西南交通大学 2019-2020 学年第(1)学期考试试卷

课程代码 6022900 课程名称 复变函数与积分变换 B (A 卷) 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总成绩
得分									

密封装订线

姓 名

密封装订线

学 号

密封装订线

班 级

一、选择题：（每小题 4 分，共 16 分）

1. 以下关于复变函数的各式中，正确的是（　　）.

   A. $e^{iz} = \cos z + i\sin z$；　　B. $\sqrt[4]{z^2} = \sqrt{z}$；

   C. $|\sin z| \le 1$；　　D. $\mathrm{Ln}(z^2) = 2\mathrm{Ln} z$，其中 $z \ne 0$.

2. 下列复数项级数中，绝对收敛的是（　　）.

   A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} e^{\frac{2\pi i}{n}}$；　B. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{i^n}{\ln n}$；　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\left[(-1)^n + \frac{i}{n}\right]$；　D. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2-i)^n}$.

3. 下列复变函数中，含有可去奇点的是（　　）.

   A. $\frac{\sin z}{z^2}$；　B. $\frac{\pi - z}{\sin z}$；　C. $\tan z$；　D. $\frac{\cos z}{e^z}$.

4. 设 $\mathscr{L}[f(t)] = F(s)$，则 $\mathscr{L}^{-1}[sF'(s)] =$（　　）.

   A. $t f(t) - f'(t)$；　B. $t f'(t) + f(t)$；　C. $-t f'(t) - f(t)$；　D. $-t f(t) + f'(t)$.

二、填空题：（每小题 4 分，共 16 分）

1. 方程 $e^z = -2 + 2i$ 的解为 $z =$____________________.

2. 双边幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(z-3)^n} + \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{3^n (n+1)^2}(z-3)^n$ 的收敛圆环是__________________.

3. $z = 0$ 是函数 $f(z) = 6\sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$ 的_________级零点.

4. $\int_{-5}^{2} t e^{-2t}\delta(t+3)\mathrm{d}t =$__________.

三、计算 $-8i$ 的三次方根.（8 分）

四、计算下列各积分：（每小题 8 分，共 24 分）

1. $I=\int_C \bar{z}\,|1+z|^2\mathrm{d}z$，其中 C 是从 0 到 $2\mathrm{i}$ 的直线段.

2. $I=\oint_C \frac{z}{2z+1}\mathrm{e}^{\frac{1}{z}}\mathrm{d}z$，其中 C 是逆时针方向的圆周 $|z|=1$.

3. $I=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos x\,\mathrm{d}x}{x^2+4x+5}$.

五、设函数 $f(z)=u+\mathrm{i}v$ 在区域 D 内解析，并且 $v=u^2$，证明 $f(z)$ 在 D 内为常数.（8 分）

六、将函数 $f(z)=\dfrac{1}{z^2-1}$ 在圆环域 $2<|z+1|<+\infty$ 中展开为洛朗级数.（8 分）

七、求函数 $f(t)=\begin{cases}1-|t|, & |t|\le 1\\ 0, & |t|>1\end{cases}$ 的傅里叶变换.（10 分）

八、已知 $f(t)=\mathrm{e}^{t}u(t)$， $g(t)=u(t)\sin t$，其中 $u(t)$ 是单位阶跃函数，求 $f(t)*\mathrm{g}(t)$.（10 分）