

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 14
Wechselstromwiderstände

Praktikant: Michael Lohmann
Versuchspartner Felix Kurtz
E-Mail: m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Björn Klaas
Versuchsdatum: 08.09.2014

Eingegangen am:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Wechselspannungen und -ströme	3
2.2	Impedanz	3
2.3	Ohmscher Widerstand	4
2.4	Induktivität	4
2.5	Kapazität	5
2.6	RLC -Serienschaltung	5
2.7	LC -Parallelschaltung	5
3	Durchführung	6
4	Auswertung	7
4.1	Widerstand und Spule in Reihe	7
4.2	RLC -Serienschaltung	8
4.3	Parallelkreis	11
5	Diskussion	11
	Literatur	11

1 Einleitung

Wechselströme spielen in der modernen Energieversorgung eine zentrale Rolle. Um so wichtiger ist es, die Effekte und genauen Eigenschaften von *Wechselstrom-Widerständen* zu kennen. Auch die Phasenverschiebung von Strom zu Spannung soll in diesem Versuch beobachtet werden.

2 Theorie

2.1 Wechselspannungen und -ströme

Unter einer Wechselspannung versteht man eine Spannung, die einen periodischen zeitlichen Verlauf besitzt. Die zumeist verwendete ist die sinusförmige mit $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$. Da hierbei die maximale Spannung U_0 nur den kürzesten Teil der Zeit anliegt, ist die Definition eines *Effektivwertes* sinnvoll. Diese ist so definiert, dass eine Gleichspannung diesen Wertes die selbe Leistung erbringt, nämlich:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad .$$

Die in europäischen Haushalten übliche Wechselspannung von $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ besitzt so eine Maximalspannung von $U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}} = 311 \text{ V}$. Ebenso ist auch der Effektivstrom definiert.

Der fließende Strom I besitzt nun die Form

$$I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

wobei φ die Phasenverschiebung ist. Diese hängt ab von der jeweiligen Schaltung ab und wird in den Kapiteln 2.6 und 2.7 behandelt.

2.2 Impedanz

Die Impedanz Z berechnet sich im allgemeinen durch

$$Z = \frac{U(t)}{I(t)} \quad .$$

Dies ist analog zum Ohmschen Widerstand $R = \frac{U}{I}$, wodurch sich der Name Scheinwiderstand $|Z|$ für ihren Betrag ergibt.

In Abb. 1 ist ein Beispiel aufgetragen, in dem man die verschiedenen (Blind-)Widerstände einer Schaltung erkennen kann, die an den einzelnen Bauteilen vorhanden sind. Im Resonanzfall ist $X_L = X_C$, wodurch die gesamte Impedanz Z real wird und die Phasenverschiebung $\varphi = 0$ verschwindet.

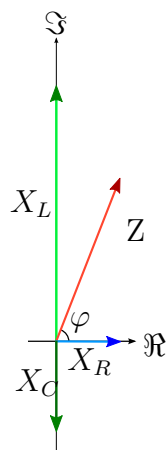


Abbildung 1: Zeigerdiagramm, welches die Realteile der Spannung gegen ihren Imaginärteil in einer Serienschaltung aufträgt.

Die Phasenverschiebung ist definiert als

$$\varphi = \arctan \frac{\Im(Z)}{\Re(Z)} \quad (1)$$

2.3 Ohmscher Widerstand

Für einen Ohmschen Widerstand gilt

$$U(t) = R \cdot I(t) \quad .$$

Strom und Spannung sind also in Phase.

2.4 Induktivität

Nach [Gri99, S. 313] gilt für eine Spule

$$U_{\text{Ind}} = -U_L = -L \frac{dI}{dt} \quad . \quad (2)$$

Hierbei bezeichnet L die Induktivität, welche von der Spulengeometrie abhängt. Nimmt man nun wieder die Sinus-Spannung an, so folgt:

$$\begin{aligned} U_0 \cdot \sin(\omega t) &= L \frac{dI}{dt} \\ \Leftrightarrow I(t) &= U_0 \frac{1}{\omega L} \cos(\omega t) \quad . \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass die Spannung dem Strom für eine Schaltung, welche nur aus einer Spule bestehet, um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus eilt.

