
Magnetfelder von Spulen

Protokoll

Praktikant: Michael Lohmann
Felix Kurtz
E-Mail: m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Björn Klaas
Versuchsdatum: 05.09.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Magnetfelder	3
2.2	Magnetfelder von Spulen	4
2.3	Messverfahren von Magnetfeldern	5
3	Durchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Eichen des Ladungsmessgeräts	6
4.2	Vergleich der beiden Messmethoden	7
4.3	Messung mit der Hallsonde	7
4.4	Homogenität der Magnetfelder	7
4.5	Bestimmung von μ_0	7
5	Diskussion	8
	Literatur	8

1 Einleitung

Spulen sind für die Transformation von Spannungen essentiell. Jede Spule besitzt ein charakteristisches Magnetfeld mit dessen genauer Kenntnis man zum Beispiel Untersuchungen wie Magnetresonanztomographie ermöglichen kann. Dafür ist allerdings eine sehr genaue Beschreibung des Magnetfeldes der Spule notwendig. Für zwei Spulen wurde es hier durchgeführt.

2 Theorie

2.1 Magnetfelder

Magnetfelder lassen sich durch die magnetische Flussdichte \vec{B} und die Feldstärke \vec{H} beschreiben. Mit der Magnetisierung \vec{M} kann man diese verknüpfen:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (1)$$

Mit der *Influenzkonstante* μ_0 . Für geringe Flussdichten ist die Magnetisierung proportional zu der Flussdichte: $\vec{M} = \chi \vec{H}$. Dadurch ergibt sich

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}. \quad (2)$$

Die Wechselwirkung des Magnetischen Feldes mit elektrischen Ladungen wird durch die LORENTZ-Kraft erzeugt:

$$F_L = q \vec{v} \times \vec{B}. \quad (3)$$

Sie besagt, dass Magnetfelder durch elektrische Ladungsträger erzeugt werden können und umgekehrt. Nach [Gri99, S.215] gilt für erzeugte Magnetfelder durch bewegte Ladungen das *Biot-Savart*-Gesetz:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (4)$$

Die Maxwell-Gleichungen beschreiben die Felder:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (6)$$

2.2 Magnetfelder von Spulen

Zylinderspulen

Nach Gleichung 4 erzeugen Ströme ein Magnetfeld. Für das Innere einer kreisförmigen Leiterschleife der Länge L mit der Windungen pro Länge n , durch die ein Strom I fließt gilt

$$B = \frac{\mu_0 n I}{L}. \quad (7)$$

Dies ist eine Näherung, bei der das Magnetfeld im Inneren als homogen angenommen wird und außerhalb vernachlässigt wird. Dies gilt für lange Spulen ($R \ll L$). Ist diese Näherung zu ungenau, so muss das Biot-Savart-Gesetz aus Gleichung (4) verwendet werden. Daraus ergibt sich durch die Integration über alle Windungen

$$B(z) = \frac{\mu_0 n I}{2} \left(\frac{z + L/2}{\sqrt{R^2 + (z + L/2)^2}} - \frac{z - L/2}{\sqrt{R^2 + (z - L/2)^2}} \right). \quad (8)$$

Dabei parametrisiert z die Symmetrieachse der Spule und deren Ursprung ist in der Mitte der Spule.

Helmholtzspulen

Um homogene elektrische Felder in guter Näherung zu erzeugen, kann man einen Plattenkondensator verwenden. Ein homogenes Magnetfeld zu erzeugen ist wesentlich anspruchsvoller. Das hier verwendete HELMHOLTZ-Spulenpaar ist die wohl gebräuchlichste Lösung. Dafür wird nicht eine unendlich (oder zumindest sehr) lange Spule verwendet, sondern nur zwei relativ kleine. Diese, welche für sich genommen nur ein inhomogenes Magnetfeld besitzen, sind in einer bestimmten Geometrie angeordnet, so dass sich auch mit ihnen gute Ergebnisse zumindest in kleinen Raumbereichen erzielen lassen. In einer Helmholtzspule gilt nach [Dem12, S. 94] für die Mitte der Spulen

