

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,  
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

---

**Versuch 14**  
**Wechselstromwiderstände**

---

Praktikant: Michael Lohmann  
Versuchspartner Felix Kurtz  
E-Mail: m.lohmann@stud.uni-goettingen.de  
Betreuer: Björn Klaas  
Versuchsdatum: 08.09.2014

Eingegangen am:
-----------------

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Wechselspannungen und -ströme . . . . .	3
2.2	Impedanz . . . . .	3
2.3	Ohmscher Widerstand . . . . .	4
2.4	Induktivität . . . . .	4
2.5	Kapazität . . . . .	5
2.6	$RLC$ -Serienschaltung . . . . .	5
2.7	$LC$ -Parallelschaltung . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Widerstand und Spule in Reihe . . . . .	7
4.2	$RLC$ -Serienschaltung . . . . .	8
4.2.1	Teilspannungen . . . . .	10
4.3	Parallelkreis . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
5.1	Resonanzfrequenz . . . . .	10
5.2	Serienschaltung . . . . .	13
5.3	Parallelschaltung . . . . .	13
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Einleitung

Wechselströme spielen in der modernen Energieversorgung eine zentrale Rolle. Um so wichtiger ist es, die Effekte und genauen Eigenschaften von *Wechselstrom-Widerständen* zu kennen. Auch die Phasenverschiebung von Strom zu Spannung soll in diesem Versuch beobachtet werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Wechselspannungen und -ströme

Unter einer Wechselspannung versteht man eine Spannung, die einen periodischen zeitlichen Verlauf besitzt. Die zumeist verwendete ist die sinusförmige mit  $U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ . Da hierbei die maximale Spannung  $U_0$  nur den kürzesten Teil der Zeit anliegt, ist die Definition eines *Effektivwertes* sinnvoll. Diese ist so definiert, dass eine Gleichspannung diesen Wertes die selbe Leistung erbringt, nämlich:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad .$$

Die in europäischen Haushalten übliche Wechselspannung von  $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$  besitzt so eine Maximalspannung von  $U_0 = \sqrt{2} \cdot U_{\text{eff}} = 311 \text{ V}$ . Ebenso ist auch der Effektivstrom definiert.

Der fließende Strom  $I$  besitzt nun die Form

$$I = I_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

wobei  $\varphi$  die Phasenverschiebung ist. Diese hängt ab von der jeweiligen Schaltung ab und wird in den Kapiteln 2.6 und 2.7 behandelt.

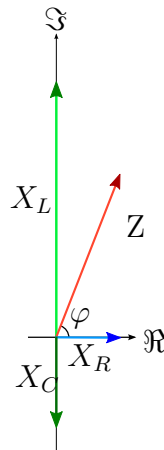
### 2.2 Impedanz

Die Impedanz  $Z$  berechnet sich nach [Nol07, S. 236] im Allgemeinen durch

$$Z = \frac{U(t)}{I(t)} \quad .$$

Dies ist analog zum Ohmschen Widerstand  $R = \frac{U}{I}$ , wodurch sich der Name Scheinwiderstand  $|Z|$  für ihren Betrag ergibt.

In Abb. 1 ist ein Beispiel aufgetragen, in dem man die verschiedenen (Blind-)Widerstände einer Schaltung erkennen kann, die an den einzelnen Bauteilen vorhanden sind. Im Resonanzfall ist  $X_L = X_C$ , wodurch die gesamte Impedanz  $Z$  real wird und die Phasenverschiebung  $\varphi = 0$  verschwindet.



**Abbildung 1:** Zeigerdiagramm, welches die Realteile der Spannung gegen ihren Imaginärteil in einer Serienschaltung aufträgt.

Die Phasenverschiebung ist nach [Nol07, S. 236] definiert als

$$\varphi = \arctan \frac{\Im(Z)}{\Re(Z)} \quad (1)$$

## 2.3 Ohmscher Widerstand

Für einen Ohmschen Widerstand gilt

$$U(t) = R \cdot I(t) \quad .$$

Strom und Spannung sind also in Phase.

