



Versuch 19

Dia- und Paramagnetismus

Praktikanten: **Johannes Dörr**
mail@johannesdoerr.de
physik.johannesdoerr.de

Gruppe: 14

Datum: 12.02.2007

Katharina Rabe
kathinka1984@yahoo.de

Assistent: Tobias Liese

Oliver Schönborn
hadesop@gmx.de

1 Einleitung

In diesem Versuch stehen die magnetischen Eigenschaften von Materialien, sowie ihre Messung im Vordergrund. Magnetische Eigenschaften unterschiedlicher Stoffe bzw. Gegenstände finden im alltäglichen Leben an unterschiedlichsten Orten Anwendung, so beispielsweise bei Kreditkarten, Tonbändern und Abschirmungen. Weitergehend führt uns der Versuch an die Anwendung des Hall-Effektes heran.

2 Theorie

2.1 Paramagnetismus

Die Entstehung von Magnetismus sowie seine quantitative Handhabung wurden bereits in Protokoll 17, "Ferromagnetismus" erläutert.

Zusammenfassend liegt seine Ursache in der Ausrichtung der Elementarmagnete, die sich wiederum auf die Kreisströme der Elektronen um den Atomkern erklären lassen. Nach außen hin hat ein Atom jedoch nur dann ein permanentes magnetisches Moment, wenn sich die Momente der einzelnen Elektronen nicht gegenseitig kompensieren, was nur bei Atomen mit nicht vollständig aufgefüllten Elektronenschalen der Fall ist. Metalle mit dieser Eigenschaft sind *paramagnetisch* und besitzen einen Wert der magnetische Suszeptibilität von $\chi > 0$.

2.2 Diamagnetismus

Bringt man ein Metall in ein Magnetfeld, so werden in ihm Kreisströme induziert, die nach der *Lenzschen Regel* ein zweites Magnetfeld erzeugen, das dem ursprünglichem Feld entgegengesetzt ist. Dieses Verhalten, das beispielsweise in Wirbelstrombremsen ausgenutzt wird, weisen alle Metalle auf, jedoch wird es bei einigen Stoffen vom Paramagnetismus, der wesentlich stärker ist, überlagert.

Ist der Stoff jedoch nicht paramagnetisch, beobachtet man die beschriebene Eigenschaft, die als *diamagnetisch* bezeichnet wird. Der Wert der magnetischen Suszeptibilität ist kleiner als null, die Feldvektoren von Feldstärke \vec{H} und Magnetisierung \vec{J} zeigen in entgegengesetzte Richtungen. Der Körper wird in die Richtung der geringeren Feldstärke gezogen.

Da der Diamagnetismus nicht auf einer Sortierung der Teilchen oder Ähnlichem beruht, ist er nahezu unabhängig von der Temperatur.

2.3 Energiedichte des magnetischen Feldes

Ist ein Körper magnetisiert, so trägt er auch eine gewisse Energie, schließlich musste auch welche aufgewendet werden, um seine Elementarmagnete zu sortieren. Diese *magnetostatische Energie* des Körpers mit dem Volumen V ergibt sich aus:

$$W = -\frac{1}{2} \int_V \vec{H} \cdot d\vec{B} = -\frac{1}{2} V \mu_0 (H + J) H \quad , \quad (1)$$

vobei wir dabei vereinfachend von einem kleinen Volumen sowie einer konstanten Suszeptibilität χ ausgehen. Mit $\vec{J} = \chi \vec{H}$ und im darauf folgenden Schritt $B = \mu_0 H$ ergibt sich:

$$W = -\frac{1}{2} V \chi \mu_0 H^2 - \frac{1}{2} V \mu_0 H^2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow F_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{V \chi}{\mu_0} B \frac{\partial B}{\partial x} \quad . \quad (3)$$

Der letzte Term in (2) ist die Vakuumenergie, sie verschwindet bei der Gradientenbildung, die zu (3) führt. Damit erhalten wir die Kraft, die auf den Körper im Magnetfeld wirkt. Sie ist nur vorhanden, wenn ein inhomogenes Magnetfeld vorliegt, denn sonst ist der Gradient null.

