

电力系统分析

—第2章— 电力系统元件数学模型 ——电力线路

主讲教师：符玲

西南交通大学 电气工程学院





-第2章- 电力系统元件数学模型——电力线路



-第2.1节- 三相电力线路参数

-第2.2节- 电力线路的电阻

-第2.3节- 电力线路的电感

-第2.4节- 电力线路的电导

-第2.5节- 电力线路的电容

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路

-第2.1节- 三相电力线路参数



- 导体中流过电流时，会发热而造成电能损耗，还可能出现其它原因也造成电能损耗，**电阻**或**电导**就是反映**能量损耗**的2个电气参数；
- 电路中的电压会形成电场，电流会形成磁场。**电容**和**电感**分别表示**电场储能**和**磁场储能**的2个电气参数；
- 一个实际的电路元件，根据不同情况可以抽象为不同形式的等效电路。
- **三相电力线路是分布参数电路**，沿导线每一长度单元各相都有**电阻**、**自感**、**对地电容**和**漏电导**，各相之间有**互感**、**电容**和**漏电导**。

-第2.1节- 三相电力线路参数

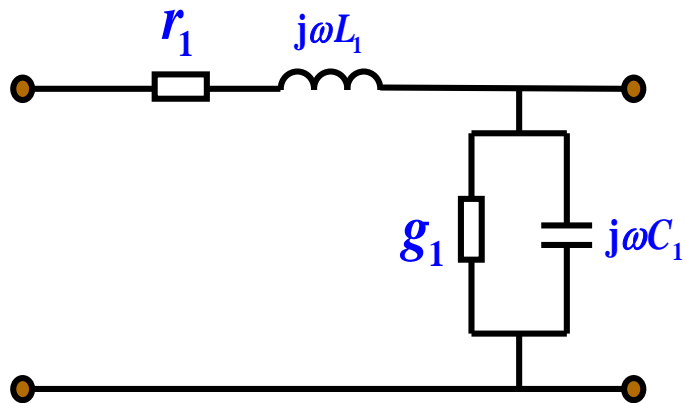
- 由于均匀电力传输线上分布着电阻和电感分别引起相应的电压降，致使**线或相间电压沿线变化**；由于均匀传输线上分布的漏电导和电容分别在线或相间引起相应的泄漏电流和位移电流，致使**电流沿线变化**。
- **均匀**传输线的原始参数是以**单位长度的电路参数**来表示的。

- 三相电力线路实质上是分布参数的电路，即其参数分布于整条电力线路，通常用单位长度电力线路的参数表示。对应4个原始参数为：三相电力线路的**单位长度电阻、电感、电导、电容**

-第2.1节- 三相电力线路参数



- 电力线路的特性可以用以下4个原始电路参数来描述：



- r_1 ——单位长度线路的**电阻** 单位： Ω/m
 - L_1 ——单位长度线路的**电感** 单位： H/m
 - g_1 ——单位长度线路的对地**电导** 单位： S/m
 - C_1 ——单位长度线路的对地**电容** 单位： F/m
- 这4个参数可以通过计算或测量来确定，且被认为在相当宽的频率范围内是恒定的。

-第2.2节- 电力线路的电阻



➤ 线路单位长度电阻 r_1

- 反映电流通过线路引起的发热损耗
 - 具有频变性，直流电阻小于交流电阻
- 直流电阻 $R_{dc} < \text{交流电阻 } R_{ac}$
 - **趋表效应**：导线交流电阻与直流电阻的比值随着频率的升高而增大，随导线截面积的增大而上升。
 - **铜、铝绞线**：截面积不是特别大时，频率50 ~ 60Hz的交流电阻与直流电阻相差甚微；
 - **钢芯铝绞线**：交流电阻与铝线部分的直流电阻差别很小。
 - 因此，一般电力系统计算中均可用**直流电阻 R_{dc}** 代替**交流电阻 R_{ac}** 。

-第2.2节- 电力线路的电阻

➤ 直流电阻值可通过查手册或计算获得

- 产品手册提供温度为20°C时单位长度的直流电阻；缺乏手册资料时，铜、铝导线和电缆20°C 时的单位长度电阻：

$$r_1 = \frac{\rho}{S} \quad (\Omega / \text{km})$$

20°C时的电阻率

铝： $r = 31.2 \text{ (}\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{km)}$

铜： $r = 18.8 \text{ (}\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{km)}$

导线的额定标称截面积 (mm^2)

• 温度修正

$$r_{1(t^\circ\text{C})} = r_{1(20^\circ\text{C})} \left[1 + \alpha(t - 20) \right]$$

电阻温度系数

铝： $\alpha = 0.00382 \text{ (1/}^\circ\text{C)}$

铜： $\alpha = 0.00360 \text{ (1/}^\circ\text{C)}$

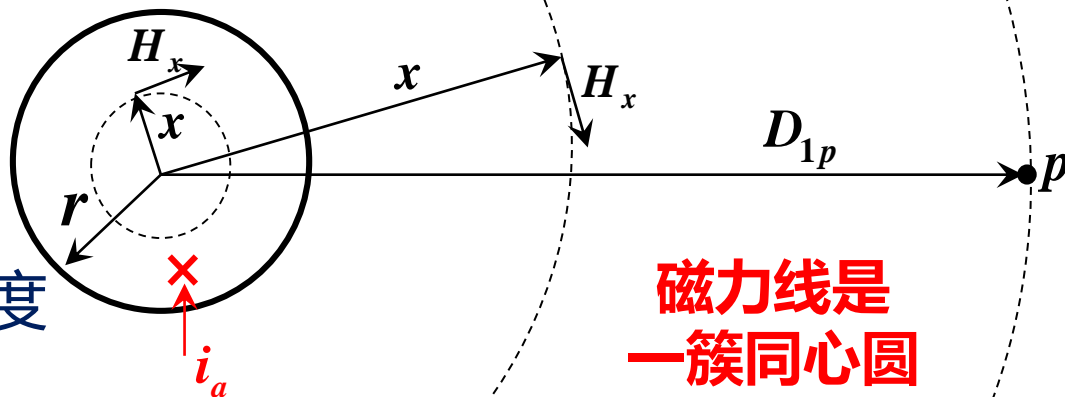
-第2.3节- 电力线路的电感

➤ 1. 单根无限长导线的磁场

- 导线内部距导线中心 x 处的圆内电流
(假设导体内电流均匀分布)

高压电力线路主要采用架空线路，着重讨论三相架空线路。

$$i_x = \frac{i_a}{\pi r^2} \pi x^2 = \frac{x^2}{r^2} i_a$$



- 距导线中心 x 处的磁场强度

$$H_x = \frac{i_x}{2\pi x} = \frac{1}{2\pi x} \frac{x^2}{r^2} i_a = \frac{x}{2\pi r^2} i_a$$

磁力线是一簇同心圆

$$\oint \vec{H}_x \cdot d\vec{l} = \sum i \quad (\text{安培环路定律})$$

-第2.3节- 电力线路的电感

- 导线内部距中心 x 处的磁感应强度(磁通密度)

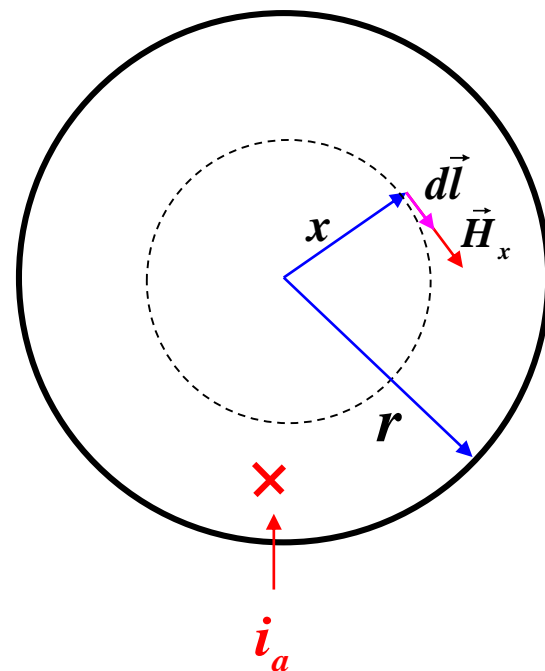
$$B_x = \mu_0 \mu_r H_x = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi r^2} i_a x$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)}$$