## 2.4 Induktivität

Nach [Gri99, S. 313] gilt für eine Spule

$$U_{\text{Ind}} = -U_L = -L \frac{dI}{dt} \quad . \quad (2)$$

Hierbei bezeichnet  $L$  die Induktivität, welche von der Spulengeometrie abhängt. Nimmt man nun wieder die Sinus-Spannung an, so folgt:

$$\begin{aligned} U_0 \cdot \sin(\omega t) &= L \frac{dI}{dt} \\ \Leftrightarrow I(t) &= U_0 \frac{1}{\omega L} \cos(\omega t) \quad . \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass die Spannung dem Strom für eine Schaltung, welche nur aus einer Spule bestehent, um  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  voraus eilt.

Man kann nun den *Blindwiderstand* für eine Spule definieren:

$$X_L := \frac{U(t)}{I(t)} = L\omega \quad . \quad (3)$$

## 2.5 Kapazität

Für einen Kondensator gilt nach [Gia10, S. 822]:

$$\begin{aligned} Q &= CU = CU_0 \sin(\omega t) \\ \Rightarrow I(t) &= \dot{Q} = CU_0 \omega \cos(\omega t) \quad . \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass der Strom der Spannung um  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  voraus eilt.

Auch für einen Kondensator kann man so einen *Blindwiderstand* definieren:

$$X_C := \frac{U(t)}{I(t)} = -\frac{1}{\omega C} \quad (4)$$

## 2.6 RLC-Serienschaltung

Ein *RLC*-Serienschaltkreis wie in Abb. 2 muss nun aus einer Zusammensetzung der beiden erfolgen. Dafür definiert man die *Impedanz*:

$$Z_{\text{Serie}} := |R + i(X_L + X_C)| = \left| R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right| = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} \quad . \quad (5)$$

Die Phasenverschiebung lässt sich (wie in Abb. 1 zu erkennen und nach [Gia10, S. 1042]) durch

$$\varphi = \arctan \left( \frac{X_L + X_C}{R} \right) \quad (6)$$

berechnen.

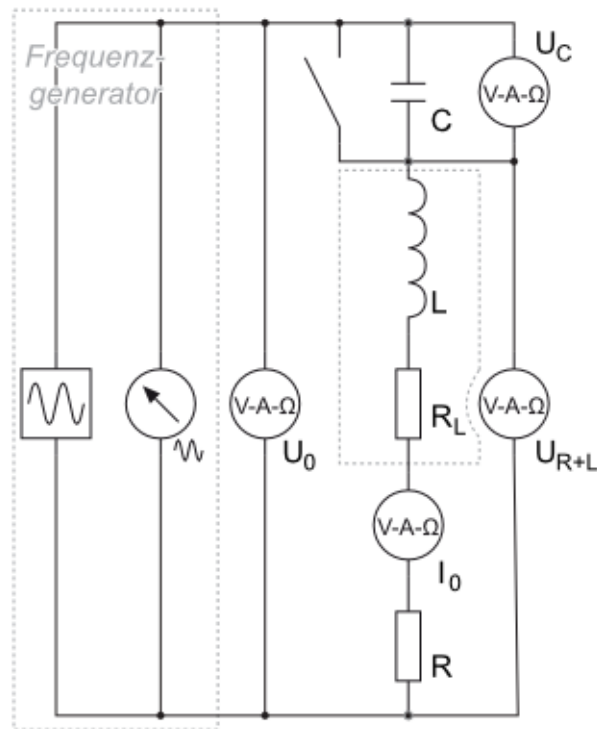
## 2.7 LC-Parallelschaltung

Ist ein *LC*-Parallelschaltkreis wie in Abb. 3 vorhanden, so berechnet sich die Impedanz nach der Spannungsregel für Parallelkreise durch

$$Z_{\text{Para}} = \frac{i}{\frac{1}{X_L} + \frac{1}{X_C}}$$

### 3 Durchführung

Der Aufbau besteht aus einem Frequenzgenerator, welcher einem veränderlichen Stromkreis aus Widerstand, Kondensator und Luftspule Spannung bereitstellt. Die verschiedenen Parameter Ausgangsspannung  $U$ , Spannung an Widerstand und Spule  $U_{L+R}$ , Spannung am Kondensator  $U_C$  und Gesamtstrom  $I$  werden mit einem Oszilloskop bzw. Spannungs- und Strom-Messgeräten vermessen.

