# 自动控制原理

朱英华

Email: yhzhu@swjtu. edu.cn

西南交通大学电气工程学院

# 2. 典型环节的传递函数

- 比例环节　　电位器、放大器

$$y(t)=K_p r(t) \qquad G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=K_p$$

增益

- 一阶惯性环节　　RC、RL电路

$$T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=r(t) \qquad G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{1}{Ts+1}$$

时间常数

- 积分环节　积分器

$$y(t)=\frac{1}{T_I}\int r(t)dt \qquad G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{1}{T_I s}$$

积分时间常数

- 微分环节

微分时间常数

$$y(t)=T_D\frac{dr(t)}{dt} \qquad G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=T_D s$$

实际系统一般采用具有惯性的微分环节。

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{T_D s}{1+Ts}$$

- 一阶微分环节

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=1+T_D s$$

- 延迟环节

$$y(t)=r(t-\tau) \qquad G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=e^{-\tau s}$$

## 振荡环节　RLC电路

阻尼比

$$T^2\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\zeta T\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=r(t)\ (0<\zeta<1)$$

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}\quad(0<\zeta<1)$$

无阻尼自然频率（固有频率）

令　$\omega_n=1/T$

一对共轭复数的极点

$$G(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}\quad(0<\zeta<1)$$

# 三、频率特性（频域模型）

## 定义

在正弦信号输入下，系统输出与输入的傅氏变换之比。

$$\boxed{G(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)}}$$

实频特性　　幅频特性

$$G(j\omega)=G(s)\big|_{s=j\omega}=R(\omega)+jX(\omega)=|G(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

虚频特性　　相频特性

# 计算幅频特性和相频特性

$$G_1(s)=4s+1$$

$$G_1(j\omega)=4j\omega+1$$

幅频特性 $|G_1(j\omega)|=\sqrt{1+16\omega^2}$

相频特性 $\varphi_1(\omega)=\arctan(4\omega)$

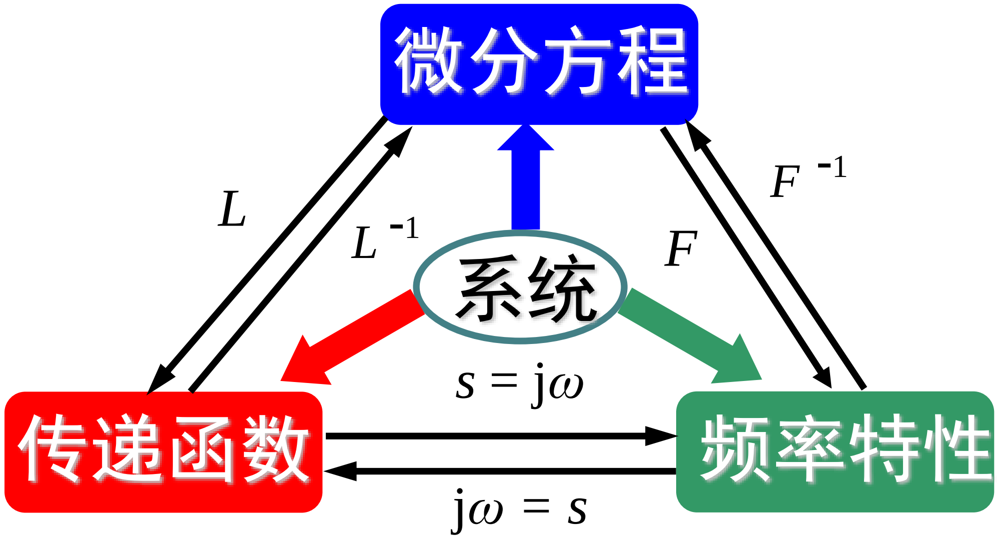
$$G(s)=\frac{4s+1}{(s+1)(2s+1)} \qquad G(\mathrm{j}\omega)=\frac{4\mathrm{j}\omega+1}{(\mathrm{j}\omega+1)(2\mathrm{j}\omega+1)}$$

$$\boxed{G(j\omega)=\frac{|G_1(j\omega)|e^{j\varphi_1(\omega)}}{|G_2(j\omega)|e^{j\varphi_2(\omega)}|G_3(j\omega)|e^{j\varphi_3(\omega)}}=\frac{|G_1(j\omega)|}{|G_2(j\omega)||G_3(j\omega)|}e^{j[\varphi_1(\omega)-\varphi_2(\omega)-\varphi_3(\omega)]}}$$

幅频特性 $|G(\mathrm{j}\omega)|=\dfrac{\sqrt{1+16\omega^2}}{\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{1+4\omega^2}}$