$$B \approx \frac{8\mu_0 n I}{\sqrt{125}R} \quad (9)$$

Dies wird erreicht, dass die mit der Entfernung schwächer werdenden Felder sich im Inneren des Paares idealerweise genau ausgleichen. Die sogenannte HELMHOLTZ-Bedingung beschreibt den Spulenabstand im Verhältnis zu ihrem Radius. Diese beiden Größen sollten im Idealfall die selben Dimensionen (jeweils R) haben.

2.3 Messverfahren von Magnetfeldern

Hallsonde

Eine Hallsonde ist ein technisches Bauteil um das Magnetfeld an einer Stelle zu bestimmen. Die Funktionsweise wurde bereits in Protokoll 15 - *Dia- und Paramagnetismus* erläutert.

Induktionsspule

Eine Induktionsspule ist eine Spule, die an einen Stromintegrator angeschlossen ist. Ändert sich der magnetische Fluss durch sie, so folgt nach dem Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = -n\dot{\Phi} = -n\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B}) \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow B_{\perp} = -\frac{1}{nA} \int U_{\text{ind}} dt. \quad (11)$$

Dies gilt, falls $A = \text{const.}$ ist. Das Integral über die Spannung kann nun von einem Stromintegrator bestimmt werden. Dies liefert die geflossene Ladung, welche über $R_{\text{int}} \cdot Q = \int_0^t U_{\text{ind}} dt'$ Der hier verwendete gibt jedoch nicht direkt das Integral aus, sondern nur einen dazu proportionalen Wert. Daher muss es noch geeicht werden. Außerdem kann eine Induktionsspule nur Magnetfeldänderungen messen und nicht absolute Größen, so dass man das Magnetfeld einmal abschalten muss.

3 Durchführung

Zuerst muss der Stromintegrator kalibriert werden. Dazu wird er an ein

Danach misst man das Magnetfeld der Langen Spule (Primärspule) mit der Induktionsspule nach dem Aufbau aus Abb. 1, indem der Schalter im Primärkreis kurz geöffnet und wieder geschlossen wird. Der durch den erzeugten Spannungspuls resultierende Strom wird über das Ladungsmessgerät integriert. Für verschiedene Positionen auf der Spulenachse wird die Anzeige des Ladungsmessgerätes notiert. Die Schrittweite beträgt dabei 2 cm und die Messung wird auch außerhalb der Spule fortgeführt.

Zu den weiteren Messungen wird die Hall-Sonde benutzt. Diese schließt man an den Strom an und auf dem Display erscheint das gemessene Magnetfeld in Gauss. Man startet bei allen drei Spulen (inkl. Helmholtzspule) in der Mitte der Spule und bewegt die Sonde bei jeder Messung um 1 cm heraus. Zuletzt werden die Daten der einzelnen Spulen wie Länge, Durchmesser und Wicklungszahl notiert.