2.4 Homogene und inhomogene Magnetfelder

Bei homogenen Magnetfeldern ist die Feldstärke vom Ort unabhängig, die Feldlinien verlaufen parallel. Erzeugen lässt sich so ein Feld mit Hilfe zweier *Helmholtzspulen*, die so angeordnet sind, dass ihr Abstand genau ihrem Radius entspricht. Allerdings ist so ein Feld immer nur annähernd homogen, besonders an den Rändern ist eine Inhomogenität feststellbar.

Um gezielt ein inhomogenes Magnetfeld zu erzeugen, eignen sich zwei sich gegenüber angeordnete Elektromagneten, deren Ferritkerne an den Enden abgeschrägt sind. Dadurch variiert der horizontale Abstand der beiden Kerne je nach Höhe, und damit auch die Stärke des Feldes. Die Feldlinien sind in diesem Aufbau gebogen.

2.5 Hall-Effekt

Ladungen, die sich in einem Magnetfeld bewegen, werden senkrecht zu den Feldlinien und der Bewegungsrichtung abgelenkt (Lorenzkraft). Fließen Elektronen in einem quaderförmigen, von homogenen Feldlinien durchsetzten Leiter, werden sie an eine Seite des Leiters gedängt, wodurch im Leiter, senkrecht zur Flussrichtung, eine Potentialdifferenz entsteht. Dabei entsteht irgendwann ein Gleichgewicht, da hierdurch ein Elektrisches Feld E entsteht, dessen Kraft F_E auf die Elektronen der Lorenzkraft F_L entgegenwirkt. Die Potenziendifferenz nennt man *Hallspannung*, sie lässt sich messen, um Rückschlüsse auf die Stärke des Magnetfeldes zu ziehen.

Haben sich Lorenzkraft F_L und Kraft des elektrischen Feldes F_E kompensiert, gilt:

$$F_L = q v B = Eq = F_E \quad . \quad (4)$$

Der Leiter habe eine Höhe h sowie die Querschnittsfläche A . Für die Stromdichte j durch diesen Leiter gilt:

$$j = e n v \quad , \quad (5)$$

dabei ist e die Elektronenladung, n die Elektronendichte und v ihre Geschwindigkeit. Für den Strom ergibt sich dann:

$$I = j \cdot A = q n v h b \quad , \quad (6)$$

wobei $A = h \cdot b$. Nach Umformen nach v und Einsetzen in (4) folgt mit $E = F/q$ und $E = U_H/h$:

$$\frac{I}{q n A} B = \frac{U_H}{h} \quad (7)$$

$$\Rightarrow U_H = \frac{I B}{q n b} = R_H \frac{I B}{b} \quad . \quad (8)$$

$R_H = (en)^{-1}$ ist die materialspezifische Hallkonstante.

3 Durchführung

1. Die Wicklungen des Elektromagneten werden über das Ampèremeter und den Schieb Widerstand an den 220V Ausgang des Gleichspannungs-Netztes gelegt. Dabei sollte die Stromstärke im Elektromagneten ca. 1,2A betragen, bei Netzschwankungen muss laufend nachgeregelt werden. Der Spulenstrom sollte notiert werden.
2. Im Bereich der Probekörper von ober- bis unterhalb der Eisenkerne muss nun das Magnetfeld ausgemessen werden. Bei schrittweiser Änderung der Höhe der Hall-Sonde wird die magnetische Induktion $B(h)$ gemessen, dabei sollte darauf geachtet werden, dass die Schrittweite nicht größer ist als 5 mm.
3. Die Massen aller benutzten Körper werden (mit ihrer Benennung) notiert.
4. Die Orte der Probekörper werden nun ungefähr festgelegt. Dabei sollte sich Bi im unteren, MnO_2 im oberen Drittel des Magnetfeldes befinden.
5. Während der Kraftmessungen wird der Ort der Probekörper genau festgelegt. Hierzu werden mindestens drei Bestimmungen am Höhentrieb der Hall-Sonde gemacht.
6. Als Nächstes erfolgt die Messung der Kräfte auf die Probekörper, sowohl mit, als auch ohne Magnetfeld (in diesem Fall mit der Analysewaage). Dabei sollte beachtet werden, dass die Probe frei zwischen den Polschuhen zu hängen hat. Für jeden Probekörper sind mindestens drei Messungen mit und ohne Magnetfeld durchzuführen.
7. Dann erfolgt die Ausmessung des Magnetfeldes für vier verschiedene Stromstärken, dabei sollten fünf Messungen für jede Stromstärke gemacht werden. Hierfür wird das Magnetfeld am Ort des Mangan-Probekörpers und in Abständen von jeweils 5 mm an zwei Orten darüber und darunter gemessen.