相频特性 $\varphi(\omega)=\arctan(4\omega)-\arctan\omega-\arctan(2\omega)$

# 四、三种输入输出模型的关系



# 2.2 框图模型和信号流图模型

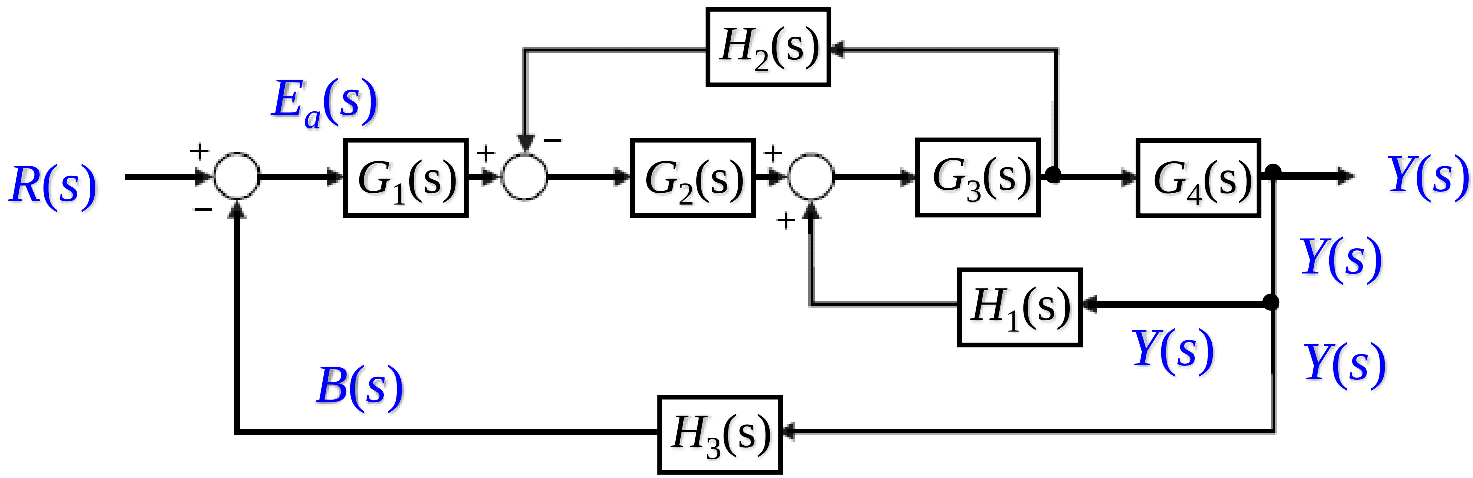
- 框图模型
- 框图等效变换
- 信号流图和梅森公式

# 一、框图模型

## 1. 定义

由单向功能方框组成的一种图示化模型，这些方框代表了系统元件的传递函数。

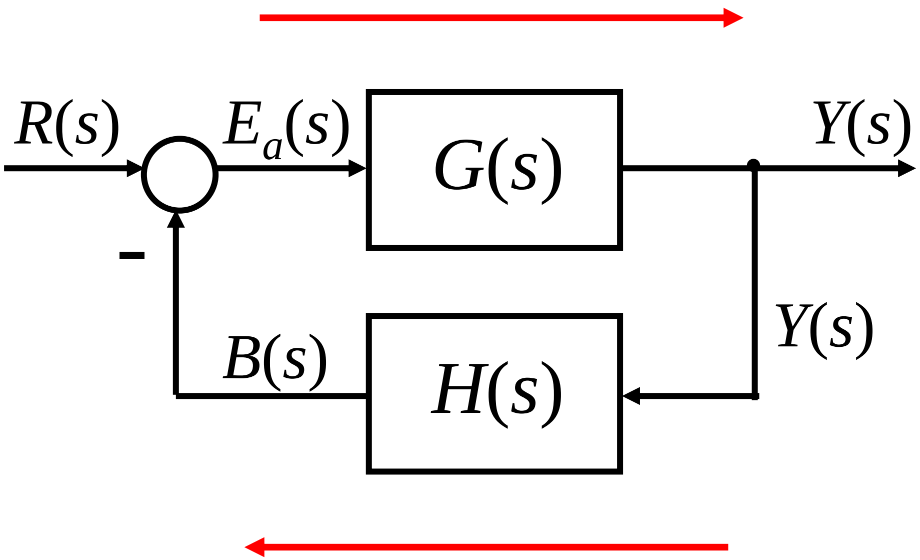
# 某自动控制系统的方框图模型



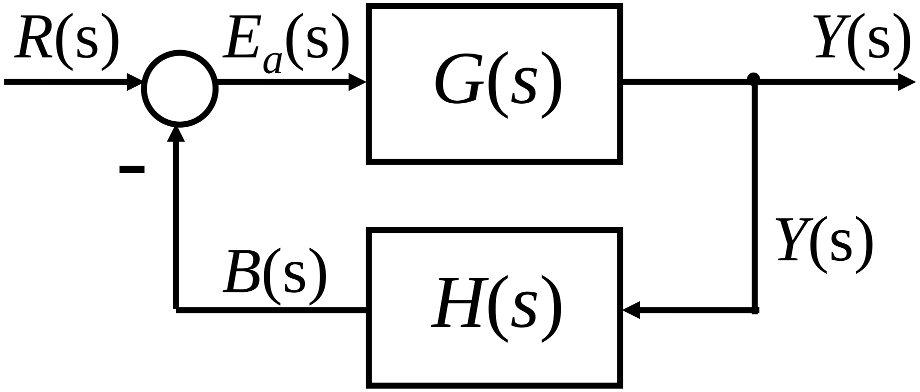

- 功能方框
- 相加点
- 信号线
- 分支点

# 反馈控制系统的基本框图模型

前向通道

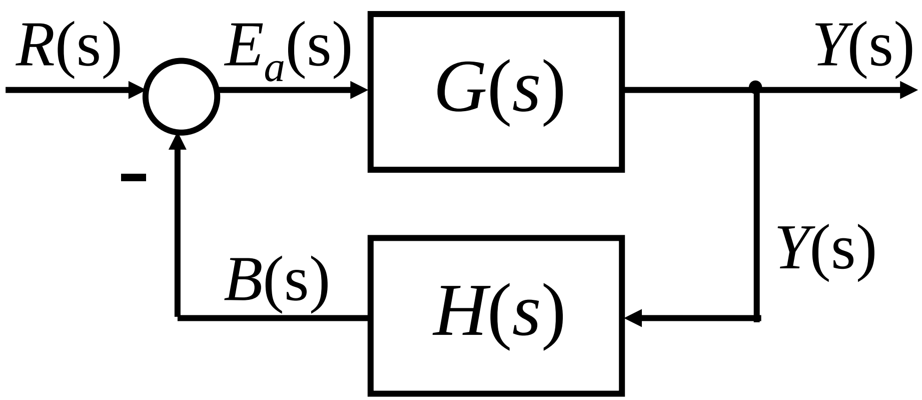



反馈通道



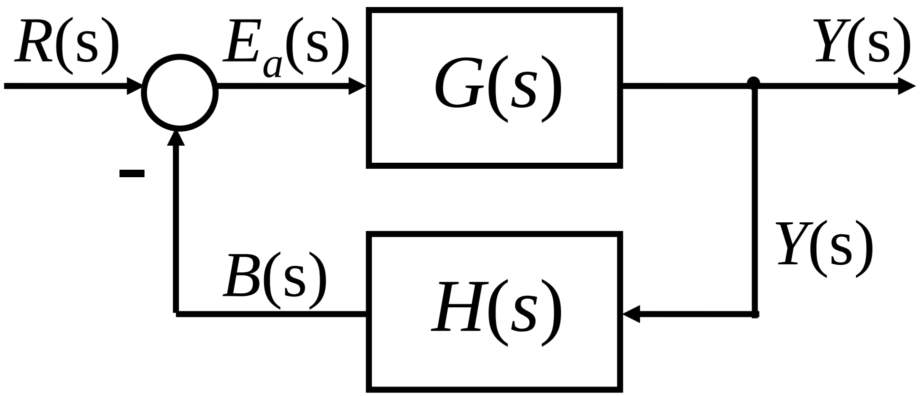

- 前向传递函数

$$\frac{Y(s)}{E_a(s)} = G(s)$$



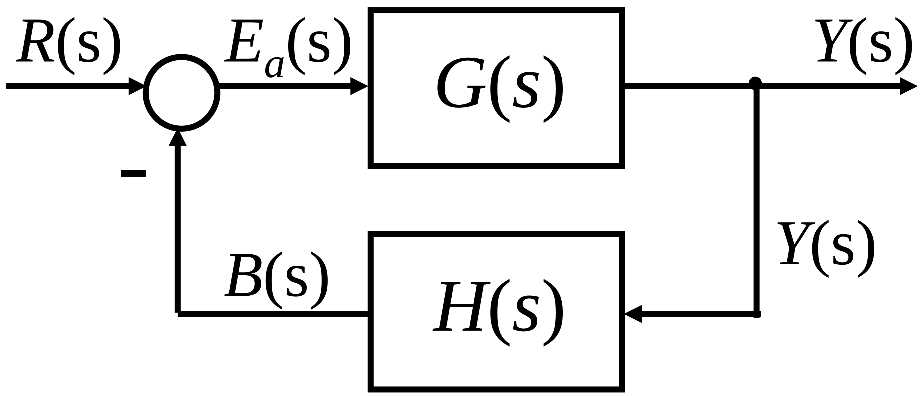

