

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 19

Dia- und Paramagnetismus

Praktikanten:	Nils Kanning Steffen Klemer
Durchgeführt am:	21.09.2006
Gruppe:	6
Assistent:	Boris Landgraf

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Magnetfelder in Materie	4
2.2	Diamagnetismus	4
2.3	Paramagnetismus	4
2.4	Energie des magnetischen Feldes	5
2.5	Die HALL-Sonde	5
3	Durchführung	6
4	Auswertung	7
4.1	Messung der Kraftflussdichte in Abhängigkeit vom Ort	7
4.2	Suszeptibilitäten der Probekörper	8
4.3	Kraftflussprofile mit Manganprobe im Feld	9
4.4	Kraft auf die Manganprobe in Abhängigkeit von der Stromstärke . .	9
5	Einordnung der Ergebnisse	10
A	Tabellen und Grafiken	11

1 Einleitung

Im *Protokoll 17* haben wir uns schon einmal mit Magnetfeldern in Materie beschäftigt. Dort lag der Schwerpunkt auf dem Ferromagnetismus. Hier wollen wir nun diamagnetische und paramagnetische Stoffe untersuchen.

2 Theorie

2.1 Magnetfelder in Materie

Wie bereits im *Protokoll 17* gezeigt wurde, gilt für das magnetische Feld in Materie der Zusammenhang

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad \text{mit} \\ \mu_r &= 1 + \chi\end{aligned}$$

wobei χ die *magnetische Suszeptibilität* ist. Zum Teil werden auch die *Massensuszeptibilität* $\frac{\chi}{\rho}$ oder die *molare Suszeptibilität* $\frac{\chi \cdot m_{mol}}{\rho}$ verwendet.

Abhängig von χ unterscheidet man grob 3 Arten von Stoffen - Ferromagnetische ($\chi > 1$), die in *Protokoll 17* behandelt wurden, paramagnetische ($0 < \chi < 1$) sowie diamagnetische ($-1 < \chi < 0$).

2.2 Diamagnetismus

Der Diamagnetismus kann mit lokalen, induzierten Kreisströmen in jedem Atom erklärt werden. Diese sind nach der LENZschen Regel der Ursache, also dem äußeren Magnetfeld, entgegengerichtet. Innerhalb des Körpers wird das äußere Magnetfeld dadurch geschwächt. Der Körper wird aus dem Feld herausgedrängt. Der Diamagnetismus ist praktisch Temperaturunabhängig und tritt bei allen Stoffen auf. Jedoch wird er meist durch die wesentlich stärkeren para- und ferromagnetischen Effekte unterdrückt. Diamagnetische Stoffe haben keine permanenten Dipolmomente. Beispiele sind *Bismut, Wasser, Kuper oder Gold*.

2.3 Paramagnetismus

Paramagnetismus tritt bei Elementen mit unvollständig besetzten Schalen auf. Bei diesen addieren sich die, aufgrund der Drehbewegung der Elektronen entstehenden, atomaren Magnetfelder nicht zu 0. Ohne äußeres Magnetfeld, eliminieren sich die einzelnen, atomaren Felder aufgrund der ungerichteten, thermischen Bewegung dann doch. Bringt man den Stoff aber in ein Magnetfeld, so richten sich die Elementarmagnete entlang des Feldes aus. Es ist somit im Inneren des Körpers größer als außen. Der Mechanismus ist aber temperaturabhängig, er kann mit dem CURIEschen Gesetz:

$$\chi = \frac{C}{T}$$

beschrieben werden. Hierbei ist C eine Materialkonstante. Eine quantitative Beschreibung findet sich im *Protokoll 17*. Paramagnetische Stoffe werden in Magnetfelder hineingezogen und besitzen permanente magnetische Dipole.

