

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 20

# Kennlinie der Vakuum-Diode

Praktikanten: Nils Kanning  
Steffen Klemer

Durchgeführt am: 22.09.2006

Gruppe: 6

Assistent: Boris Landgraf



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
2.1	Aufbau und Funktionsweise der Vakuum-Diode . . . . .	4
2.1.1	Austritt der Elektronen aus der Kathode . . . . .	4
2.2	Die Kennlinie . . . . .	5
2.2.1	Der Anlaufstrom . . . . .	5
2.2.2	Das Raumladungsgebiet . . . . .	6
2.2.3	Der Sättigungsbereich . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
4.1	Strom-Spannungskennlinie . . . . .	9
4.2	Abhängigkeit des Sättigungsbereichs vom Heizstrom . . . . .	10
4.3	Fehler durch die Messgeräte . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Einordnung der Ergebnisse</b>	<b>10</b>
<b>A</b>	<b>Tabellen und Grafiken</b>	<b>11</b>

## 1 Einleitung

Der Inhalt dieses Versuchs ist die Bestimmung der Kennlinie einer Vakuum-Diode. Es soll also der Stromfluss durch die Röhre in Abhängigkeit von der angelegten Spannung diskutiert werden. In der heutigen Zeit werden solche Röhren nur noch in speziellen Fällen eingesetzt. Vor der Verbreitung von Halbleiterdioden waren sie jedoch in vielen Schaltungen als Gleichrichter oder in Form einer Triode als Schaltelement zu finden.

## 2 Theorie

### 2.1 Aufbau und Funktionsweise der Vakuum-Diode

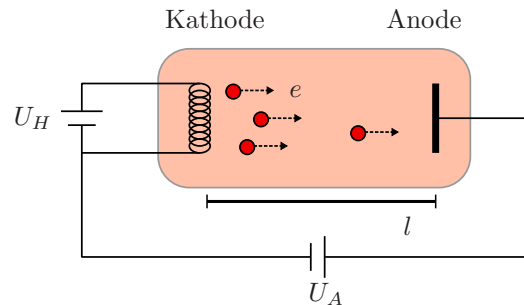


Abbildung 1: Die Vakuum-Diode

Die Vakuum-Diode besteht aus einer Anode und einer Kathode, die sich in einem evakuierten Glaszylinder befinden (siehe Abb. 1). Die Kathode wird durch einen Glühdraht, an dem zusätzlich eine Heizspannung  $U_H$  anliegt, realisiert. Durch diese Spannung können Elektronen aus der Kathode austreten. Diese Elektronen werden dann von der Anodenspannung  $U_A$  zwischen Anode und Kathode in Richtung der Anode beschleunigt und es kommt somit zu einem Strom  $I$ . Da sich Elektronen auf Grund des Aufbaus nur von der Kathode zur Anode bewegen können, dient diese Röhre auch als Gleichrichter.

#### 2.1.1 Austritt der Elektronen aus der Kathode

Nach der grundlegenden Beschreibung der Funktionsweise gehen wir nun genauer auf die Vorgänge beim Austritt der Elektronen aus der Kathode ein.

Die Kathode besteht wie oben erwähnt aus einem Glühdraht, also aus einem Metall und damit aus einem elektrisch leitfähigen Material. Somit können sich Elektronen als Ladungsträger im Kathodenmaterial bewegen. Jedoch müssen sie um das Material verlassen zu können die Anziehungskräfte der positiven Ionen des Metallgitters überwinden. Die dazu benötigte Energie wird *Austrittsarbeit*  $W_A$  genannt. Sie ist eine materialspezifische Konstante.