- 开环传递函数

$$\frac{B(s)}{E_a(s)} = G(s)H(s)$$




- 闭环传递函数

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}$$

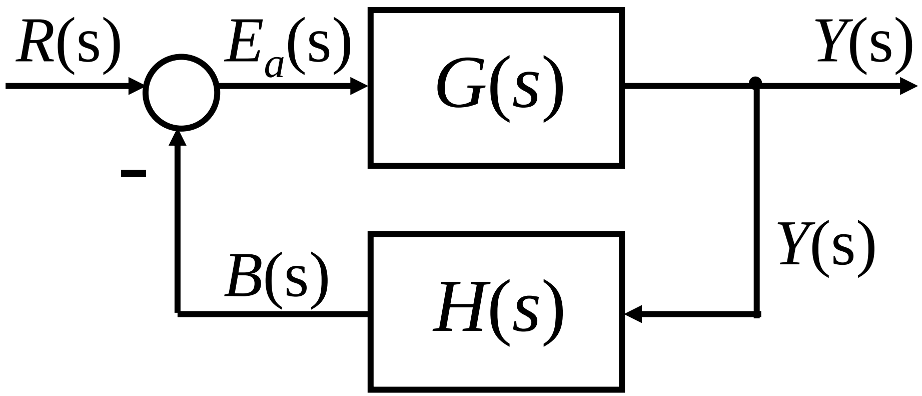



- 闭环传递函数

$$Y(s) = G(s)\,E_a(s)$$

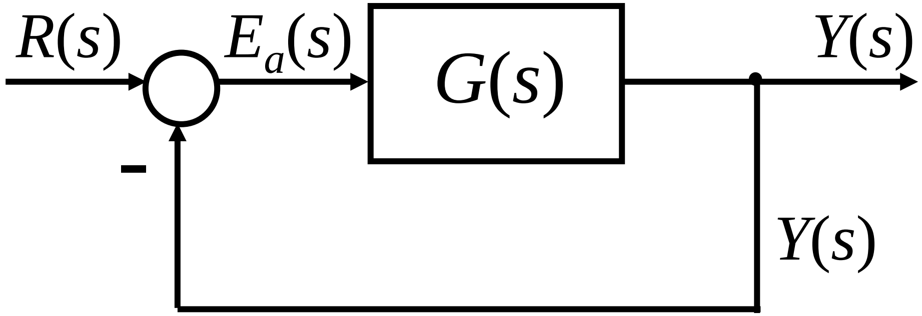
$$E_a(s) = R(s)-B(s) = R(s)-H(s)Y(s)$$

$$[1+ G(s)H(s)]Y(s)= G(s)R(s)$$




- 闭环传递函数

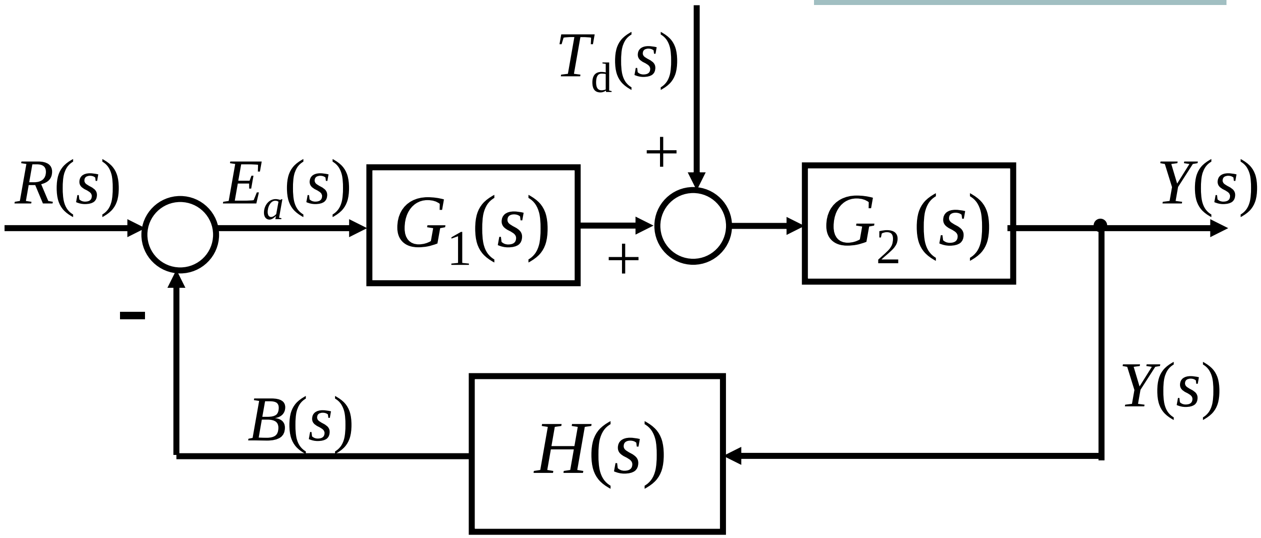
$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$




$H(s)=1$

单位负反馈系统

- 前向传递函数 $G(s)$
- 开环传递函数 $G(s)$
- 闭环传递函数 $T(s)=\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{G(s)}{1+G(s)}$

