IIR 数字滤波器设计

Part1 用巴特沃斯模拟滤波器设计一个 **IIR** 数字低通滤波器，滤波器的技术要求为

$\omega_p = 0.2\pi rad$ ， $a_p = 1dB$ ， $\omega_s = 0.3\pi rad$ ， $a_s = 15dB$ ，**T=1s**。

1. 脉冲响应不变法

```
T=1;
Wp=0.2*pi/T;    Rp=1;                    %指标变换
Ws=0.3*pi/T;    Rs=15;

[N,Wc]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s');          %%计算巴特沃斯滤波器阶数 N 和Ωc
Wc = Wp / ( (10^(.1*abs(Rp)) - 1)^(1/(2*N)) ) %%阻带留余量(函数通带留余量)
[z,p,k]=buttap(N);                       %%计算模拟滤波器原型
[Bp,Ap]=zp2tf(z,p,k);                    %%得到归一化函数 Ha(p)的系数
%%Bp=[0    0    0    0    0    0    1]
%%Ap=[1.0000   3.8637   7.4641   9.1416   7.4641   3.8637   1.0000]
```

%% $H_a(p) = \dfrac{1}{p^6 + 3.8637p^5 + 7.4641p^4 + 9.1416p^3 + 7.4641p^2 + 3.8637p + 1}$

```
[Bs,As]=lp2lp(Bp,Ap,Wc);          %%解归一化得模拟滤波器传递函数 Ha(s)
%%Bs =0.1209
%%As=[1.0000   2.7170   3.6909   3.1788   1.8251   0.6644   0.1209]
```

%% $H_a(s) = \dfrac{0.1209}{s^6 + 2.7170s^5 + 3.69.9s^4 + 3.1788s^3 + 1.8251s^2 + 0.6644s + 0.1209}$

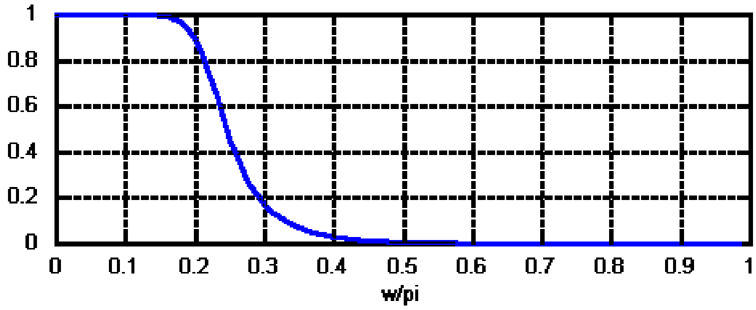
```
[Bz,Az]=impinvar(Bs,As,1/T);          %%Ha(s)－>H(z)求数字滤波器系统函数 H(z)
%%Bz =[-0.0000   0.0006   0.0101   0.0161   0.0041   0.0001]
%%Az=[1.0000   -3.3635   5.0684   -4.2759   2.1066   -0.5706   0.0661]
```

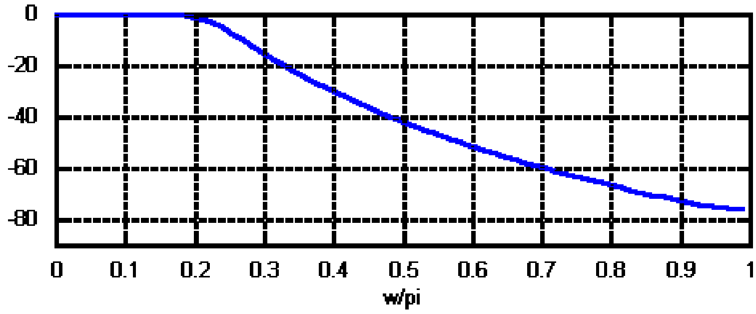
%% $H(z) = \dfrac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} \cdots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \cdots + a_N z^{-N}}$

%% $H(z) = \dfrac{0.006z^{-1} + 0.0101z^{-2} + 0.0161z^{-3} + 0.0041z^{-4} + 0.0001z^{-5}}{1 - 3.3635z^{-1} + 5.0685z^{-2} - 4.2759z^{-3} + 2.1066z^{-4} - 0.5706z^{-5} + 0.0661z^{-6}}$