2.4 Energie des magnetischen Feldes

Um die Energie des magnetischen Feldes zu beschreiben, betrachten wir den Aufwand es zu erzeugen. Wollen wir in einer langen Spule ein Feld der Stärke H erzeugen, so müssen wir einen Strom

$$I = \frac{lH}{N}$$

mit der Länge l und der Windungszahl N fließen lassen. Beim Hochfahren des Stromes von 0 muss die Spannungsquelle gegen die Selbstinduktionsspannung entgegenwirken und die Leistung

$$P = -UI = U_{ind} \cdot I = -L\dot{I} \cdot I$$

aufwenden. Dabei wird eine Energie von

$$W = \int P(t)dt = -L \int_0^I I \cdot \dot{I} dt = -\frac{1}{2}LI^2$$

im Feld gespeichert. Nun gilt für den Fluss $\Phi \approx B \cdot A$ mit $A = Na$ (a ist der Querschnitt der Spule) und $B = \mu_0\mu_r \cdot H = \mu_0\mu_r \cdot N \frac{l}{l}$. Damit folgt

$$\begin{aligned} L &= \frac{\Phi}{I} = N^2 \mu_0 \mu_r \frac{a}{l} \\ W &= -\frac{1}{2}L \cdot I^2 = -\frac{1}{2}N^2 \mu_0 \mu_r \left(\frac{a}{l}\right) \cdot \left(\frac{lH}{N}\right)^2 = -\frac{1}{2}\mu_0 \mu_r H^2 \cdot (al) = -\frac{1}{2}\mu_0 \mu_r H^2 V \\ \Rightarrow w_{mag} &= -\frac{\mu_0 \mu_r}{2} \vec{H}^2 = -\frac{1}{2\mu_0 \mu_r} \vec{B}^2 \end{aligned}$$

Damit lässt sich nun auch die Kraftwirkung als der negative Gradient dieses Potentials ausdrücken:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}W = \frac{V}{2\mu_0\mu_r} \begin{pmatrix} \partial_x B^2 \\ \partial_y B^2 \\ \partial_z B^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Damit eine Kraft wirkt, muss das B -Feld demzufolge in mindestens einer Dimension inhomogen sein. Dies erzeugen wir in unserem Versuch mit abgeschrägten Polschuhen (siehe Abb. 1).

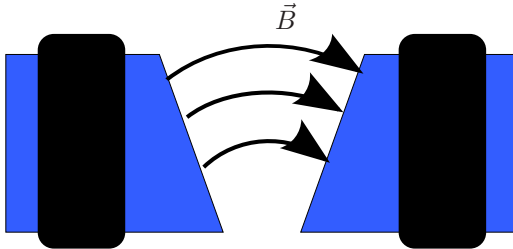


Abbildung 1: Schema der abgeschrägten Polschuhe

2.5 Die Hall-Sonde

Eine Möglichkeit Magnetfelder zu vermessen, stellt die HALL-Sonde dar. Mit ihr kann die magnetische Flussdichte bestimmt werden.

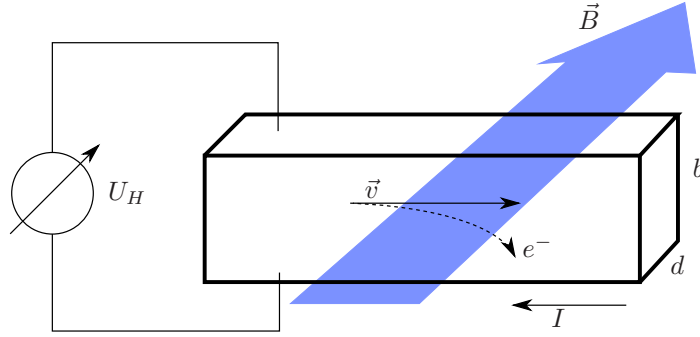


Abbildung 2: Schema einer HALL-Sonde

Wir betrachten hierfür einen Quaderförmigen Leiter (Abb. 2), durch dessen eine Hauptachse ein Strom I fließt. Mit dem Stromfluss ist eine Elektronenbewegung verbunden. Setzen wir die Sonde nun einem Magnetfeld aus, so wirkt auf die Leitungselektronen eine Kraft

$$\vec{F} = n \cdot q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Diese bewirkt eine Ladungstrennung senkrecht zum Magnetfeld und der Bewegung, bis die Lorentzkraft gleich der elektrischen Kraft $F_C = n \cdot q \cdot \vec{E}_H$ ist. Somit existiert eine Spannung U_H , die gemessen werden kann.