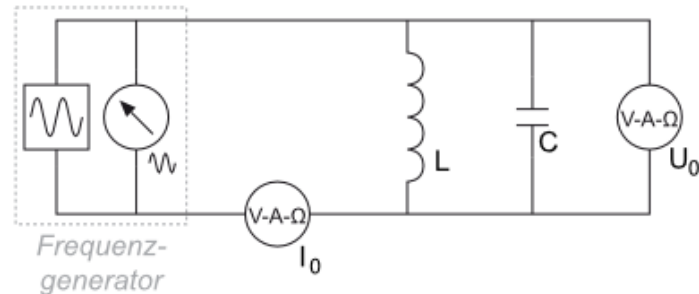


**Abbildung 2:** Schaltplan der Serienschaltung nach [LP1, 4.10.2014, 15:30].

Zunächst baut man den Serienschaltkreis aus Abb. 2 auf.

Dabei wird der Kondensator zunächst überbrückt und erst nach 10 Messungen mit verschiedenen Frequenzen, bei denen Strom  $I$  und Spannung  $U$  protokolliert werden, hinzugeschaltet. Alle gemessenen Parameter sollen nun für möglichst viele verschiedene Frequenzen  $f$  aufgezeichnet werden. Mit aktivem Kondensator müssen zusätzlich noch  $U_C$  und  $U_{R+L}$  sowie die Phasenverschiebung  $\varphi$  notiert werden. Das Oszilloskop wird zur Bestimmung dieser einerseits zur Vermessung der Ausgangsspannung  $U$  und andererseits zum Bestimmen des Stroms mit einer Stromzange verwendet. Es kann nun die beiden Kurven mit Hilfe des Mathe-Modus direkt auf deren Phasenverschiebung hin auswerten. Damit dies zuverlässig geschieht, ist darauf zu achten, dass die jeweiligen  $y$ -Achsen so gewählt sind, dass die Kurven ungefähr die selben Ausschläge zeigen. Auch muss mehr

als eine Periode angezeigt werden. Dabei ist der Resonanzbereich besonders genau zu untersuchen.



**Abbildung 3:** Schaltplan der Parallelschaltung von [LP1, 4.10.2014, 15:30].

Im zweiten Versuchsteil soll ein Parallelkreis aus Kondensator und Spule vermessen werden. In dieser Messung sollen die Spannung  $U$  und der Gesamtstrom  $I$  für verschiedene Frequenzen ausgewertet werden. Auch hier soll die Resonanzstelle wieder besonders genau untersucht werden.

Für die Auswertung werden abschließend die Daten der einzelnen Bauteile aufgezeichnet. Dies sind:

- Einzelner ohmscher Widerstand  $R_\Omega$
- Ohmscher Widerstand der Spule  $R_L$
- Innenwiderstand des Amperemeters  $R_A$
- Kapazität des Kondensators  $C$ .

