

Versuch 18

Mikroskop

Praktikanten: Eric Bertok,
Kevin Lüdemann
Email: eric.bertok@stud.uni-goettingen.de
kevin.luedemann@stud.uni-goettingen.de
Gruppe: B001
Betreuer: Phillip Bastian
Durchgeführt am: 04.03.2014
Abgegeben am: 05.03.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	1
2.1	Strahlenoptik	1
2.1.1	Linsen	1
2.1.2	Brechung	1
2.2	Auflösungsvermögen	2
2.3	Mikroskop	2
3	Durchführung	3
3.1	Mikroskop	3
3.2	Optische Schiene	4
4	Auswertung	4
4.1	Bestimmung der Okularvergrößerung	4
4.2	Bestimmung der Brennweite der Objektive	5
4.3	Optische Schiene	6
5	Diskussion	8
5.1	Okularvergrößerung	8
5.2	Brennweite der Objektive	9
5.3	Optische Schiene mit Glasmasstab	9
5.4	Optische Schiene mit Plexiglasstab	9
	Literatur	10

1 Einleitung

Das Mikroskop ist seit vielen Jahrhunderten das wichtigste Messinstrument, wenn es darum geht, kleine Objekte zu betrachten. Der schematische Aufbau existiert bereits seit 1673 und wurde von Anton Leuvenhook gebaut. Heutzutage verwendet man es immer noch, z.B. in der Medizin. Aus diesem Grund beschäftigt sich dieser Versuch mit den Grundlegenden Eigenschaften, wie der Vergrößerung und dem Auflösungsvermögen eines Mikroskops.

2 Theorie

2.1 Strahlenoptik

Die Strahlenoptik beschreibt die Ausbreitung von Licht als Strahlen, welche sich im Vakuum als Geraden ausbreiten. Diese können mithilfe von Grenzflächen gebrochen und reflektiert werden. Eine Möglichkeit die Strahlen zu beeinflussen sind Linsen.

2.1.1 Linsen

Es gibt zwei Arten von Linsen: Sammel- und Zerstreuungslinsen. Die Sammellinsen sind konvex oder konvex-plan geformt und haben bei parallel eintreffendem Licht einen Brennpunkt, in dem alle Strahlen gebündelt werden. Dies gilt auch für schräg einfallendes Licht, hier müssen aber verschiedene Abbildungsfehler beachtet werden.

Die Zerstreuungslinsen sind konkav oder konkav-plan geformt und haben keinen Punkt, in dem sie das einfallende, parallele Licht bündeln. Dieser Linsentyp defokussiert, also zerstreut die Strahlen. Dies gilt auch wieder für schräg einfallendes Licht, aber auch hier muss wieder mit erheblichen Abbildungsfehlern gerechnet werden. Zur Berechnung der Fokusslänge wird die GAUSabildungsformel verwendet [1, S. 279]

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}. \quad (2.1.1)$$

Für die Vergrößerung gilt nach [1, S. 280]

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (2.1.2)$$

2.1.2 Brechung

Trifft ein Lichtstrahl auf eine Grenzfläche, bei der der Brechungsindex verschieden vom vorherigen Medium ist, so wird der Lichtstrahl entweder reflektiert oder gebrochen. Diese beiden Fälle sind nur im Spezialfall getrennt, denn normalerweise treten beide Effekte auf, haben aber unterschiedliche Intensitäten. Bei der Brechung wird der auslaufende

Strahl über den Einfallswinkel und den Quotienten der Brechungsindizes bestimmt. Es gilt das Snelliussche Brechungsgesetz [2, S. 101]:

$$\sin \theta_1 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_2. \quad (2.1.3)$$