Man kann nun den *Blindwiderstand* für eine Spule definieren:

$$X_L := \frac{U(t)}{I(t)} = L\omega \quad . \quad (3)$$

2.5 Kapazität

Für einen Kondensator gilt nach [Gia10, S. 822]:

$$\begin{aligned} Q &= CU = CU_0 \sin(\omega t) \\ \Rightarrow I(t) &= \dot{Q} = CU_0 \omega \cos(\omega t) \quad . \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass der Strom der Spannung um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus eilt.

Auch für einen Kondensator kann man so einen *Blindwiderstand* definieren:

$$X_C := \frac{U(t)}{I(t)} = -\frac{1}{\omega C} \quad (4)$$

2.6 RLC-Serienschaltung

Ein *RLC*-Serienschaltkreis wie in Abb. 2 muss nun aus einer Zusammensetzung der beiden erfolgen. Dafür definiert man die *Impedanz*:

$$Z_{\text{Serie}} := |R + i(X_L + X_C)| = \left| R + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right| = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} \quad . \quad (5)$$

Die Phasenverschiebung lässt sich (wie in Abb. 1 zu erkennen und nach [Gia10, S. 1042]) durch

$$\varphi = \arctan \left(\frac{X_L + X_C}{R} \right) \quad (6)$$

berechnen.

2.7 LC-Parallelschaltung

Ist ein *LC*-Parallelschaltkreis wie in Abb. 3 vorhanden, so berechnet sich die Impedanz nach der Spannungsregel für Parallelkreise durch

$$Z_{\text{Para}} = \frac{i}{\frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C}}$$

3 Durchführung

Der Aufbau besteht aus einem Frequenzgenerator, welcher einem veränderlichen Stromkreis aus Widerstand, Kondensator und Luftspule Spannung bereitstellt. Die verschiedenen Parameter Ausgangsspannung U , Spannung an Widerstand und Spule U_{L+R} , Spannung am Kondensator U_C und Gesamtstrom I werden mit einem Oszilloskop bzw. Spannungs- und Strom-Messgeräten vermessen.

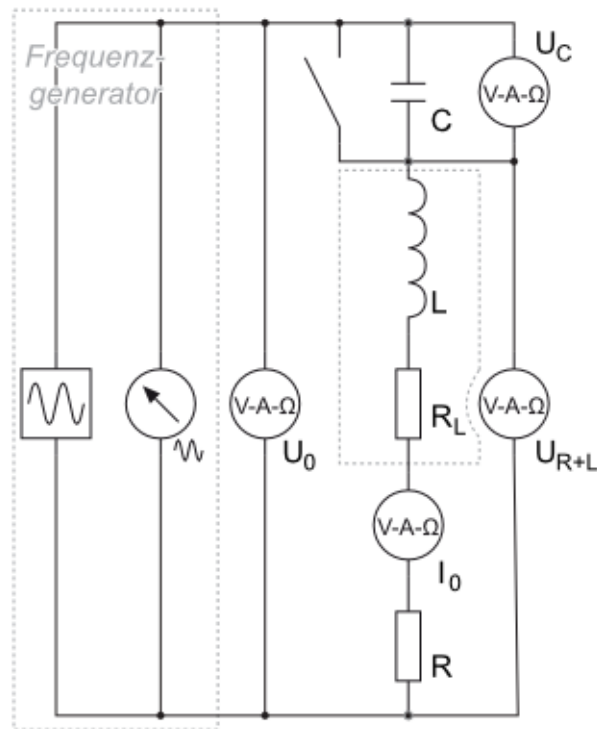


Abbildung 2: Schaltplan der Serienschaltung nach [LP1, 4.10.2014, 15:30].

Zunächst baut man den Serienschaltkreis aus Abb. 2 auf.