Im Fall der Elektronen bedeutet die Austrittsarbeit, dass die Elektronen eine kinetische Energie, die größer als diese Austrittsarbeit ist, besitzen müssen um die Kathode verlassen zu können. Durch die Heizspannung  $U_H$  fließt ein Strom durch die Kathode welcher ihre Temperatur  $T$  erhöht. Da die Geschwindigkeitsverteilung

der Elektronen von der Temperatur abhängt, können somit mehr Elektronen die Kathode verlassen. Dieser Zusammenhang wird quantitativ durch die RICHARDSON-Gleichung ausgedrückt:

$$j_S = A_R T^2 \exp\left(\frac{-W_A}{kT}\right) \quad (1)$$

Dabei ist  $j_S$  die Stromdichte der aus der Kathode ausgetretenen Elektronen. Der Proportionalitätsfaktor  $A_R$  heißt RICHARDSON-Konstante und hat bei reinen Metallen mit einer gleichmäßig emittierenden Oberfläche etwa den Wert:

$$A_R \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ A m}^{-2} \text{ K}^{-2}$$

## 2.2 Die Kennlinie

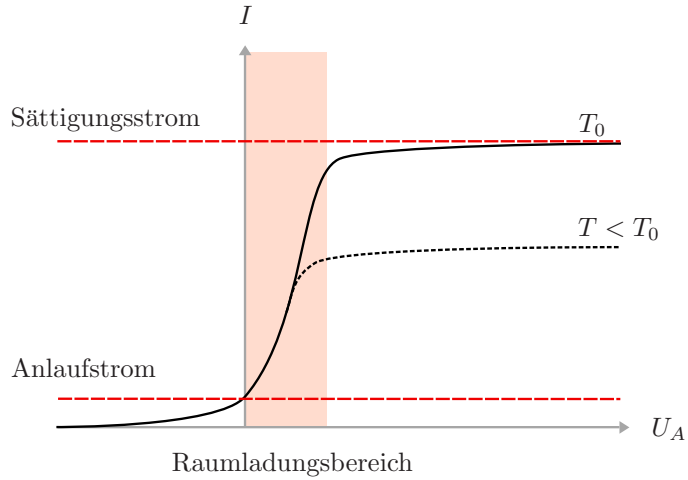


Abbildung 2: Kennlinie bei einer Kathodentemperatur  $T_0$

Nachdem die Herkunft der Elektronen im Vakuum erläutert wurde, können wir nun auf den daraus resultierenden Strom  $I$  zwischen Anode und Kathode eingehen. Diesen können wir in drei charakteristische Bereiche unterteilen.

### 2.2.1 Der Anlaufstrom

Als erstes betrachten wir den Fall, dass keine Anodenspannung anliegt, also  $U_A = 0$ . Obwohl die Elektronen in diesem Fall nicht zur Kathode hin beschleunigt werden, stellt sich heraus, dass bereits jetzt ein Strom fließt, den wir *Anlaufstrom*  $I_0$  nennen (siehe Abb. 2).

Um diesen Strom zu erklären, nehmen wir an, dass die Geschwindigkeiten der Elektronen nach der MAXWELL-BOLTZMANN-Verteilung verteilt sind. Somit zeigen die Geschwindigkeiten eines gewissen Anteils der Elektronen in Richtung der Anode. Diese Elektronen erreichen die Anode also auch ohne in ihre Richtung beschleunigt zu werden. Sie sorgen für den Anlaufstrom  $I_0$ . Schreiben wir die Stromstärke in Abhängigkeit von der Anodenspannung  $I(U_A)$  so bedeutet dies, dass  $I(0) = I_0$ .

Die Anzahl der für den Anlaufstrom zur Verfügung stehenden Elektronen hängt außerdem von der Gesamtzahl der aus der Kathode austretenden Elektronen, welche

durch Gl. 1 festgelegt ist, ab. Damit hängt der Anlaufstrom auch maßgeblich von der Temperatur  $T$  des Kathodenmaterials ab.