8. Mit der Analysewaage werden nun für vier Stromstärken die Kräfte auf den Mangan-Probekörper (mit und ohne Magnetfeld) gemessen. Dabei muss die Probe frei zwischen den Polschuhen hängen. Es werden für jede Probe drei Messungen mit und drei ohne Magnetfeld benötigt.
9. Als letztes wird der Abstand der Polschuhe als Funktion der Höhe gemessen, hierfür reichen 5 Messungen.

4 Auswertung

4.1 Verlauf der Magnetischen Flussdichte (1. und 3.)

Abbildung 1 zeigt den von uns gemessenen Verlauf der magnetischen Flussdichte zwischen den beiden Polen. Ebenfalls eingezeichnet ist der polynomielle Fit der fünften Ordnung, aus dem wir die folgenden Gleichungen erhalten, wobei die zweite die Ableitung der Flussdichte nach h , also $B' = \partial B / \partial h$, ist:

$$B(h) = 0,478 + 16 \cdot h - 1352 \cdot h^2 + 35881 \cdot h^3 - 411796 \cdot h^4 + 1,7 \cdot 10^6 \cdot h^5 \quad (9)$$

$$B'(h) = 16 - 2704 \cdot h + 107643 \cdot h^2 - 1647184 \cdot h^3 + 8,5 \cdot 10^6 \cdot h^4 \quad (10)$$

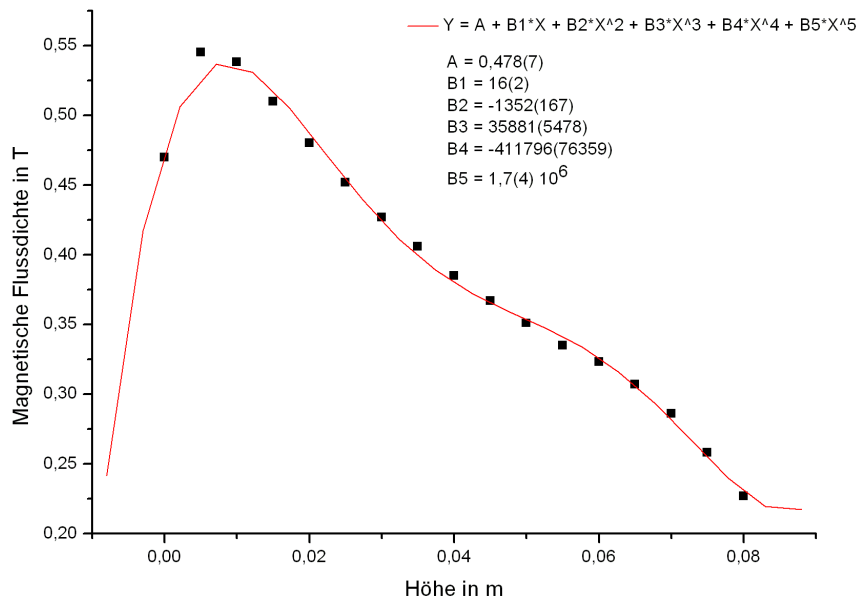


Figure 1: Verlauf der magnetischen Flussdichte

Abbildung 2 zeigt das Produkt $B(H) \cdot B'(H)$. Wie in der Theorie beschrieben ist die Kraft, die von $B(h)$ ausgeht, proportional zu diesem Produkt.