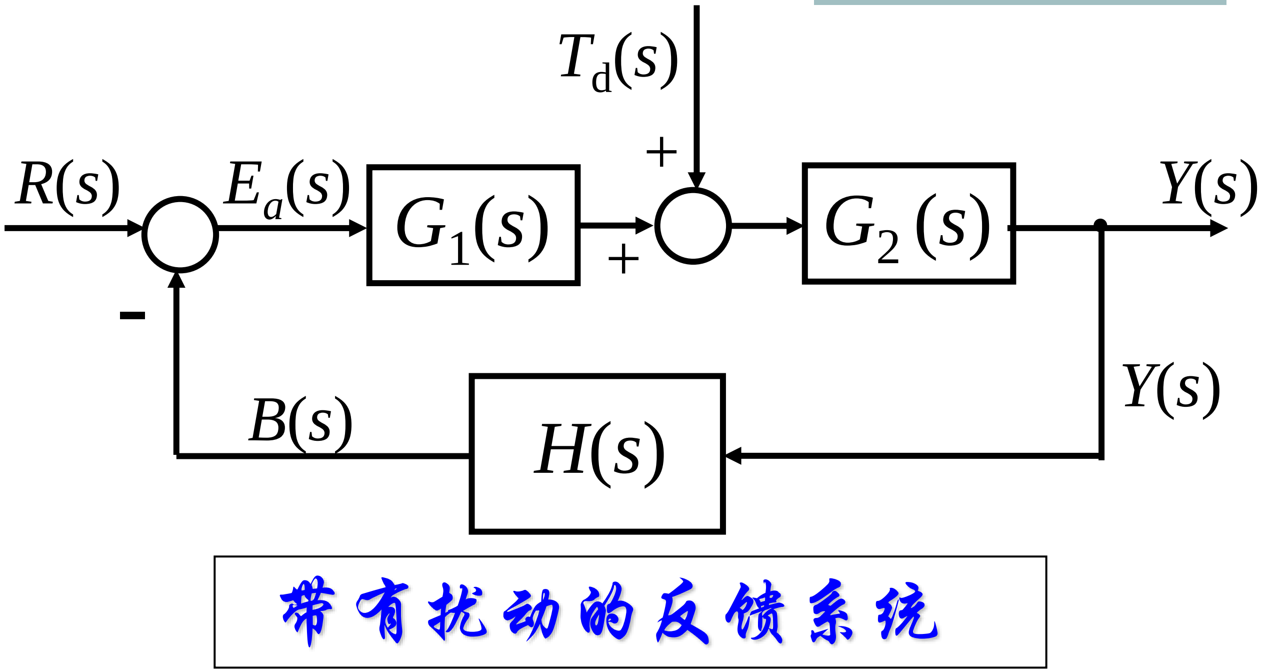



带有扰动的反馈系统

- 输出对于输入的闭环传递函数

令 $T_d(s)=0$

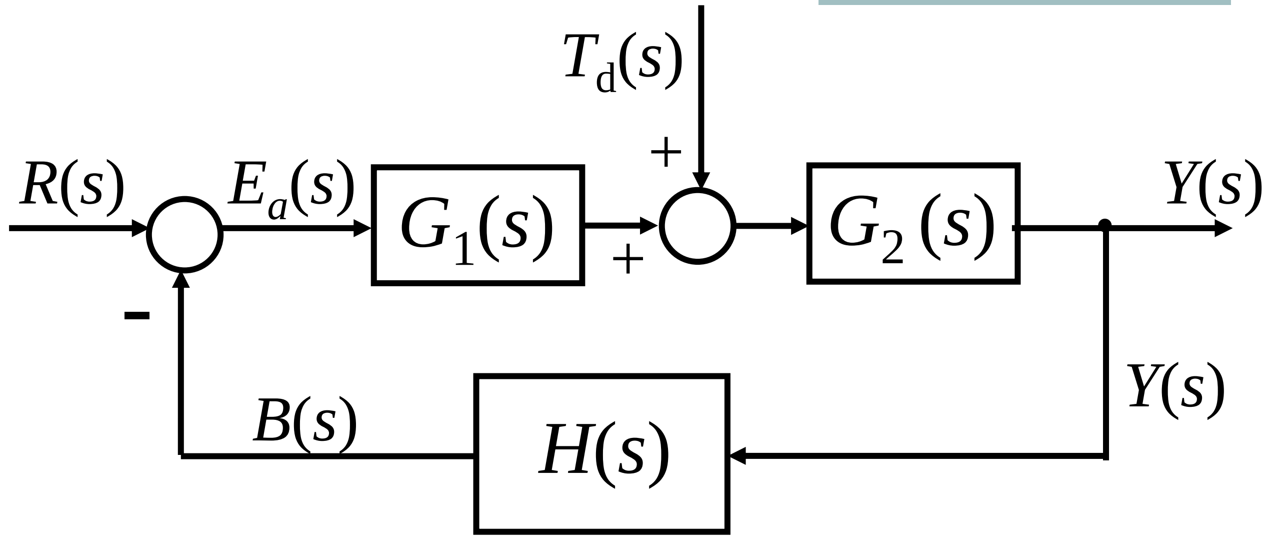
$$\Phi(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$




- 输出对于扰动输入的闭环传递函数

令 $R(s)=0$

$$\Phi_d(s)=\frac{Y(s)}{T_d(s)}=\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$