$$U_H = \int \vec{E}_H \cdot d\vec{s} = \vec{b} \cdot \vec{E}_H.$$

wobei $A = d \cdot b$ die Querschnittsfläche des Quaders ist. U_H ist die Spannung zwischen oberer und unterer Seitenfläche.

$$\begin{aligned} q \cdot \vec{E}_H &= -q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \\ U_H = b \vec{E}_H &= -\frac{(\vec{j} \times \vec{B}) \cdot b}{n \cdot q} = -\frac{I \cdot B}{n \cdot q \cdot d} \end{aligned}$$

mit der Stromdichte \vec{j} und der Ladungsträgerdichte n . Die Richtung von U_H ist unabhängig von der Ladung der Ladungsträger. Meist handelt es sich bei diesen um Elektronen, daher gilt

$$U_H = \frac{1}{e \cdot n} \frac{IB}{d} = R_H \frac{IB}{d}$$

mit der materialspezifischen Hallkonstanten R_H . Je größer R_H ist, desto größer ist der Effekt. In Halbleitern ist die Ladungsträgerdichte geringer und damit die Konstante größer. Aus ihr kann, bei bekannter Ladung und bekanntem Magnetfeld auch die Ladungsträgerdichte bestimmt werden.

3 Durchführung

Zunächst wird, wie in Abb. 3 zu sehen, die zur Erzeugung des Magnetfeldes zwischen den beiden Polschuhen benötigte Spule über einen Schiebewiderstand R an die Gleichspannung U angeschlossen. Der Widerstand wird so reguliert, dass ein Strom I von etwa 1.2 A fließt.

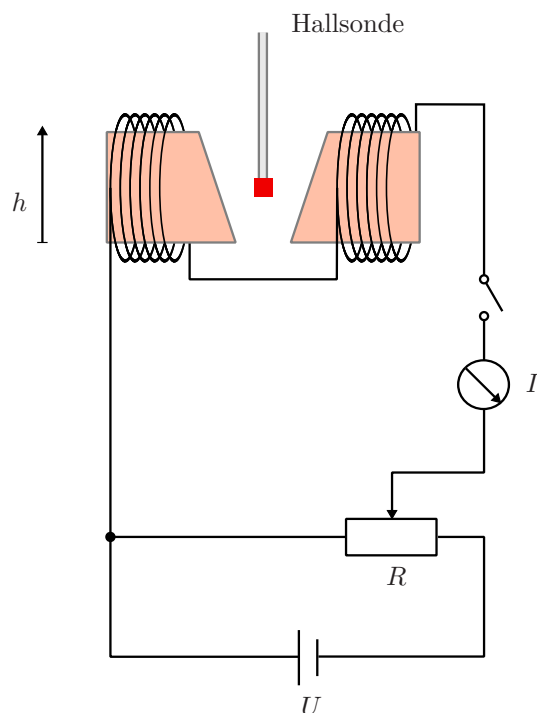


Abbildung 3: Hallsonde im inhomogenen Magnetfeld

Mit Hilfe einer Hallsonde wird die magnetische Kraftflussdichte B zwischen den Polschuhen in Abhängigkeit von der Höhe h vermessen. Die Schrittweite bei dieser Messung beträgt maximal 5 mm .

Danach werden nacheinander Probekörper aus Mangandioxid MnO_2 , Tantal Ta und Wismut Bi in das Magnetfeld gehängt und ihre vertikale Position, relativ zu der in der vorherigen Messung verwendeten Skala, wird mehrmals vermessen. Für jeden Probekörper wird die scheinbare Gewichtskraft des Körpers mit Hilfe einer Analysewaage bei ein- und ausgeschaltetem Magnetfeld mehrmals bestimmt. Außerdem werden die angegebenen Massen der Probekörper notiert.