4.2 Magnetische Suszeptibilität (2., 4. und 5.)

Für die Kraft, die auf den Probekörper wirkt, gilt:

$$F = -\frac{\chi V}{\mu_0} B B' \quad (11)$$

Bei der Versuchsdurchführung wurde die genaue Position der Promemasse gemessen, sodass nun mit (10) die Flussdichte an genau dieser Stelle berechnet werden kann, ebenso der Graadient mit (10). Die Kraft, die auf

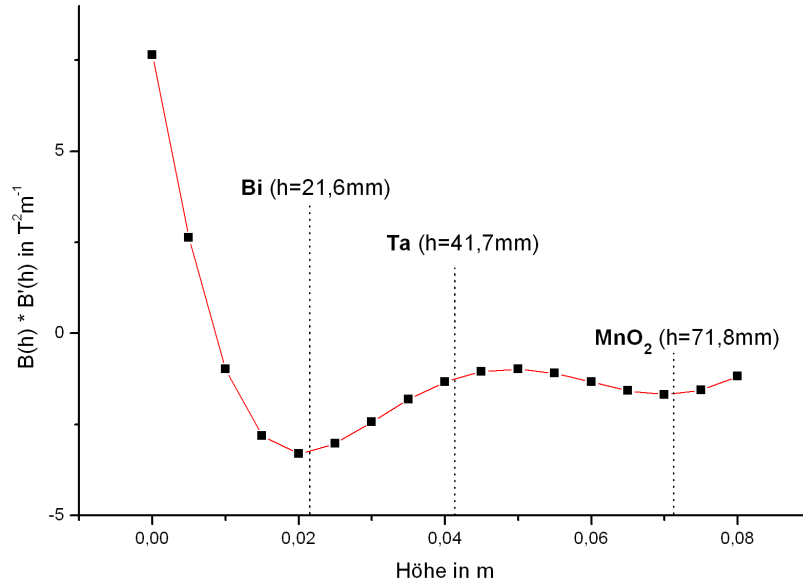


Figure 2: Produkt der magnetischen Flussdichte mit ihrer Ableitung

den Probekörper wirkt, ergibt sich aus der Differenz Δm der mit der Waage gemessenen "Massen" mit bzw. ohne eingeschaltetem Magnetfeld, multipliziert mit der Fallbeschleunigung g :

$$F = g (m_B - m_0) = g \Delta m \quad . \quad (12)$$

Mit der Dichte ρ der Probekörper lässt sich auf das Volumen V schließen:

$$V = \frac{m_0}{\rho} \quad . \quad (13)$$

Somit lässt sich aus den Messdaten die magnetische Suszeptibilität der Probekörper bestimmen:

$$\chi = -g \Delta m \frac{\mu_0 \rho}{B B' m_0} \quad . \quad (14)$$

Die folgende Tabelle zeigt die Werte für die Position der Probe, die dort herrschende Flussdichte und deren Gradient, die aus den Messwerten berechnete Kraft auf die Probe sowie die damit berechnete Suszeptibilität.

Probe	Höhe h	$B(h)$	$B'(h)$	Kraft F	Magn. Suszeptibilität χ
<i>Bi</i>	$h = 21,6 \text{ mm}$	$0,47 \text{ T}$	$-6,93 \text{ T}^2 \text{ m}^{-1}$	$2,3(2) \cdot 10^{-5} \text{ N}$	$-9(1) \cdot 10^{-5}$
<i>Ta</i>	$h = 41,7 \text{ mm}$	$0,37 \text{ T}$	$-3,32 \text{ T}^2 \text{ m}^{-1}$	$-1,11(14) \cdot 10^{-5} \text{ N}$	$18,46(23) \cdot 10^{-5}$
<i>MnO₂</i>	$h = 71,8 \text{ mm}$	$0,24 \text{ T}$	$-7,02 \text{ T}^2 \text{ m}^{-1}$	$-1,13(4) \cdot 10^{-4} \text{ N}$	$7,17(5) \cdot 10^{-4}$

In die Fehlerbetrachtung gehen die Standardabweichungen der Messungen von m_0 und von F (resultierend aus den Abweichungen von m_0 und m_B) ein.