Dabei wird der Kondensator zunächst überbrückt und erst nach 10 Messungen mit verschiedenen Frequenzen, bei denen Strom I und Spannung U protokolliert werden, hinzugeschaltet. Alle gemessenen Parameter sollen nun für möglichst viele verschiedene Frequenzen f aufgezeichnet werden. Mit aktivem Kondensator müssen zusätzlich noch U_C und U_{R+L} sowie die Phasenverschiebung φ notiert werden. Das Oszilloskop wird zur Bestimmung dieser einerseits zur Vermessung der Ausgangsspannung U und andererseits zum Bestimmen des Stroms mit einer Stromzange verwendet. Es kann nun die beiden Kurven mit Hilfe des Mathe-Modus direkt auf deren Phasenverschiebung hin auswerten. Damit dies zuverlässig geschieht, ist darauf zu achten, dass die jeweiligen y -Achsen so gewählt sind, dass die Kurven ungefähr die selben Ausschläge zeigen. Auch muss mehr

als eine Periode angezeigt werden. Dabei ist der Resonanzbereich besonders genau zu untersuchen.

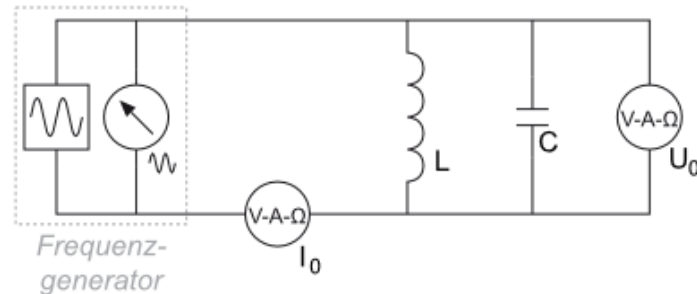


Abbildung 3: Schaltplan der Parallelschaltung von [LP1, 4.10.2014, 15:30].

Im zweiten Versuchsteil soll ein Parallelkreis aus Kondensator und Spule vermessen werden. In dieser Messung sollen die Spannung U und der Gesamtstrom I für verschiedene Frequenzen ausgewertet werden. Auch hier soll die Resonanzstelle wieder besonders genau untersucht werden.

Für die Auswertung werden abschließend die Daten der einzelnen Bauteile aufgezeichnet. Dies sind:

- Einzelner ohmscher Widerstand R_Ω
- Ohmscher Widerstand der Spule R_L
- Innenwiderstand des Amperemeters R_A
- Kapazität des Kondensators C .

Während der Messungen ist darauf zu achten, dass die hier verwendeten Spannungen *tödlich* sein können und dass deshalb auf keinen Fall blanke Kabelenden herumliegen dürfen. Auch muss vor jeder Änderung am Aufbau sichergestellt werden, dass die Spannung abgeschaltet ist.

4 Auswertung

4.1 Widerstand und Spule in Reihe

Da zu Beginn der Kondensator überbrückt ist, ergibt sich aus der quadrierten Gleichung (5) nur