Jetzt konzentrieren wir uns zunächst auf negative Anodenspannungen  $U_A$ . Dies bedeutet, dass die Elektronen von dieser Spannung gebremst werden. Damit können nur Elektronen die eine kinetische Energie  $E_{kin} > eU_A$  aufweisen die Anode erreichen und zum Stromfluss beitragen. Auf Grund der angesprochenen Verteilungsfunktion der Geschwindigkeiten dieser Elektronen lässt sich der Stromfluss nun quantifizieren:

$$I(U_A) = I_0 \exp\left(\frac{eU_A}{kT}\right) \quad \text{für } U_A < 0$$

### 2.2.2 Das Raumladungsgebiet

Bei positiven Beschleunigungsspannungen  $U_A$  sollte nach einem naiven Verständnis der Strom nicht mehr von der Beschleunigungsspannung abhängen, da nun alle aus der Kathode austretenden Elektronen eine Beschleunigung in Richtung der Kathode erfahren.

Es stellt sich jedoch heraus, dass dies nicht der Fall ist. Die von der Kathode emittierten Elektronen bilden um diese eine so genannte *Raumladungswolke*, in diesem Fall eine Anhäufung negativer Ladungen. Durch diese negative Raumladung kann es bei kleinen Anodenspannungen  $U_A$  zu einer Kompensation des durch die Anodenspannung erzeugten elektrischen Feldes im Bereich der Kathode kommen. Somit wird ein Teil der Elektronen nicht zur Anode hin beschleunigt. Damit stellt sich ein Strom  $I$  ein, der deutlich geringer ist als der, durch die Stromdichte in Gl. 1 maximal mögliche. Steigt nun die Anodenspannung, so werden weniger Elektronen durch die Raumladung aufgehalten (siehe Abb. 2). Der quantitative Zusammenhang zwischen Anodenspannung  $U_A$  und der, den Strom  $I$  definierenden Stromdichte  $j$ , wird durch das SCHOTTKY-LANGMUIRSche *Raumladungsgesetz* beschrieben:

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U_A^{3/2}}{l^2} \quad (2)$$

Dabei ist  $l$  der Abstand zwischen Kathode und Anode und  $m$  die Masse eines Elektrons.

An dieser Stelle kann nun noch ein weiterer Effekt berücksichtigt werden. Haben zwei Metalle, in unserem Fall das Kathoden- und das Anodenmaterial, eine unterschiedliche Austrittsarbeit, so besteht zwischen den freien Ladungsträgern im Inneren der Metalle auch ohne äußeres Feld eine Potentialdifferenz. Diese nennen wir *Kontaktspannung*  $U_K$ .

Damit beträgt die Potentialdifferenz zwischen Anode und Kathode  $U_A - U_K$ . Mit diesen Kenntnissen verwenden wir an Stelle von Gl. 2:

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{(U_A - U_K)^{3/2}}{l^2} \quad (3)$$

**Herleitung des Schottky-Langmuirschen Raumladungsgesetzes** Um das Raumladungsgesetz (Gl. 2) herzuleiten gehen wir von den MAXWELL-Gleichungen aus. Da es sich bei dem betrachteten Raum in der Röhre um ein Vakuum handelt, gilt:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Hierbei ist  $\rho$  die Ladungsdichte. Da das elektrische Feld der negative Gradient eines Potentials  $\phi$  ist, folgt die POISSON-Gleichung:

$$\Delta\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Nun können wir das Problem auf den eindimensionalen Fall vereinfachen, da bei der Vakuum-Diode das Potential nur vom Abstand zur Kathode abhängt. Wir führen nun eine  $x$ -Koordinate ein. Diese habe den Wert  $x = 0$  auf der Kathodenoberfläche und nehme in Richtung der Anode zu. Auf der Anodenoberfläche gelte dann  $x = l$ . Die POISSON-Gleichung lautet in unserem Fall mit diesen Annahmen:

$$\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0} \quad (4)$$

Wir nehmen nun an, dass die Elektronen, die die Kathode verlassen die Geschwindigkeit  $v = 0$  haben. Somit ist ihre kinetische Energie an der Position  $x$ :

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\phi$$

Somit folgt für die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2e\phi}{m}} \quad (5)$$