Die spezifische Suszeptibilität χ/ρ ist in der folgenden Tabelle angegeben.

Probe	Spez. magn. Suszeptibilität χ/ρ
<i>Bi</i>	$-0,9(1) \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$
<i>Ta</i>	$1,1(1) \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$
<i>MnO₂</i>	$14,3(9) \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$

4.3 Magnetische Flussdichte in Abhängigkeit vom Spulenstrom (6. und 7.)

Abbildung 3 zeigt die Verteilung der magnetischen Flussdichte für verschiedene Spulenströme. Den Verlauf haben wir mit einem Polynom zweiten Grades angenähert, die resultierenden Gleichungen sind ebenfalls in der Grafik dargestellt.

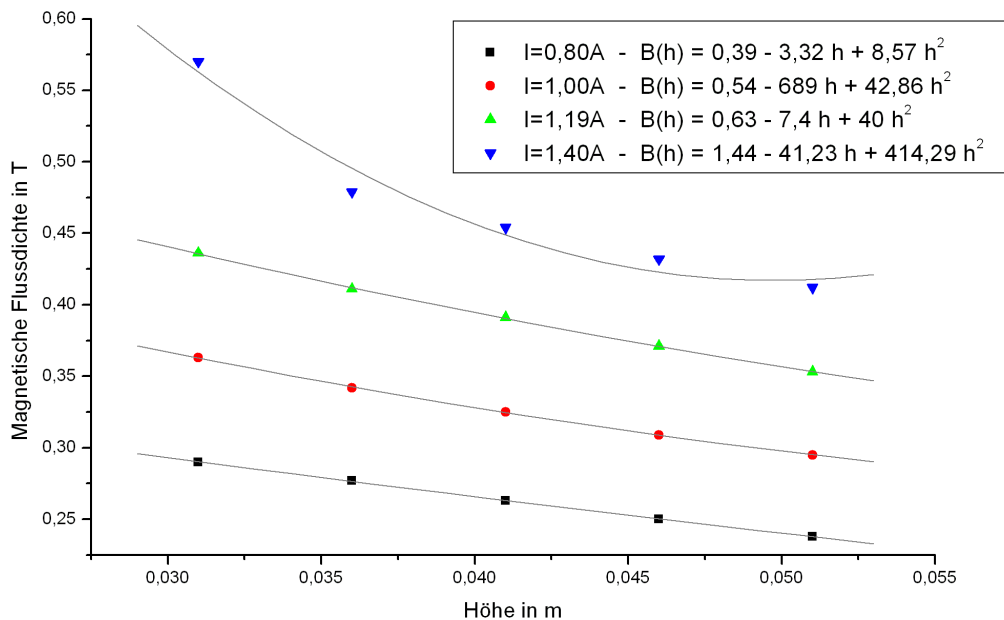


Figure 3: Verteilung der magnetischen Flussdichte für verschiedene Spulenströme

Der Gradient der magnetischen Flussdichte ist in Abbildung 4 angegeben.

Wie erwartet ändert sich der Verlauf der Flussdichte nicht mit dem Strom, sie ist nur an den jeweiligen Punkten stärker. Die Geraden sind parallel, die Flussdichte verhält sich mit anderen Worten linear zum Spulenstrom. Die Messung mit $I = 1,4\text{A}$ fällt etwas aus dem Rahmen, was maßgeblich durch den Messpunkt bei 31mm verursacht wird, der dann die polynomielle Näherung verunstaltet.

Dies macht sich auch in der Darstellung des Gradienten bemerkbar. Der festgestellten Linearität entsprechend liegen die Werte der Gradienten ansonsten aufeinander.

In Abbildung 5 ist nun die Kraft in Abhängigkeit von dem Spulenstrom aufgetragen. Es ist zu sehen, dass auch hier ein linearer Zusammenhang vorhanden ist. Mittels linearer Regression erhalten wir eine Gleichung für die Kraft in Abhängigkeit vom Strom.