$$Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2 \quad .$$

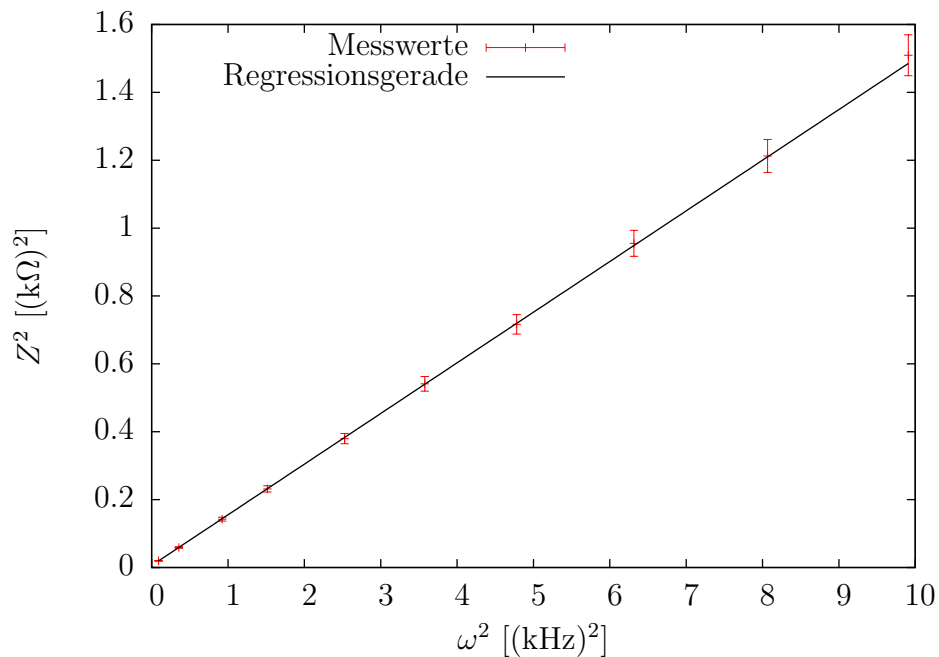


Abbildung 4: Quadrat des Scheinwiderstands als Funktion der Kreisfrequenz.

Trägt man also ω^2 gegen Z^2 auf, so ergibt sich eine Gerade $y = mx + b$ mit $b = R^2$ und $m = L^2$. Aus dem Fit der Abb. 4 ergibt sich so:

$$L = (386.3 \pm 0.6) \text{ mH} \quad \text{und} \\ R_{\text{ges}} = (77.3 \pm 1.1) \Omega \quad .$$

4.2 RLC-Serienschaltung

In Abb. 5 wird der Scheinwiderstand gegen die Kreisfrequenz aufgetragen. Der Fit nach der theoretischen Kurve ermittelte so

$$R = (80.9 \pm 0.5) \Omega \quad , \\ L = (386.1 \pm 1.0) \text{ mH} \quad \text{und} \\ C = (1.799 \pm 0.005) \mu\text{F}$$

als Werte. Mittelwerte aus allen Daten:

$$\bar{L} = (386.2 \pm 0.6) \text{ mH} \\ \bar{R} = (80.2836 \pm 0.455183) \Omega$$

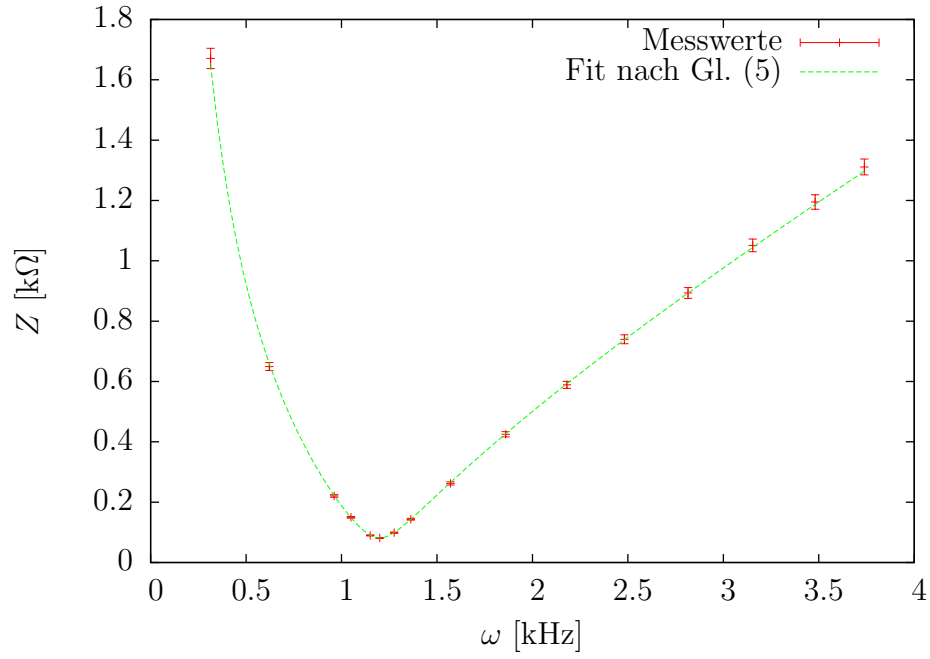


Abbildung 5: Scheinwiderstand des Serienresonanzkreis als Funktion der Kreisfrequenz.

