1．已知系统特征方程如下，试用劳斯判据判别系统稳定性，并指出位于右半*S*平面和虚轴上的特征根的数目。

（1）$D(s)=s^5+s^4+4s^3+4s^2+2s+1=0$

$$\begin{array}{llll}
s^5 & 1 & 4 & 2 \\
s^4 & 1 & 4 & 1 \\
s^3 & \cancel{0}\ \varepsilon & 1 & \\
s^2 & \dfrac{4\varepsilon-1}{\varepsilon} & 1 & \\
s^1 & 1-\dfrac{\varepsilon^2}{4\varepsilon-1} & & \\
s^0 & 1 & &
\end{array}$$

因为表内第1列符号变化2次，有两个特征根在右半s平面，所以系统不稳定。

（2）$D(s)=s^6+s^5-2s^4-3s^3-7s^2-4s-4=0$

$$
\begin{array}{lllll}
s^6 & 1 & -2 & -7 & -4 \\
s^5 & 1 & -3 & -4 & \\
s^4 & 1 & -3 & -4 & \rightarrow F(s)=s^4-3s^2-4 \\
s^3 & \cancel{0}\ 4 & \cancel{0}\ -6 & & \leftarrow F'(s)=4s^3-6s \\
s^2 & -3/2 & -4 & & \\
s^1 & -50/3 & & & \\
s^0 & -4 & & &
\end{array}
$$

2.0000
-2.0000
-0.0000 + 1.0000i
-0.0000 - 1.0000i
-0.5000 + 0.8660i
-0.5000 - 0.8660i

第一列元素变号一次，系统在**s**右半平面有**1**个特征根。解辅助方程 **F(s)=0**，系统在虚轴上有**2**个特征根。故系统不稳定。

2.已知系统的单位阶跃响应为 $y(t)=1+0.2e^{-60t}-1.2e^{-10t}$，求

（1）系统的传递函数；

（2）系统的阻尼比和无阻尼自然振荡角频率。

解 ：

（1）对单位阶跃响应 $y(t)=1+0.2e^{-60t}-1.2e^{-10t}$ 取拉氏变换得

$$Y(s)=\frac{1}{s}+\frac{0.2}{s+60}-\frac{1.2}{s+10}=\frac{600}{(s+60)(s+10)}\frac{1}{s}$$