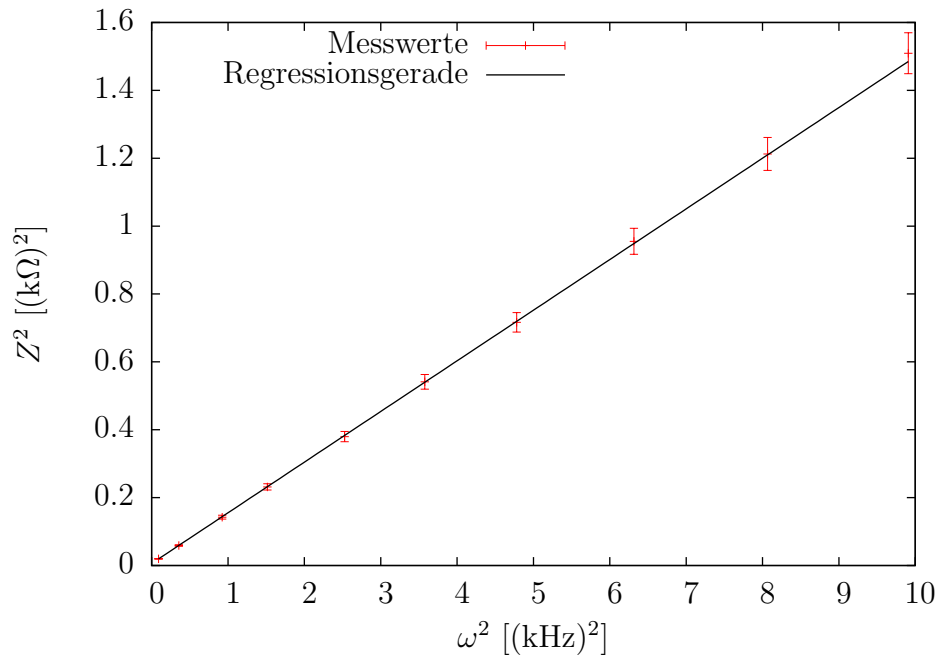
Während der Messungen ist darauf zu achten, dass die hier verwendeten Spannungen *tödlich* sein können und dass deshalb auf keinen Fall blanke Kabelenden herumliegen dürfen. Auch muss vor jeder Änderung am Aufbau sichergestellt werden, dass die Spannung abgeschaltet ist.

## 4 Auswertung

### 4.1 Widerstand und Spule in Reihe

Da zu Beginn der Kondensator überbrückt ist, ergibt sich aus der quadrierten Gleichung (5) nur

$$Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2 \quad .$$



**Abbildung 4:** Quadrat des Scheinwiderstands als Funktion der Kreisfrequenz.

Trägt man also  $\omega^2$  gegen  $Z^2$  auf, so ergibt sich eine Gerade  $y = mx + b$  mit  $b = R^2$  und  $m = L^2$ . Aus dem Fit der Abb. 4 ergibt sich so:

$$L = (386.3 \pm 0.6) \text{ mH} \quad \text{und} \\ R_{\text{ges}} = (77.3 \pm 1.1) \Omega \quad .$$

## 4.2 RLC-Serienschaltung

In Abb. 5 wird der Scheinwiderstand gegen die Kreisfrequenz aufgetragen. Der Fit nach der theoretischen Kurve ermittelte so

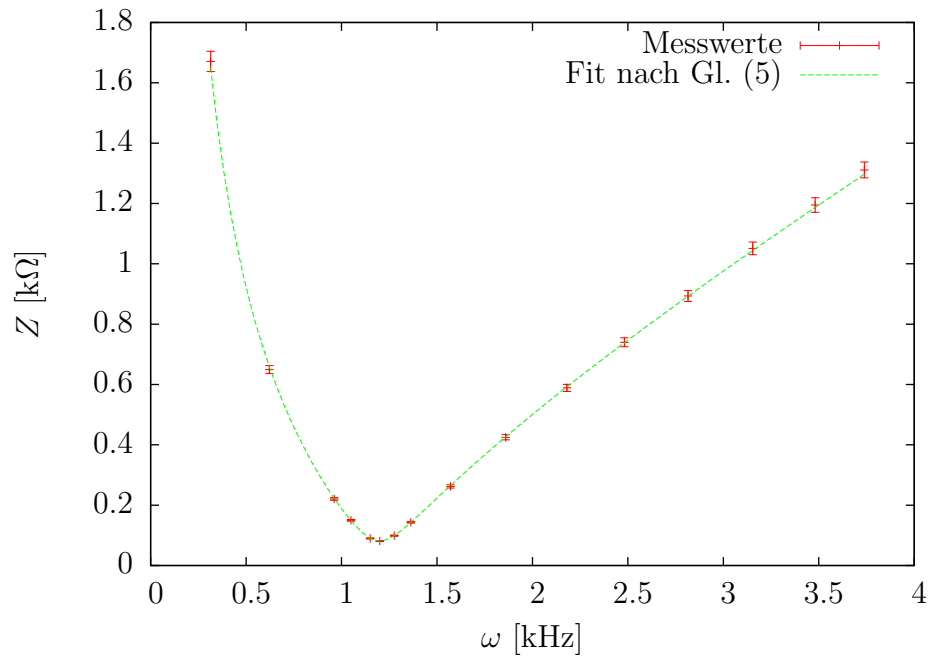
$$R = (80.9 \pm 0.5) \Omega \quad , \\ L = (386.1 \pm 1.0) \text{ mH} \quad \text{und} \\ C = (1.799 \pm 0.005) \mu\text{F}$$