2.2 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen ist über das Rayleigh-Kriterium [1, S. 366] definiert. Zwei Punkte nicht mehr auflösen zu können bedeutet, dass man beide nicht mehr voneinander unterscheiden kann. Der minimale Abstand dieser Punkte, bzw. der minimale Winkelabstand ist definiert als

$$\sin \delta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{b}, \quad (2.2.1)$$

wobei λ die Wellenlänge ist und b der Abstand vom Objekt zum Objektiv. Für ein Mikroskop ist die minimal noch auflösbare Länge somit

$$x_{\min} = \frac{\lambda}{N}, \quad (2.2.2)$$

wobei x_{\min} der minimale Abstand zwischen zwei Punkten ist, damit sie getrennt aufgelöst werden können, und N die Numerische Aperatur. Das Auflösungsvermögen ist definiert als der Kehrwert der Länge x_{\min} . Die Numersiche Apperatur ist eine Kenngröße für das Auflösungsvermögen eines Mikroskops, welche gegeben ist durch das Produkt aus Brechzahl n und des Sinuses des Winkels zwischen optischer Achse und Randpunkt des Lichtkegels [1, S. 369]:

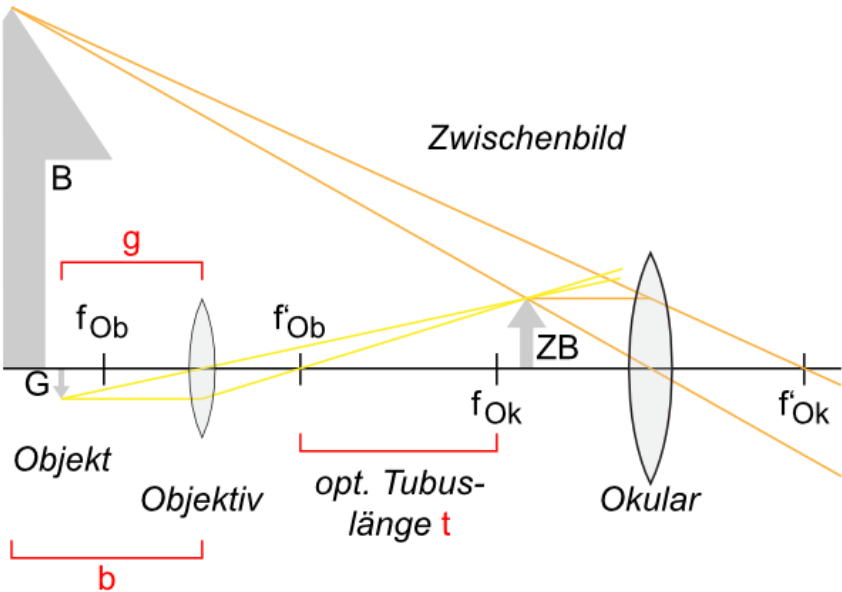
$$N = n \cdot \sin \alpha. \quad (2.2.3)$$

2.3 Mikroskop

Ein Mikroskop ist ähnlich zu einem Fernrohr, wobei das Objekt nicht im unendlichen steht. In der Graphik 1 ist das Linsensystem eines Mikroskops zu sehen. Das Objekt erzeugt durch die erste Linse ein reelles Zwischenbild. Dieses wird dann mithilfe der zweiten Linse auf ein virtuelles Bild abgebildet. Die zweite Linse wirkt wie eine Lupe und vergrößert das Zwischenbild noch einmal. Die Tubuslänge ist der Abstand zwischen den Fokuspunkten der beiden Linsen. Die Gesamtvergrößerung errechnet sich aus dem Produkt der beiden Vergrößerungen:

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{Objektiv}} \cdot V_{\text{Okular}}. \quad (2.3.1)$$

Aus den Formeln (2.1.2) und (2.1.1) lässt sich die Vergrößerung des Objektivs und Okulars berechnen. Die Differenz der beiden ergibt dann eine Gleichung über die Differenz



$$V_{\text{lang}} - V_{\text{kurz}} = \frac{t_{\text{lang}}}{f} - \frac{t_{\text{kurz}}}{f} = \frac{\Delta t}{f}. \quad (2.3.2)$$

3 Durchführung

3.1 Mikroskop

Das Mikroskop hat zwei Okulare, ein senkrechtes und ein gekipptes. Zudem werden zwei verschiedenen Objektive verwendet, eins mit 10 facher und mit 40 facher Vergrößerung. Im gekippten Okular befindet sich ein kurzer, verschiebbarer Tubus mit einer Matscheibe. Auf dieser wird das Zwischenbild abgebildet. Als Objekt wird ein Objektträger mit Skala verwendet.

