

```
> # Задание 1
# Упростить алгебраическое выражение
> simplify( (x^5 + 5 x^4 - 16 x - 80) / (x^3 + 2 x^2 + 4 x + 8) ); # Упрощаем первую часть
```

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x + 4} \quad (1)$$

```
> simplify( (3 x^4 + 10 x^3 - 16 x - 80) / (x^2 + 2 x + 4) ); # Упрощаем вторую часть
```

$$\frac{3x^4 + 10x^3 - 16x - 80}{x^2 + 2x + 4} \quad (2)$$

```
> simplify( (%%) / (%%) ) # Упрощаем при деление первой части на вторую
```

$$\frac{(x^2 + 3x - 10)(x^2 + 2x + 4)}{3x^4 + 10x^3 - 16x - 80} \quad (3)$$

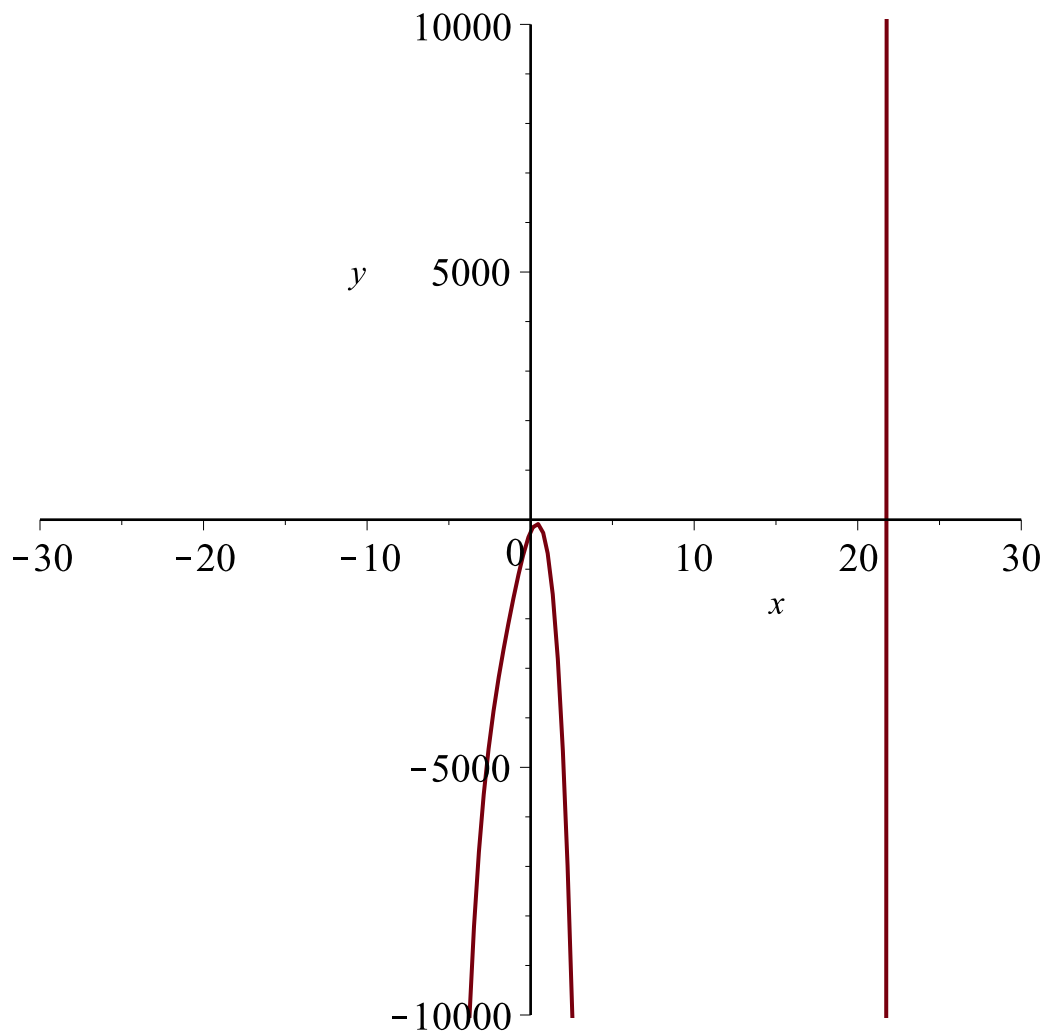
```
>
>
> # Задание 2.
# Привести к многочлену
> expand( (4 x - 3) * (3 x^2 + 2) * (2 x + 1) ) # Раскрывает скобки выражения
```

$$24x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 4x - 6 \quad (4)$$

```
>
> #Задание 3
# Разложение на множители
> factor( 16 x^4 + 76 x^3 + 68 x^2 - 76 x - 84 ) # Разложение многочлена на множители
```

$$4(x - 1)(4x + 7)(x + 3)(x + 1) \quad (5)$$

```
>
> # Задание 4
# Построить График и Найти корни
> plot( 3 x^5 - 50 x^4 - 299 x^3 - 760 x^2 + 748 x - 240, x=-30..30, y = -10000..10000 )
# Строит график функции на графике на промежутках x ∈ [-30; 30] и y ∈ [-10000.10000]
```



>

> `fsolve(3 x^5 - 50 x^4 - 299 x^3 - 760 x^2 + 748 x - 240 , x = 20 ..30)`
 # Поиск решения на промежутке от $x \in [20; 30]$. Точки выбраны, смотря на график выше.