真空的绝对导磁率

铜和铝的相对导磁率:

$$\mu_r \approx 1$$



-第2.3节- 电力线路的电感

- 导线内部距中心 x 径向厚度为 dx 、单位长度(1m) 圆管管壁中的磁通

$$d\Phi_x = B_x \cdot (1 \cdot dx) = \frac{\mu_0}{2\pi r^2} i_a x dx$$

(这部分磁通只与部分电流 $x^2 i_a / r^2$ 相交链, 相当于只有 x^2 / r^2 匝)

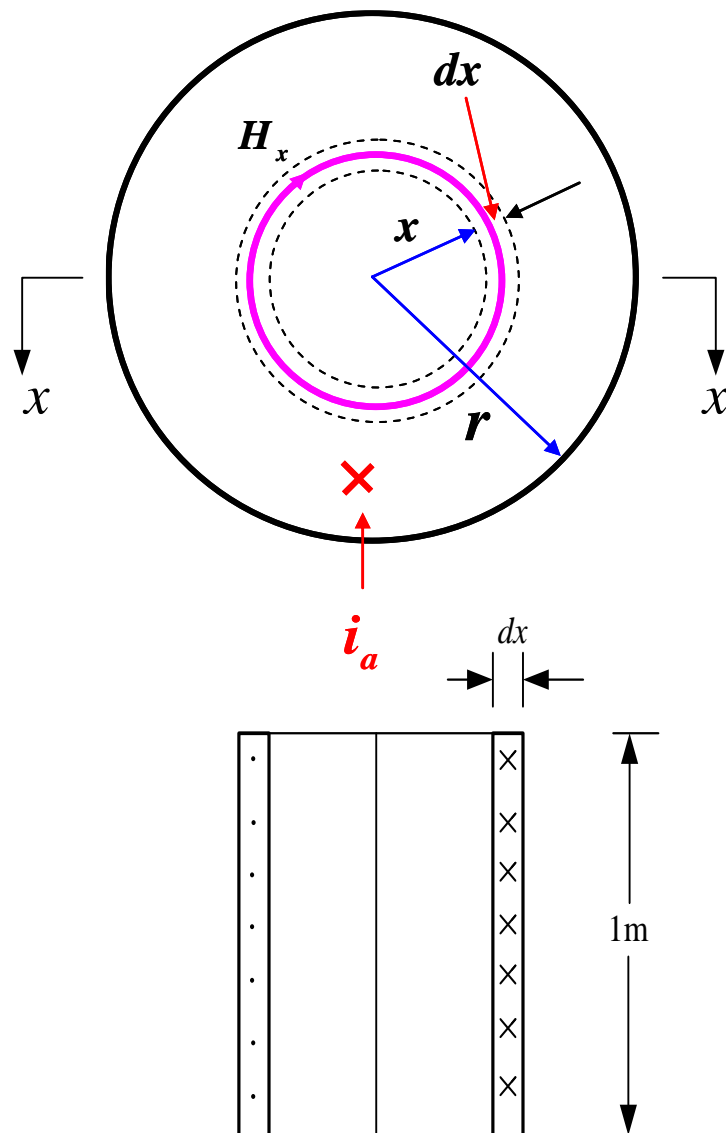
这部分磁通产生的磁链为: $d\Psi'_{aa} = \frac{x^2}{r^2} d\Phi_x = \frac{\mu_0}{2\pi r^4} i_a x^3 dx$

单位长度导线内部的磁链:

$$\Psi'_{aa} = \int_0^r \frac{x^2}{r^2} d\Phi_x = \int_0^r \frac{\mu_0}{2\pi r^4} i_a x^3 dx = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_a}{4} \quad (\text{Wb/m})$$

任何圆截面导线的单位长度内电感均为 $m_0/(8p)$

-第2.3节- 电力线路的电感

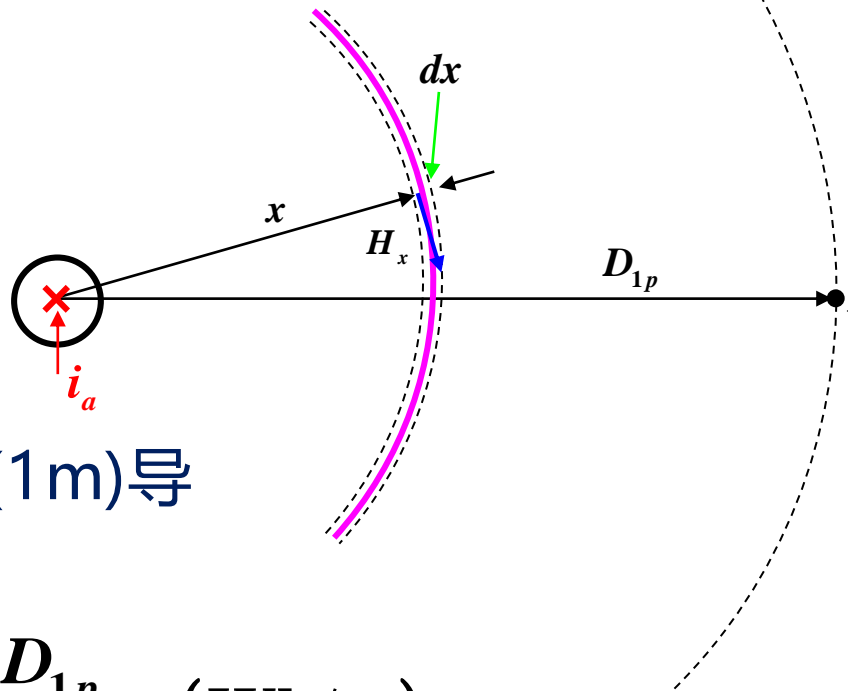


-第2.3节- 电力线路的电感



- 导线外部半径为 x 的圆周上的磁感应强度 B_x

$$B_x = \mu_0 H_x = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi x}$$



- 单根导线的匝数为1，单位长度(1m)导线在半径 D_{1p} 内的磁链：

$$\Psi''_{aap} = \int_r^{D_{1p}} B_x dx = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \ln \frac{D_{1p}}{r} \quad (\text{Wb/m})$$