带有扰动的反馈系统

- 系统的总输出

当 $R(s) \neq 0, T_d(s) \neq 0$

$$Y(s) = \Phi(s)R(s) + \Phi_d(s)T_d(s)$$

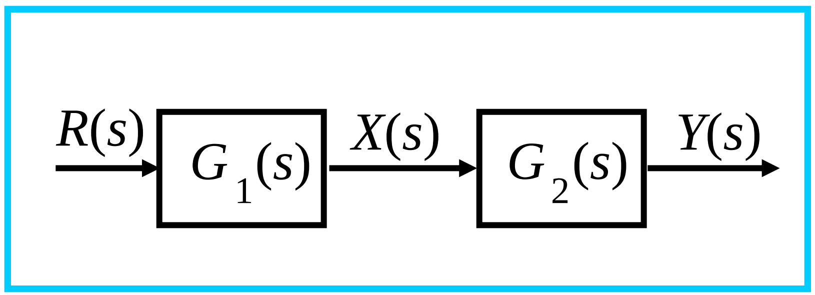
# 二、框图的等效变换

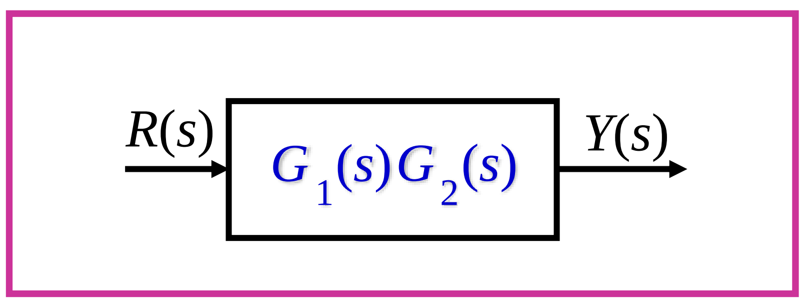
## 1. 原则

变换前后，输入、输出及其相互关系不变。

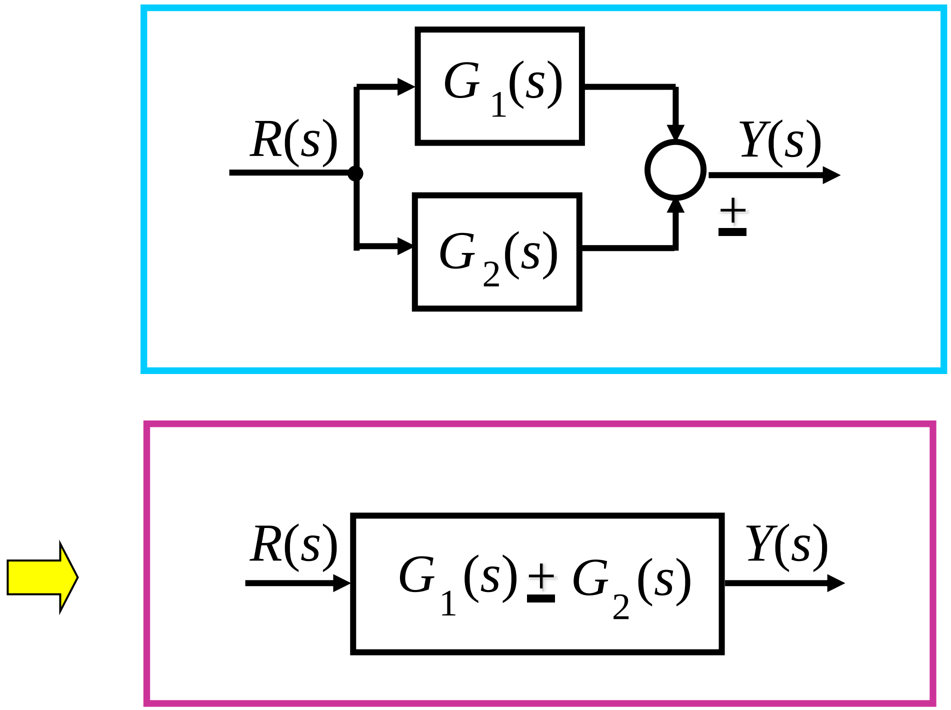
# 2. 基本变换

- 串联环节的等效变换

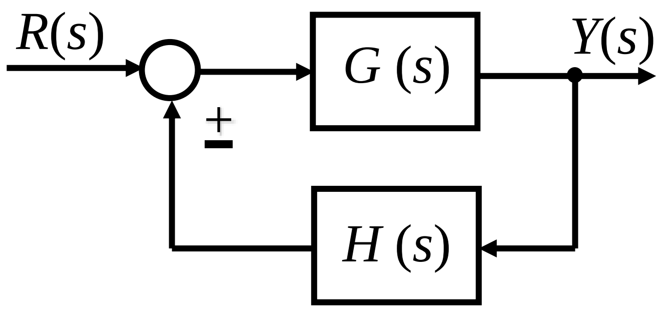


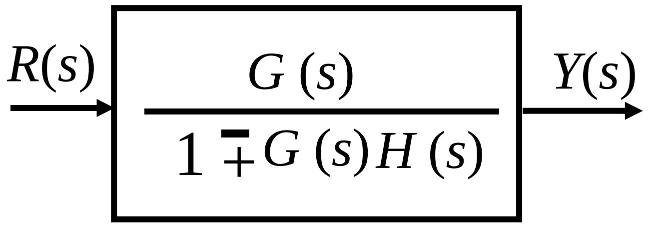