Für den ersten Teil des Versuches wird je drei mal die Skala mit beiden Vergrößerungen fokussiert und mit einem parallel zur Objektskala liegenden Maßstab vermessen. Dazu wird die Skala fokussiert und über das zweite Auge mit der anderen Skala in Deckung gebracht. Hier kann jetzt die Größe des Objektes gemessen werden.

Für den zweiten Teil wird nun die fokussierte Skala auf der Mattscheibe abgebildet und vermessen. Dies wird ebenfalls drei mal durchgeführt. Es bietet sich an diesen Teil des

Versuches mit dem ersten zusammen durchzuführen.

Im dritten Teil wird der kurze sowie lange Tubus, welcher ganz im gekippten Okular steckt, verwendet. Diesmal wird das Zwischenbild fokussiert ohne den Tubus in der Länge zu verändern. Wieder wird die Größe des Zwischenbildes vermessen.

Um die Auswertung zu vereinfachen ist es möglich, immer die gleiche Skalenlänge zu vermessen.

3.2 Optische Schiene

In diesem Teil des Versuches wird eine optische Schiene mit einer Lampe, einem Farbfilter von 650 nm, einem Glasmastab, einem Spalt mit veränderbarer Breite und einem Tubus verwendet. Der Spalt wird direkt vor den Tubus gestellt und ganz geöffnet. Anschließend wird der Glasmastab fokussiert und der Spalt soweit geschlossen, bis der Mastab nicht mehr aufgelöst werden kann. Es ist jetzt der Abstand zwischen Mastab und Spalt zu messen.

Jetzt wird der Mastab entfernt, der Spalt fokussiert und der Abstand zwischen dem Spalt vorher und nachher gemessen. Dies wird einfacher, wenn der Spalt vorher direkt am Tubus liegt. Anschließend wird mit dem Mikrometertrieb und dem Fadenkreuz die Spaltbreite vermessen. Wichtig ist noch die Vergrößerung des Mikroskopes zu notieren. Im letzten Teil wird auch der Spalt entfernt und der Plexiglasstab eingebaut, sodass die Skala in Richtung der Lichtquelle zeigt. Der Stab wird auf der Vorderseite fokussiert und anschließend das Okular gegen eine Lochblende eingetauscht, die ganz in den Tubus geschoben wird. Mit diesem Aufbau kann die Anzahl der Skalenteile gezählt werden. Für diese Skala gilt ein Abstand der Skalenteile von 0.5 mm. Es ist hilfreich die Tischlampe so einzustellen, dass sie den Stab seitlich beleuchtet.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Okularvergrößerung

Zunächst werden aus den verschiedenen Messungen aus Durchführungspunkt 1 und 2 der Mittelwert und die Standardabweichung bestimmt. Als systematische Ungenauigkeit wird für das 10×-Objektiv für die Längenmessung durch das Okular $\sigma_{B_{10\times}} = 1 \text{ mm}$ und für das 40×-Objektiv der Doppelte Fehler von $\sigma_{B_{40\times}} = 2 \text{ mm}$ verwendet. Ersterer ist die kleinstmögliche Skaleneinteilung des Vergleichsmaßstabes. Bei dem 40×-Objektiv ist die Ungenauigkeit größer, da die Skalenstriche des eingespannten Maßstabes breiter waren, als die Genauigkeit des Vergleichsmaßstabes. Die Standardabweichung der Mittelwerte werden zu den systematischen Fehlern hinzuaddiert. Die fehlerbehafteten Mittelwerte sind in Tabelle 1 zusammengetragen. Eine Skala des zu messenden Maßstabs ist 0.5 mm lang.