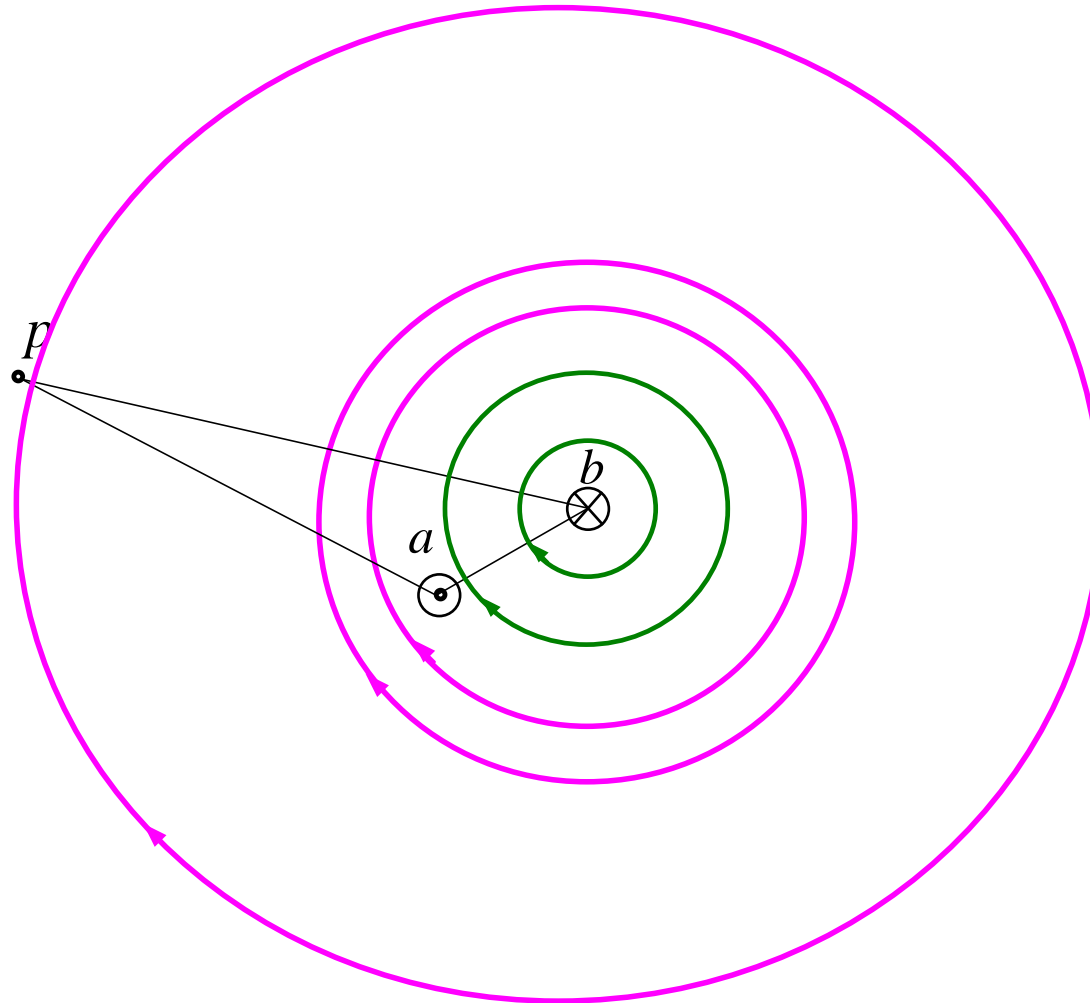
- 包括导线内部磁链在内，单位长度导线在半径 D_{1p} 内的总磁链

$$\Psi_{aap} = \Psi'_{aa} + \Psi''_{aap} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \left(\ln \frac{D_{1p}}{r} + \frac{1}{4} \right) \quad (\text{Wb/m})$$

-第2.3节- 电力线路的电感



➤ 2. 两根平行长导线的互感磁通

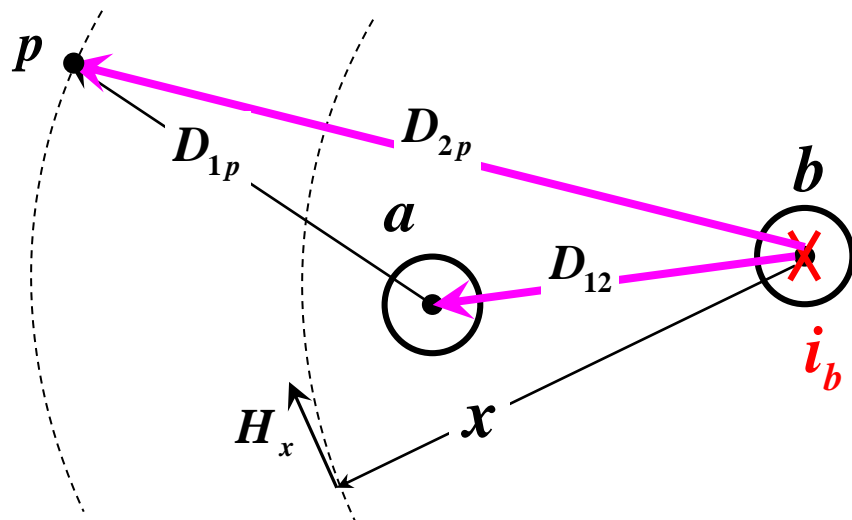


-第2.3节- 电力线路的电感

- 距离导线 **b** 的轴心为 **x** 的圆周上任一点的磁感应强度

$$B_x = \mu_0 H_x = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_b}{x}$$

- 由导线 **b** 的电流 i_b 产生、且与导线 **a** 相交链的单位长度互感磁链(**p** 点以内)



$$\Psi_{abp} = \int_{D_{12}}^{D_{2p}} B_x dx = \frac{\mu_0}{2\pi} i_b \ln \frac{D_{2p}}{D_{12}} \quad (\text{Wb/m})$$

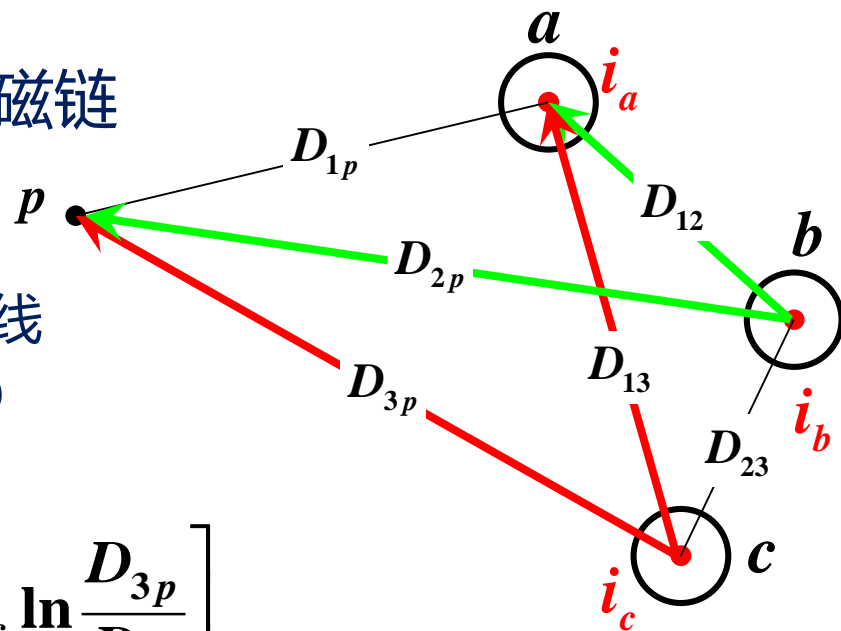
-第2.3节- 电力线路的电感

3. 三相线路的磁链和电感

- p - a 之间穿链 a 相导线的单位长度磁链

(单位长度 a 相线路 p - a 之间磁链等于 a 相线路自感磁链与 b 及 c 相线路互感磁链之和)

$$\begin{aligned}\Psi_{ap} &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \left(\ln \frac{D_{1p}}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{D_{2p}}{D_{12}} + i_c \ln \frac{D_{3p}}{D_{13}} \right] \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{13}} + i_a \ln D_{1p} + i_b \ln D_{2p} + i_c \ln D_{3p} \right]\end{aligned}$$



-第2.3节- 电力线路的电感



- 假设三相线路电流平衡,

$$i_a + i_b + i_c = 0 \Rightarrow i_c = -(i_a + i_b)$$

即 $i_c = -(i_a + i_b)$

则
$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2\pi} [i_a \ln D_{1p} + i_b \ln D_{2p} + i_c \ln D_{3p}] \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} [i_a \ln D_{1p} + i_b \ln D_{2p} - i_a \ln D_{3p} - i_b \ln D_{3p}] \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \ln \frac{D_{1p}}{D_{3p}} + i_b \ln \frac{D_{2p}}{D_{3p}} \right] \end{aligned}$$

代入, 得:

$$\Psi_{ap} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{13}} + i_a \ln \frac{D_{1p}}{D_{3p}} + i_b \ln \frac{D_{2p}}{D_{3p}} \right]$$

-第2.3节- 电力线路的电感



- 将 p 点移至无穷远处，得到 a 相单位长度的全部磁链

即 $\lim_{p \rightarrow \infty} \left(\ln \frac{D_{1p}}{D_{3p}} \right) = 0, \quad \lim_{p \rightarrow \infty} \left(\ln \frac{D_{2p}}{D_{3p}} \right) = 0$

从而 $\Psi_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right]$

同理 $\Psi_b = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_b \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_a \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right]$

$$\Psi_c = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_c \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_a \ln \frac{1}{D_{13}} + i_b \ln \frac{1}{D_{23}} \right]$$