21.75850315

(6)

> # Задание 5

Разложить на простые дроби

`convert` $\left(\frac{3x^4 + 2x^3 + 4x - 3}{(x^2 + 2) \cdot (x - 3)^2 \cdot (x^2 - 1)}, \text{parfrac}\right)$

`convert(f, parfrac)` раскладывает функцию на простейшие

$$\frac{153}{44(x-3)^2} + \frac{1}{16(x+1)} - \frac{317}{1936(x-3)} + \frac{1}{4(x-1)} + \frac{1}{121} \frac{-18x-21}{x^2+2}$$

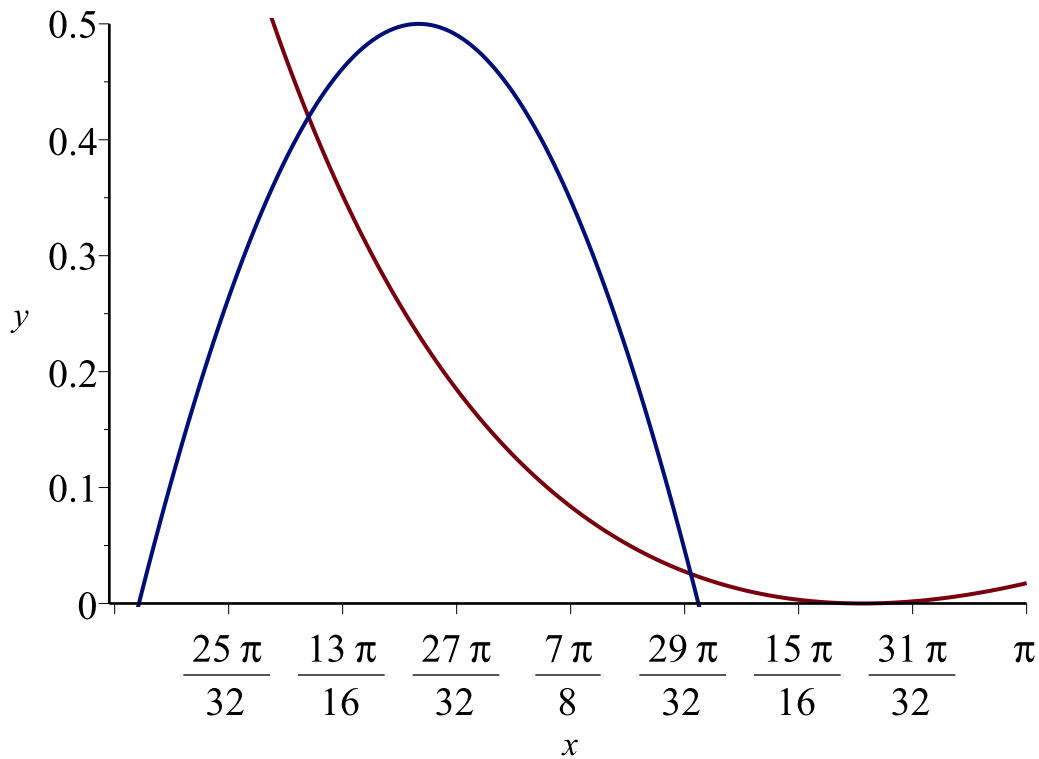
(7)

> # Задание 6

Решите графически уравнение и найдите его приближенные корни с точностью до $5 \cdot 10^5$.

> `plot` $\left(\left[\ln^2(x-2), 2 \sin(3x) - 1.5\right], x = \frac{3 \cdot \text{Pi}}{4} .. \text{Pi}, y = 0 .. 0.5, \text{scaling} = \text{constrained}\right)$

Построение графика функций левой и правой части уравнения



```
> Digits := 6 : fsolve( ln^2(x - 2) = 2 sin(3 x) - 1.5, x =  $\frac{25 \cdot \text{Pi}}{32}$  ..  $\frac{27 \cdot \text{Pi}}{32}$  )
```

Решение уравнения на промежутке $x = \frac{25 \cdot \text{Pi}}{32}$.. $\frac{27 \cdot \text{Pi}}{32}$,
 точки выбраны исходя из точек пересечения на графике выше
 2.52319

(8)

```
> Digits := 6 : fsolve( ln^2(x - 2) = 2 sin(3 x) - 1.5, x =  $\frac{29 \cdot \text{Pi}}{32}$  ..  $\frac{31 \cdot \text{Pi}}{32}$  )
```

Решение уравнения на промежутке $x = \frac{29 \cdot \text{Pi}}{32}$.. $\frac{31 \cdot \text{Pi}}{32}$,
 точки выбраны исходя из точек пересечения на графике выше
 2.85241

(9)

```
> # Задание 7
```

Доказать предел и определить a_n , начиная с которого все члены последовательности
 попадают в окрестность ε точки a

```
> s :=  $\frac{3n - 2}{2n + 1}$  :
```

```
>  $\epsilon := \frac{1}{10} :$ 
```

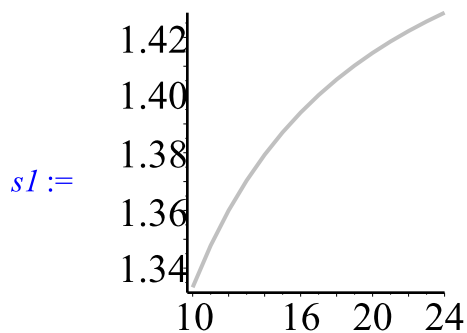
```
>  $A := \frac{3}{2} :$ 
```

```
> solve( { $\epsilon > \text{abs}(s - A)$  }, { $n$  } ) [2]
```

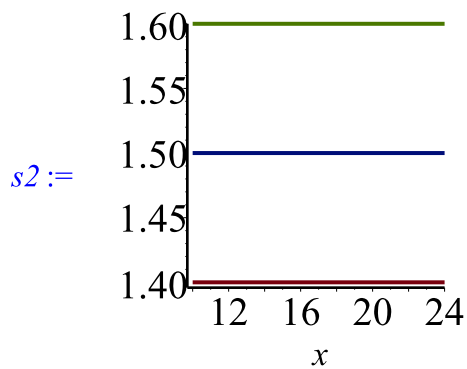
$\{17 < n\}$

(10)