系统的传递函数为：

$$T(s)=\frac{600}{(s+60)(s+10)}=\frac{600}{s^2+70s+600}$$

2.已知系统的单位阶跃响应为 $y(t)=1+0.2e^{-60t}-1.2e^{-10t}$，求

（1）系统的传递函数；

（2）系统的阻尼比和无阻尼自然振荡角频率。

（2）将系统的传函与二阶规范系统的传函比较可得

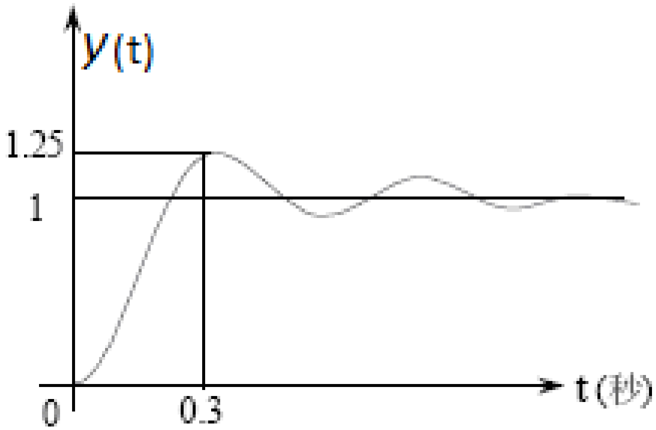
$$2\zeta\omega_n = 70$$

$$\omega_n^2 = 600$$

即

$$\zeta = 1.43，\ \omega_n = 24.5$$

3.某二阶规范系统的单位阶跃响应曲线如下图所示，



（1）确定系统的阻尼比和无阻尼自然振荡角频率；

（2）画出等效的单位负反馈结构框图。

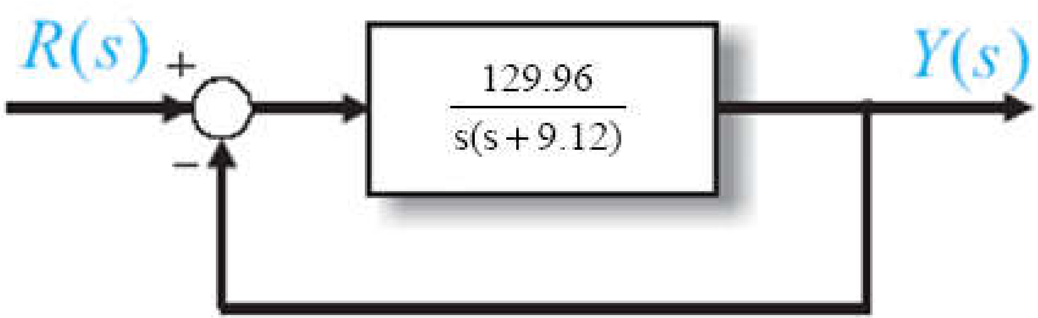
解：（1）由图可得

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.3$$

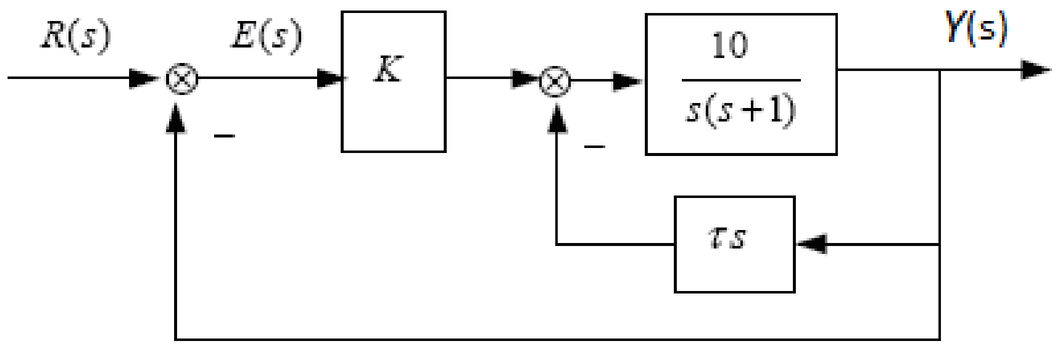
$$P.O. = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\% = 25\%$$

解得 $\zeta = 0.4$，$\omega_n = 11.4$

（2） 等效的单位负反馈结构框图：



4.已知系统结构图如下图所示，若系统单位阶跃响应的超调量为**16.3%**,峰值时间为**1**秒，



（1）确定参数K 和τ;

（2）计算输入 $r(t)=1+1.5t$ 时系统的稳态误差。

解：(1) $$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=1$$

$$P.O.=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\times 100\%=16.3\%$$