-第2.3节- 电力线路的电感

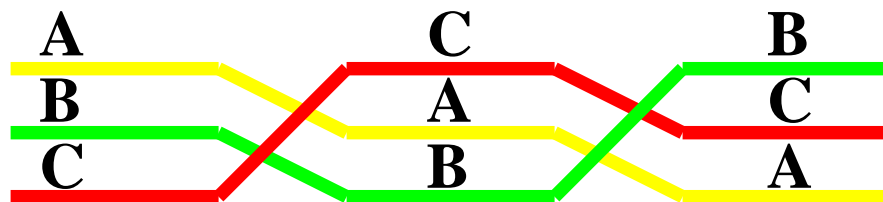
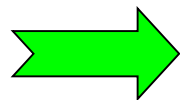


- 不对称三相线路

$$D_{12} \neq D_{23} \neq D_{31}$$

因为送电线路中的三相导线空间排列的几何位置一般是**不对称**的，所以各相导线的电抗、电容是不相等的，从而使三相导线的电压和电流就不对称，对系统运行危害很大，同时对邻近低电压线路和通信线影响干扰也很大。

- 导线换位循环



-第2.3节- 电力线路的电感



- a 相单位长度的平均磁链

$$\begin{aligned}\Psi_a &= \frac{1}{3} \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right] \right. \\ &\quad + \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{23}} + i_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right] \\ &\quad \left. + \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{13}} + i_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right] \right\} \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_m} + i_c \ln \frac{1}{D_m} \right] \\ &= \underline{Li_a + Mi_b + Mi_c}\end{aligned}$$

- 三相导线之间的
几何均距

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$

-第2.3节- 电力线路的电感



$$\begin{cases} \Psi_a = Li_a + Mi_b + Mi_c \\ \Psi_b = Mi_a + Li_b + Mi_c \\ \Psi_c = Mi_a + Mi_b + Li_c \end{cases}$$

• 解耦  $i_c = -(i_a + i_b)$

$$\begin{cases} \Psi_a = (L - M)i_a = L_1 i_a \\ \Psi_b = L_1 i_b \\ \Psi_c = L_1 i_c \end{cases}$$

- 各相导线单位长度**自感**

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{r} + \frac{1}{4} \right)$$

- 经换位循环后，导线间的单位长度**平均互感**

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_m}$$

- 不过，当 $i_a + i_b + i_c \neq 0$ 时，三相导线周围的磁场将受到大地中的电流以及避雷线中电流的影响，上式所求得的自感和互感将有很大的变化。

-第2.3节- 电力线路的电感

- 单位长度等值电感(**正序电感**)

$$L_1 = L - M = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\ln \frac{D_m}{r} + \frac{1}{4} \right) \quad (\text{H/m})$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad (\text{H/m})$$

- **电抗：由两部分组成**

- 第**1**部分 $x'_1 = 0.06283 \ln \frac{D_m}{r} = 0.1445 \lg \frac{D_m}{r}$ 称为外电抗

- 取决于导线的布置方式和截面积，与导线是否导磁无关。

- 第**2**部分 $x''_1 = 0.0157 \mu_r$ 称为内电抗

- 仅与相对磁导率 μ_r 相关，取决于导线的导磁性。

-第2.3节- 电力线路的电感

- 频率50Hz时，每相线路**等值电抗**或**正序电抗**

$$\begin{aligned}x_1 &= 2\pi \times 50 L_1 = 0.06283 \ln \frac{D_m}{r} + 0.0157 \\&= 0.1445 \lg \frac{D_m}{r} + 0.0157 \\&= 0.1445 \lg \frac{D_m}{0.779r} \quad (\Omega/\text{km})\end{aligned}$$

- 架空线路的电抗 x_1 一般在 $0.40\Omega/\text{km}$ 左右。

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$$

-第2.3节- 电力线路的电感



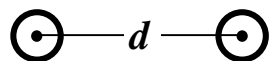
结论：三相电流 $i_a + i_b + i_c = 0$ 时,实际的三相线路可以用单相电感为 L_1 而三相之间没有互感的线路等值，因此可取一相进行计算。

注意： $i_a + i_b + i_c \neq 0$ 时，电流将经中性点流入地；避雷线中也有感应电流。三相导线的磁场将发生变化，自感和互感也将不同。

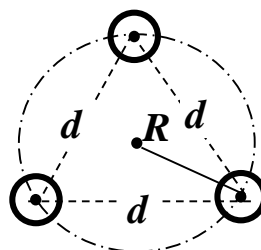
-第2.3节- 电力线路的电感

• 分裂导线

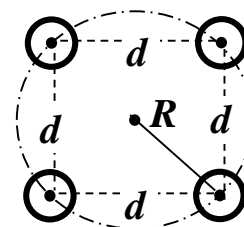
220kV及以上的超高压架空线路，为了减小**电晕放电**和
单位长度**正序电抗**，采用**分裂导线**。



二分分裂



三分分裂



四分分裂

-第2.3节- 电力线路的电感



• 分裂导线示意图

架空输电线路



避雷线

绝缘子串

四分裂导线

终端杆塔

500kV变电站

-第2.3节- 电力线路的电感



二分裂导线

-第2.3节- 电力线路的电感

- 分裂数 n ，导线半径 r 时的等值半径

$$r_{eq} = \sqrt[n]{r(d_{12}d_{13} \cdots d_{1n})} = \sqrt[n]{rd_m^{n-1}}$$

- 分裂导线的每相等值正序电抗

$$x_1 = 0.06283 \ln \frac{D_m}{r_{eq}} + \frac{0.0157}{n} \quad (\Omega/\text{km})$$

- 分裂数分别为 2、3、4 根时，单位长度电抗分别为0.33、0.30、0.28 Ω/km 左右.
- 电缆线路的结构复杂，电感的计算也很复杂，可参考手册提供的数据。典型数据：
 - 10kV 三芯电缆： $x_1 \approx 0.08 \Omega/\text{km}$
 - 110kV 单相电缆： $x_1 \approx 0.18 \Omega/\text{km}$

-第2.4节- 电力线路的电导



► 并联电导 g_1

- 此参数反应由线路电压作用引起的有功功率损耗
- 110kV以下的架空线路，与电压有关的有功功率损耗是由绝缘子表面泄漏电流引起的，可略去不计；
- 110kV及以上电压架空线路，与电压有关的有功功率损耗是由电晕放电现象引起的；

三相线路每公里的电晕
有功功率损耗(kW)

$$g_1 = \frac{\Delta P_0}{U^2} \times 10^{-3} \quad (\text{S/km})$$

线路的线电压(kV)

- g_1 数值很小，一般计算时可取 $g_1 \approx 0$ 。

-第2.4节- 电力线路的电导

- 所谓电晕就是在高电压情况下，导线表面的电场强度超过空气的击穿强度时，导线表面的空气分子被电离所产生的放电现象。
- 电晕放电所发生的脉冲对无线通信有干扰，产生的臭氧对金属导线有腐蚀作用。
- 电力系统在规划设计超高压架空线路时，选择的导线半径或分裂导线要满足在晴天基本上不产生电晕。
- 对普通导线，若
 - 330kV，导线直径 $\phi > 33.2\text{mm}$
 - 220kV，导线直径 $\phi > 21.3\text{mm}$
 - 110kV，导线直径 $\phi > 9.6\text{mm}$