Anschließend wird mit der Hallsonde das resultierende Magnetfeld zwischen den Polschuhen wieder in Abhängigkeit von der Höhe h bestimmt. Es werden dabei jeweils zwei Messungen ober- und unterhalb der zuvor ermittelten Position der Mangandioxidprobe und eine an dieser Position durchgeführt. Auch hierbei wird wieder die Schrittweite von 5 mm eingehalten.

Der im vorangegangenen Absatz beschriebene Ablauf wird nun noch einmal für das Tantal mit den Stromstärken 0.8 A , 1.0 A , 1.2 A und 1.4 A durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Messung der Kraftflussdichte in Abhängigkeit vom Ort

Die mit der Hallsonde gemessene Kraftflussdichte B haben wir in Abb. 4 gegen den Ort h aufgetragen. Zu beachten ist das positive Vorzeichen von B , da wir

für alle Messungen den Betrag der Messwerte verwendet haben. Es macht bei der Betrachtung der Stärke des Feldes keinen Unterschied, wie es gepolt ist.

Da wir diesem Graphen keinen deutlich linearen Zusammenhang zwischen B und h entnehmen können, approximieren wir die Werte durch ein Polynom fünften Grades. Dieses ergibt sich zu:

$$B_{1.2A}(h) \approx 0,60 T - 1,09 T/m h - 337,36 T/m^2 h^2 \\ + 9109,97 T/m^3 h^3 - 93673.1 T/m^4 h^4 + 319282 T/m^5 h^5$$

Bei der Ermittlung der Koeffizienten wurde der Messwert für die Höhe $0 m$ nicht berücksichtigt, da sich diese Position unterhalb der Polschuhe befand.

Wir haben die Kraftflussdichte nur in einer Raumdimension vermessen. Die im Theorieteil vorgestellte Gl. 1 für die auf einen Probekörper wirkende Kraft geht in diesem Fall über in:

$$F = \frac{V\chi}{\mu_0} B \frac{\partial B}{\partial h} \quad (2)$$

Sie ist also insbesondere proportional zu $B \partial B / \partial h$. Um uns so einen Eindruck über die Kraftwirkung zu verschaffen, berechnen wir den Gradienten $\partial B / \partial h$, indem wir das oben ermittelte Polynom ableiten:

$$\frac{\partial B_{1.2A}(h)}{\partial h} \approx -1,09 T/m - 337,36 T/m^2 h + 9109,97 T/m^3 h^2 \\ - 93673.1 T/m^4 h^3 + 319282 T/m^5 h^4$$

In Abb. 5 haben wir jetzt das Produkt $B \partial B / \partial h$ gegen h aufgetragen.

4.2 Suszeptibilitäten der Probekörper

Zunächst berechnen wir für jede Probe die Mittelwerte der gemessenen Gewichtskraft bei ein- und ausgeschaltetem Magnetfeld. Aus diesen können wir dann durch Subtraktion die durch das Magnetfeld auf die Probekörper wirkende Kraft ermitteln:

$$F = F_{ein} - F_{aus} \quad (3)$$

An Stelle der Kräfte haben wir mit der Waage eine proportionale Größe in der Einheit einer Masse gemessen. Durch Multiplikation mit der Gravitationskonstanten g gelangen wir von unseren Messwerten zu Kräften. Die verwendete Waage hatte einen Fehler von einem Digit, also $0.1 mg$. Die berechneten Werte sind in Tab. 1 zu finden.