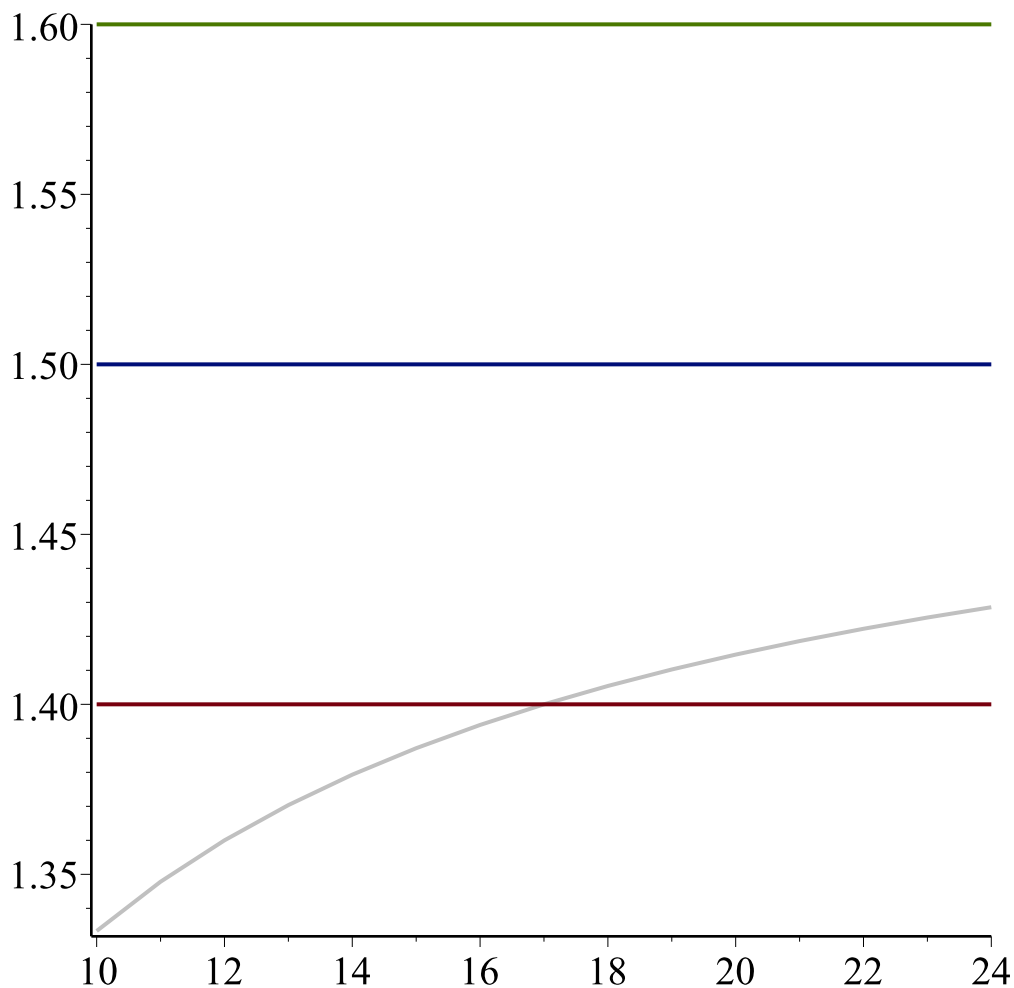
```
> s1 := plot( {seq( [n, s], n = 10 .. 24) }, color = gray) # Устанавливаем серый цвет
```



```
> s2 := plot( [A -  $\epsilon$ , A, A +  $\epsilon$ ], x = 10 .. 24)
```



```
> plots[display](s1, s2)
```



> # Задание 8

Вычислите пределы числовых последовательностей

> $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} \cdot (n+1)) - \sqrt{(n-1) \cdot (n+3)}, n = \text{infinity}$

$$\frac{1}{2}$$

(11)

> $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{\frac{n}{2}}, n = \text{infinity} \right)$

$$e^{-4}$$

(12)

>

> # Задание 9

Выполнить разные действия над кусочно заданной функцией

> $a9 := \text{piecewise}\left(x < -\text{Pi}, 4 \cdot \cos(2x), x \geq -\text{Pi}, 6 \cdot \exp\left(-\frac{4}{10} \cdot x\right)\right)$