可不必要验算电晕。

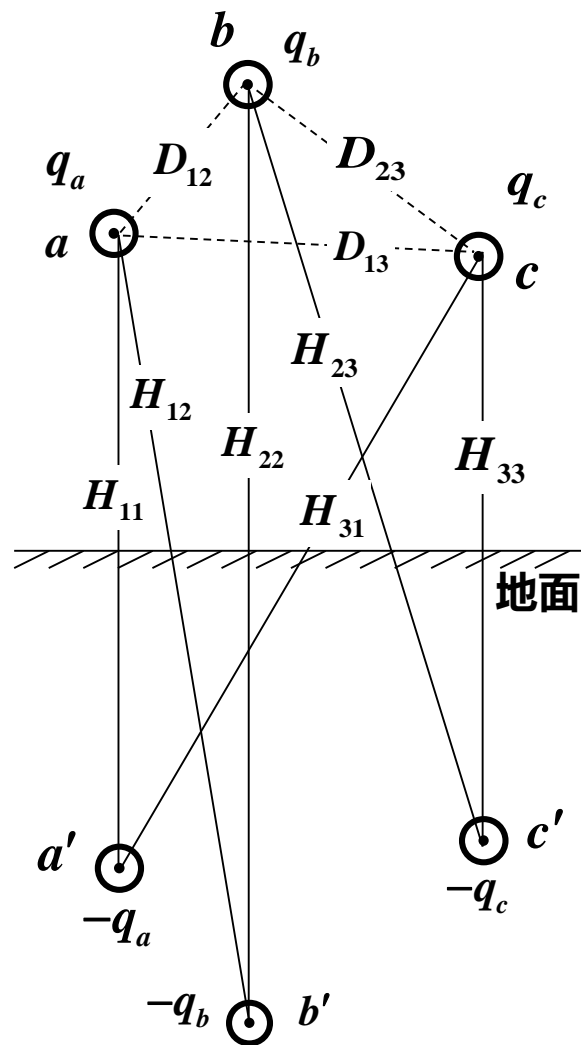
-第2.5节- 电力线路的电容

► 并联电容 C_1

- 根据镜像法可得：

$$u_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{H_{11}}{r} + q_b \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_c \ln \frac{H_{13}}{D_{13}} \right)$$

- u_a, u_b, u_c 各相导线的相电压
- q_a, q_b, q_c 各相导线单位长度电荷
- r 导线半径
- ϵ_0 真空的介电常数(电容率)
- $\epsilon_0 = 10^{-6}/(36\pi) \quad (\text{F/km})$

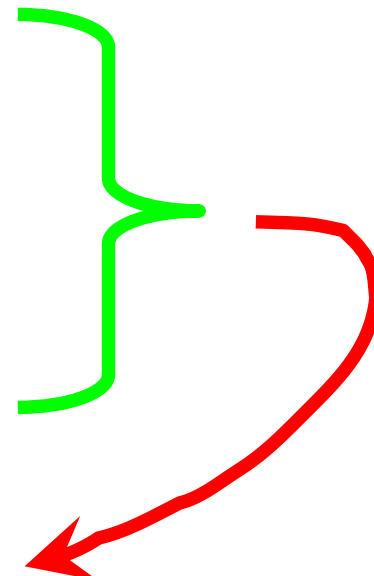


- 注：线路直径远小于导线间距离及对地距离

-第2.5节- 电力线路的电容

- 三相导线整换位循环后可得

$$\begin{aligned}
 u_a &= \frac{1}{3} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\left(q_a \ln \frac{H_{11}}{r} + q_b \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_c \ln \frac{H_{13}}{D_{13}} \right) \right. \\
 &\quad + \left(q_a \ln \frac{H_{22}}{r} + q_b \ln \frac{H_{23}}{D_{23}} + q_c \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} \right) \\
 &\quad \left. + \left(q_a \ln \frac{H_{33}}{r} + q_b \ln \frac{H_{13}}{D_{13}} + q_c \ln \frac{H_{23}}{D_{23}} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{H_{sm}}{r} + q_b \ln \frac{H_{mm}}{D_m} + q_c \ln \frac{H_{mm}}{D_m} \right]
 \end{aligned}$$



其中 $D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$, 三相导线之间的几何均距;

$H_{sm} = \sqrt[3]{H_{11}H_{22}H_{33}}$, 三相导线与本身镜像间的几何均距;

$H_{mm} = \sqrt[3]{H_{12}H_{23}H_{13}}$, 三相导线与不同相导线镜像间的几何均距。

-第2.5节- 电力线路的电容

- 同理可求出 u_b 和 u_c ，写成矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_d & \alpha_m & \alpha_m \\ \alpha_m & \alpha_d & \alpha_m \\ \alpha_m & \alpha_m & \alpha_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix}$$

电位系数矩阵

- 其中：

$$\begin{cases} \alpha_d = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{H_{sm}}{r} & (\text{km/F}) \\ \alpha_m = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{H_{mm}}{D_m} & (\text{km/F}) \end{cases}$$

- 求逆可得三相线路电荷方程

$$\begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_d & \beta_m & \beta_m \\ \beta_m & \beta_d & \beta_m \\ \beta_m & \beta_m & \beta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \text{ C/km}$$

感应系数矩阵，与多导体系统的部分电容相关

- 其中：

$$\begin{cases} \beta_d = \frac{\alpha_d + \alpha_m}{(\alpha_d - \alpha_m)(\alpha_d + 2\alpha_m)} & (\text{F/km}) \\ \beta_m = \frac{-\alpha_m}{(\alpha_d - \alpha_m)(\alpha_d + 2\alpha_m)} & (\text{F/km}) \end{cases}$$

-第2.5节- 电力线路的电容

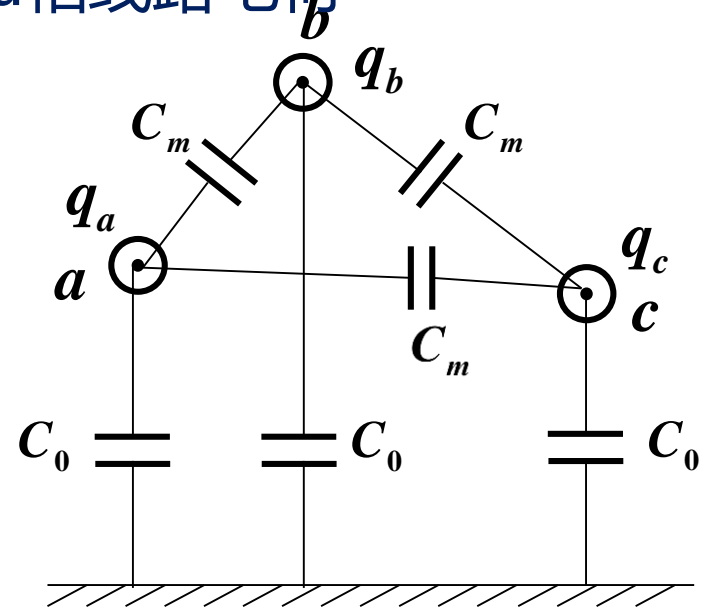
- 根据多导体系统部分电容的关系，分析a相线路电荷

$$\begin{aligned}
 q_a &= C_0 u_a + C_m u_{ab} + C_m u_{ac} \\
 &= C_0 u_a + C_m (u_a - u_b) + C_m (u_a - u_c) \\
 &= (C_0 + 2C_m) u_a - C_m u_b - C_m u_c \\
 &= \underline{C_s u_a - C_m u_b - C_m u_c}
 \end{aligned}$$

- 同理可得下列矩阵

$$\begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_s & -C_m & -C_m \\ -C_m & C_s & -C_m \\ -C_m & -C_m & C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad \text{C/km}$$