Hat sich ein Stromfluss eingestellt, so ist die Ladungsdichte  $j$  an allen Orten gleich, da es sonst zu einem Ausgleich kommen würde:

$$j = \rho(x) v(x) = \text{konst.} \quad (6)$$

Mit den Gleichungen 4, 5 und 6 erhalten wir eine Differentialgleichung für das Potential  $\phi$ :

$$\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} = -\frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \phi(x)^{-1/2} \quad (7)$$

Diese Gleichung lösen wir mit dem Ansatz:

$$\phi(x) = ax^{4/3}$$

Zur Festlegung der Konstanten  $a$  schreiben wir der Kathode das Potential  $\phi(0) = 0$  zu. Da zwischen Kathode und Anode eine Spannung  $U_A$  anliegt, bedeutet dies für das Potential an der Anode, dass  $\phi(l) = U_A$ . Mit diesen Grenzbedingungen können wir die Konstante bestimmen:

$$a = \frac{U_A}{l^{4/3}}$$

Die Lösung ist damit schließlich:

$$\phi(x) = \frac{U_A}{l^{4/3}} x^{4/3}$$

Setzen wir diese Lösung in die Differentialgleichung (Gl. 7) ein, so können wir nach  $j$  auflösen und erhalten das bereits in der Diskussion der Kennlinie erwähnte SCHOTTKY-LANGMUIRSche *Raumladungsgesetz*:

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U_A^{3/2}}{l^2}$$

### 2.2.3 Der Sättigungsbereich

Nach dem, im vorherigen Abschnitt diskutierten, Raumladungsgesetz würde die Stromstärke  $I$  mit zunehmender Spannung immer weiter steigen. Nach Gl. 1 steht jedoch nur eine durch  $j_S$  definierte Anzahl von Elektronen zum Stromfluss zur Verfügung. Ist die Anodenspannung  $U_A$  hoch genug, um all diese Elektronen zur Anode zu beschleunigen, so kann der Stromfluss nicht noch weiter steigen. Somit können wir die Stromdichte  $j_s$  als *Sättigungsstromdichte* auffassen. Für hohe Spannungen gilt also nicht mehr das Raumladungsgesetz (Gl. 3). Stattdessen findet ein stetiger Übergang zu einem Sättigungsstrom statt (siehe Abb. 2).

Betrachten wir ausgehend vom Sättigungsbereich die Kennlinie als Ganzes, so hängt, wie bereits erwähnt, die Sättigungsstromdichte  $j_S$  stark von der Kathodentemperatur  $T$  ab (siehe Gl. 1). Dies bedeutet, dass bei kleineren Temperaturen  $T$  der Sättigungsstrom geringer ist. Die Kennlinie verläuft somit für verschiedene Temperaturen bis zum Übergang in den Sättigungsbereich etwa gleich. Die Sättigung setzt bei kleineren Temperaturen jedoch schon bei geringeren Anodenspannungen ein.