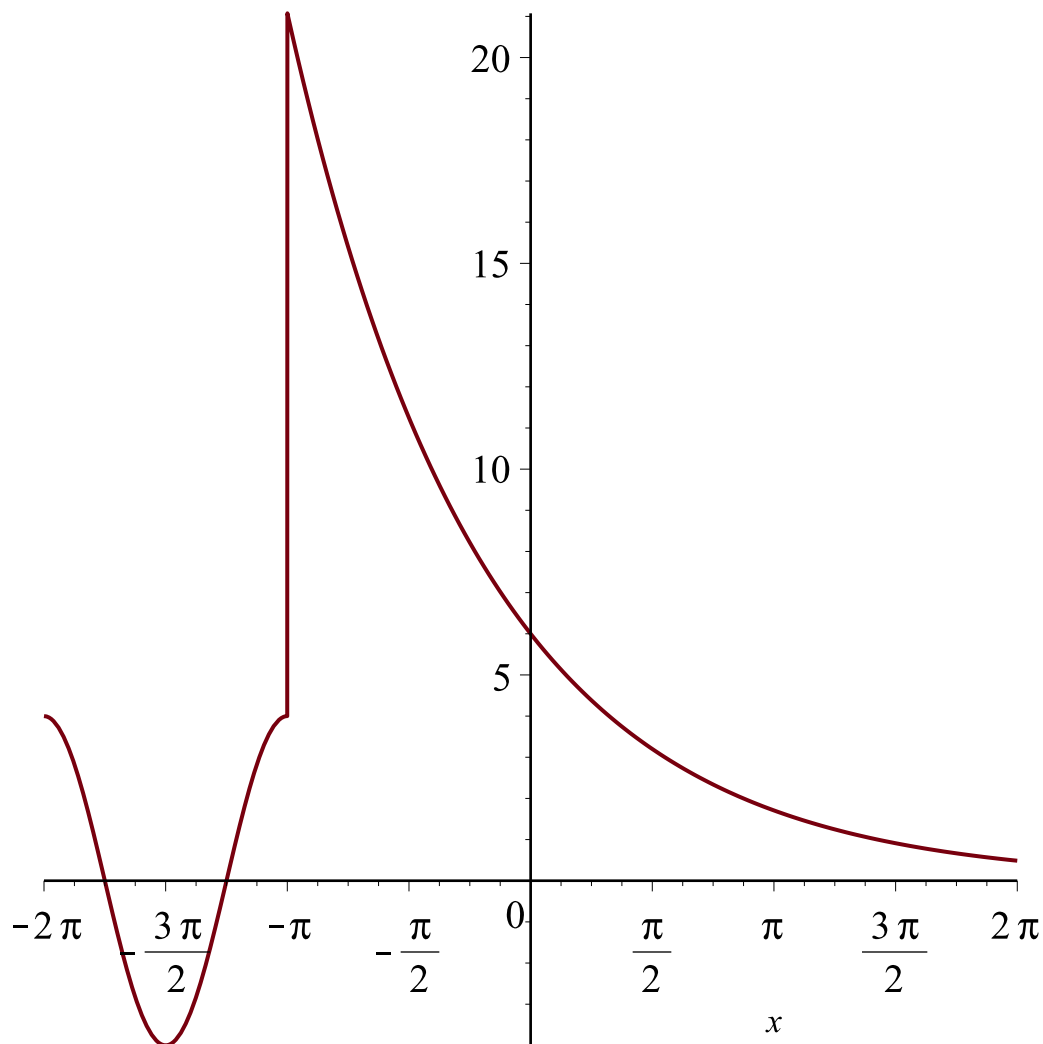
#Задания кусочно-непрерывных функции

(13)

$$a9 := \begin{cases} 4 \cos(2x) & x < -\pi \\ 6 e^{-\frac{2}{5}x} & -\pi \leq x \end{cases}$$

(13)

> plot(a9)



> limit(a9, x=-Pi, left) # Поиск пределов в точках разрыва

4

(14)

> limit(a9, x=-Pi, right)

$6 (e^{\pi})^{2/5}$

(15)

> limit(a9, x=infinity, left) # Поиск предела на бесконечности

0

(16)

> limit(a9, x=-infinity, right)

-4..4

(17)

> a9d := a9' # Производная заданной функции

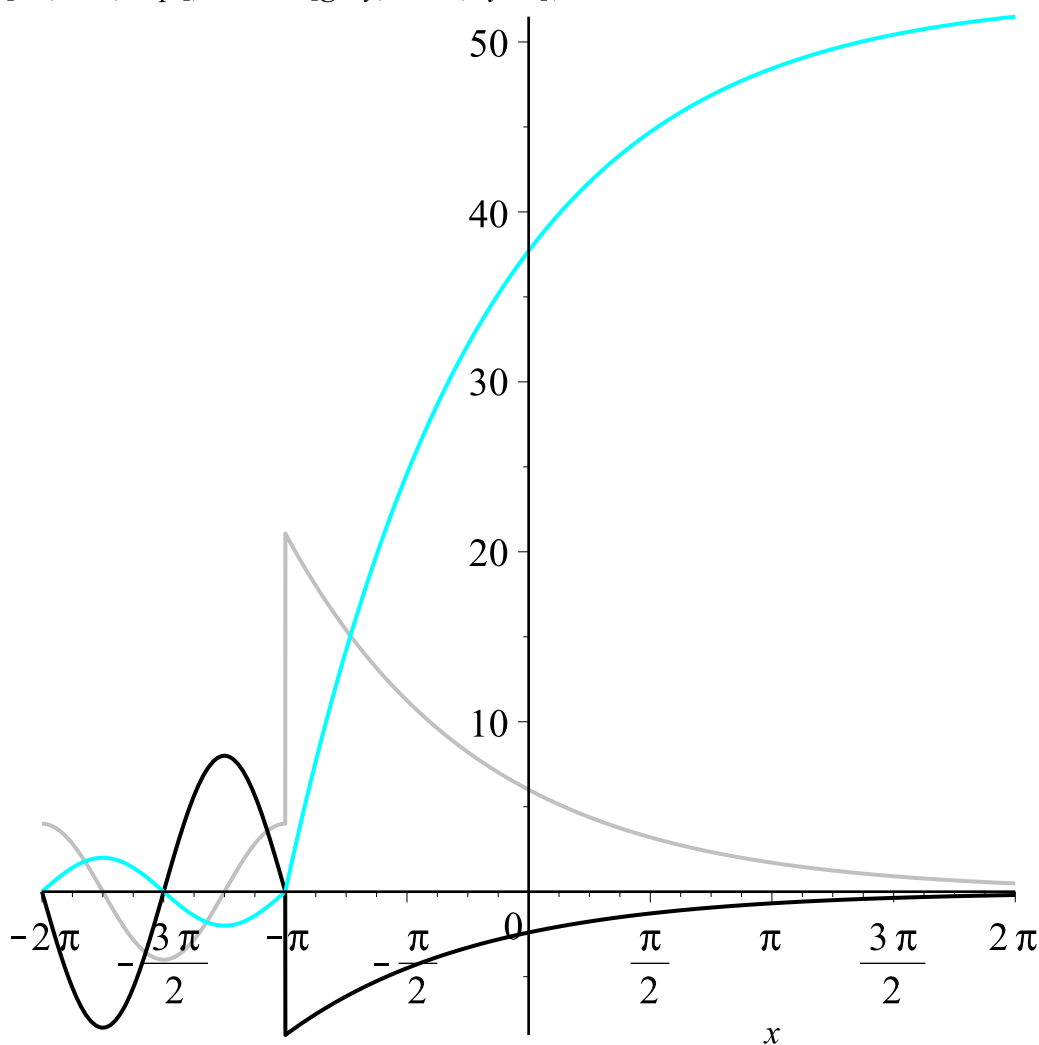
(18)

$$a9d := \begin{cases} -8 \sin(2x) & x < -\pi \\ \text{undefined} & x = -\pi \\ -\frac{12}{5} e^{-\frac{2}{5}x} & -\pi < x \end{cases} \quad (18)$$

> $a9p := \int a9d x$ # Неопределенный интеграл для функции

$$a9p := \begin{cases} 2 \sin(2x) & x \leq -\pi \\ -15 e^{-\frac{2}{5}x} + 15 (e^{\pi})^{2/5} & -\pi < x \end{cases} \quad (19)$$