感应系数矩阵



- 其中 $C_s = C_0 + 2C_m$
- C_0 为三相导线**对地**的部分电容；
- C_m 为三相导线**之间**的部分电容。

-第2.5节- 电力线路的电容

- 对比可得

$$C_s = \beta_d, \quad C_m = -\beta_m$$

- 于是求出

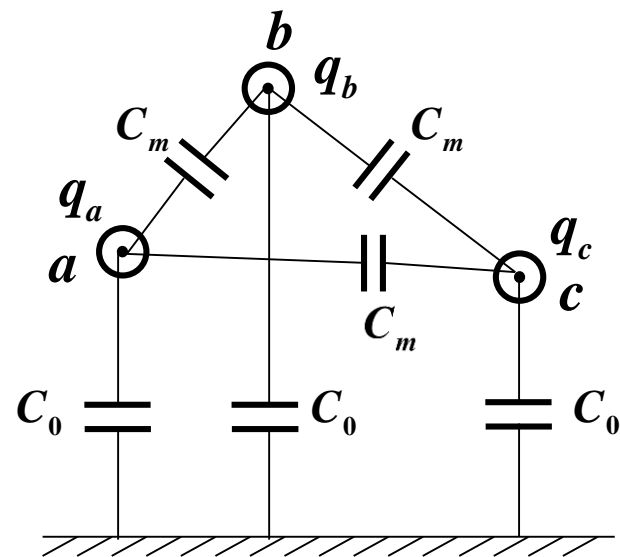
$$\left\{ \begin{array}{l} C_0 = C_s - 2C_m \\ \quad = \beta_d + 2\beta_m = \frac{1}{\alpha_d + 2\alpha_m} \\ C_m = -\beta_m \\ \quad = \frac{\alpha_m}{(\alpha_d - \alpha_m)(\alpha_d + 2\alpha_m)} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_0 = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{H_{sm} H_{mm}^2}{r D_m^2}} \quad (\text{F/km}) \\ C_m = \frac{\ln(H_{mm}/D_m) \times 10^{-6}}{18 \ln \frac{D_m H_{sm}}{r H_{mm}} \ln \frac{H_{sm} H_{mm}^2}{r D_m^2}} \quad (\text{F/km}) \end{array} \right.$$

-第2.5节- 电力线路的电容



- 若三相电路电压满足 $u_a + u_b + u_c = 0$, 则

$$\begin{cases} q_a = (C_0 + 2C_m)u_a - C_m(u_b + u_c) \\ \quad = (C_0 + 3C_m)u_a = C_1u_a \\ q_b = C_1u_b \\ q_c = C_1u_c \end{cases}$$

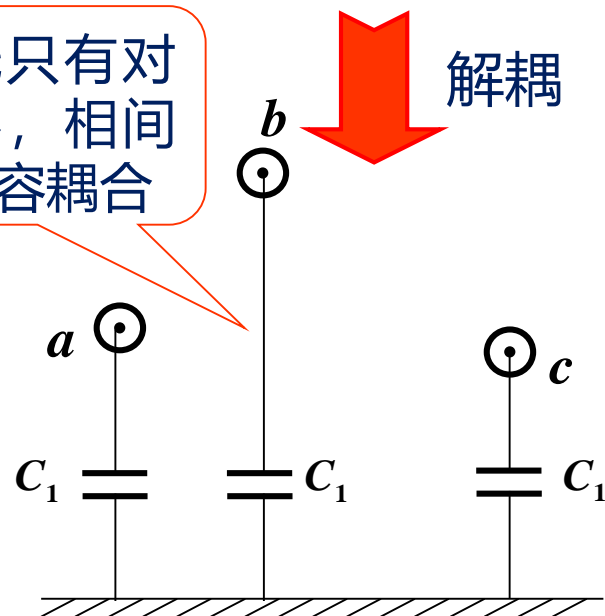


各导线只有对地电容，相间没有电容耦合

解耦

- 单位长度正序电容 C_1

$$C_1 = C_0 + 3C_m = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{D_m H_{sm}}{r H_{mm}}} \quad (\text{F/km})$$



-第2.5节- 电力线路的电容

- 对于各种电压等级的架空线路 $H_{sm} \approx H_{mm}$

$$C_1 = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{D_m}{r}} = \frac{0.0241}{\lg \frac{D_m}{r}} \times 10^{-6} \quad (\text{F/km})$$

- 频率为50Hz时的正序电纳

$$b_1 = 2\pi f C_1 = \frac{17.45}{\ln \frac{D_m}{r}} \times 10^{-6} = \frac{7.58}{\lg \frac{D_m}{r}} \times 10^{-6} \quad (\text{S/km})$$

- 架空线路的电纳 b_1 一般在 $2.85 \times 10^{-6} \text{S/km}$ 左右。

-第2.5节- 电力线路的电容



- 采用分裂导线时

$$b_1 = 2\pi fC_1 = \frac{17.45}{\ln \frac{D_m}{r_{eq}}} \times 10^{-6} \quad (\text{S/km})$$

等值半径



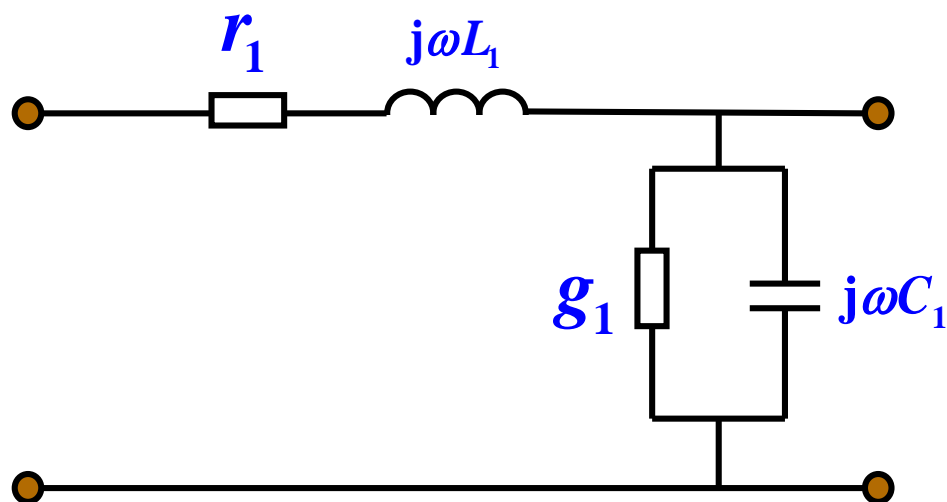
- 分裂数为 n
 $n=2$, $b_1 \approx 3.4 \times 10^{-6}$
 $n=3$, $b_1 \approx 3.8 \times 10^{-6}$
 $n=4$, $b_1 \approx 4.1 \times 10^{-6}$

$$r_{eq} = \sqrt[n]{r(d_{12}d_{13} \cdots d_{1n})} = \sqrt[n]{rd_m^{n-1}}$$

-第2.1~2.5节- 小结



- 三相电力线路的单位长度**电阻**、**电抗**、**电纳**、**电导**分别为：



-第2.1~2.5节- 小结



- 单位长度电阻
- 单位长度正序电抗
- 并联电导
- 单位长度正序电纳

$$\left\{ \begin{array}{ll} r_1 = \frac{\rho}{S} \text{ 或查手册} & (\Omega / \text{km}) \\ x_1 = 0.06283 \ln \frac{D_m}{r} + 0.0157 & (\Omega / \text{km}) \\ g_1 = \frac{\Delta P_0}{U^2} \times 10^{-3} & (\text{S} / \text{km}) \\ b_1 = 2\pi f C_1 = \frac{17.45}{\ln \frac{D_m}{r}} \times 10^{-6} & (\text{S} / \text{km}) \end{array} \right.$$