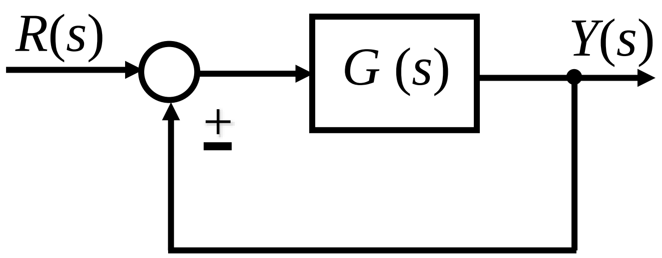
## 并联环节的等效变换



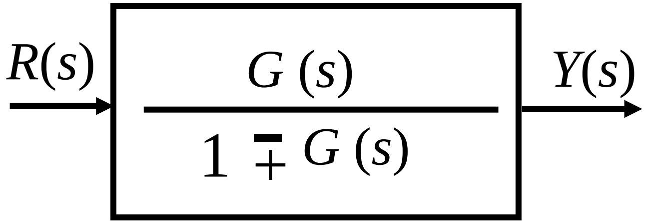
## 反馈环节的等效变换



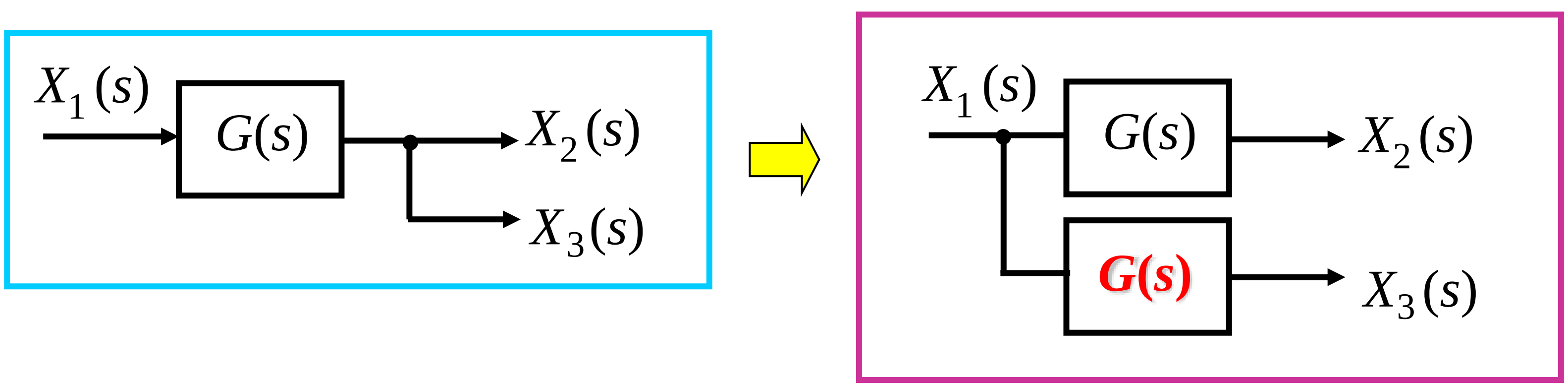




单位反馈

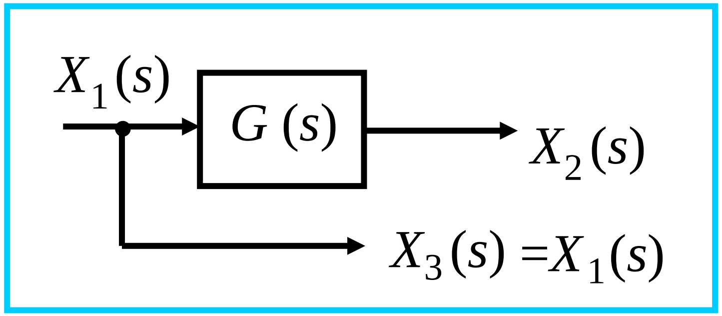


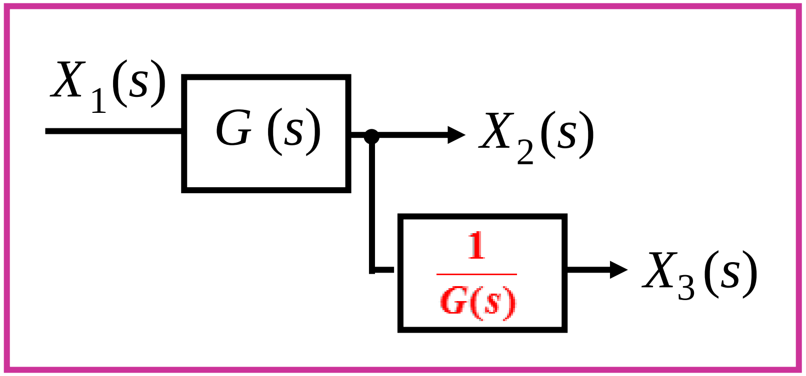
## 分支点的移动

### 分支点前移



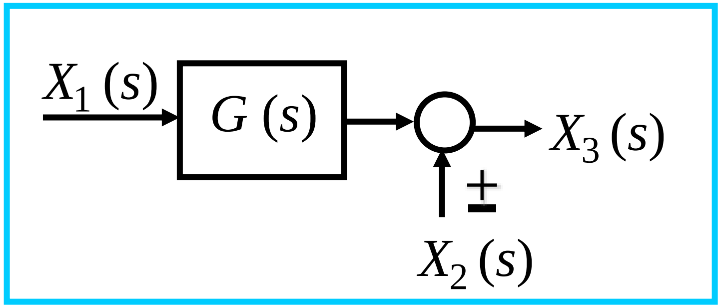
# 分支点后移

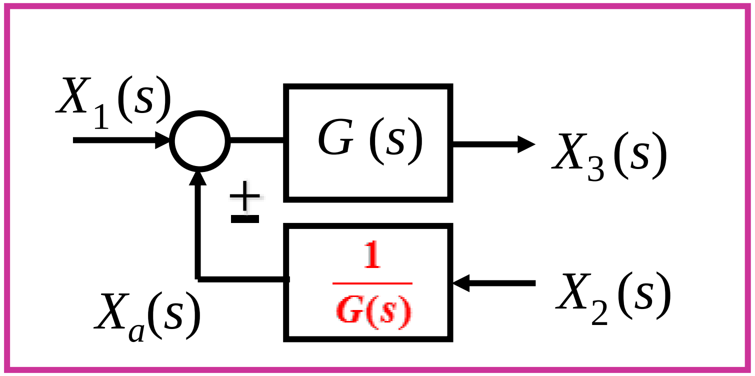


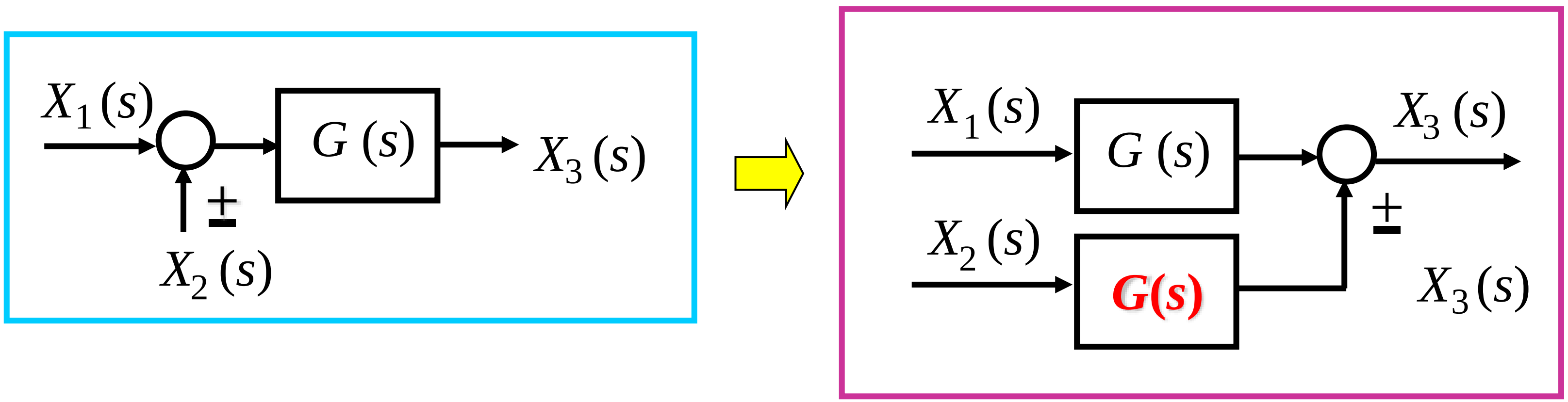