## 3 Durchführung

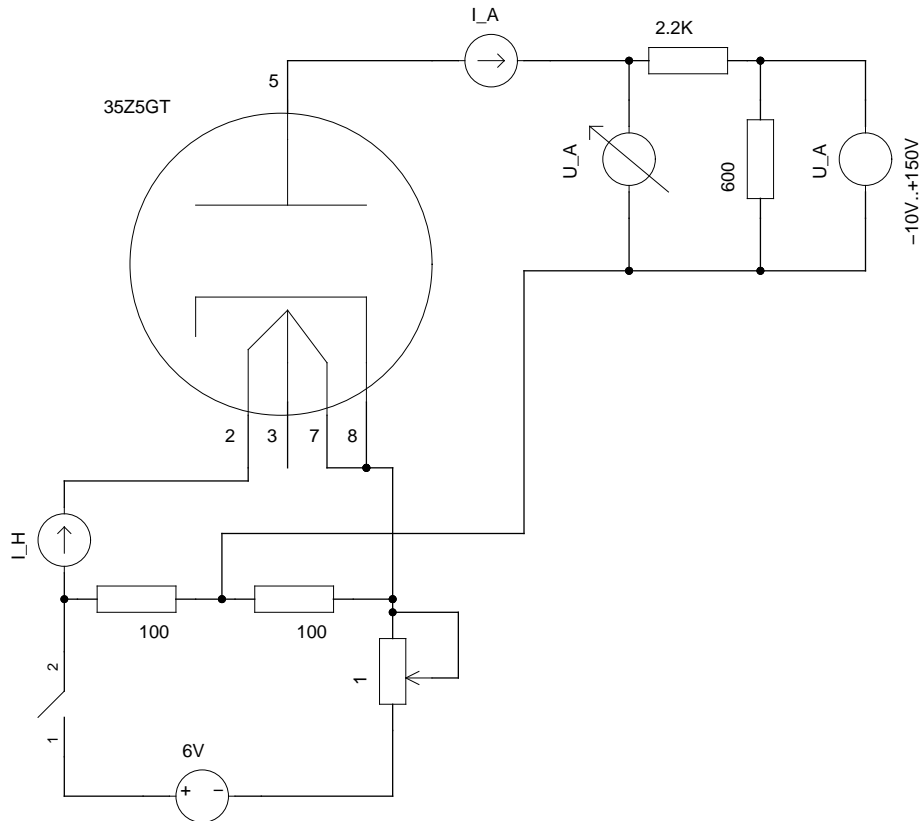


Abbildung 3: Aufbau des Versuchs

Die verwendete Schaltung ist in Abb. 3 zu sehen. Dort fehlen der Übersicht halber die Schutzringe, die auf Anodenpotential liegen, aber nicht in die Strommessung eingehen. Wir verwendeten eine GRD7 als Diode.



Zunächst wurde für 3 verschiedene Heizströme (1,9..2,1A)  $I_A$  gegen  $U_A = -10V.. + 150V$  vermessen. Je nach Größe der Stromstärke  $I_A$  kam hierbei ein analoges oder digitales Multimeter zur Verwendung.

Anschließend wurde bei  $U_A = 125V$  der Sättigungsstrom  $I_S$  in Abhängigkeit vom Heizstrom aufgenommen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Strom-Spannungskennlinie

In Abb. 4 sind die  $I_A - U_A$  Kennlinien bei den 3 verschiedenen Heizströmen zu sehen.

Aus Gl. 3 können wir mit  $I = j \cdot a$  herleiten, dass

$$I = m(U_A - U_K)^{3/2}$$

mit einer aufbauspezifischen Konstante  $m$  ist. Betrachten wir nun also nur das Raumladungsgebiet, wo diese Abhängigkeit gilt, so sollte der Anstieg für alle 3 Kurven der gleiche sein. Dies wurde in Abb. 5 als  $I_A^{2/3} - U_A$ -Plot getan. Die Kontaktspannung sollte sich nun durch die Nullstelle ergeben. Hierfür haben wir alle 3 Kurven linear gefittet, was zu folgenden Parametern führte:

$$\begin{aligned} m_1 &= 0.00127(2)A^{2/3}/V \\ m_2 &= 0.00130(2)A^{2/3}/V \\ m_3 &= 0.001362(3)A^{2/3}/V \\ U_{K_1} &= -1.80(8)V \\ U_{K_2} &= -1.91(8)V \\ U_{K_3} &= -1.98(2)V \end{aligned}$$

Der Fehler ergibt sich aus dem Fitverfahren, wobei der Fehler von  $I_A^{2/3}$  einfluss, welcher wiederum aus dem Gesetz der Fehlerfortpflanzung resultierte. Damit bekommen wir

$$U_K = 1.96(2)V$$

als gewichteten Mittelwert. Betrachten wir nun

$$\begin{aligned} I_A &= k(U_A - U_K)^{3/2} \\ \Rightarrow \log I_A &= k' + \frac{3}{2} \log(U_A - U_K), \end{aligned}$$