分裂导线
用 $\frac{0.0157}{n}$ 代替

110kV及以上架空
线路为此式, 否则
 $g_1 \approx 0$

分裂导线用
 r_{eq} 代替

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}$$

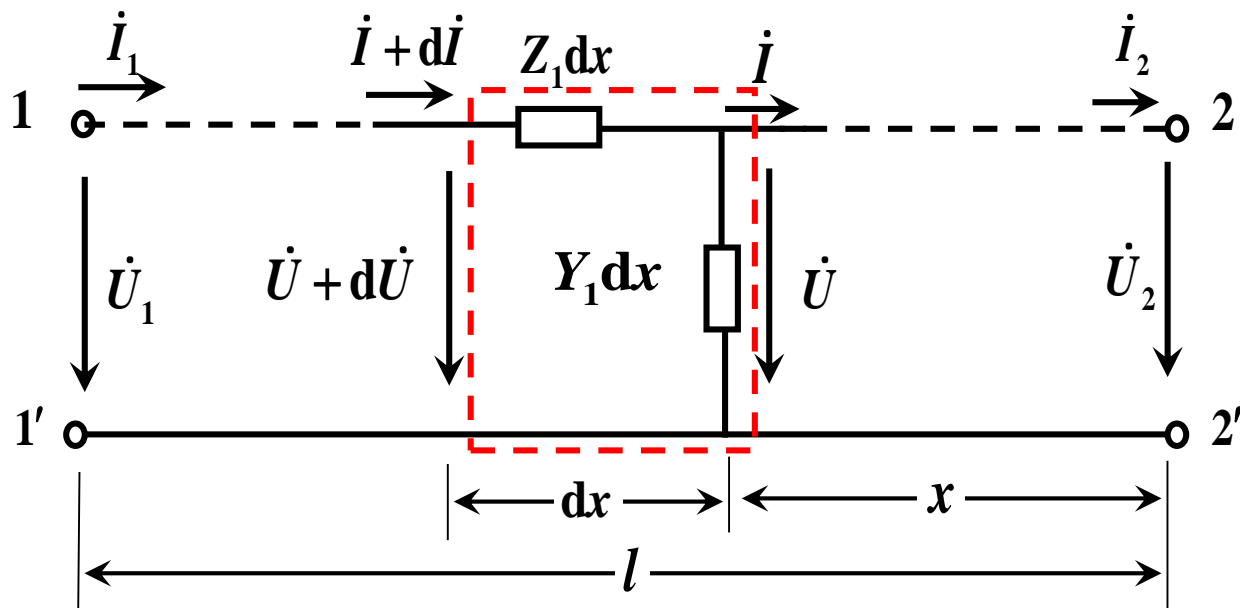
- 三相导线之间的几何均距;
- 分裂导线时, 用 r_{eq} 代替 r 即可。

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



➤ 单相方程及其等值电路

- 单位长度的线路**阻抗**和对地**导纳**分别为
$$\begin{cases} Z_1 = r_1 + \mathrm{j}x_1 \\ Y_1 = g_1 + \mathrm{j}b_1 \end{cases}$$
- 分布参数等值电路**



- 其中
$$\begin{cases} dI = \dot{U} Y_1 dx \\ d\dot{U} = (I + dI) Z_1 dx \end{cases} \quad \frac{dI}{dx} = \dot{U} Y_1 \quad \frac{d\dot{U}}{dx} = I Z_1 \quad (\text{略去二阶无限小量})$$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路

- 分别求得稳态的分布参数线路的微分方程

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = Z_1 \frac{d\dot{I}}{dx} = Z_1 Y_1 \dot{U} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = Y_1 \frac{d\dot{U}}{dx} = Z_1 Y_1 \dot{I} \end{cases}$$
- 分布参数线路微分方程在已知末端电压 \dot{U}_2 和电流 \dot{I}_2 时的解

$$\begin{cases} \dot{U}_x = \dot{U}_2 \cosh \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \sinh \gamma x \\ \dot{I}_x = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma x + \dot{I}_2 \cosh \gamma x \end{cases}$$

- 式中 $Z_c = \sqrt{Z_1/Y_1}$ 为线路特征阻抗或波阻抗;
 $\gamma = \sqrt{Z_1 Y_1} = \beta + j\alpha$ 为线路传播系数。

衰减系数

相位系数

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



$$\begin{cases} \beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(r_1 g_1 - x_1 b_1) + \sqrt{(r_1^2 + x_1^2)(g_1^2 + b_1^2)} \right]} \\ \alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(x_1 b_1 - r_1 g_1) + \sqrt{(r_1^2 + x_1^2)(g_1^2 + b_1^2)} \right]} \end{cases}$$

- 高压架空输电线 $r_1 \ll x_1 = \omega L_1$, $g_1 \approx 0$

$$Z_c = \sqrt{\frac{r_1 + j\omega L_1}{g_1 + j\omega C_1}} \approx \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} - j \frac{r_1}{2\omega \sqrt{L_1 C_1}}$$

接近于纯电阻，
略呈电容性。

- 对于无损耗线路 ($g_1 = 0, r_1 = 0$)，则：

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{L_1 / C_1}$$

实数，阻抗

$$\gamma = \sqrt{Z_1 Y_1} = \sqrt{j\omega L_1 j\omega C_1} = j\alpha = j\omega \sqrt{L_1 C_1}$$

纯虚数

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路

- 忽略线路内部磁场, 则

$$L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{r} \text{ (H/m)}, \quad C_1 = \frac{10^{-9}}{18 \ln \frac{D_m}{r}} \text{ (F/m)}$$

- 可得 $Z_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = 60 \ln \frac{D_m}{r} = 138.2 \lg \frac{D_m}{r} \text{ (}\Omega\text{)}$

$$\alpha = \omega \sqrt{L_1 C_1} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

空气中接
近光速

- 波长 $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6000 \text{ (km)}$ $\alpha = 6^\circ / 100 \text{ km} \approx 10^{-3} \text{ (1/km)}$

- 波阻抗典型值

单架空导线: $385 \sim 415 \Omega$, 两分裂: $285 \sim 305 \Omega$

三分裂: $275 \sim 285 \Omega$, 四分裂: $255 \sim 265 \Omega$

电缆线路: C_1 较大, L_1 较小, 仅为 $30 \sim 50 \Omega$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



- 无损耗线路末端接纯有功功率负荷，阻抗为 Z_c ，其功率 $P = P_e = U_2^2 / Z_c$ ，称为自然功率。

$$\tilde{S}_e = P_e = \dot{U}_2 (\dot{U}_2 / Z_c)^* = U_2^2 / Z_c = U_2^2 / \sqrt{L_1 / C_1}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_c$$

220kV单导线波阻抗为400Ω，自然功率 $P_e=127\text{MW}$ 。

500kV四分裂波阻抗为260Ω，自然功率 $P_e=962\text{MW}$ 。

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



- 无损耗线路末端接波阻抗 $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_c$ ，则有

$$\begin{aligned}\dot{U}_x &= \dot{U}_2 \cosh \gamma x + \dot{I}_2 Z_c \sinh \gamma x \\ &= \dot{U}_2 (\cosh \gamma x + \sinh \gamma x) = \dot{U}_2 e^{\gamma x} = \dot{U}_2 e^{j\alpha x}\end{aligned}$$

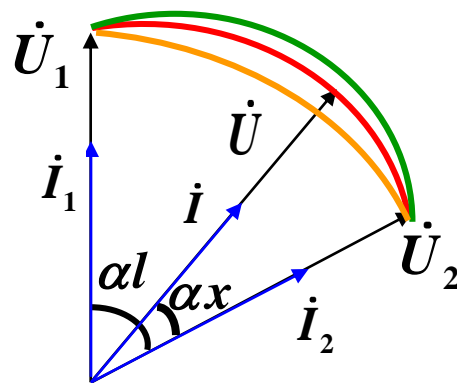
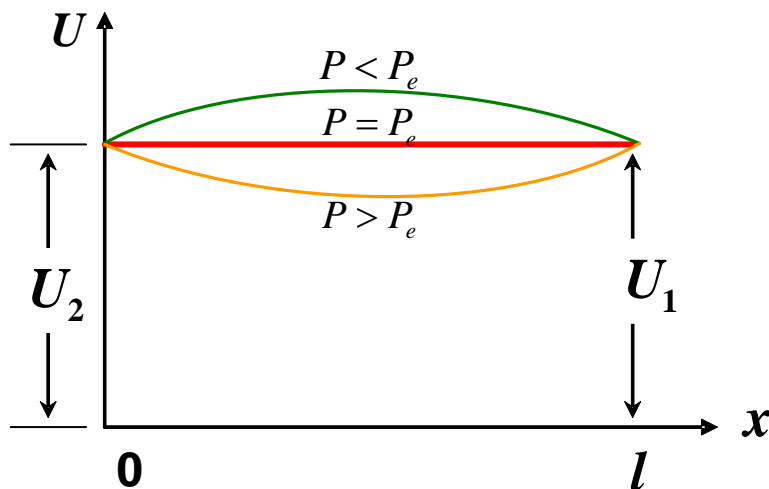
$$\begin{aligned}\dot{I}_x &= \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma x + \dot{I}_2 \cosh \gamma x \\ &= \dot{I}_2 \sinh \gamma x + \dot{I}_2 \cosh \gamma x = \dot{I}_2 e^{\gamma x} = \dot{I}_2 e^{j\alpha x}\end{aligned}$$

$$\dot{U} / \dot{I} = \dot{U}_2 / \dot{I}_2 = Z_c = \sqrt{L_1 / C_1}$$

- **结论：**全线路电压有效值相等，电流有效值相等；任一点电压和电流同相，线路各点的无功功率为零。

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路

- 若无损线路两端有电压源保持电压不变，则
当 $P > P_e$ 时，线路中间电压降低，从两端吸收无功。
当 $P < P_e$ 时，线路中间电压升高，向两端传输无功。