# 相加点的移动

## 相加点前移

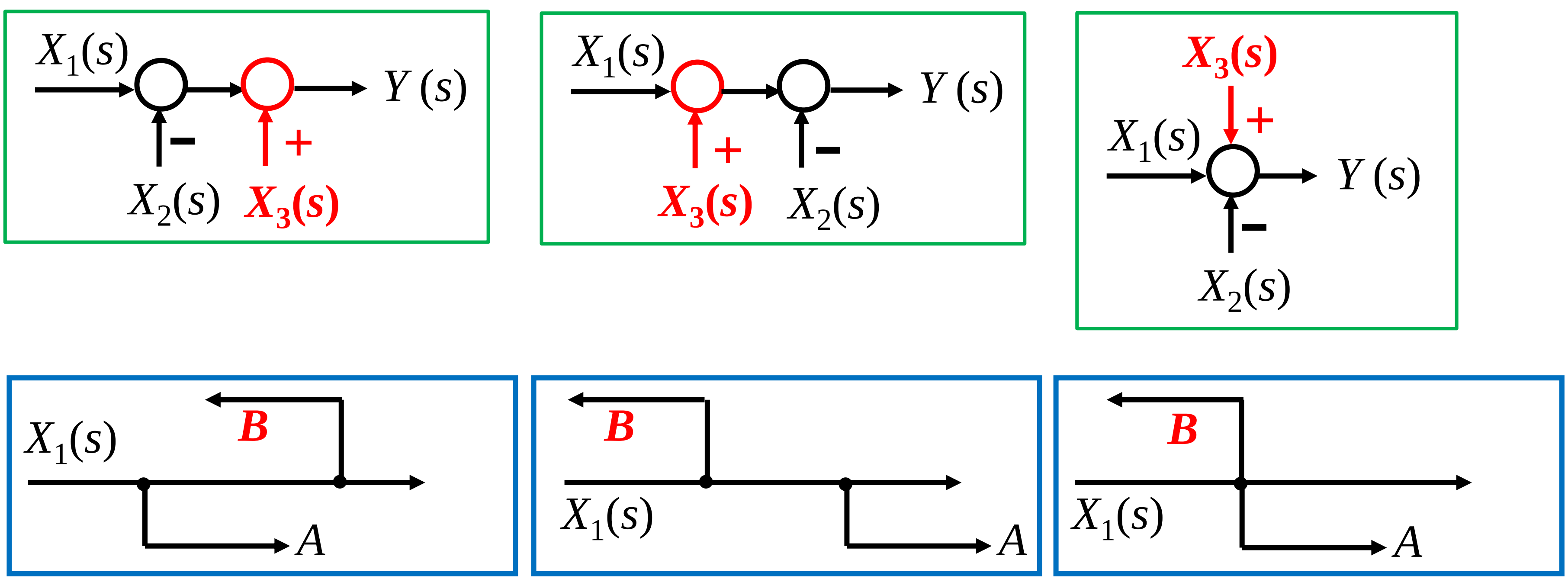


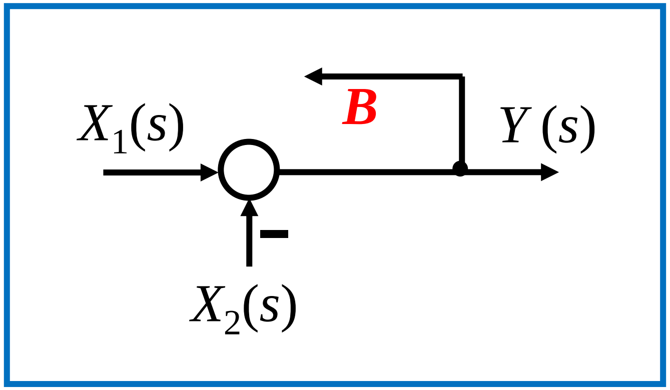
# 相加点后移



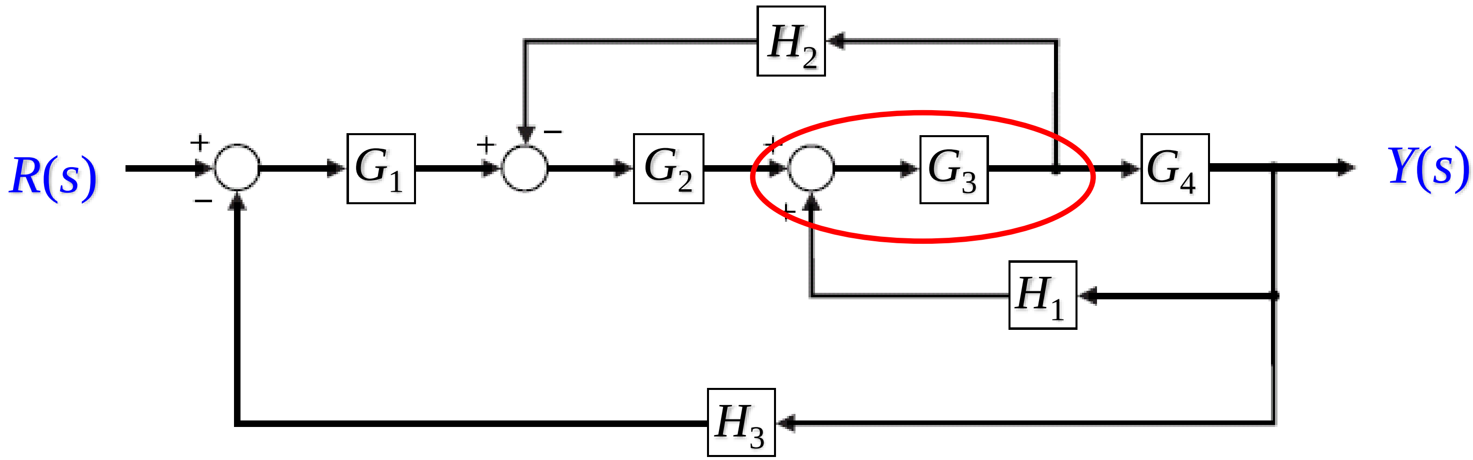
**注意：** 相邻的相加点之间或同一信号线上的分支点之间**可以**互换位置或合并，但相邻的相加点和分支点**一般不能直接**交换位置。



注意：相邻的相加点之间或同一信号线上的分支点之间可以互换位置或合并，但相邻的相加点和分支点一般不能直接交换位置。



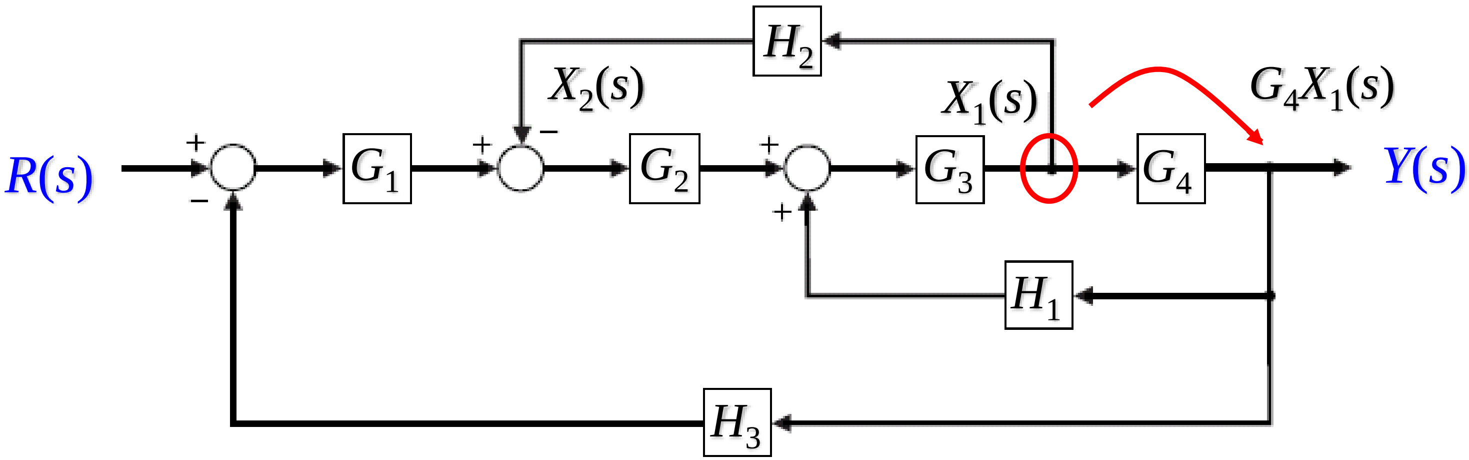
# 例2.2 对下图所示的框图化简，确定系统的前向传递函数、开环传递函数和闭环传递函数。