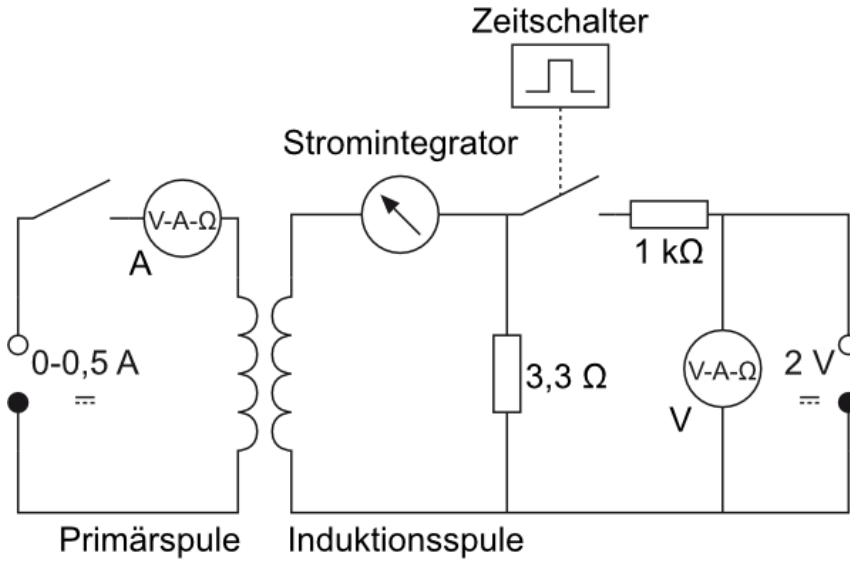


Abbildung 1: Magnetfeldmessung mit der Induktionsspule [LP1, Datum: 09.10.2014]

4 Auswertung

4.1 Eichen des Ladungsmessgeräts

$$R_{\text{ges}} = R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_L + R_{\text{int}}} \right)^{-1} \quad (12)$$

$$R_2 I_2 = (R_L + R_{\text{int}}) I_{\kappa}$$

$$I_{\text{ges}} = I_{\kappa} + I_2 = I_{\kappa} \left(1 + \frac{R_L + R_{\text{int}}}{R_2} \right)$$

$$R_{\kappa} = \frac{U}{I_{\kappa}} = \frac{U}{I_{\text{ges}}} \left(1 + \frac{R_L + R_{\text{int}}}{R_2} \right) = R_{\text{ges}} \left(1 + \frac{R_L + R_{\text{int}}}{R_2} \right) \quad (13)$$

$$\kappa = (426.9 \pm 0.4) \text{ pC/Skt} \quad (14)$$

Da der Fehler so gering ist wird er in der folgenden Berechnung nicht berücksichtigt.

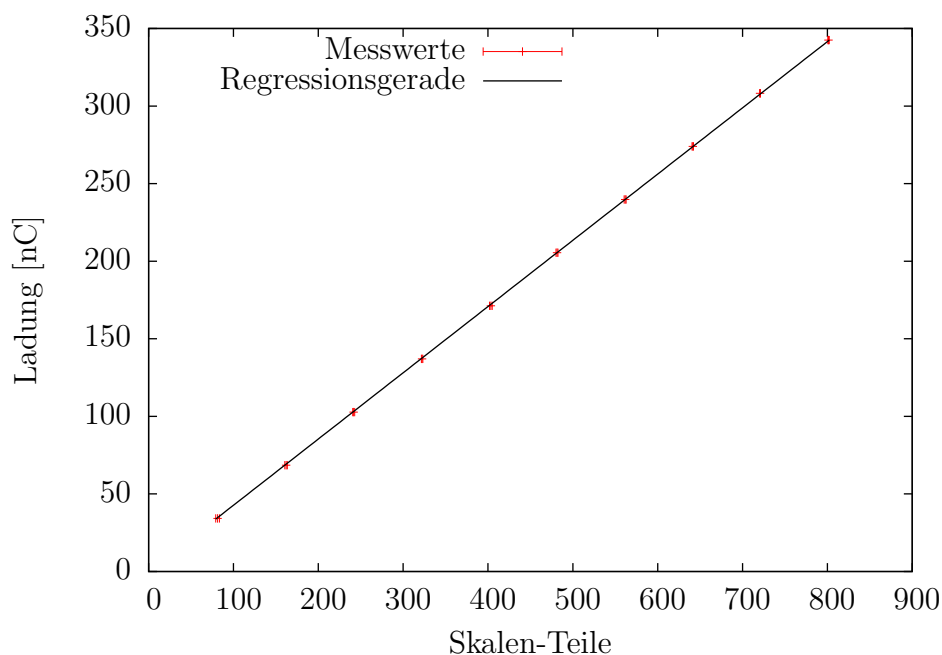


Abbildung 2: Ladung in Abhängigkeit der angezeigten Skalenteile.

