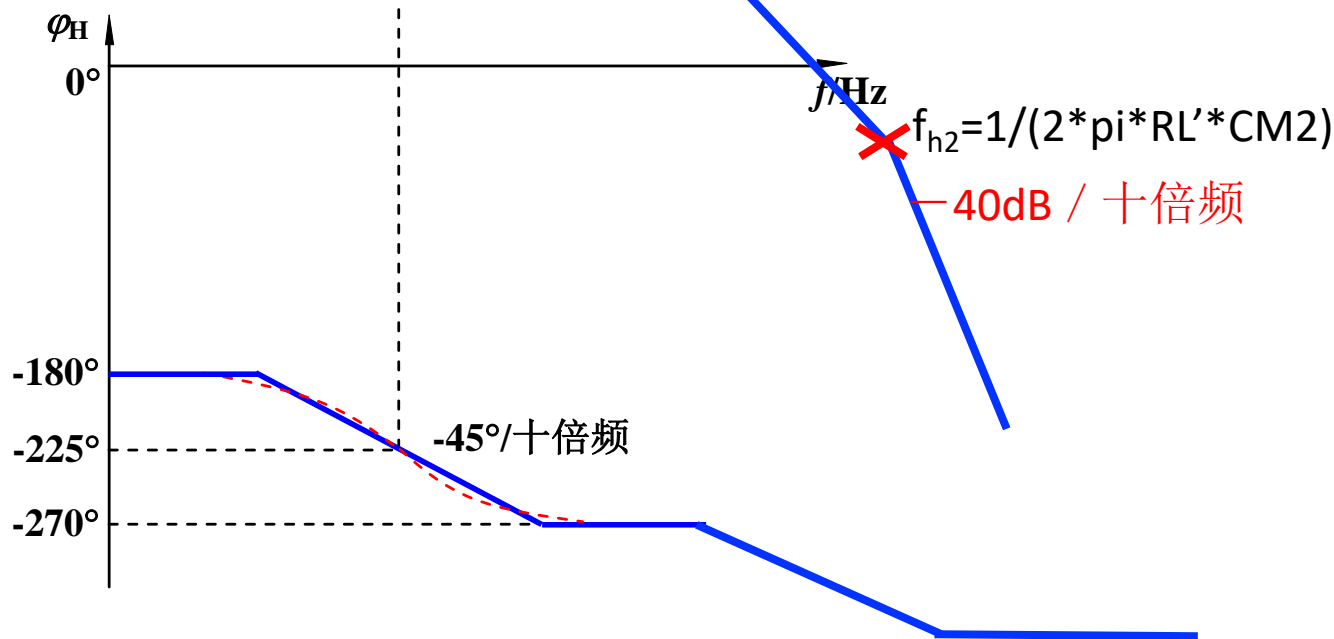


## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 4. 高频响应和上限频率



$$A_v(s) = \frac{R_g}{R_{si} + R_g} g_m \frac{1}{1 + sCR_{si}'} \frac{R_L'}{1 + sCM_2R_L'}$$





## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

### 5. 增益-带宽积

一般放大电路有  $f_{h2} \gg f_{h1} \gg f_L$  (低频3dB点)

$$\begin{aligned} |A_{VSM}/f_{h1} &= g_m R'_L \cdot \frac{R_g}{R_{si} + R_g} \cdot \frac{1}{2\pi R'_{si} C} \\ &= g_m R'_L \cdot \frac{R_g}{R_{si} + R_g} \cdot \frac{R_{si} + R_g}{2\pi R_{si} R_g [C_{gs} + (1 + g_m R'_L) C_{gd}]} \\ &= \frac{g_m R'_L}{2\pi R_{si} [C_{gs} + (1 + g_m R'_L) C_{gd}]} \end{aligned}$$

若有  $(1 + g_m R'_L) C_{gd} \gg C_{gs}$ ,  $g_m R'_L \gg 1$

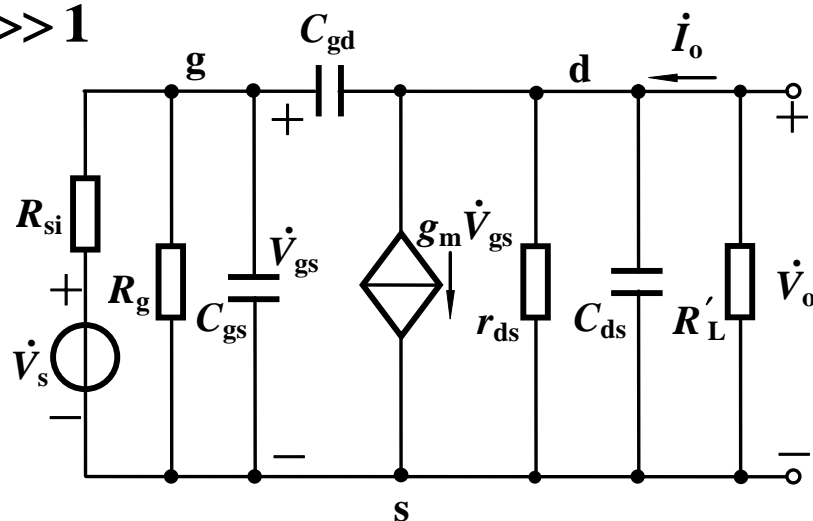
则增益带宽积  $|A_{VSM}/f_{h1} \approx \frac{1}{2\pi R_{si} C_{gd}}$

**增益-带宽积基本为常数，如果过零点  
频率前只有一个极点，则其增益带宽积  
= 过零点频率**

**# 如何提高带宽?**

$$C = C_{gs} + (1 + g_m R'_L) C_{gd}$$

$$R'_{si} = R_{si} \parallel R_g \quad R'_L = R_d \parallel R_L$$





## 6.4.2 共源放大电路的高频响应

---

**为简化分析，上述分析过程对电路做了一些假设，尽管如此，其分析结果仍能符合大多数实际情况。**

**使用CAD（如SPICE）工具很容易获得更精确的分析结果。**