$$\omega_{\text{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\sigma_{\omega_{\text{LC}}} = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{\sigma_C^2}{C^2}}}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot \sqrt{L}}$$

$$\omega_{\text{LC}} = (1199.9 \pm 2.3) \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{Phase}} = -\frac{b}{m}$$

$$\sigma_{\omega_{\text{Phase}}} = \frac{1}{m^2} \cdot \sqrt{b^2 \cdot \sigma_m^2 + m^2 \cdot \sigma_b^2}$$

$$\omega_{\text{Phase}} = (1200 \pm 120) \text{ Hz}$$

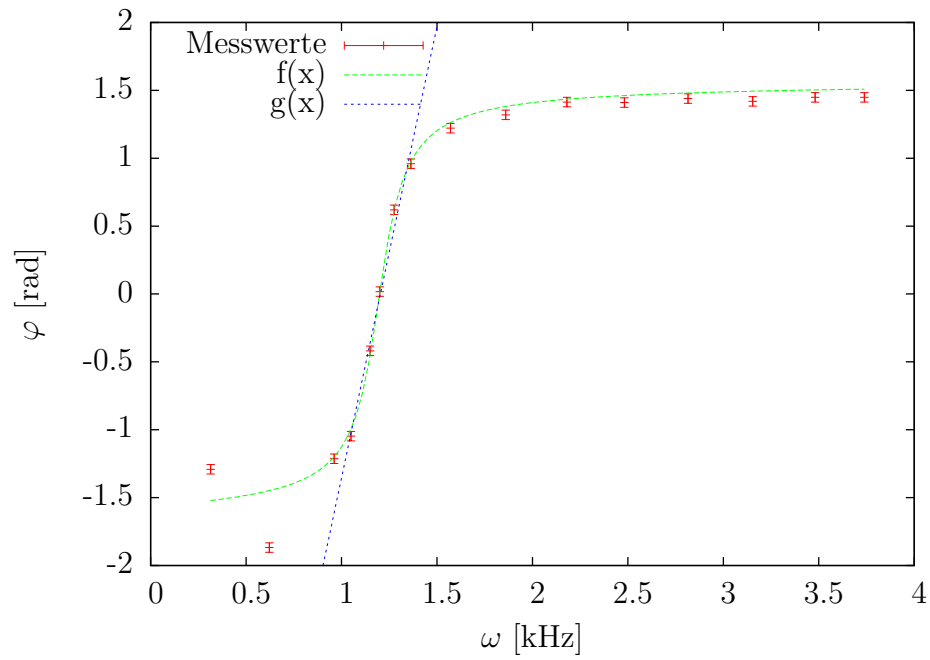


Abbildung 6: Phasenverschiebung des Serienresonanzkreises.