Objektiv	Skalen N	Größe durch Okular B_o [mm]	Zwischengröße B_z [mm]
10×	2	101.3 ± 1.6	9.53 ± 0.16
40×	0.5	100.7 ± 1.6	9.42 ± 0.6

Tabelle 1: Mittelwerte des 1. und 2. Durchführungsteils.

Die Gesamtvergrößerung V ergibt sich nach Gl. (2.1.2)

$$V = \frac{B_o}{G} \quad (4.1.1)$$

Der Fehler berechnet sich nach der GAUSSschen Fehlerfortpflanzungsformel zu

$$\sigma_V = \left| \frac{\sigma_{B_o}}{G} \right|. \quad (4.1.2)$$

Für die Okularvergrößerung V_{ok} muss noch analog zur Gesamtvergrößerung die Vergrößerung durch das Objektiv V_{obj} nach

$$V_{obj} = \frac{B_z}{G} \quad (4.1.3)$$

berechnet werden. Anschließend erhält man die Okularvergrößerung nach

$$V_{ok} = \frac{V}{V_{obj}}, \quad (4.1.4)$$

$$\sigma_{V_{ok}} = \sqrt{\frac{\sigma_V^2}{V_{obj}^2} + \frac{\sigma_{V_{obj}}^2 \cdot V^2}{V_{obj}^4}} \quad (4.1.5)$$

Die Endergebnisse sind in Tabelle 2 zu sehen.

Objektiv	Gesamtvergr. V	Objektivvergr. V_{obj}	Okularvergr. V_{ok}
10×	101.3 ± 1.6	9.53 ± 0.16	10.63 ± 0.3
40×	403 ± 7	38 ± 3	10.7 ± 0.7

Tabelle 2: Endergebnisse des 1. und 2. Auswertungsteils.

Als gewichteter Mittelwert für die Okularvergrößerung erhält man

$$\bar{V}_{ok} = 10.6 \pm 0.3 \quad (4.1.6)$$

4.2 Bestimmung der Brennweite der Objektive

Zunächst werden wieder die gemessenen Daten gemittelt. Sie sind in Tabelle 3 zu sehen. Anschließend kann gemäß Gleichung (2.3.2) aus den zwei Objektivvergrößerungen V_{lang}

Objektiv	$B_{\text{kurz}}[\text{mm}]$	$B_{\text{lang}}[\text{mm}]$	V_{kurz}	V_{lang}
10×	8.73 ± 0.06	12.93 ± 0.06	8.73 ± 0.06	12.93 ± 0.06
40×	8.90 ± 0.06	12.70 ± 0.06	35.6 ± 0.24	50.8 ± 0.24

Tabelle 3: Mittelwerte der Messwerte und berechnete Objektivvergrößerungen für die beiden Tubuslängen.

und V_{kurz} die Brennweite f der Objektive bestimmt werden:

$$f = \frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{\Delta t}{V_{\text{lang}} - V_{\text{kurz}}}, \quad (4.2.1)$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{(\sigma_{V_{\text{lang}}}^2 + \sigma_{V_{\text{kurz}}}^2) \cdot \Delta t^2}{(V_{\text{lang}} - V_{\text{kurz}})^4} + \frac{\sigma_{\Delta t}^2}{(V_{\text{lang}} - V_{\text{kurz}})^2}} \quad (4.2.2)$$

Für die Differenz der Tubuslängen Δt beträgt der Mittelwert $\Delta t = (81.6 \pm 0.06)$ mm. Auch für diese Messung wurde eine Ungenauigkeit von $\sigma_{\Delta t} = 0.1$ mm angenommen, also die Genauigkeit des Messschiebers. Die Ergebnisse aus den Gleichungen (4.2.2) sind in Tabelle 4 zusammengetragen.

$$\begin{aligned} f_{10\times} &= (19.4 \pm 0.4) \text{ mm} \\ f_{40\times} &= (5.4 \pm 0.2) \text{ mm} \end{aligned}$$

Tabelle 4: Endergebnisse für die Brennweiten der beiden Objektive

4.3 Optische Schiene

Der Strahlengang des Aufbaus mit der Glasmesskala und dem Spalt ist in Abbildung 2 zu sehen. Die beiden Lichtpunkte in der Abbildung stellen zwei verschiedene Punkte auf der Glasmesskala da. Diese Beiden werden durch den Spalt beschränkt und schließlich im Okular wieder gebündelt.