> $\text{plot}([a9, a9d, a9p], \text{color}=[\text{gray}, \text{black}, \text{cyan}])$

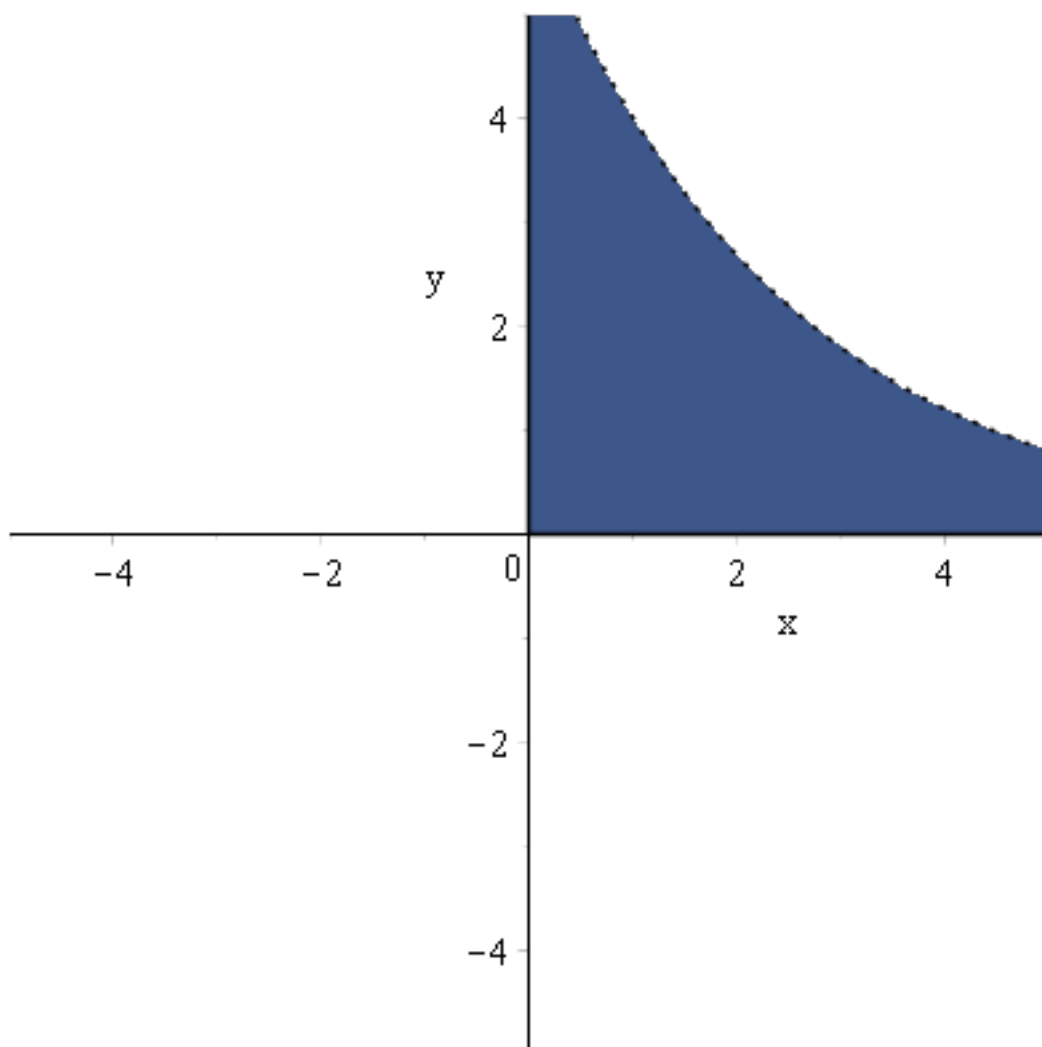


> $\text{convert}\left(\int_1^5 a9 dx, \text{double}\right)$ # Получаем значение площади и выводим в виде десятичной дроби

8.02477144198540

(20)

> $\text{plots}[\text{inequal}]\left(\left\{6 e^{-\frac{2}{5}x} > y, x \geq 0, x \leq 5, y \geq 0\right\}, x=-5..5, y=-5..5, \right)$



```
> # Задание 10
# Постройте кривые на плоскости
# Для кривой 2-го порядка найти каноническое уравнение
```

```
> restart :
```

