Anfängerpraktikum der Fakultät für Physik,
Universität Göttingen

Versuch 14
Wechselstromwiderstände

Praktikant:	Michael Lohmann
Versuchspartner	Felix Kurtz
E-Mail:	m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
Betreuer:	Björn Klaas
Versuchsdatum:	08.09.2014

Eingegangen am:

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Wechselströme spielen in der modernen Energieversorgung eine zentrale Rolle. Um so wichtiger ist es, die Effekte und genauen Eigenschaften von *Wechselstrom-Widerständen* zu kennen. Auch die Phasenverschiebung von Strom zu Spannung soll in diesem Versuch beobachtet werden.

2 Theorie

2.1 Wechselspannungen und -ströme

Unter einer Wechselspannung versteht man eine Spannung, die einen periodischen zeitlichen Verlauf besitzt. Die zumeist verwendete ist die sinusförmige mit $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$. Da hierbei die maximale Spannung U_0 nur den kürzesten Teil der Zeit anliegt, ist die Definition eines *Effektivwertes* sinnvoll. Diese ist so definiert, dass eine Gleichspannung diesen Wertes die selbe Leistung erbringt, nämlich:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad .$$

Die in europäischen Haushalten übliche Wechselspannung von $U_{\text{eff}} = 220\,\text{V}$ besitzt so eine Maximalspannung von $U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}} = 311\,\text{V}$. Ebenso ist auch der Effektivstrom definiert.

Der fließende Strom I besitzt nun die Form

$$I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

wobei φ die Phasenverschiebung ist. Diese hängt ab von der jeweiligen Schaltung ab und wird in den Kapiteln 2.6 und 2.7 behandelt.

2.2 Impedanz

Die Impedanz Z berechnet sich nach [Nol07, S. 236] im Allgemeinen durch

$$Z = \frac{U(t)}{I(t)} \quad .$$

Dies ist analog zum Ohmschen Widerstand $R = \frac{U}{I}$, wodurch sich der Name Scheinwiderstand $|Z|$ für ihren Betrag ergibt.
In Abb. 1 ist ein Beispiel aufgetragen, in dem man die verschiedenen (Blind-)Widerstände einer Schaltung erkennen kann, die an den einzelnen Bauteilen vorhanden sind. Im Resonanzfall ist $X_L = X_C$, wodurch die gesammte Impedanz Z real wird und die Phasenverschiebung $\varphi = 0$ verschwindet.

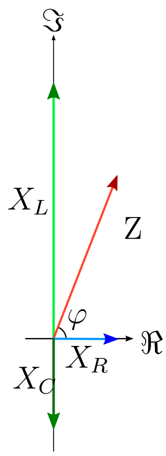

Abbildung 1: Zeigerdiagramm, welches die Realteile der Spannung gegen ihren Imaginärteil in einer Serienschaltung aufträgt.

Die Phasenverschiebung ist nach [Nol07, S. 236] definiert als

$$\varphi = \arctan \frac{\Im(Z)}{\Re(Z)} \tag{1}$$

2.3 Ohmscher Widerstand

Für einen Ohmschen Widerstand gilt

$$U(t) = R \cdot I(t) \quad .$$

Strom und Spannung sind also in Phase.

2.4 Induktivität

Nach [Gri99, S. 313] gilt für eine Spule

$$U_{\text{Ind}} = -U_L = -L\frac{dI}{dt} \qquad . \tag{2}$$

Hierbei bezeichnet L die Induktivität, welche von der Spulengeometrie abhängt. Nimmt man nun wieder die Sinus-Spannung an, so folgt:

$$\begin{aligned} U_0 \cdot \sin(\omega t) &= L\frac{dI}{dt} \\ \Leftrightarrow I(t) &= U_0 \frac{1}{\omega L} \cos(\omega t) \qquad . \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass die Spannung dem Strom für eine Schaltung, welche nur aus einer Spule bestehent, um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus eilt.