- L_1 中的感性无功与电流（传输功率）有关。
- C_1 中的容性无功仅与电压有关，与传输功率无关。

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



- 集中参数等值电路

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cosh \gamma l + \dot{I}_2 Z_c \sinh \gamma l$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma l + \dot{I}_2 \cosh \gamma l$$

- 即：分布参数模型的解写成双口网络方程形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ Z_c^{-1} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

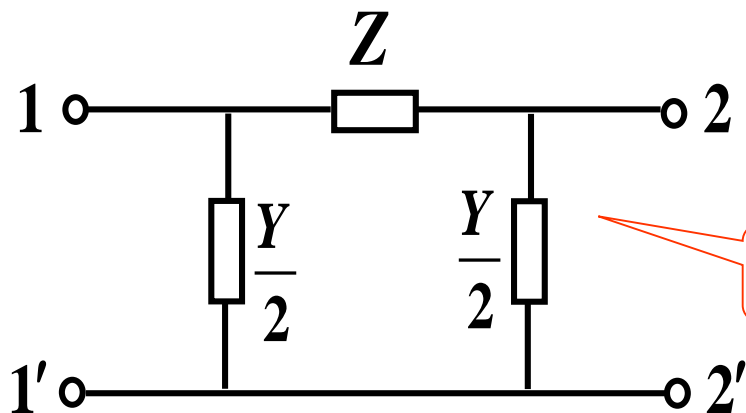
式中 $A = D = \cosh \gamma l$, $B = Z_c \sinh \gamma l$, $C = Z_c^{-1} \sinh \gamma l$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



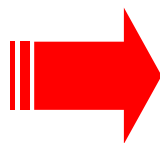
- 集中参数模型采用Π型等值电路，其传输矩阵为

- Π型等值电路



互易且对称，只有两个独立参数

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{4}) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix}$$



$$Z = B = Z_c \sinh \gamma l$$

$$\frac{Y}{2} = \frac{A-1}{B} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z_c \sinh \gamma l} = \frac{1}{Z_c} \tanh \frac{\gamma l}{2}$$

双曲函数半角公式 $\tanh \frac{x}{2} = \frac{\cosh x - 1}{\sinh x}$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



- 因为 $Z_c = \sqrt{Z_1/Y_1} = \sqrt{Z_1^2/(Z_1Y_1)} = Z_1/\sqrt{Z_1Y_1} = Z_1/\gamma$
 $= \sqrt{(Z_1Y_1)/Y_1^2} = \sqrt{Z_1Y_1}/Y_1 = \gamma/Y_1$
- 所以 $Z = Z_c \sinh \gamma l = \frac{Z_1 l}{\gamma l} \sinh \gamma l = \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l} Z_1 l = K_z (Z_1 l)$
- $\frac{Y}{2} = \frac{(\cosh \gamma l - 1)}{Z_c \sinh \gamma l} = \frac{(\cosh \gamma l - 1)Y_1 l}{\gamma l \sinh \gamma l} = \frac{2(\cosh \gamma l - 1)}{\gamma l \sinh \gamma l} \frac{Y_1 l}{2} = K_y \left(\frac{Y_1 l}{2} \right)$
- K_z, K_y 为修正系数, 或金耐黎系数。

$$K_z = \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l} \quad K_y = \frac{2(\cosh \gamma l - 1)}{\gamma l \sinh \gamma l} = \frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2}$$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



$$\left\{ \begin{array}{l} \sinh \gamma l = \gamma l + \frac{(\gamma l)^3}{3!} + \frac{(\gamma l)^5}{5!} + \frac{(\gamma l)^7}{7!} + \dots \\ \tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{\gamma l}{2} - \frac{1}{3} \left(\frac{\gamma l}{2} \right)^3 + \frac{2}{15} \left(\frac{\gamma l}{2} \right)^5 - \frac{17}{315} \left(\frac{\gamma l}{2} \right)^7 + \dots \end{array} \right.$$

Taylor级数

- 架空线路 $\gamma \approx j10^{-3} (1/\text{km})$
- 架空线路 $l < 1000\text{km}$ • 电缆线路 $l < 300\text{km}$, $|\gamma l| < 1$ 。
- 上面的级数收敛很快, 取级数的前两项, 则修正系数近似为

$$K_z \approx 1 + \frac{(\gamma l)^2}{6} = 1 + \frac{Z_1 Y_1}{6} l^2, \quad K_Y \approx 1 - \frac{(\gamma l)^2}{12} = 1 - \frac{Z_1 Y_1}{12} l^2$$

两者均为复数

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



• 令

$$Z = \mathbf{K}_z (r_1 l + \mathrm{j} x_1 l) = \mathbf{k}_r r_1 l + \mathrm{j} \mathbf{k}_x x_1 l$$

$$\frac{Y}{2} = \mathbf{K}_y \left(\frac{g_1 l}{2} + \mathrm{j} \frac{b_1 l}{2} \right) = \mathbf{k}_g \frac{g_1 l}{2} + \mathrm{j} \mathbf{k}_b \frac{b_1 l}{2}$$

均为实数

• 求出

$$k_r = 1 - \frac{l^2}{3} x_1 b_1 - \frac{l^2}{6} g_1 \left(\frac{x_1^2}{r_1} - r_1 \right), \quad k_x = 1 - \frac{l^2}{6} b_1 \left(x_1 - \frac{r_1^2}{x_1} \right) + \frac{l^2}{3} r_1 g_1$$

$$k_g = 1 + \frac{l^2}{6} x_1 b_1 + \frac{l^2}{12} r_1 \left(\frac{b_1^2}{g_1} - g_1 \right), \quad k_b = 1 + \frac{l^2}{12} x_1 b_1 + \frac{l^2}{12} g_1 \left(2r_1 + g_1 \frac{x_1}{b_1} \right)$$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



- 一般情况下可认为 $g_1=0$ ，故 k_g 不必计算，其它系数也可以简化为前两项，即：

$$k_r = 1 - \frac{l^2}{3} x_1 b_1$$

$$k_x = 1 - \frac{l^2}{6} b_1 \left(x_1 - \frac{r_1^2}{x_1} \right)$$

$$k_g$$

$$k_b = 1 + \frac{l^2}{12} x_1 b_1$$

-第2.6节- 电力线路稳态方程和等值电路



➤ 总结：四个模型

- ① 架空线路 $l > 1000\text{km}$, 电缆线路 $l > 300\text{km}$

$$K_z = \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l}, \quad K_Y = \frac{2(\cosh \gamma l - 1)}{\gamma l \sinh \gamma l} = \frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2}$$

- ② 架空线路 $300\text{km} < l \leq 1000\text{km}$, 电缆线路 $100\text{km} < l \leq 300\text{km}$

$$k_r = 1 - \frac{l^2}{3} x_1 b_1, \quad k_x = 1 - \frac{l^2}{6} b_1 \left(x_1 - \frac{r_1^2}{x_1} \right), \quad k_g = 0, \quad k_b = 1 + \frac{l^2}{12} x_1 b_1$$

- ③ 架空线路 $100\text{km} < l \leq 300\text{km}$, 电缆线路 $l \leq 100\text{km}$

$$k_r = 1 \quad k_x = 1 \quad k_g = 0 \quad k_b = 1$$

- ④ 架空线路 $l \leq 100\text{km}$, 短电缆线路, 35kV及以下线路

$$k_r = 1 \quad k_x = 1 \quad k_g = 0 \quad k_b = 0$$

不计导纳的作用, 仅用一个串联阻抗表示



End
谢谢