%%以上系数都是 ***p,s,z*** 的降序排列

调用 freqz()函数画出数字滤波器的幅度响应和增益曲线（dB 图），参考曲线如下：





2. 双线性变换法

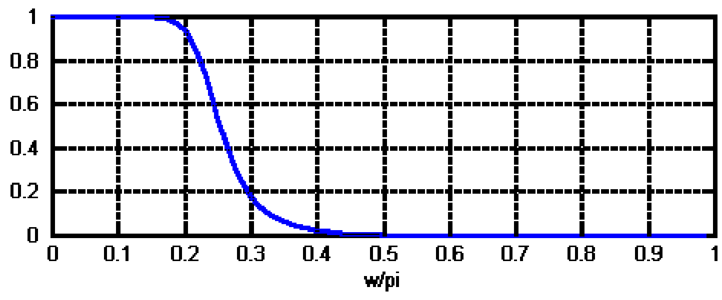
和脉冲响应不变法不同的地方如下：

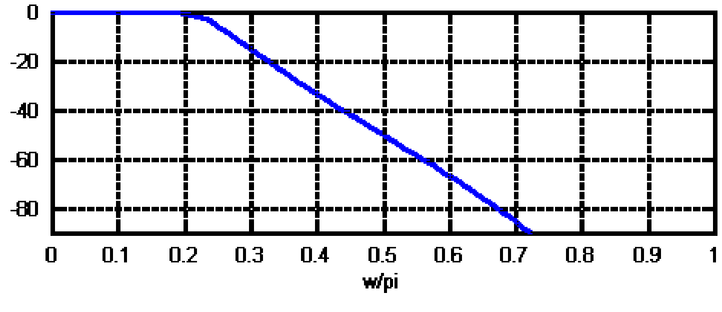
1) 指标变换公式；

2) 不存在混叠无需为阻带留有余量，要给通带留余量；

3) [Bz,Az]=bilinear(Bs,As,1/T)；

写出 $H_a(s)$和 $H(z)$的函数表达式，参考曲线如下





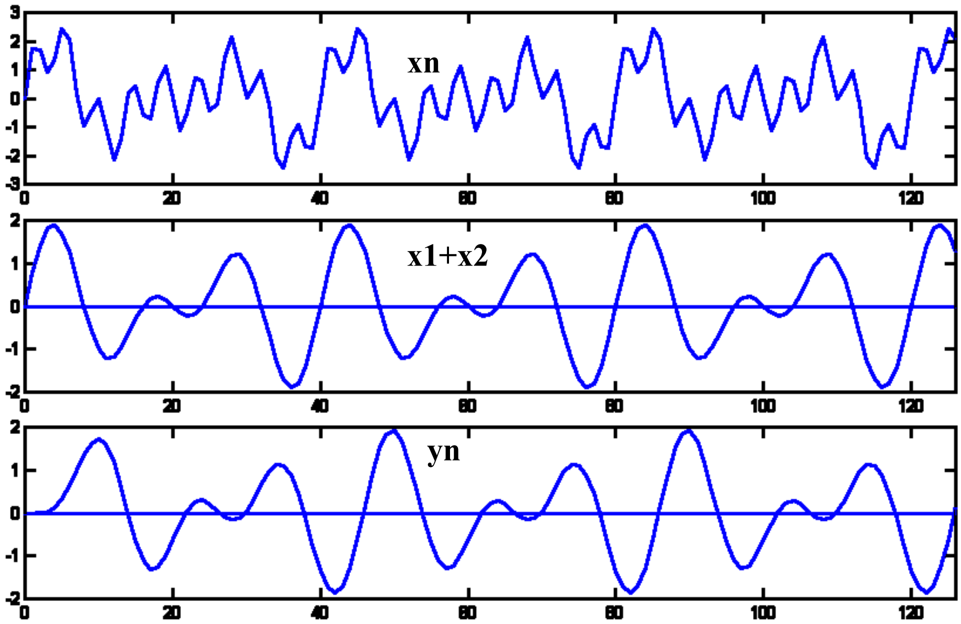
3. 根据增益曲线(**dB** 图)，给出两种方法在 **Wp** 和 **Ws** 处的实际衰减值，并比较两种设计方法的特点；

Part2 信号滤波

用上面双线性变换法设计的 IIR 滤波器对输入信号 $xn=x1+x2+x3$ 进行滤波，滤除高频干扰信号 $x3$，输出得到低频信号 $yn=x1+x2$。

```
N=128;
n=1:N;
fs=64;
x1=sin(pi*n*6.4/fs);      %% 0.1*pi
x2=sin(pi*n*9.6/fs);      %% 0.15*pi
x3=sin(pi*n*28.8/fs);     %% 0.45*pi
xn=x1+x2+x3;
yn=filter(Bz,Az,xn);
```

参考曲线如下



Part3 滤波器的实现

利用差分方程 $y(n)=\sum_{i=0}^{M} b_i x(n-i)-\sum_{i=1}^{N} a_i y(n-i)$，对上面双线性变换法设计的 **IIR** 滤波器，自己编写滤波程序（只允许包含加减乘除运算），对 **Part2** 中的信号 **xn** 滤波（设 **y(1)~y(6)**的值为零），结果应与 **filter(Bz, Az, xn)**函数结果基本一致。