Der Strahlengang des Aufbaus mit dem Plexiglasstab und der Lochblende ist in der Abbildung 3 zu sehen. Der Abstand d ist der Abstand zwischen den Skalenteilen auf dem Stab von denen aus die Strahlen durch das Objektiv und die Lochblende abgebildet.

Die Skala des Glasmassstab ist bei $1/10$ mm, somit ist der Abstand zwischen zwei Skalenteilen $s = 0.1$ mm. Die Spaltbreite ist so klein eingestellt, dass der Abstand zwischen zwei Skalenteilen nicht mehr aufgelöst werden kann, also ist $s = x_{\text{min}}$. Das theoretische Auflösungsvermögen ist nach (2.2.2) $A = s^{-1} = 10 \text{ mm}^{-1}$.

Mithilfe des Mikrometertriebes wurde eine Spaltbreite von $d = 0.78 \pm 0.1$ mm gemessen, wobei der Fehler mit 0.1 mm abgeschätzt wurde. Für den Abstand zwischen Spalt und Objektiv wurde eine Länge von $L = 47.0 \pm 0.1$ mm gemessen, wobei der Fehler

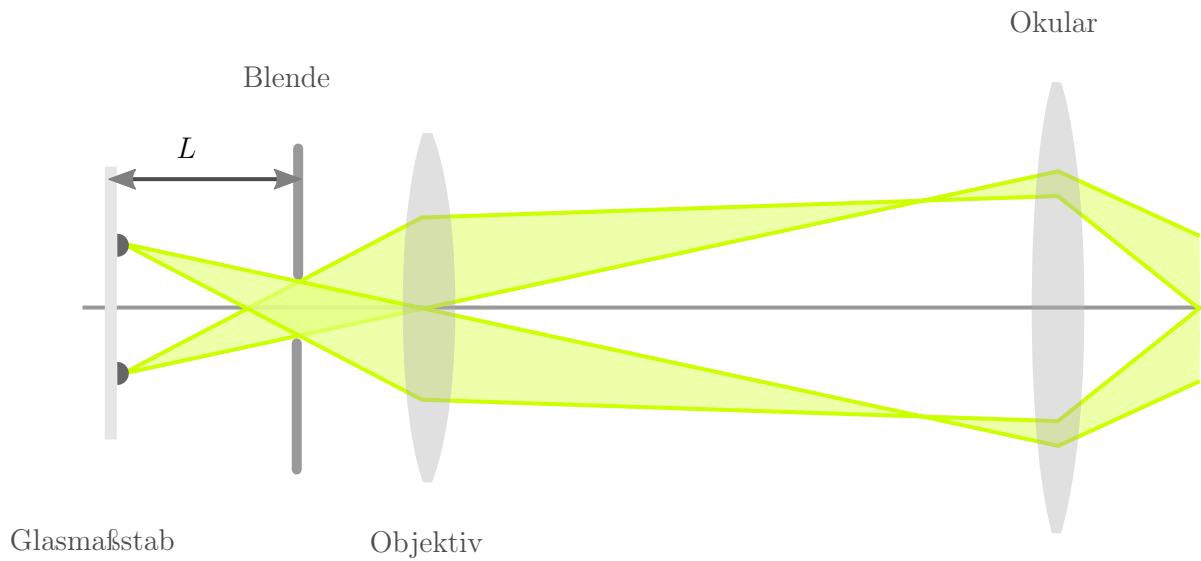


Abbildung 2: Strahlengang der optischen Schiene mit Glasmaßstab und Spalt. Quelle: <http://www.genug-davon.de/aprakt/index.php?section=v18>, abgerufen am 04.03.2015