解得 $\zeta=0.5$，$\omega_n=3.628$

由结构图可得系统传函为 $T(s)=\dfrac{10K}{s^2+(1+10\tau)s+10K}$

则 $\begin{cases} 2\zeta\omega_n = 1+10\tau \\ \omega_n^2 = 10K \end{cases}$

所以 $\begin{cases} K = 1.316 \\ \tau = 0.263 \end{cases}$

（2）系统的开环传函为

$$G(s)=\frac{10K}{s(s+1+10\tau)}=\frac{13.16}{s(s+3.63)}$$

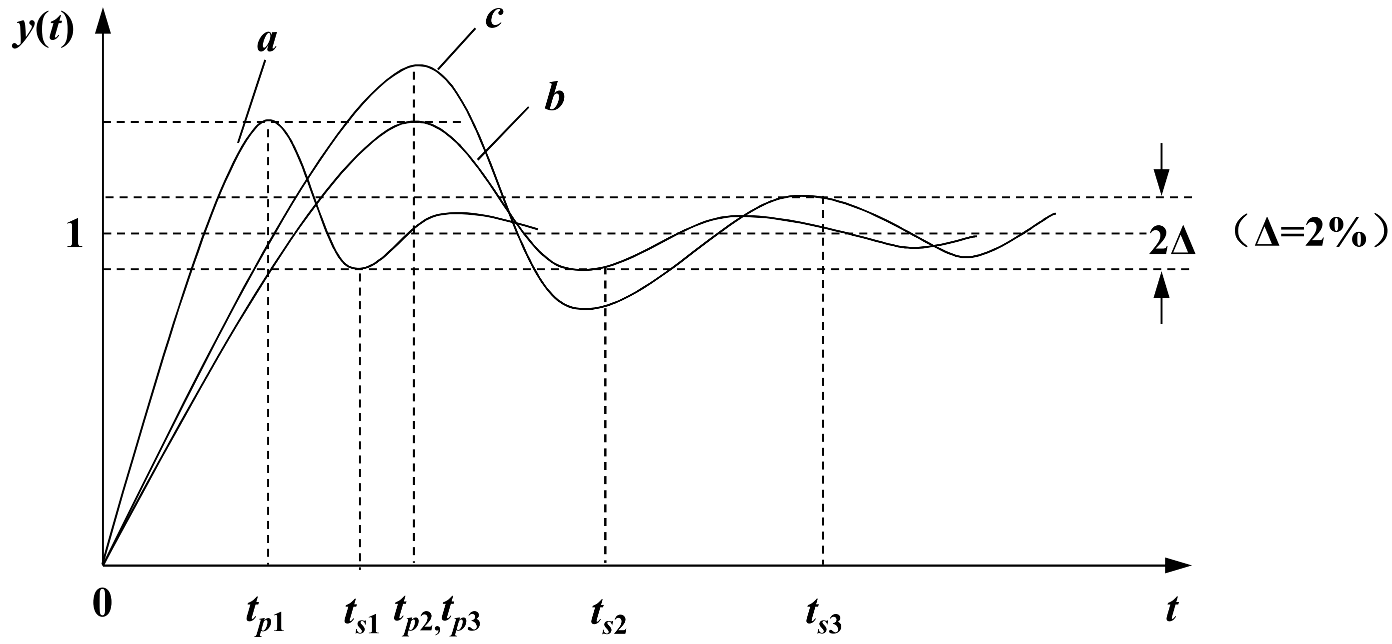
系统为1型系统，开环增益 K_o=3.63

稳态误差为 $e_{ss} = 0 + \dfrac{1.5}{K_o} = \dfrac{1.5}{3.63}$ =0.41

5.三个典型二阶系统的闭环传递函数均有以下的形式

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

它们的单位阶跃响应分别如图中a，b，c所示其中t_{s1}，t_{s2}，t_{s3}分别是系统a，b，c的调节时间，t_{p1}，t_{p2}，t_{p3}分别是系统a，b，c的峰值时间，在同一s平面中画出三个系统闭环极点的相对位置，并说明理由。


y(t)
a
c
b
1
2Δ
（Δ=2%）
0
tp1
ts1
tp2,tp3
ts2
ts3
t

解：

由于图中三条曲线均为衰减振荡曲线，因此三个系统均为无零点欠阻尼二阶系统，系统的特征根为一对共轭复数根，即：

$$s_{11,12} = -\zeta_1\omega_{n1} \pm j\omega_{d1}$$

$$s_{21,22} = -\zeta_2\omega_{n2} \pm j\omega_{d2}$$

$$s_{31,32} = -\zeta_3\omega_{n3} \pm j\omega_{d3}$$

由图可见 $t_{p1} < t_{p2}$，$t_{p2} = t_{p3}$，结合公式 $t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$

