第3題 物品堆疊(Stacking)

問題描述

某個自動化系統中有一個存取物品的子系統,該系統是將 N 個物品堆在一個垂直的 貨架上,每個物品各佔一層。系統運作的方式如下:每次只會取用一個物品,取用時必 須 先將在其上方的物品貨架升高,取用後必須將該物品放回,然後將剛才升起的貨架降 回原 始位置,之後才會進行下一個物品的取用。

每一次升高某些物品所需要消耗的能量是以這些物品的總重來計算,在此我們忽略 貨架的重量以及其他可能的消耗。現在有N個物品,第i個物品的重量是w(i)而需要取用 的次數為 f(i),我們需要決定如何擺放這些物品的順序來讓消耗的能量越小越好。舉例來 說,有兩個物品 $w(1)=1 \cdot w(2)=2 \cdot f(1)=3 \cdot f(2)=4$,也就是說物品 1 的重量是 1 需取用 3 次,物品2的重量是2需取用4次。我們有兩個可能的擺放順序(由上而下):

- (1,2),也就是物品1放在上方,2在下方。那麼,取用1的時候不需要能量,而 每次取用 2 的能量消耗是 w(1)=1,因為 2 需取用 f(2)=4 次,所以消耗能量數為 w(1)*f(2)=4 •
- (2,1),也就是物品2放在1的上方。那麼,取用2的時候不需要能量,而每次取 用 1 的能量消耗是w(2)=2,因為1 需取用f(1)=3 次,所以消耗能量數=w(2)*f(1)=6。

在所有可能的兩種擺放順序中,最少的能量是4,所以答案是4。再舉一例,若有三 物品而 $w(1)=3 \cdot w(2)=4 \cdot w(3)=5 \cdot f(1)=1 \cdot f(2)=2 \cdot f(3)=3 \circ$ 假設由上而下以(3,2,1)的順序, 此時能量計算方式如下:取用物品 3 不需要能量,取用物品 2 消耗 w(3)*f(2)=10,取用物 品 1 消耗(w(3)+w(2))*f(1)=9,總計能量為 19。如果以(1,2,3)的順序,則消耗能量為 3*2+(3+4)*3=27。事實上,我們一共有 3!=6 種可能的擺放順序,其中順序(3,2,1)可以得到 最小消耗能量19。

輸入格式

輸入的第一行是物品件數 N,第二行有 N 個正整數,依序是各物品的重量 w(1)、 w(2)、...、w(N),重量皆不超過 1000 且以一個空白間隔。第三行有 N 個正整數,依序是 各物品的取用次數 $f(1) \times f(2) \times \dots \times f(N)$, 次數皆為 1000 以內的正整數,以一個空白間隔。

輸出格式

輸出最小能量消耗值,以換行結尾。所求答案不會超過 63 個位元所能表示的正整數。

範例一(第1、3子題):輸入

20 10 1 1

10

範例二(第2、4子題):輸入

3 4 5 1 2 3

範例一:正確輸出

範例二:正確輸出

19

評分說明:輸入包含若干筆測試資料,每一筆測試資料的執行時間限制(time limit)均為1 秒,依正確捅禍測資筆數給分。其中:

第 1 子題組 10 分,N = 2,且取用次數 f(1)=f(2)=1。

第 2 子題組 20 分,N = 3。

第 3 子題組 45 分,N≤1,000,且每一個物品 i 的取用次數 f(i)=1。

第 4 子顯組 25 分,N≤100,000。