4.2 Vergleich der beiden Messmethoden

4.3 Messung mit der Hallsonde

4.4 Homogenität der Magnetfelder

4.5 Bestimmung von μ_0

Messungsmethode	Spule	μ_0 [10^{-7} H m $^{-1}$]
Induktionsspule	Lange Spule	13.020 ± 0.020
Hallsonde	Lange Spule	13.67 ± 0.11
	Dicke Spule	13.28 ± 0.13
	Helmholtzspule	12.39 ± 0.05

Tabelle 1: Aus den verschiedenen Messungen bestimmte Magnetische Feldkonstante

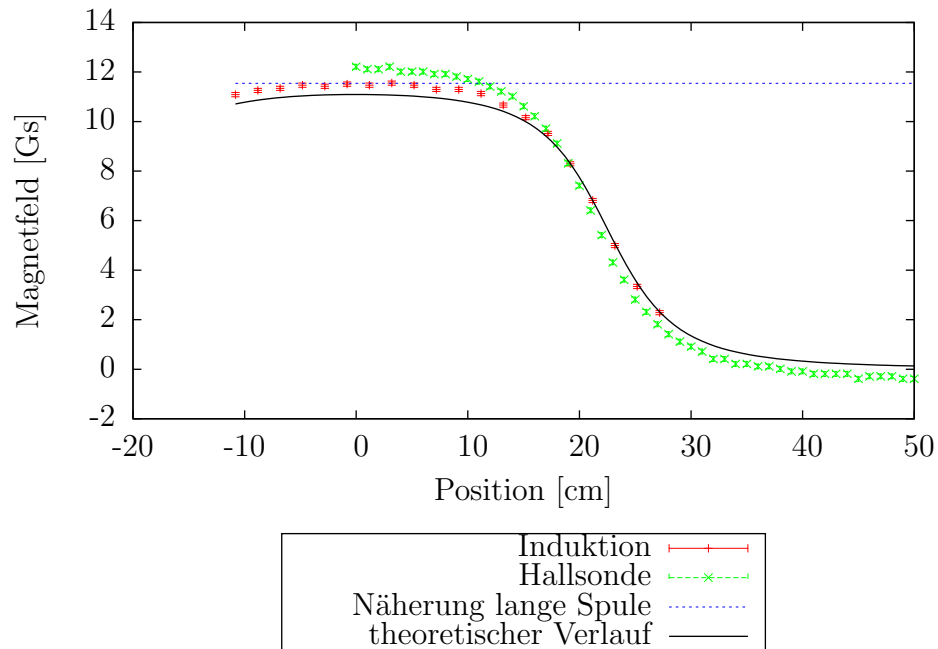


Abbildung 3: Verlauf des Magnetfeldes: Vergleich der beiden Messmethoden mit der Theorie anhand der Lagen Spule.

5 Diskussion

Literatur

- [Dem12] Demtröder, W.: *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 6. Auflage, 2012, ISBN 978-3-642-29943-8.
- [Gri99] Griffith, David J.: *Introduction to Electrodynamics*. Prentice-Hall, 3. Auflage, 1999.
- [LP1] *Lehrportal der Universität Göttingen*. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4087>.