Man kann nun den *Blindwiderstand* für eine Spule definieren:

$$X_L := \frac{U(t)}{I(t)} = L\omega \quad . \tag{3}$$

2.5 Kapazität

Für einen Kondensator gilt nach [Gia10, S. 822]:

$$\begin{aligned} Q &= CU = CU_0 \sin(\omega t) \\ \Rightarrow I(t) &= \dot{Q} = CU_0 \omega \cos(\omega t) \quad . \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass der Strom der Spannung um $\varphi = \frac{\pi}{2}$ voraus eilt.
Auch für einen Kondensator kann man so einen *Blindwiederstand* definieren:

$$X_C := \frac{U(t)}{I(t)} = -\frac{1}{\omega C} \tag{4}$$

2.6 RLC-Serienschaltung

Ein RLC-Serienschaltkreis wie in Abb. 2 muss nun aus einer Zusammensetzung der beiden erfolgen. Dafür definiert man die *Impedanz*:

$$Z_{\text{Serie}} := |R + i(X_L + X_C)| = \left| R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right| = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} \quad . \tag{5}$$

Die Phasenverschiebung lässt sich (wie in Abb. 1 zu erkennen und nach [Gia10, S. 1042]) durch

$$\varphi = \arctan\left(\frac{X_L + X_C}{R}\right) \tag{6}$$

berechnen.

2.7 LC-Parallelschaltung

Ist ein LC-Parallelschaltkreis wie in Abb. 3 vorhanden, so berechnet sich die Impedanz nach der Spannungsregel für Parallelkreise durch

$$Z_{\text{Para}} = \frac{i}{\frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C}}$$

3 Durchführung

Der Aufbau besteht aus einem Frequenzgenerator, welcher einem veränderlichen Stromkreis aus Widerstand, Kondensator und Luftspule Spannung bereitstellt. Die verschiedenen Parameter Ausgangsspannung U, Spannung an Widerstand und Spule U_{L+R}, Spannung am Kondensator U_C und Gesamtstrom I werden mit einem Oszilloskop bzw. Spannungs- und Strom-Messgeräten vermessen.

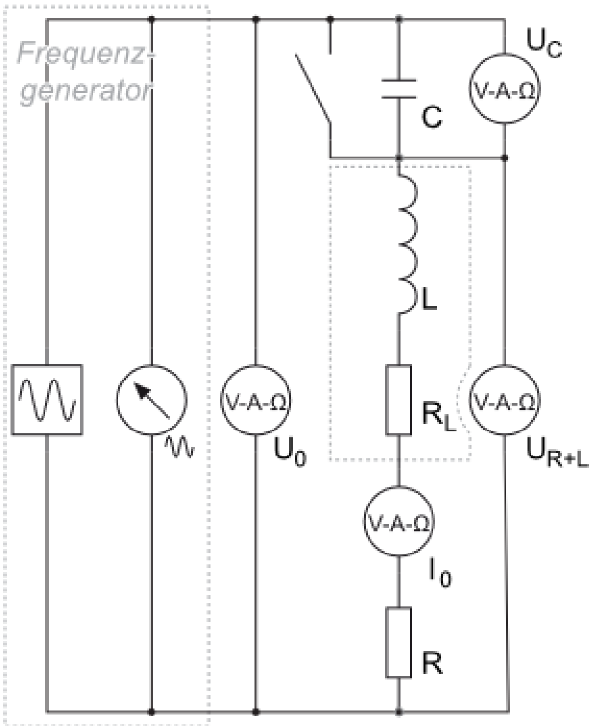

Abbildung 2: Schaltplan der Serienschaltung nach [LP1, 4.10.2014, 15:30].

Zunächst baut man den Serienschaltkreis aus Abb. 2 auf.
Dabei wird der Kondensator zunächst überbrückt und erst nach 10 Messungen mit verschiedenen Frequenzen, bei denen Strom I und Spannung U protokolliert werden, hinzugeschaltet. Alle gemessenen Parameter sollen nun für möglichst viele verschiedene Frequenzen f aufgezeichnet werden. Mit aktivem Kondensator müssen zusätzlich noch U_C und U_{R+L} sowie die Phasenverschiebung φ notiert werden. Das Oszilloskop wird zur Bestimmung dieser einerseits zur Vermessung der Ausgangsspannung U und andererseits zum Bestimmen des Stroms mit einer Stromzange verwendet. Es kann nun die beiden Kurven mit Hilfe des Mathe-Modus direkt auf deren Phasenverschiebung hin auswerten. Damit dies zuverlässig geschieht, ist darauf zu achten, dass die jeweiligen y-Achsen so gewählt sind, dass die Kurven ungefähr die selben Ausschläge zeigen. Auch muss mehr

als eine Periode angezeigt werden. Dabei ist der Resonanzbereich besonders genau zu untersuchen.