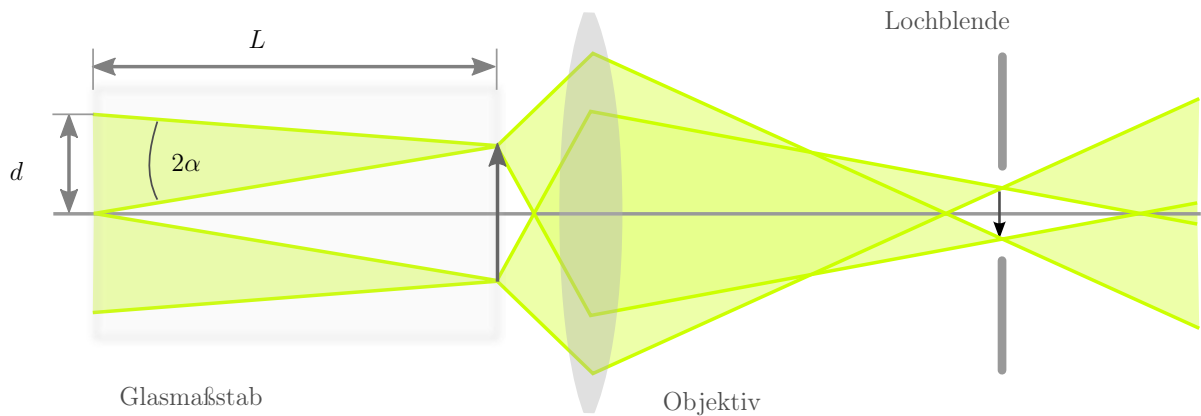


Abbildung 3: Strahlengang der optischen Schiene mit dem Plexiglasstab und der Lochblende. Quelle: <http://www.genug-davon.de/aprakt/index.php?section=v18>, abgerufen am 04.04.2015

mit 0.1mm abgeschätzt wurde. Aus dem Strahlengang in Abbildung 2 kann der Sinus geschrieben werden als

$$\sin \alpha = \frac{d}{L} = 0.017 \pm 0.003 \text{ mit,} \quad (4.3.1)$$

$$\sigma_{\sin \alpha} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_d}{L}\right)^2 + \left(\frac{d \cdot \sigma_L}{L^2}\right)^2} \quad (4.3.2)$$

Aus der Gleichung (2.2.2) kann das Auflösungsvermögen berechnet werden, wobei für den Brechungsindex von Luft gilt $n = 1$ und die Wellenlänge durch den Farbfilter bei $\lambda = 650\text{nm}$ liegt:

$$A = \frac{N}{\lambda} = 26 \pm 5 \text{ mm}^{-1} \quad \text{mit,} \quad (4.3.3)$$

$$\sigma_A = \frac{\sigma_N}{\lambda}. \quad (4.3.4)$$

Aus den beiden Werten des Auflösungsvermögen ergibt sich eine Differenz von

$$\Delta A = 16 \text{ mm}^{-1}. \quad (4.3.5)$$

Der Plexiglasstab hat eine Skalenteilabstand von 0.5mm und wir haben 14 ± 0.5 Skalenteile gezählt. Somit beträgt die sichtbare Breite $d = 14 \cdot 0.5 \pm 0.5\text{mm} = 7 \pm 0.5\text{mm}$. Der gemessene Abstand zwischen Stab und dem Objektiv beträgt $L = 50.0 \pm 0.1\text{mm}$. Mit der Strahlengeometrie aus der Abbildung 3 ergibt sich die Formel für den Sinus:

$$\sin \alpha = \frac{d/2}{\sqrt{d^2/4 + L^2}} = 0.07 \pm 0.01 \quad \text{mit,} \quad (4.3.6)$$

$$\sigma_{\sin \alpha} = \sqrt{\left(\frac{L^2 \sigma_d}{(d^2/4 + L^2)^{3/2}} \right)^2 + \left(\frac{dL \sigma_L}{(d^2/4 + L^2)^{3/2}} \right)^2}. \quad (4.3.7)$$