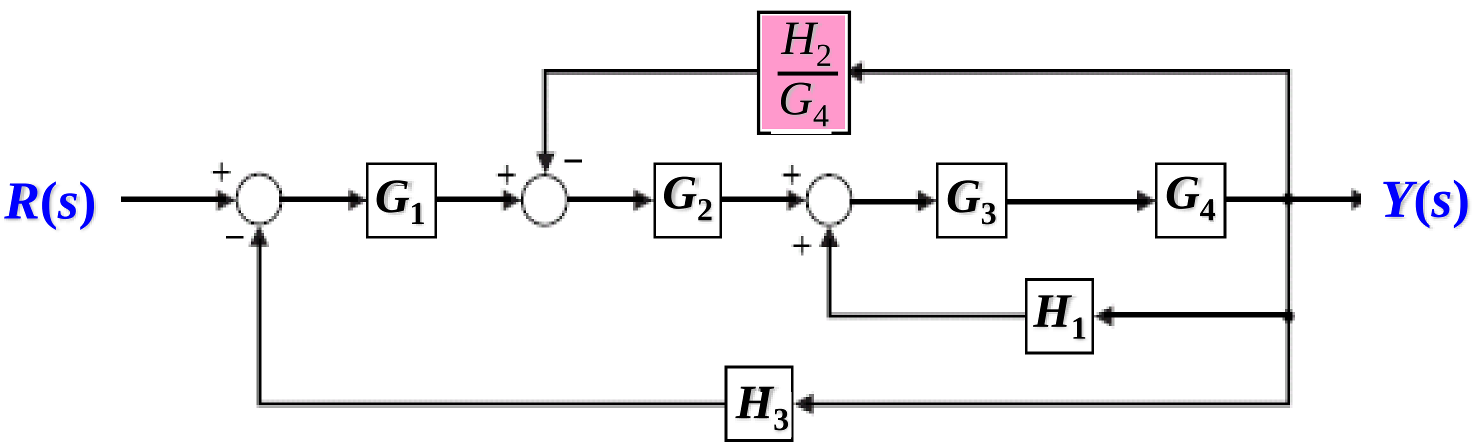


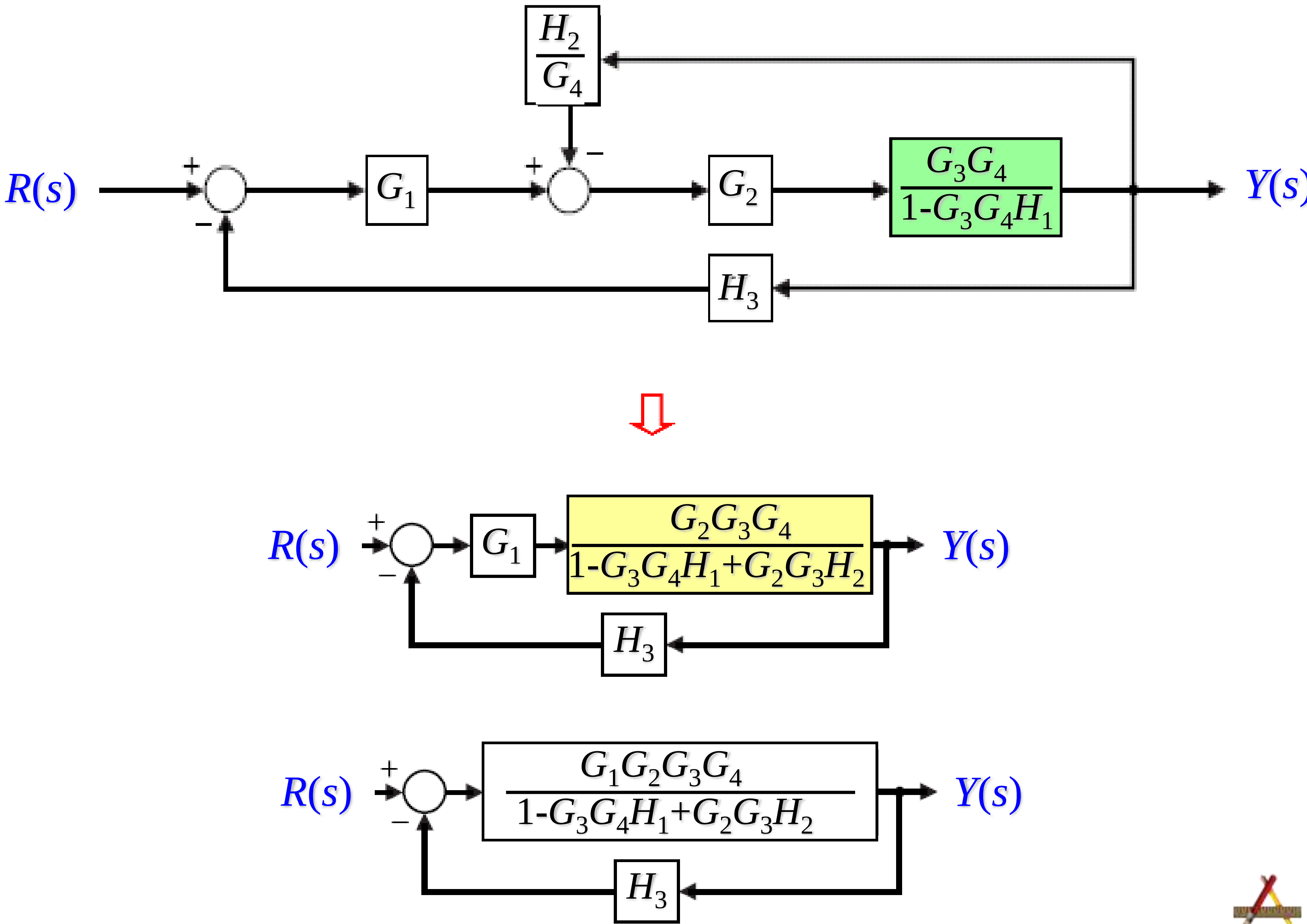

思路：对于复杂框图的化简，通常应从存在交叉的地方开始。

通过分支点和相加点的移动来解除交叉。

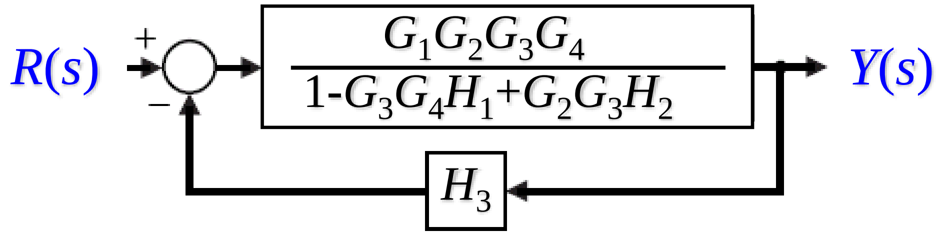
# 例2.2 对下图所示的框图化简，确定系统的前向传递函数、开环传递函数和闭环传递函数。





$R(s)$
$\frac{H_2}{G_4}$
$G_1$
$G_2$
$\frac{G_3G_4}{1-G_3G_4H_1}$
$H_3$
$Y(s)$
+
−
+
−
$R(s)$
$G_1$
$\frac{G_2G_3G_4}{1-G_3G_4H_1+G_2G_3H_2}$
$H_3$
$Y(s)$
+
−
$R(s)$
$\frac{G_1G_2G_3G_4}{1-G_3G_4H_1+G_2G_3H_2}$
$H_3$
$Y(s)$
+
−

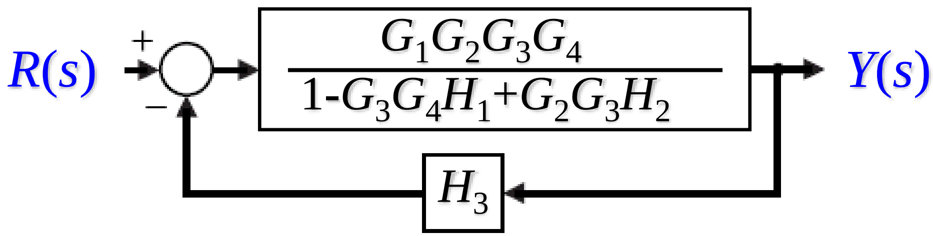



前向传递函数：

$$G(s)=\frac{G_1G_2G_3G_4}{1-G_3G_4H_1+G_2G_3H_2}$$

开环传递函数：

$$G(s)H(s)=\frac{G_1G_2G_3G_4H_3}{1-G_3G_4H_1+G_2G_3H_2}$$




闭环传递函数：

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$=\frac{G_1G_2G_3G_4}{1-G_3G_4H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3G_4H_3}$$

# 三、信号流图和梅森公式

## 1. 信号流图

信号流图是由节点以及连接节点的有向线段构成，是一组线性关系的图解表示。

# 2. 梅森公式

$$T(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\sum_k P_k\Delta_k}{\Delta}$$

$P_k$ —— 前向通道$k$的增益

$\Delta_k$ —— 前向通道$k$的余因式

$\Delta$ —— 流图的特征式

P62(12版)，例题2.8

P64(12版)例题2.9，2.10，2.11