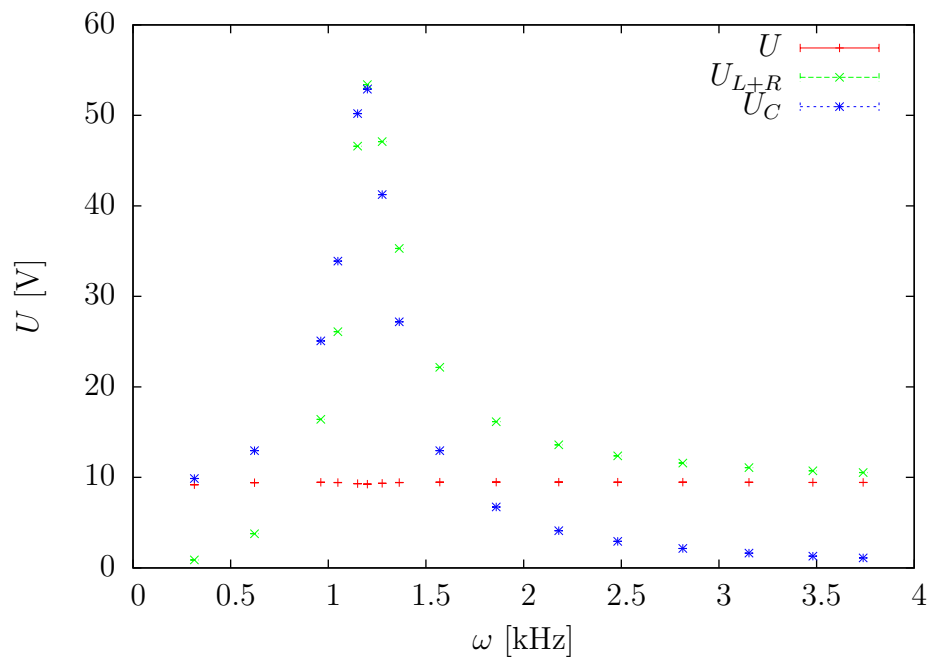


Abbildung 7: Teilspannungen des Serienresonanzkreises.

4.3 Parallelkreis

Aus Fit von Messung 3:

$$R = (68 \pm 5) \text{ k}\Omega$$

$$L = (370 \pm 10) \text{ mH}$$

$$C = (1.88 \pm 0.05) \mu\text{F}$$

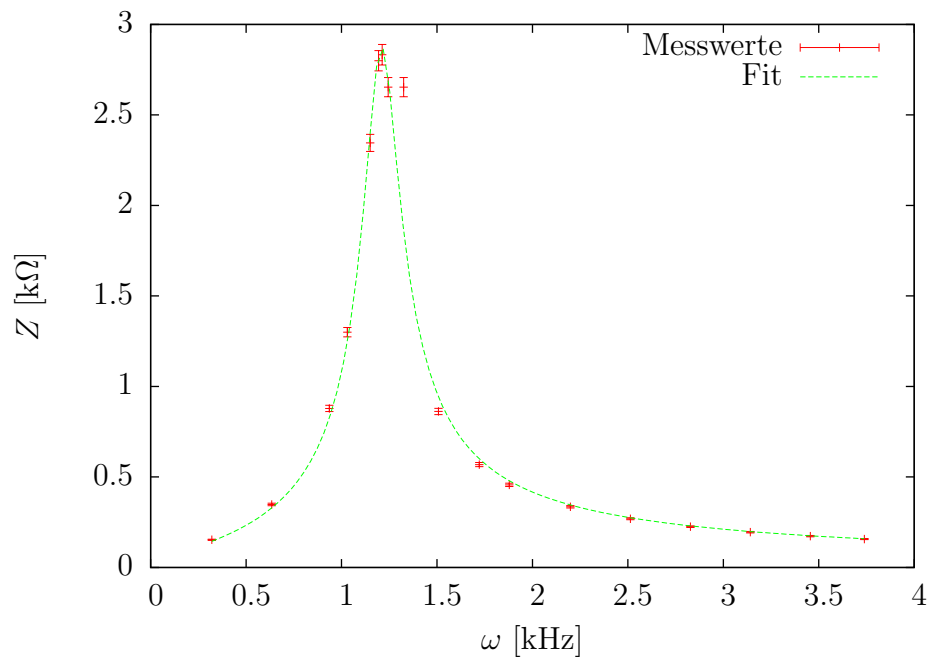


Abbildung 8: Scheinwiderstand des Parallelkreises als Funktion der Kreisfrequenz.

5 Diskussion

Literatur

- [Gia10] Giancoli, Douglas C.: *Physik - Lehr- und Übungsbuch*. Pearson Education Deutschland, München, 3. Auflage, 2010.
- [Gri99] Griffith, David J.: *Introduction to Electrodynamics*, 1999.
- [LP1] *Lehrportal der Universität Göttingen*. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4165>.