Aus der Approximation von B und $\partial B / \partial h$ bestimmen wir mit Hilfe des Mittelwerts der ermittelten Position der jeweiligen Probe das Produkt $B \partial B / \partial h$ an dieser Stelle. Dann setzen wir die eben bestimmte Kraft mit der theoretischen aus Gl. 2 gleich. Das Volumen V des Probekörpers drücken wir durch die Masse m und die Dichte ϱ aus. So können wir die Suszeptibilität χ bestimmen:

$$\chi = \frac{\varrho \mu_0 F}{m B(h) \frac{\partial B(h)}{\partial h}} \quad (4)$$

Die Massen der Probekörper und die Dichten der Stoffe sind ebenso wie die berechneten Suszeptibilitäten in Tab. 2 zusammengetragen. Dabei ist die spezifische

Suszeptibilität $\chi_{spez} = \chi/\varrho$. Die Dichten wurden aus dem Praktikumsskript übernommen.

Da der in die Berechnung von χ eingehende Wert $B \partial B / \partial h$ lediglich auf einer Approximation beruht, deren Fehler an der Stelle h wir nur sehr grob schätzen könnten, verzichten wir an dieser Stelle auf eine Fehlerbetrachtung.

4.3 Kraftflussprofile mit Manganprobe im Feld

Die Profile der Kraftflussdichte für die verschiedenen Stromstärken sind in Abb. 6 zu sehen. Für jede Stromstärke wurde der Graph diesmal, aufgrund des viel kleineren Abschnitts, durch ein Polynom zweiten Grades

$$B = a \cdot h^2 + b \cdot h + c$$

angenähert (Tab. 3). Den Gradienten $\partial B / \partial h = B'$ erhalten wir jeweils als Ableitung des Polynoms. Dies ergibt:

$$\begin{aligned} B'_{0,8A}(h) &\approx 2 \cdot 3.7(4) \cdot 10^{-5} \frac{T}{mm^2} h - 0.0057(3) \frac{T}{mm} \\ B'_{1,0A}(h) &\approx 2 \cdot 4.3(4) \cdot 10^{-5} \frac{T}{mm^2} h - 0.0069(3) \frac{T}{mm} \\ B'_{1,2A}(h) &\approx 2 \cdot 5.4(3) \cdot 10^{-5} \frac{T}{mm^2} h - 0.0085(2) \frac{T}{mm} \\ B'_{1,4A}(h) &\approx 2 \cdot 4.9(2) \cdot 10^{-5} \frac{T}{mm^2} h - 0.0089(2) \frac{T}{mm} \end{aligned}$$

Es zeigt sich, dass die Kraftflussdichte für große Ströme schneller abfällt als für kleine. Die Näherung mit einem Polynome zweiten Grades war auch gerechtfertigt, wie man am exakten Verlauf der Parabeln durch die Messpunkte erkennen kann.

4.4 Kraft auf die Manganprobe in Abhängigkeit von der Stromstärke

Aus den Messungen der Kraft auf den Probekörper ohne Feld wird der Mittelwert F_{aus} gebildet. Ebenso wird für jede Stromstärke der Mittelwert F_{ein} der Kraftmessungen gebildet. Mit Gl. 3 ermitteln wir nun die durch das Magnetfeld auf den Körper wirkende Kraft F . Die Ergebnisse sind in Tab. 4 zu sehen.

Außerdem ist in Abb. 7 die Kraft F gegen den Strom aufgetragen. Wir vermuten hierbei einen linearen Zusammenhang und führen eine lineare Regression mit einer Geraden der Form $mI + b$ durch. Unter Berücksichtigung der Fehler von F ergeben sich die Werte:

$$\begin{aligned} m &= 2.5(4) \cdot 10^{-5} \text{ N A}^{-1} \\ b &= -6(5) \cdot 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$

Setzen wir dies in Gl. 2 ein, so erhalten wir eine Abhängigkeit zwischen der Kraftflussdichte am Ort der Probe und dem Strom:

$$B(I) = \frac{(mI + b)\mu_0\mu_r}{V \partial B(h_{Probe}, I) / \partial h}$$

Wie wir in Tab. 3 gesehen haben, hängt das Profil $\partial B(h_{Probe}, I)/\partial h$ der Flussdichte stark von der Stromstärke ab. Es erscheint wenig sinnvoll hier Zahlen einzusetzen, müsste man doch wieder eine Gleichung pro Stromstärke angeben, was das ursprüngliche Ansinnen eines einfachen Zusammenhangs zwischen B und I , absurd werden lässt. Deshalb verzichten wir an dieser Stelle darauf.