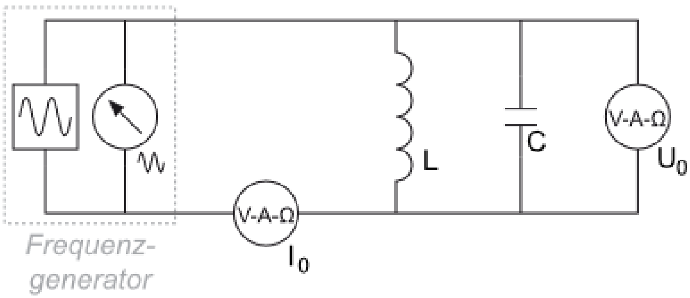

Abbildung 3: Schaltplan der Parallelschaltung von [LP1, 4.10.2014, 15:30].

Im zweiten Versuchsteil soll ein Parallelkreis aus Kondensator und Spule vermessen werden. In dieser Messung sollen die Spannung U und der Gesamtstrom I für verschiedene Frequenzen ausgewertet werden. Auch hier soll die Resonanzstelle wieder besonders genau untersucht werden.

Für die Auswertung werden abschließend die Daten der einzelnen Bauteile aufgezeichnet. Dies sind:

- Einzelner ohmscher Widerstand R_Ω
- Ohmscher Widerstand der Spule R_L
- Innenwiderstand des Amperemeters R_A
- Kapazität des Kondensators C.

Während der Messungen ist darauf zu achten, dass die hier verwendeten Spannungen *tödlich* sein können und dass deshalb auf keinen Fall blanke Kabelenden herumliegen dürfen. Auch muss vor jeder Änderung am Aufbau sichergestellt werden, dass die Spannung abgeschaltet ist.

4 Auswertung

4.1 Widerstand und Spule in Reihe

Da zu Beginn der Kondensator überbrückt ist, ergibt sich aus der quadrierten Gleichung (5) nur

$$Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2 \quad .$$

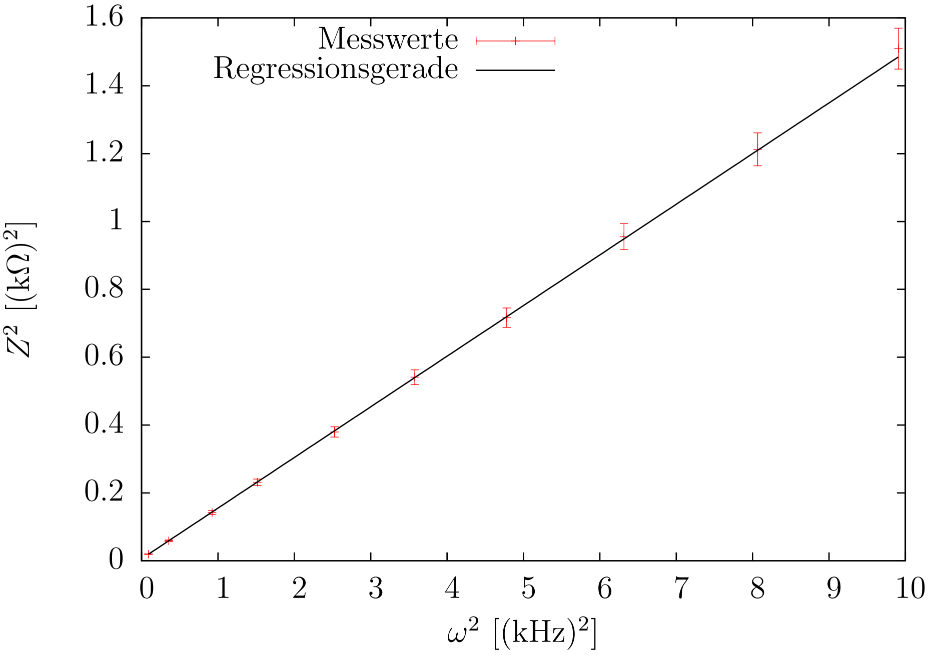

Abbildung 4: Quadrat des Scheinwiderstands als Funktion der Kreisfrequenz.