so entspricht der Anstieg des Graphen bei einer doppelt logarithmischen Auftragung dem Exponenten im Raumladungsgesetz. Die Auftragung ist zusammen mit einem linearen Fit in Abb. 7 zu sehen. Als Anstieg erhalten wir

$$\begin{aligned} m_1 &= 1.57(1) \log(A)/\log(V) \\ m_2 &= 1.52(1) \log(A)/\log(V) \\ m_3 &= 1.494(5) \log(A)/\log(V) \\ m &= 1.539(4) \log(A)/\log(V), \end{aligned}$$

wobei der letzte Wert das gewichtete Mittel darstellt. Die Fehler gehen erneut aus dem Fitverfahren hervor, welches die Fehler von  $\log I_A$  berücksichtigt.

## 4.2 Abhängigkeit des Sättigungsbereichs vom Heizstrom

Zuerst berechnen wir die Kathodentemperatur über die lineare Regression

$$T(I_H) = 579 \frac{K}{A} \cdot I_H + 1150.2K$$

aus dem Heizstrom. Die Ergebnisse sind in Tab. 1 zu finden.

Abb. 8 zeigt einen Plot vom  $\log(I_S/T^2)$  gegen  $1/T$  mit linearem Fit, dessen Anstieg nach Gl. 1

$$\begin{aligned} m &= -60025(600)K \\ m &= \frac{W_A}{k} \\ \Rightarrow W_A &= mk \text{ mit } k = 8.617385E - 5eV/K \\ W_A &= 5.17(5)eV \end{aligned}$$

ein Maß für die Austrittsarbeit ist. Der Ordinatenabschnitt dagegen ist

$$\begin{aligned} n &= 5.1(3) \log(A/K^2) \\ n &= \log(A_R \cdot a) \text{ mit der Konstanten } A_R = 72AK^{-2}cm^{-2} \\ a &= 2.3(7)cm^2 \end{aligned}$$

$a$  ist die Oberfläche des Wolframs, also die Fläche, die der Strom  $I = j \cdot a$  durchqueren muss.

## 4.3 Fehler durch die Messgeräte

Die Fehler durch die Innenwiderstände der Messgeräte haben wir nicht weiter betrachtet, da sie zwar vorhanden, aber doch recht klein sind, wie eine Beispielrechnung belegt. So haben wir als größten Strom mit der 3 Nachkommastellen Einstellung  $1.979A$  gemessen, was einem Spannungsabfall über dem Messgerät von  $0.02V$  entspricht, also unter der Genauigkeit der Messung lag. Gleiches gilt für die  $0.9V$  bei  $8.4A$  und 2 Nachkommastellen, wobei es hier schon innerhalb der Fehlergrenze liegt. Es ist aber zu beachten, dass sich die linearen Bereiche bei kleinen Strömen befanden und durch das logarithmieren der Fehler vermindert wird.

Für die Spannungsmessung gilt prinzipiell das Gleiche, da wir es hier mit einem  $10M\Omega$  Widerstand zu tun haben, der deutlich größer ist als die vermessenen.

## 5 Einordnung der Ergebnisse

Die gefundenen Ergebnisse sind typische A-Praktikumsresultate. Die  $3/2$ -Abhängigkeit findet sich mit  $1.539(4)$  fast, aber halt doch nicht so ganz wieder. Und auch die Austrittsarbeit liegt nur in der selben Größenordnung wie der Literaturwert von  $W_a = 4.50eV$ . Hierbei ist aber auf unserer Seite, dass die Diode nun schon einige Brennstunden hinter sich hat und damit eventuell erste Oxidations- oder Verschleißerscheinungen auftreten, die ein Austreten verhindern. Die berechneten  $2 - 3cm^2$  Oberfläche können wir leider aufgrund fehlender Erfahrungs- bzw. Literaturwerte nicht einordnen, sie klingen aber plausibel, wenn der Leiter ein wenig gewendelt ist.