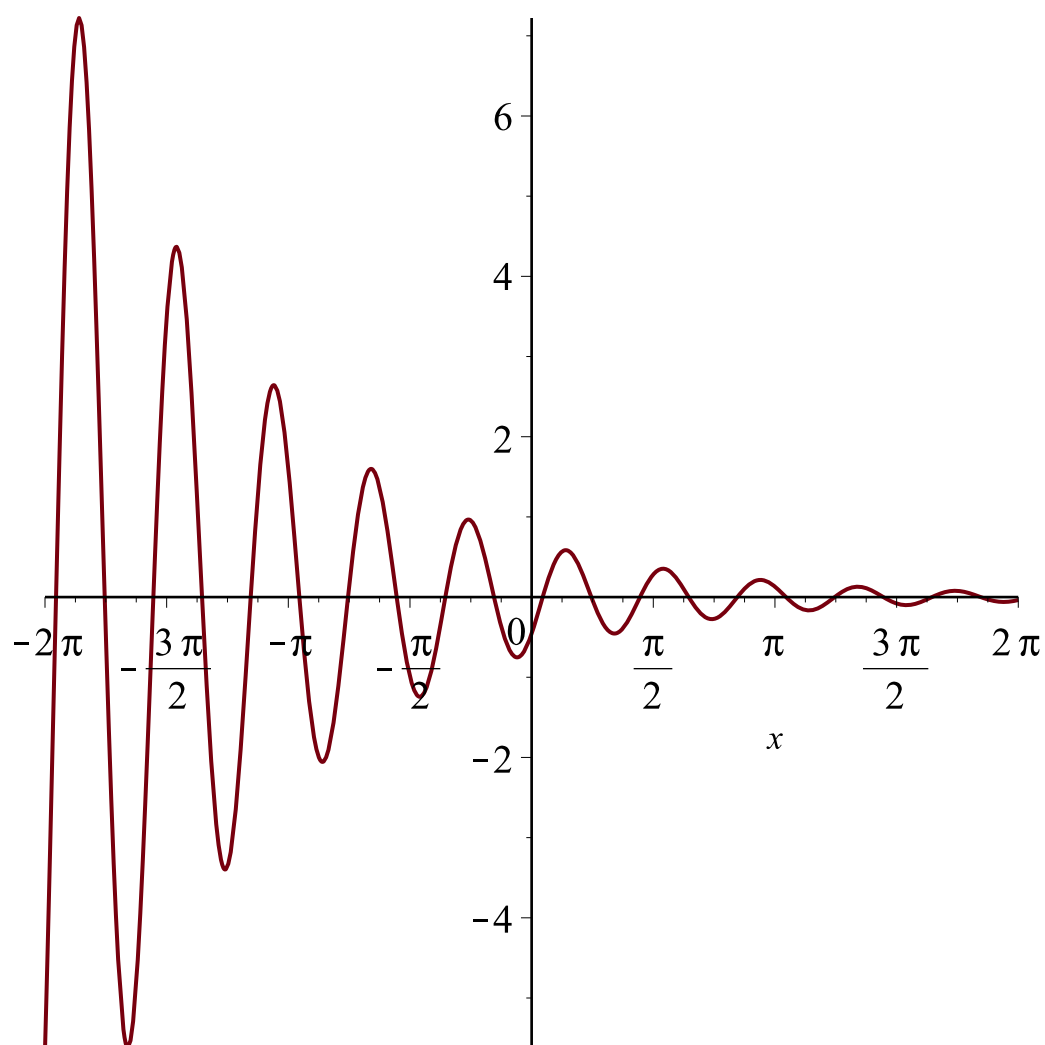
```
> with(plots) : with(LinearAlgebra) :
```

```
> y1 := 7/10 * exp(-4/10 * x) * cos(5 * x + 4)
```

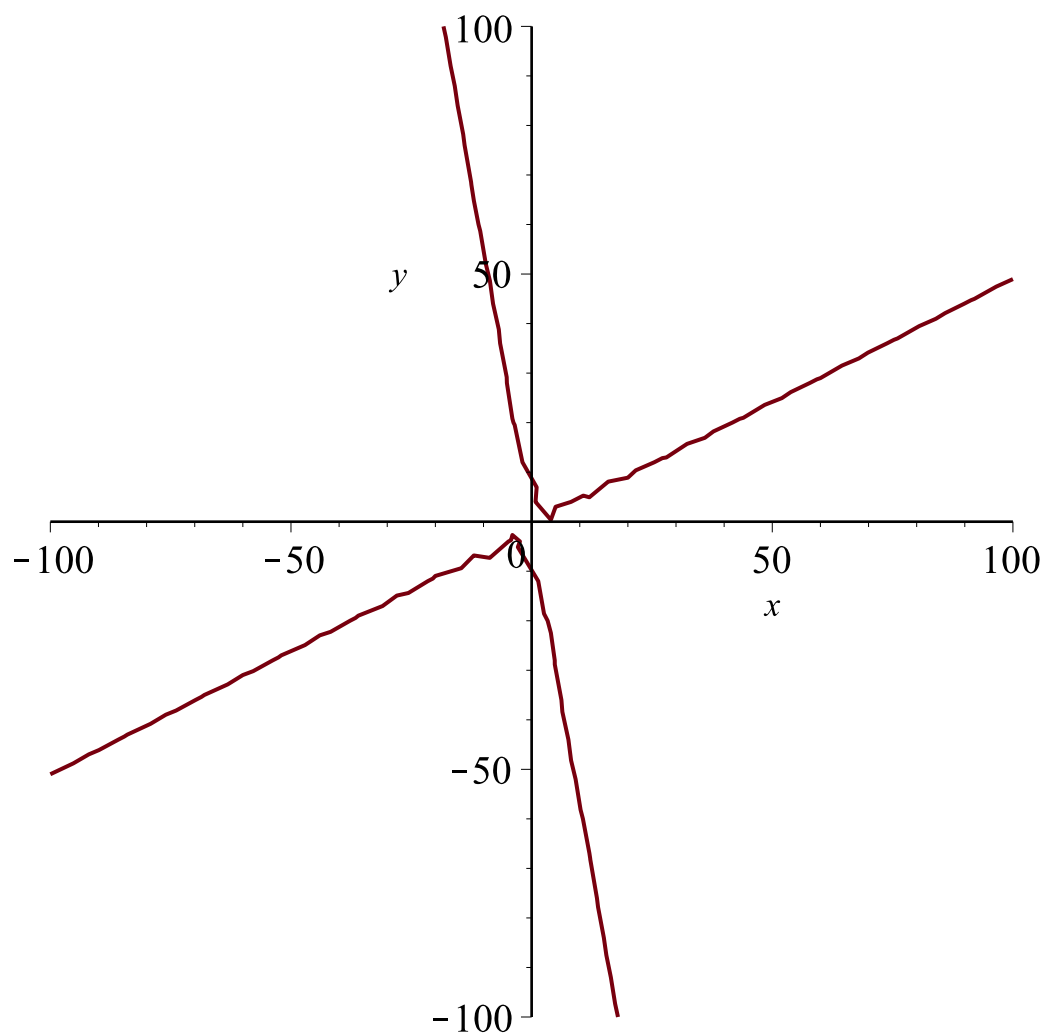
$$y1 := \frac{7}{10} e^{-\frac{2}{5}x} \cos(5x + 4)$$

```
> plot(y1)
```

(21)