als Werte. Mittelwerte aus allen Daten:

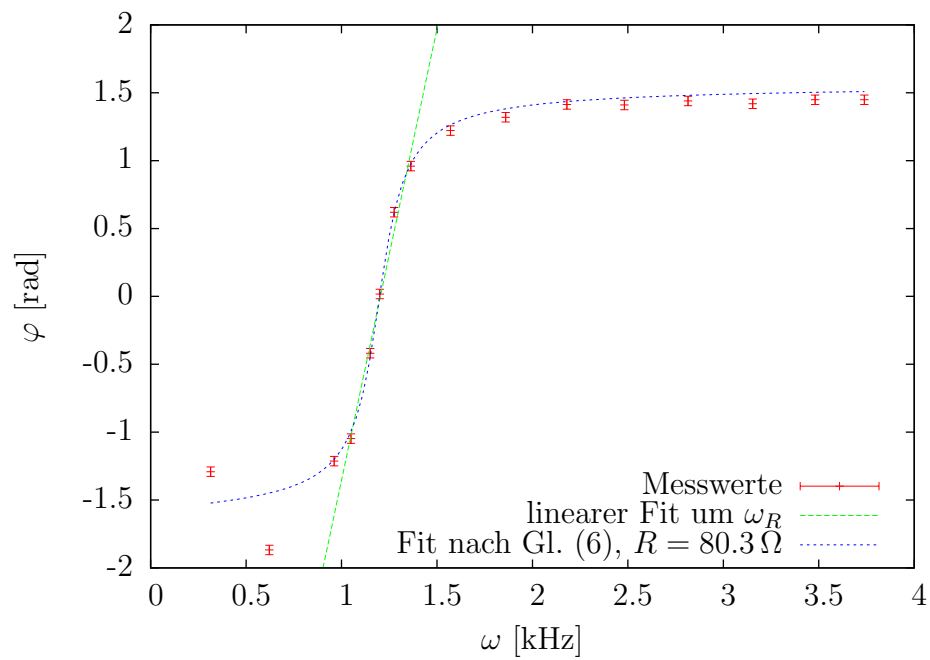
$$\bar{L} = (386.2 \pm 0.6) \text{ mH} \\ \bar{R} = (80.3 \pm 0.5) \Omega$$

Nach [Tip98, S. 954] gilt:





**Abbildung 5:** Scheinwiderstand des Serienresonanzkreis als Funktion der Kreisfrequenz.



**Abbildung 6:** Phasenverschiebung des Serienresonanzkreises.

$$\omega_{R\text{ LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{mit}$$

$$\sigma_{\omega_{R\text{ LC}}} = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_L^2}{L^2} + \frac{\sigma_C^2}{C^2}}}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot \sqrt{L}}$$

$$\omega_{R\text{ LC}} = (1199.9 \pm 2.3) \text{ Hz}$$

wobei die Werte aus dem Fit von Abb. 5 stammen. Aus dem Fit nach Gleichung (6) von Abb. 6 kann man  $L$  und  $C$  bestimmen. Dies ist möglich, da für  $R = 80.3 \Omega$  der Mittelwert der vorigen Messungen verwendet wurde. Es ergeben sich:

$$C = (1.80 \pm 0.23) \mu\text{F} \quad \text{und}$$

$$L = (390 \pm 50) \text{ mH} \quad .$$

Da um die Resonanzfrequenz  $\omega_R$  der Arcustangens ungefähr linear ist, lässt sich in diesem Bereich eine Gerade  $y = m \cdot x + b$  an die Messwerte fitten, für die gilt:

$$\omega_{\text{Phase}} = -\frac{b}{m}$$

$$\sigma_{\omega_{\text{Phase}}} = \frac{1}{m^2} \cdot \sqrt{b^2 \cdot \sigma_m^2 + m^2 \cdot \sigma_b^2}$$

$$\omega_{\text{Phase}} = (1200 \pm 120) \text{ Hz}$$

#### 4.2.1 Teilspannungen

In Abb. 7 sind die Teilspannungen  $U_C$  und  $U_{L+R}$  in Abhängigkeit der Frequenz aufgetragen. Dabei fällt auf, dass beide ihr Maximum bei der Resonanzfrequenz haben. Außerdem sind diese hier ungefähr gleich groß, wie schon in Kapitel 2.2 erwähnt.

#### 4.3 Parallelkreis

Aus Fit von Messung 3:

$$R = (68 \pm 5) \text{ k}\Omega$$

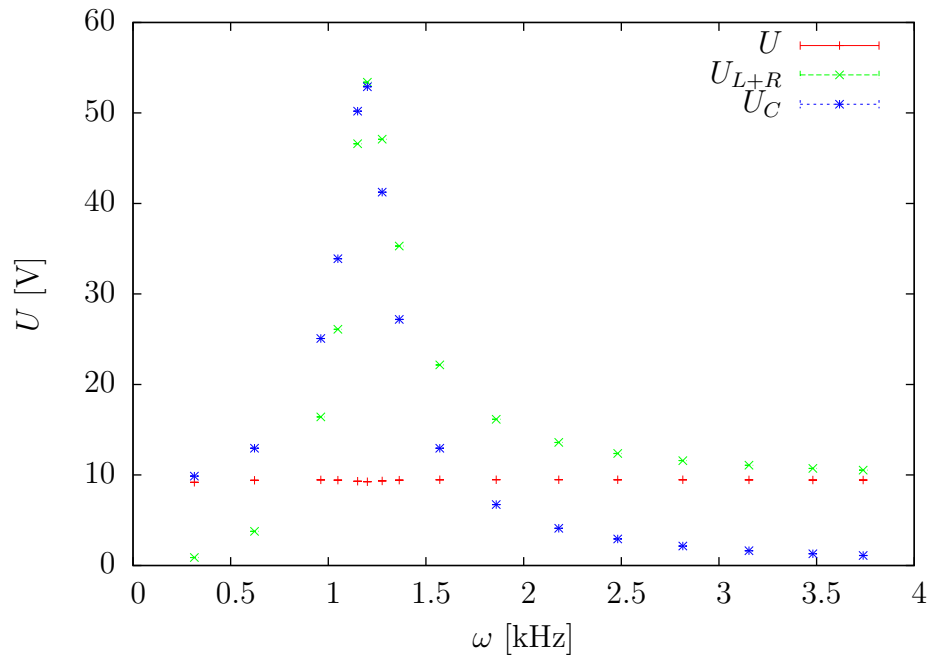
$$L = (370 \pm 10) \text{ mH}$$

$$C = (1.88 \pm 0.05) \mu\text{F}$$

## 5 Diskussion

### 5.1 Resonanzfrequenz

Die Werte für die Resonanzfrequenz  $\omega_R$  waren durchgehend auffallend konsistent und wichen von dem gewichteten Mittelwert von  $\overline{\omega_R} = (1199.9 \pm 2.3) \text{ Hz}$  um höchstens 2 Hz