## A Tabellen und Grafiken

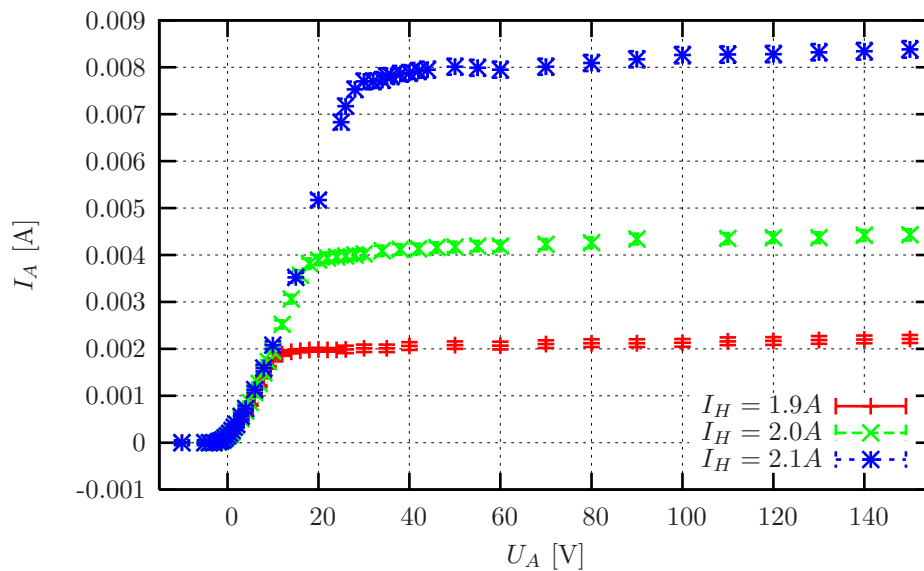


Abbildung 4: Die 3 aufgenommenen Stromstärke-Spannungs Kennlinien

Abbildung 5: Plot des exponierten Stromes gegen die Anodenspannung

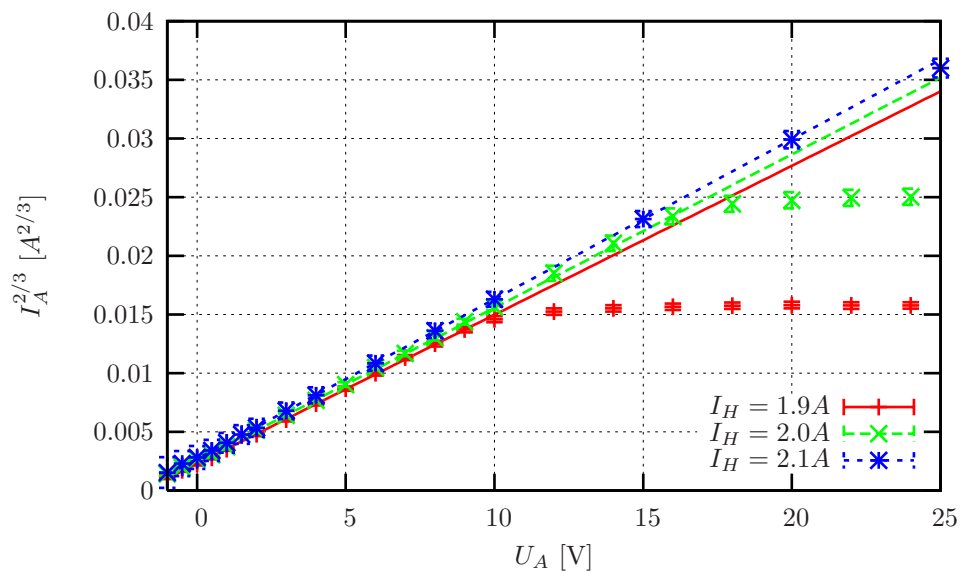


Abbildung 6: Die Raumladungsgebiete der 3 aufgenommenen Stromstärke-Spannungs Kennlinien mit zugehörigen Regressionen