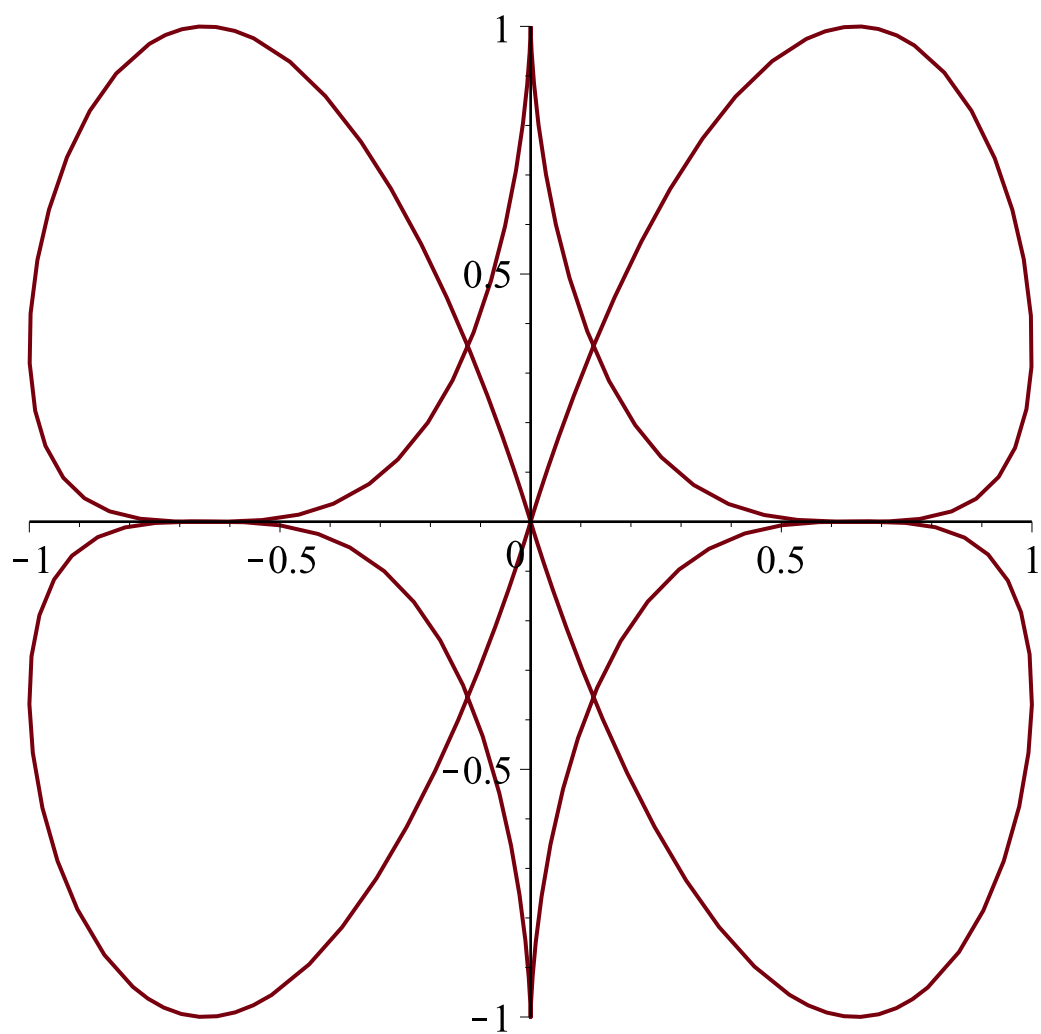
```
> y2(x, y) := 11 x^2 - 20 x·y - 4 y^2 - 20 x - 8 y + 1 :
# Кривая второго порядка, для него будем искать каноническое уравнение
> plots[implicitplot](y2(x, y) = 0, x = -100 .. 100, y = -100 .. 100)
```



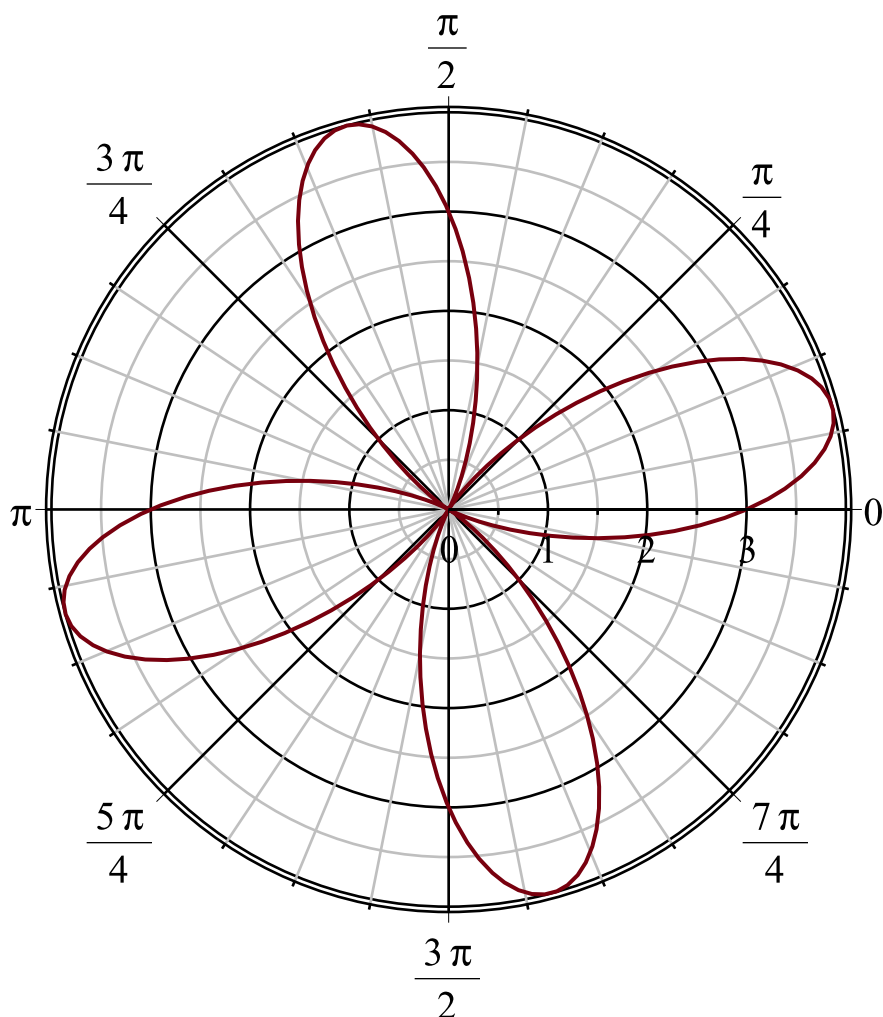
```

> x3(t) := sin(2*t)^3:
> y3(t) := cos(3*t)^3:
> plot([x3(t), y3(t), t=0..2*Pi])