Trägt man also ω^2 gegen Z^2 auf, so ergibt sich eine Gerade $y = mx + b$ mit $b = R^2$ und $m = L^2$ Aus dem Fit der Abb. 4 ergibt sich so:

$$\begin{aligned} L &= (386.3 \pm 0.6)\,\mathrm{mH} \quad \text{und} \\ R_{\text{ges}} &= (77.3 \pm 1.1)\,\Omega \qquad . \end{aligned}$$

4.2 RLC-Serienschaltung

In Abb. 5 wird der Scheinwiderstand gegen die Kreisfrequenz aufgetragen. Der Fit nach der theoretischen Kurve ermittelte so

$$\begin{aligned} R &= (80.9 \pm 0.5)\,\Omega \quad , \\ L &= (386.1 \pm 1.0)\,\mathrm{mH} \quad \text{und} \\ C &= (1.799 \pm 0.005)\,\mathrm{\mu F} \end{aligned}$$

als Werte. Mittelwerte aus allen Daten:

$$\begin{aligned} \overline{L} &= (386.2 \pm 0.6)\mathrm{mH} \\ \overline{R} &= (80.3 \pm 0.5)\,\Omega \end{aligned}$$

Aus der

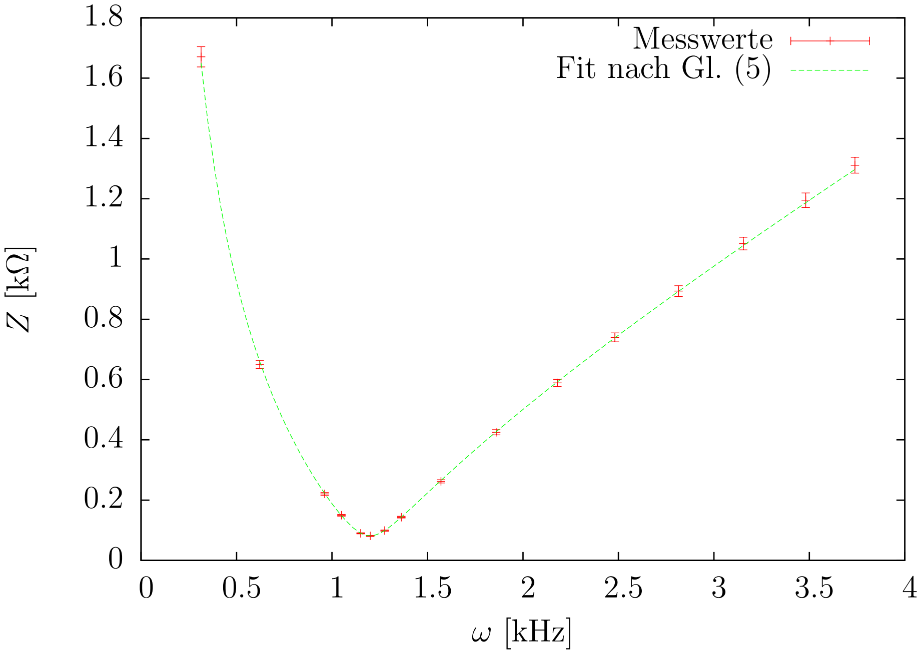

Abbildung 5: Scheinwiderstand des Serienresonanzkreis als Funktion der Kreisfrequenz.