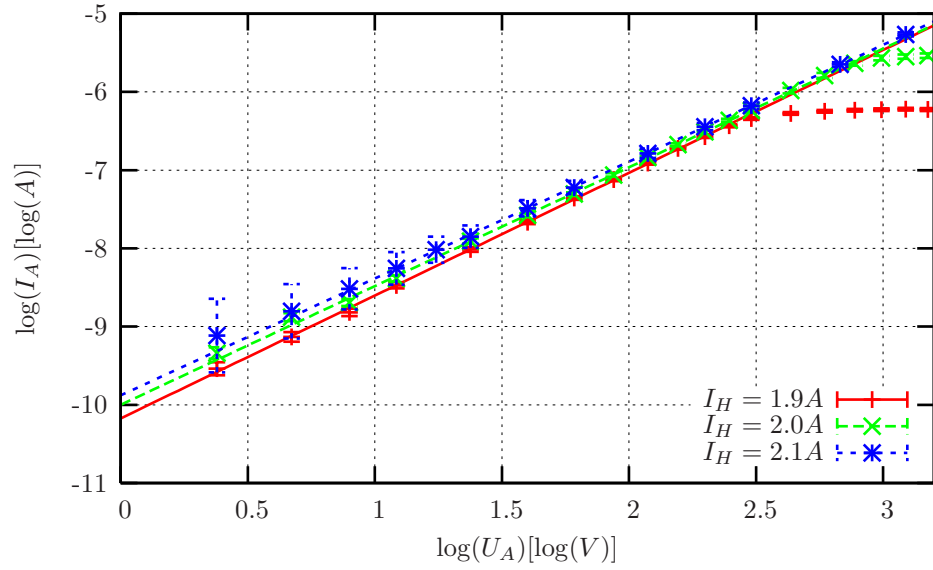


Abbildung 7: Doppelt logarithmische Auftragung der Stromstärke gegen die reduzierte Anodenspannung

$I_H$ [A]	1.85	1.9	1.95	2	2.05	2.1	2.12
$T$ [K]	2221(46)	2250(46)	2279(46)	2308(47)	2337(47)	2366(48)	2377(48)

Tabelle 1: Kathodentemperatur beim jeweiligen Heizstrom

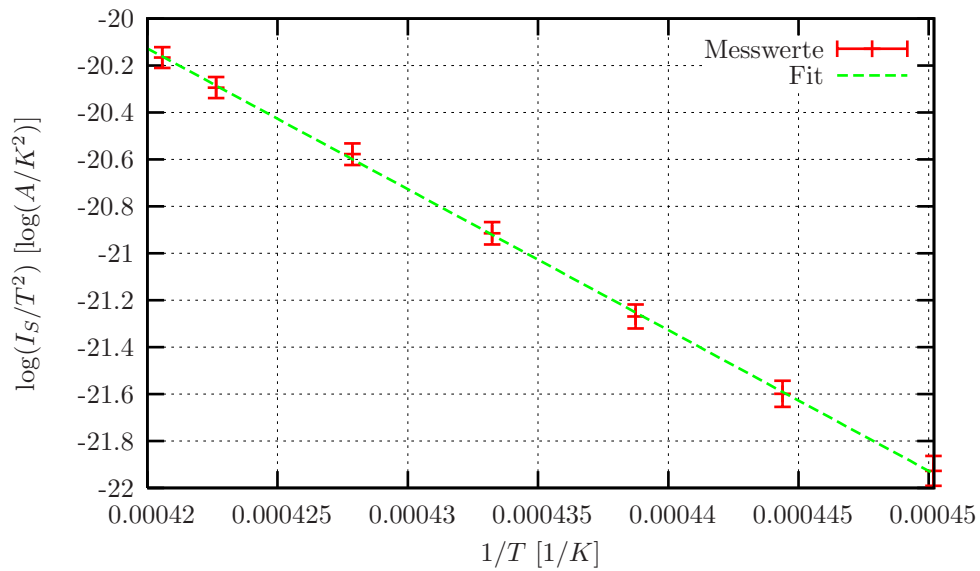


Abbildung 8: Plot und Fit zur Bestimmung der Austrittsarbeit