5 Einordnung der Ergebnisse

Die im ersten Abschnitt des Versuchs bestimmten Suszeptibilitäten deuten darauf hin, dass Mangandioxid und Tantal paramagnetisch sind. Bei Wismut handelt es sich hingegen um einen diamagnetischen Stoff. Erfreulich ist, dass diese Aussagen qualitativ korrekt sind. Um die berechneten Suszeptibilitäten auch quantitativ einzuordnen, fehlen uns leider Vergleichswerte.

Die Auftragung der Kraft gegen den Ort zeigt den typischen Potentialtopf, demonstriert also auch die bekannt Theorie.

Wie zu erwarten war, verhält sich das Magnetfeld abhängig von der Stromstärke durch die Spulen. Hierbei wächst es naturgemäß mit der Stromstärke und auch der Gradient nimmt zu. Erfreulich ist auch der gefundene lineare Zusammenhang zwischen der Kraft und I , der so erwartet wurde. Der große Fehler im Achsenabschnitt sollte hierbei nicht über den moderaten Fehler des Anstiegs hinwegtäuschen.

A Tabellen und Grafiken

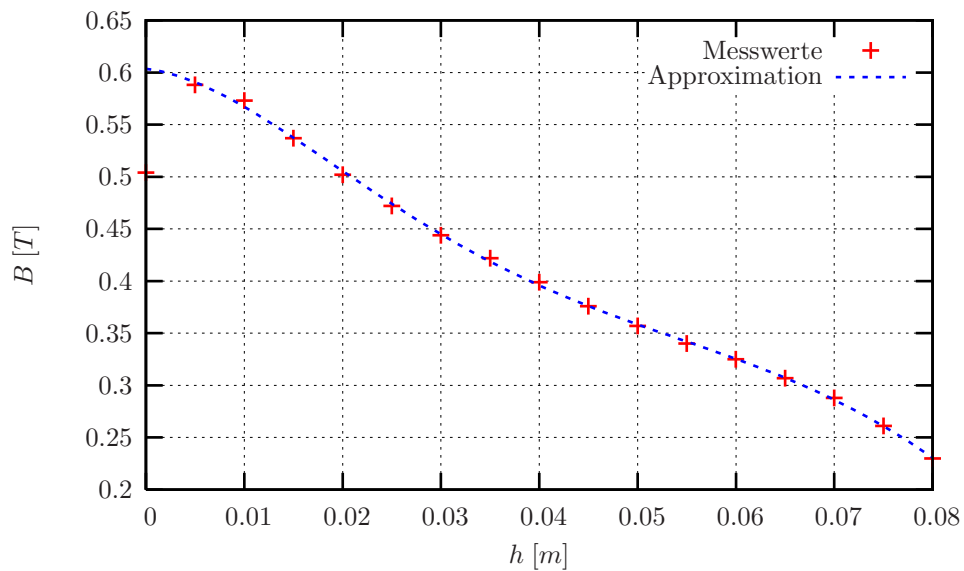


Abbildung 4: Feldstärke B in Abhängigkeit vom Ort h bei 1, 2 A

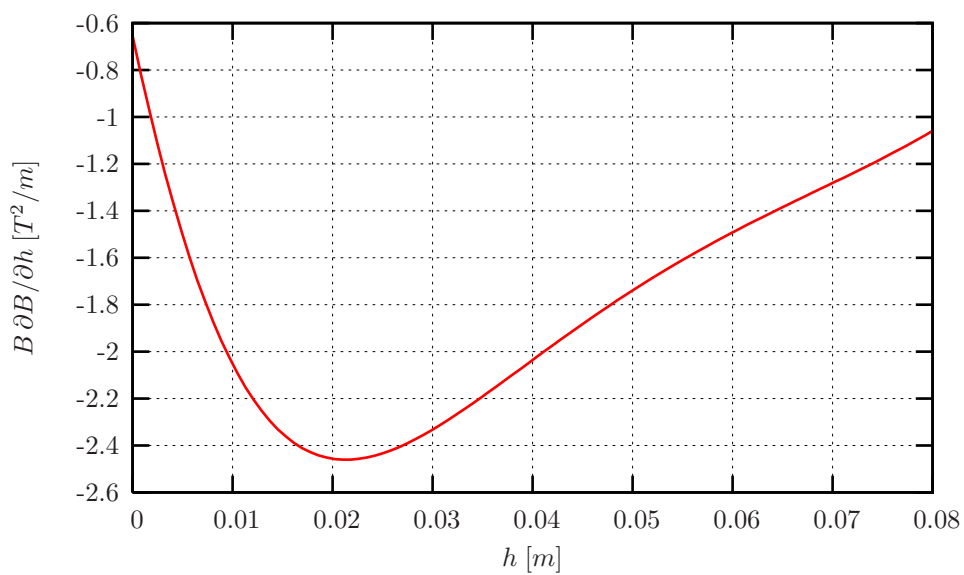


Abbildung 5: Produkt aus Feldstärke und Gradient der Feldstärke $B \partial B / \partial h$ in Abhängigkeit vom Ort h bei 1, 2 A

Probe	$F_{ein} [10^{-4}N]$	$F_{aus} [10^{-4}N]$	$F [10^{-4}N]$
MnO_2	58,14(1)	59,47(1)	- 1,33(1)
Ta	101,59(1)	101,78(1)	- 0,19(1)
Bi	92,94(1)	92,68(1)	0,26(1)

Tabelle 1: Kräfte auf die Probekörper

Probe	$h [m]$	$F [10^{-4}N]$	$m [10^{-3}kg]$	$\varrho [kg\,m^{-3}]$	$\chi [10^{-4}]$	$\chi_{spez} [10^{-8}m^3\,kg^{-1}]$
MnO_2	0,051	- 1,33(1)	0,455	5000	20,90	21,33
Ta	0,035	- 0,19(1)	0,911	16600	2,02	1,22
Bi	0,021	0,26(1)	0,851	9800	- 0,79	-1,58