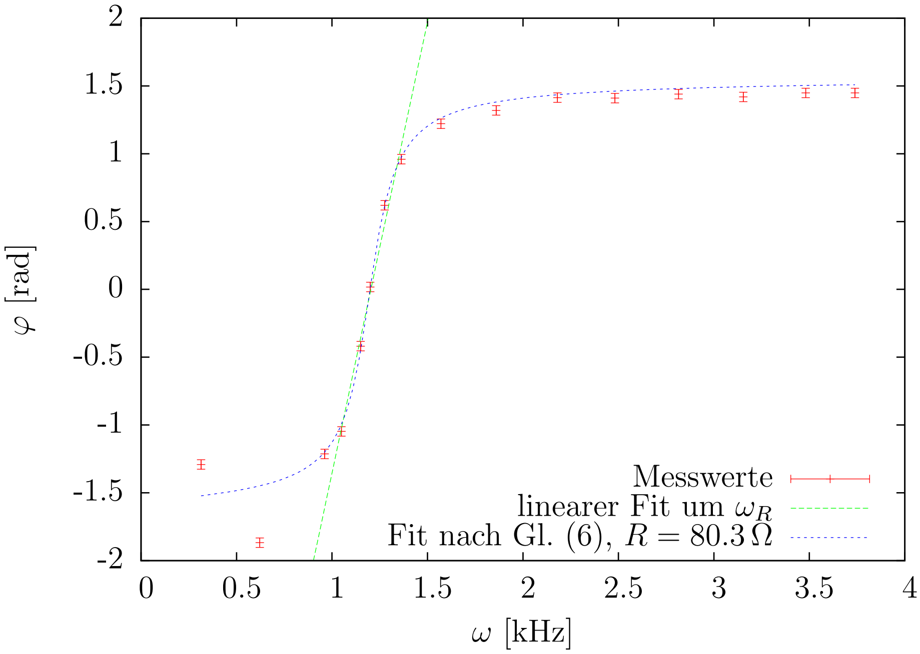

Abbildung 6: Phasenverschiebung des Serienresonanzkreises.

$$
\begin{aligned}
\omega_{R\,\mathrm{LC}} &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\
\sigma_{\omega_{R\,\mathrm{LC}}} &= \frac{\sqrt{\frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{\sigma_C^2}{C^2}}}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot \sqrt{L}} \\
\omega_{R\,\mathrm{LC}} &= (1199.9 \pm 2.3)\,\mathrm{Hz}
\end{aligned}
$$

Aus dem Fit nach Gleichung (6) von Abb. 6 kann man L und C bestimmen. Dies ist möglich, da für $R = 80.3\,\Omega$ der Mittelwert der vorigen Messungen verwendet wurde. Es ergeben sich:

$$
\begin{aligned}
C &= (1.80 \pm 0.23)\,\mathrm{\mu F} \quad \text{und} \\
L &= (390 \pm 50)\,\mathrm{mH} \quad .
\end{aligned}
$$

Da um die Resonanzfrequenz ω_R der Arcustangens ungefähr linear ist, lässt sich in diesem Bereich eine Gerade $y = m \cdot x + b$ an die Messwerte fitten, für die gilt:

$$
\begin{aligned}
\omega_{\mathrm{Phase}} &= -\frac{b}{m} \\
\sigma_{\omega_{\mathrm{Phase}}} &= \frac{1}{m^2} \cdot \sqrt{b^2 \cdot \sigma_m^2 + m^2 \cdot \sigma_b^2} \\
\omega_{\mathrm{Phase}} &= (1200 \pm 120)\,\mathrm{Hz}
\end{aligned}
$$

4.3 Parallelkreis

Aus Fit von Messung 3:

$$
\begin{aligned}
R &= (68 \pm 5)\mathrm{k\Omega} \\
L &= (370 \pm 10)\mathrm{mH} \\
C &= (1.88 \pm 0.05)\mathrm{\mu F}
\end{aligned}
$$

5 Diskussion

Literatur

[Gia10] Giancoli, Douglas C.: *Physik - Lehr- und Übungsbuch*. Pearson Education Deutschland, München, 3. Auflage, 2010, ISBN 978-3-8689-4023-7.