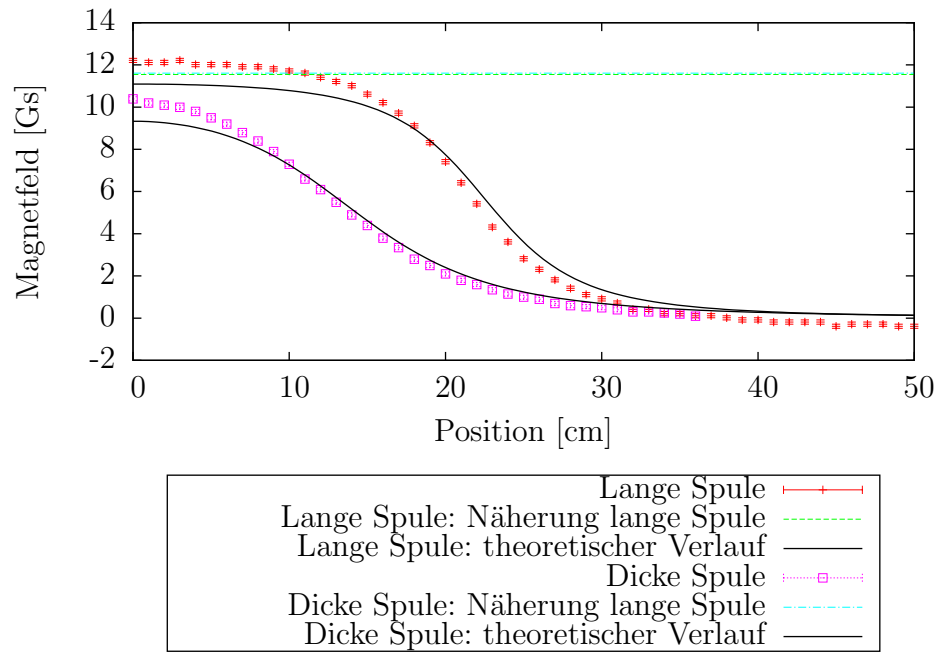


Abbildung 4: Verlauf des Magnetfeldes: Vergleich der langen und der dicken Spule sowie jeweils mit der Theorie.

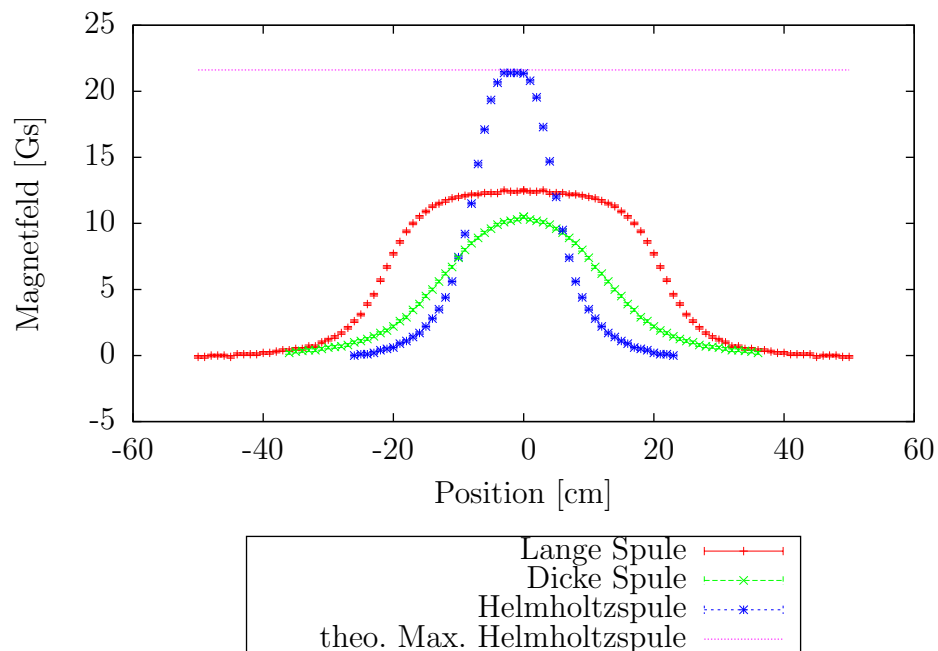


Abbildung 5: Verlauf des Magnetfeldes der 3 Spulen: Messung mit der Hallsonde.