```



```
> ρ(φ) := 2 + 2·cos(4·φ -  $\frac{\text{Pi}}{3}$ ) :
> plots[polarplot](ρ(φ), φ = 0 .. 2 Pi)
```



> restart : with(plots) : with(LinearAlgebra) : # Подключаем нужные библиотеки
 $y2 := 11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1$

$$y2 := 11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 \quad (22)$$

> M := Matrix([[11, -10], [-10, -4]]) : # Записываем Матрицу коэф. квадратичной формы

> v := Eigenvectors(M); # Находим собственные векторы

$$v := \begin{bmatrix} 16 \\ -9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

> e1 := Normalize(Column(v[2], [1]), Euclidean) : # Нормализуем

> e2 := Normalize(Column(v[2], [2]), Euclidean) :

> subs(x = e1[1]·x1 + e2[1]·y1, y = e1[2]·x1 + e2[2]·y1, y2) : # Подставляем значения
 $\text{expr} := \text{simplify}(\%)$ # И упрощаем полученное выражение

$$\text{expr} := 16x1^2 - 9y1^2 + \frac{32}{5}x1\sqrt{5} - \frac{36}{5}y1\sqrt{5} + 1 \quad (24)$$

> expr_p := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr) # Выделяем полный квадрат

$$\text{expr}_p := -9 \left(y1 + \frac{2}{5}\sqrt{5} \right)^2 + 16 \left(x1 + \frac{1}{5}\sqrt{5} \right)^2 + 5 \quad (25)$$

```
> expr_c := subs(x1 = x4 - 1/5*sqrt(5), y1 = y4 - 2/5*sqrt(5), expr_p)
```

#Подстановка нужных значений

$$expr_c := 16x^2 - 9y^2 + 5$$

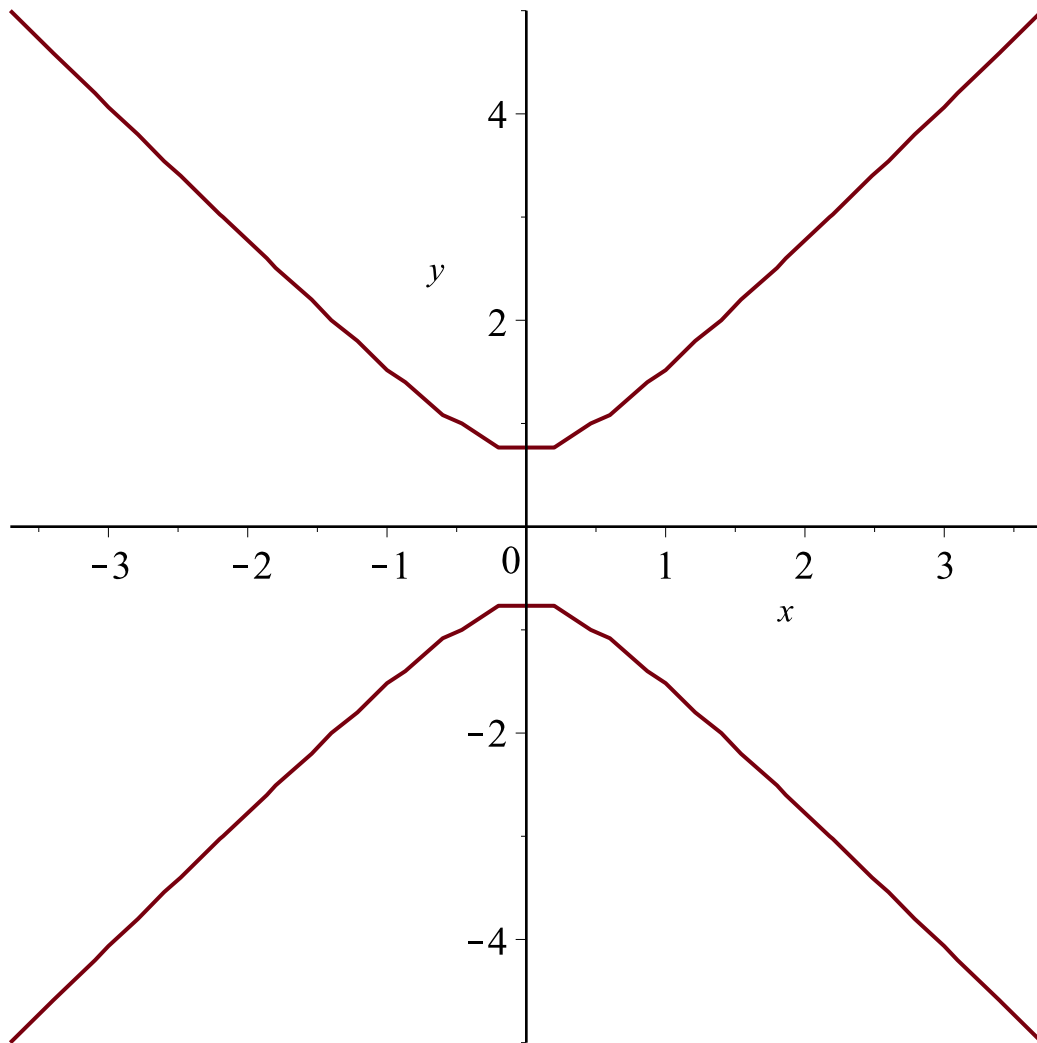
(26)

```
> expr := subs(x4 = x, y4 = y, expr_c)
```

$$expr := 16x^2 - 9y^2 + 5$$

(27)

```
> implicitplot(expr = 0, x = -5..5, y = -5..5)
```



```
>
```