可知 $\omega_{d1} > \omega_{d2}, \omega_{d2} = \omega_{d3}$

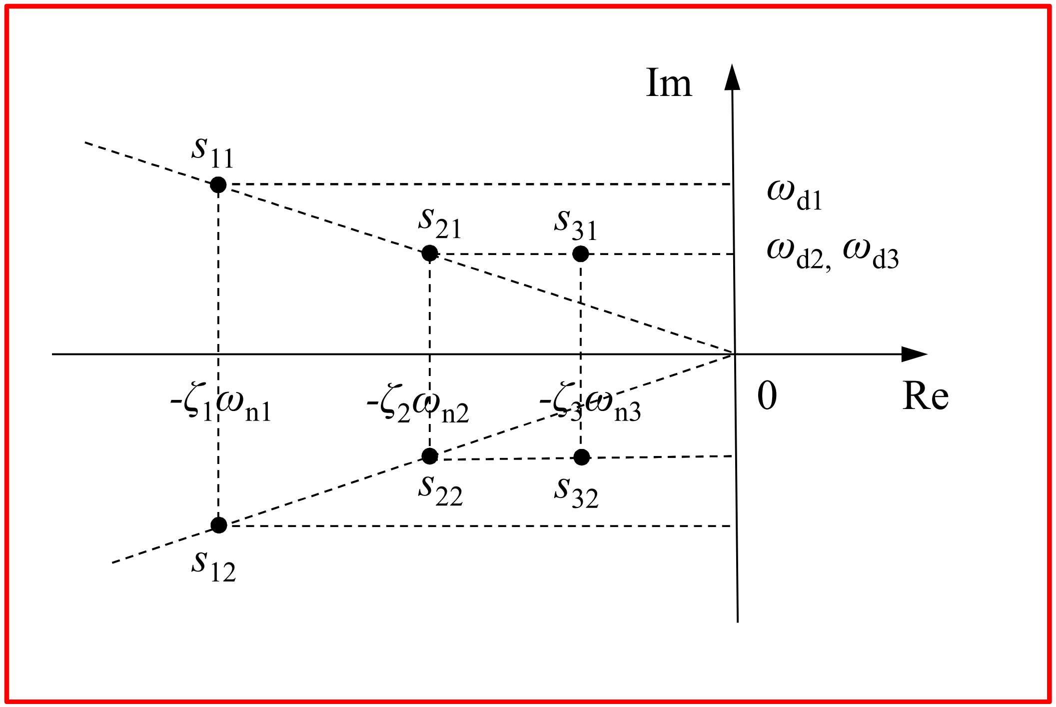
由图可见 $t_{s1} < t_{s2} < t_{s3}$，结合公式 $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

可知 $\zeta_1\omega_{n1} > \zeta_2\omega_{n2} > \zeta_3\omega_{n3}$

此外，图中系统a和系统b的超调量相同，系统 c 的超调量最大，而系统的超调量和阻尼比有关，阻尼比越大，超调量越小，阻尼角越小，因此可得：

$$\zeta_1 = \zeta_2 > \zeta_3,\ \theta_1 = \theta_2 < \theta_3$$

则三个系统的闭环极点的相对位置如下图所示：



6.已知二阶规范系统 $T(s)=\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ 的参数:

$\zeta=0.5$，$\omega_n=2$，给该二阶规范系统分别增加一个闭环零点**z= -1**和一个闭环极点**p= -1**，

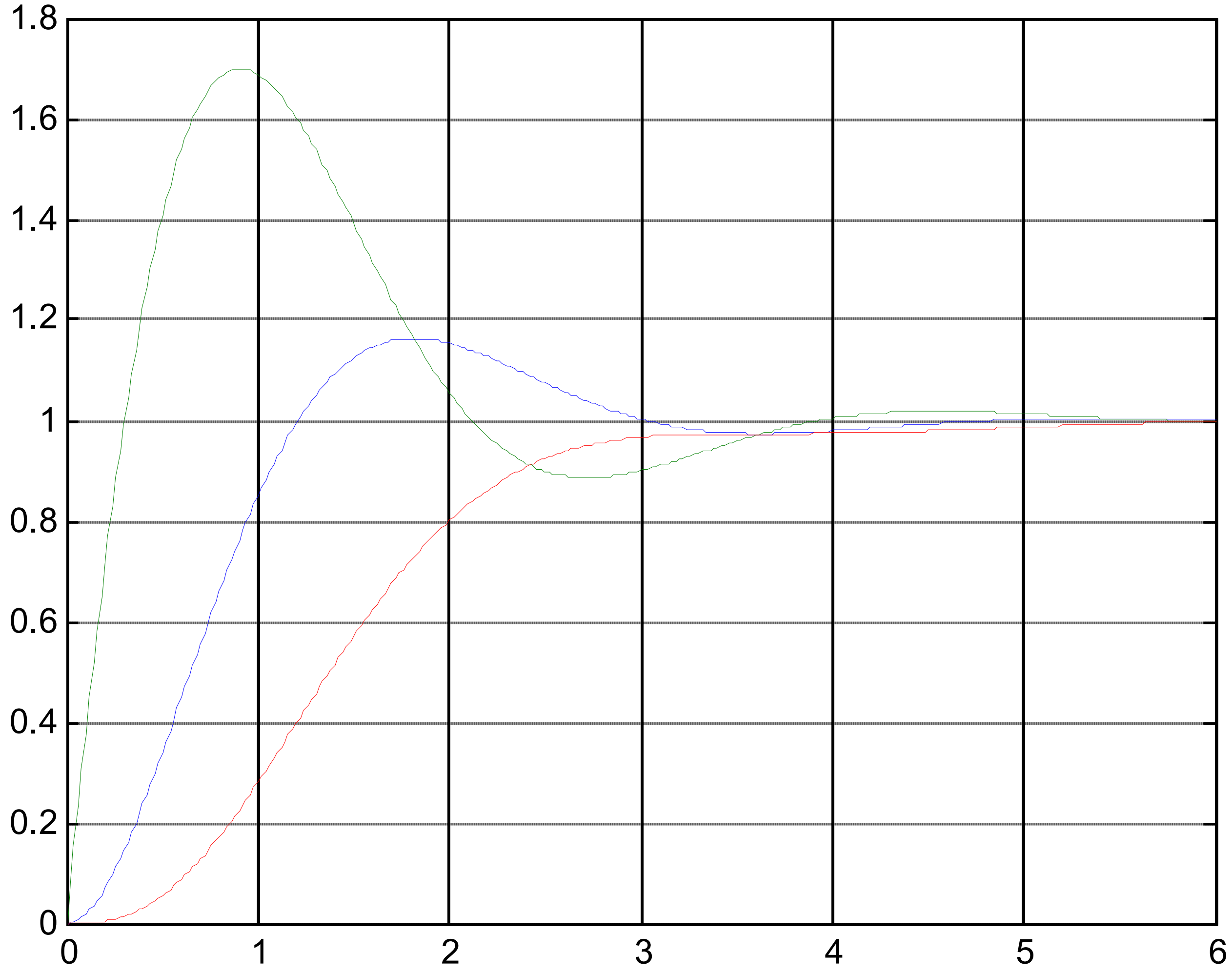
（**1**）编程在同一个**figure**窗口中绘制以上**3**个系统的单位阶跃响应曲线（附上程序和运行结果）；

（**2**）方法不限，确定三个系统的动态性能指标（超调量和峰值时间），说明增加闭环零、极点对系统动态性能的影响。

解：程序

```
wn=2;
zeta=0.5;
num1=wn*wn;
den1=[1  2*zeta*wn  wn*wn];
num2=conv(num1,[1 1]);
den3= conv(den1,[1 1]);
t=0:0.02:6;
[y1,x1,t]=step(num1,den1,t);
[y2,x2,t]=step(num2,den1,t);
[y3,x2,t]=step(num1,den3,t);
plot(t,y1, t,y2, t,y3)
```

运行结果：



增加零点使系统超调量增大(振荡加剧)，响应速度加快。增加极点作用相反，响应速度变慢，振荡程度减弱，超调量变小 。

加零点系统峰值时间=0.9s ,超调量=69.9%，
二阶规范系统峰值时间=1.75s ,超调量=16.3%，
加极点系统无超调量，不需要计算超调量。