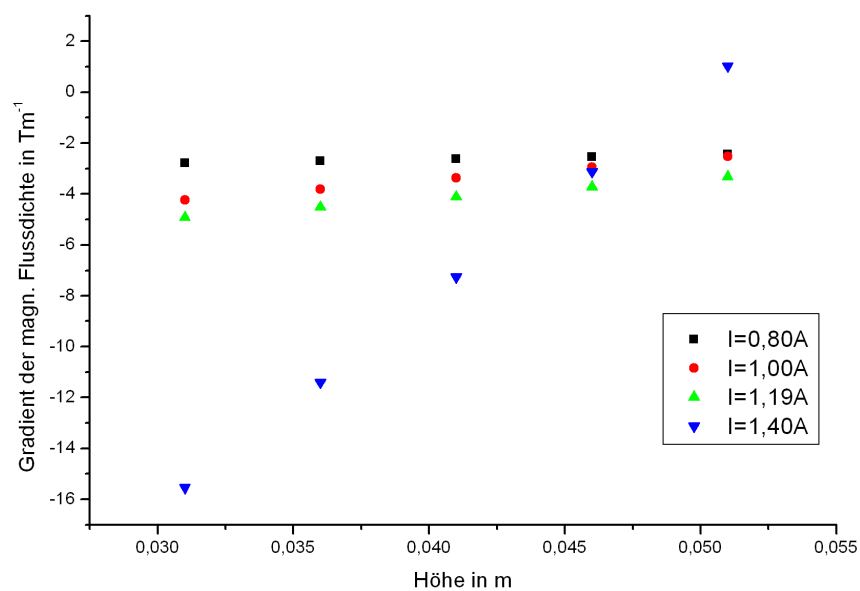


Figure 4: Gradient der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit vom Ort

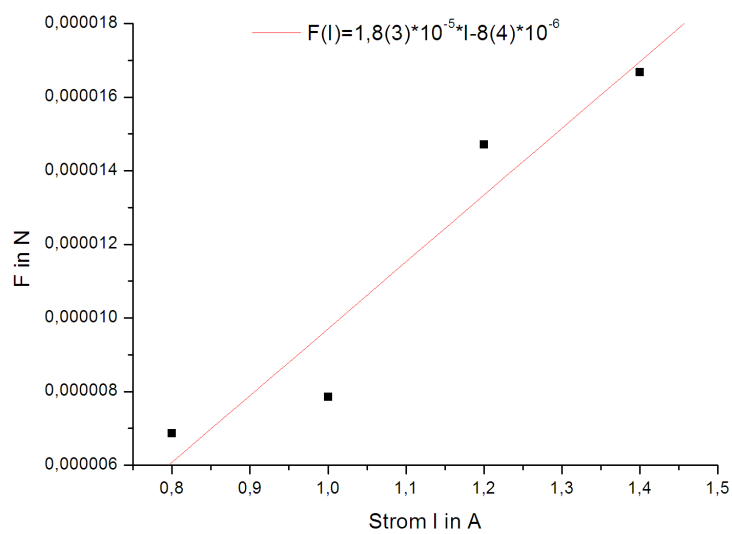


Figure 5: Kraft auf Probekörper in Abhängigkeit des Stroms

Wir können nun Gleichung (11) nach B auflösen:

$$B(I) = \frac{\mu_0 \cdot F(I)}{\chi \cdot V B'(I)} \Big|_{h=41,7mm} , \quad (15)$$

wobei $F(I)$ durch den mit der Regression gewonnen Ausdruck für die Kraft ersetzt werden können.

5 Diskussion

Bei der Errechnung der Endergebnisse fielen uns einige Abweichungen ins Auge. Diese Fehler können von unterschiedlichen Teilen der Messungen herrühren. Als Beispiele hierfür wären die Verwendung der Waage oder die Regelung der Stromstärke des Elektromagneten auf $1,2A$. Zwar fallen diese kleinen Fehler bei der Messung nicht immer gleich ins Auge, dennoch können sie zu jenen Abweichungen führen, die in der Endrechnung auftreten. Auch eine etwaige unpräzise Einhaltung der Schrittweiten können das Ergebnis leicht beeinflussen. Im Allgemeinen jedoch kann man mit der Genauigkeit unserer Ergebnisse in diesem Versuch zufrieden sein.