Tabelle 2: Suszeptibilität der Probekörper

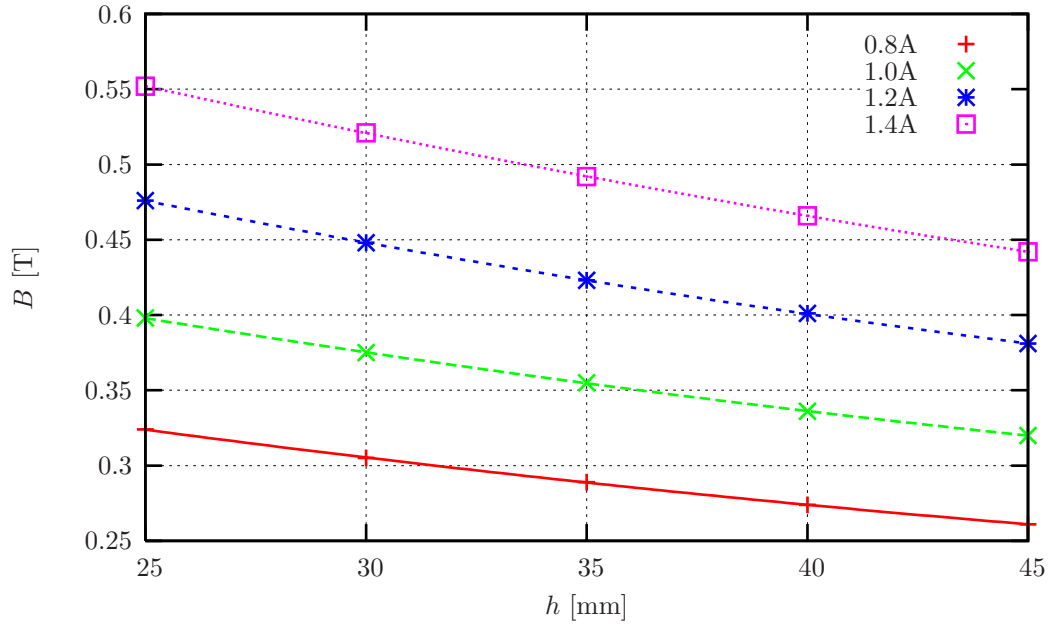


Abbildung 6: Die Flussdichte innerhalb der Polschuhe bei verschiedenen Stromstärken

$I [A]$	$a [\frac{T}{mm^2}]$	$b [\frac{T}{mm}]$	$c [T]$
0.8	3.7(4)e-05	-0.0057(3)	0.444(5)
1.0	4.3(4)e-05	-0.0069(3)	0.544(4)
1.2	5.4(3)e-05	-0.0085(2)	0.655(3)
1.4	4.9(2)e-05	-0.0089(2)	0.744(3)

Tabelle 3: Ergebnisse der Fits der Flussdichte bei verschiedenen Stromstärken

I [A]	\overline{m}_{aus} [g]	\overline{m}_{ein} [g]	F [N]
0,8	1.03454(5)	1.03610(5)	1.53(5)E-05
1,0	1.03454(5)	1.03637(5)	1.79(5)E-05
1,2	1.03454(5)	1.03723(5)	2.64(5)E-05
1,4	1.03454(5)	1.03753(5)	2.94(5)E-05

Tabelle 4: Kräfte auf die Manganprobe in Abhängigkeit von der Stromstärke

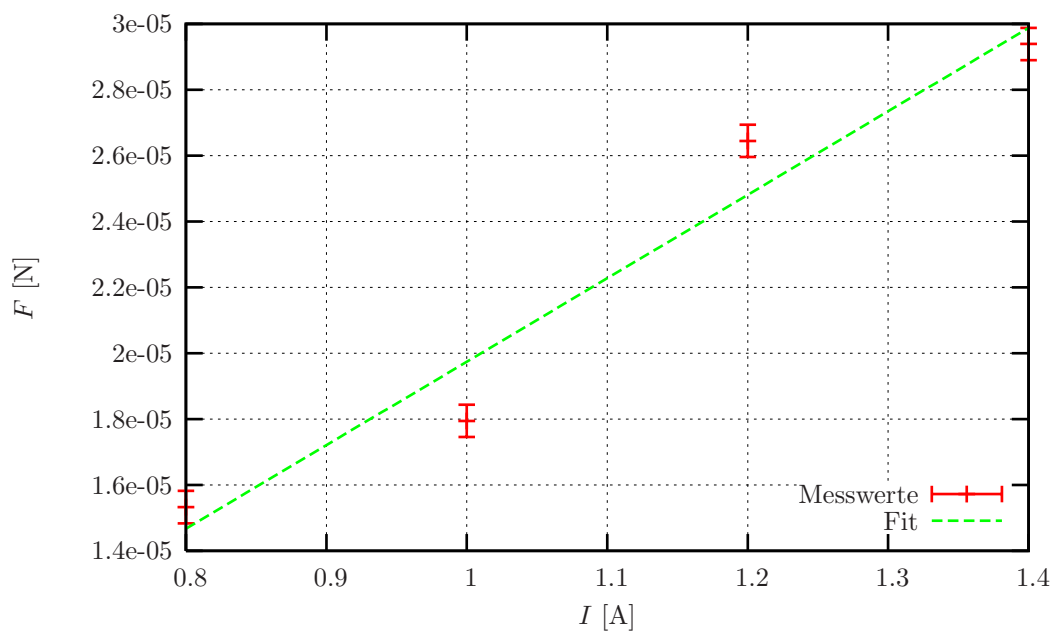


Abbildung 7: Die Kraft bei verschiedenen Stromstärken mit einer linearen Regression