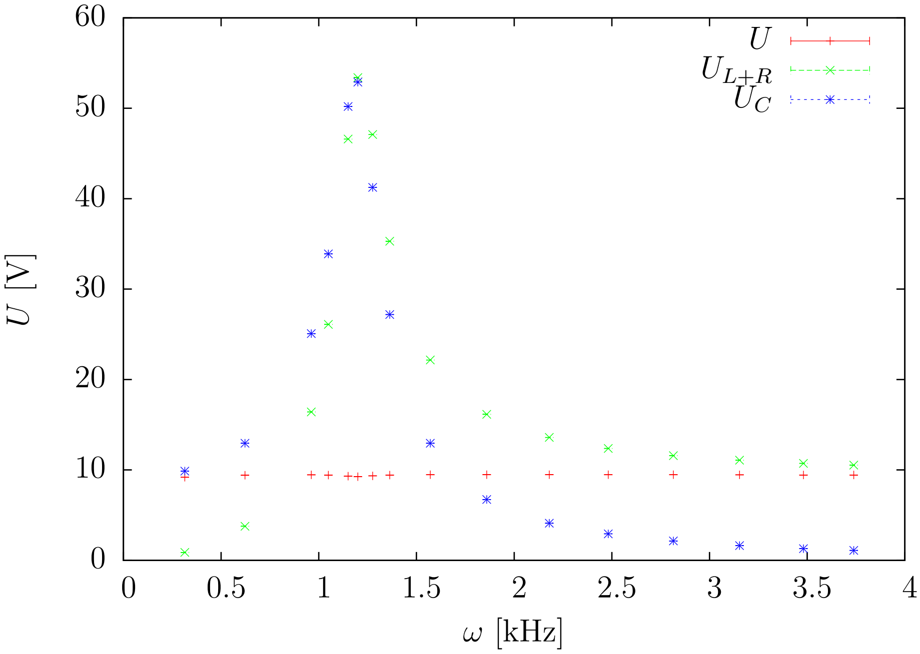

Abbildung 7: Teilspannungen des Serienresonanzkreises.

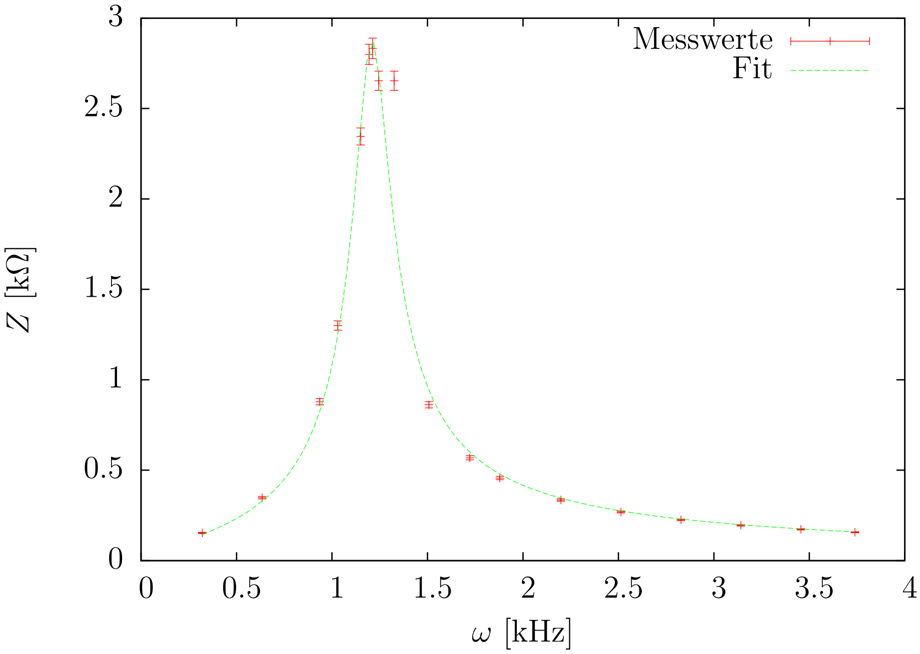

Abbildung 8: Scheinwiderstand des Parallelkreises als Funktion der Kreisfrequenz.

[Gri99] Griffith, David J.: *Introduction to Electrodynics*. Prentice-Hall, 3. Auflage, 1999, ISBN 0-13-805326-X.

[LP1] *Lehrportal der Universität Göttingen*. https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4165.

[Nol07] Nolting, Wolfgang: *Grundkurs Theoretische Physik 3 - Elektrodynamik*. Springer-verlag Berlin Heidelberg New York, 8. Auflage, 2007, ISBN 978-3-540-71251-0.