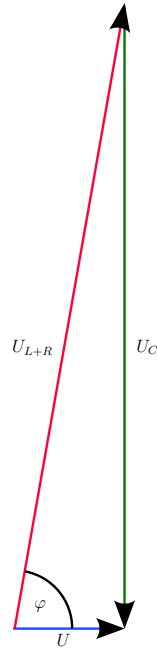


**Abbildung 7:** Teilspannungen des Serienresonanzkreises.

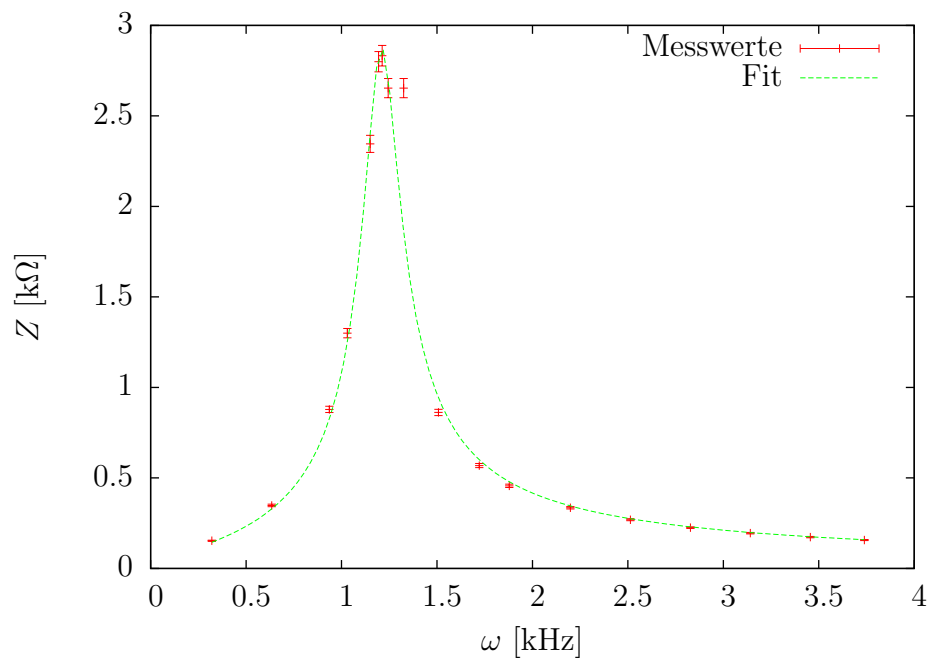
ab. Dies ist insofern bemerkenswert, als dass die Fehlerintervalle bis zu 10% des Messwertes ausmachten. Es spricht dafür, dass keine der Messungen einen systematischen Fehler diesbezüglich aufweist.

Messgröße	Gewichteter Mittelwert
$\overline{\omega_R}$	$(1199.9 \pm 2.3) \text{ Hz}$
$\overline{R}$	$(80.3 \pm 0.5) \Omega$
$\overline{L}$	$(386.2 \pm 0.6) \text{ mH}$
$\overline{C}$	$(1.800 \pm 0.005) \mu\text{F}$

**Tabelle 1:** Mittelwerte aus allen Messungen



**Abbildung 8:** Zeigerdiagramm der Spannungen  $U$ ,  $U_C$  und  $U_{L+R}$  der Serienschaltung bei der Resonanzfrequenz  $\omega_R$



**Abbildung 9:** Scheinwiderstand des Parallelkreises als Funktion der Kreisfrequenz.

## 5.2 Serienschaltung

## 5.3 Parallelschaltung

## Literatur

- [Gia10] Giancoli, Douglas C.: *Physik - Lehr- und Übungsbuch*. Pearson Education Deutschland, München, 3. Auflage, 2010, ISBN 978-3-8689-4023-7.
- [Gri99] Griffith, David J.: *Introduction to Electrodynamics*. Prentice-Hall, 3. Auflage, 1999, ISBN 0-13-805326-X.
- [LP1] *Lehrportal der Universität Göttingen*. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4165>.
- [Nol07] Nolting, Wolfgang: *Grundkurs Theoretische Physik 3 - Elektrodynamik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 8. Auflage, 2007, ISBN 978-3-540-71251-0.
- [Tip98] Tipler, Paul A.: *Physik*. Spektrum-Verlag Heidelberg Berlin, 2. Auflage, 1998, ISBN 3-86025-122-8.