Der Brechungsindex von Plexiglas ist $n = 1.49$ somit kann die Numerische Apperatur nach (2.2.3) berechnet werden:

$$N = 0.10 \pm 0.02. \quad (4.3.8)$$

Aus diesen Werten kann wieder nach Gleichung (2.2.2) das Ausflösungsvermögen berechnet werden:

$$A = 150 \pm 40\text{mm}^{-1}. \quad (4.3.9)$$

5 Diskussion

5.1 Okularvergrößerung

Die Messwerte waren bis auf einen Wert für die Zwischengröße recht genau zu bestimmen. Der eine Aussetzer bei dem $40\times$ Obketiv hatte damit zu tun, dass man die Mattscheibe relativ weit herausdrehen konnte, ohne merklich die Schärfe zu ändern. Demnach war es schwer, die korrekte Größe auf der Mattscheibe korrekt zu bestimmen. Man sieht jedoch,

dass unsere Ergebnisse für die Objektivvergrößerungen relativ gut sind. So liegt die erwartete Objektivvergrößerung für das 40 \times -Objektiv innerhalb des Vertrauensintervalls des berechneten Wertes. Für das 10 \times -Objektiv liegt der erwartete Wert zwar nicht im 1- σ -Intervall, stimmt aber in sehr guter Näherung mit dem Faktor 10 überein. Hier wurde also der Fehler etwas zu gering eingeschätzt. Besonders das Ablesen der Längen mit dem Vergleichsmaßstab war relativ ungenau, da kleine Änderungen in der Lage des Auges, also die Perspektive, eine weitere Fehlerquelle war, welche nicht berücksichtigt wurde. Vergleicht man die Werte für die Okularvergrößerung mit denen der Gesamtvergrößerung so sieht man eine gute Übereinstimmung.

5.2 Brennweite der Objektive

Bei der Bestimmung der Brennweiten kann man lediglich sagen, dass qualitativ das richtige Verhältnis herauskommt. So ist die Brennweite des 40 \times -Objektives ungefähr vier mal so klein, wie die des 10 \times -Objektives. Für die Objektivvergrößerungen sieht man, dass für beide Objektive schlechtere Werte als bei der vorherigen Messung herauskommen. Die relativen Abweichungen zu den Erwartungswerten liegen hier bei 12-20%. Man kann also folgern, dass die Messung über die Mattscheibe deutlich Fehleranfälliger ist, als diejenige über den Vergleichsmaßstab. Wieder ist der Grund der, dass der Punkt des absoluten Fokuses schwer zu finden war. Ebenfalls ist die Messung mit dem Messschieber nicht ideal, da man die Skalen nur mit dem Messschieber überlagern kann, anstatt ihn direkt an etwas anlegen zu können.

5.3 Optische Schiene mit Glasmasstab

Die Methode der Bestimmung des Auflösungsvermögens eines Spaltes ergab sich eine Differenz von $\Delta A = 16 \text{ mm}^{-1}$. Dies ist eine prozentuale Abweichung von 62%. Diese Differenz lässt sich damit erklären, dass die Spaltbreite nicht genau einzustellen war, bzw. die Skalenteile konnten über einen Bereich des Spaltabstandes nicht aufgelöst werden, welcher nicht als Fehler beachtet wurde. Desweiteren wurde nicht mehrere Werte für die Spaltbreite aufgenommen, somit konnte der Fehler nur geschätzt werden, welcher anscheinend zu gering ist. Desweiteren wurde kein perfekter Farbfilter verwendet, dies wurde in der Auswertung nicht beachtet. Zu dem wurde das Lichtspektrum nicht vermessen um die genaue Wellenlänge verwenden zu können. Dies resultiert in einer großen Differenz des Auflösungsvermögens.

5.4 Optische Schiene mit Plexiglasstab

Für dieses Ergebnis gibt es keinen theoretischen Vergleichswert, es ist aber anzunehmen, dass dieser ebenfalls stark fehlerbehaftet ist. Besonders fehleranfällig ist das Zählen der Skalenteile gewesen, da diese sehr klein und dicht beieinander waren.

Literatur

- [1] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2, Elektrizität und Optik*. 6. Aufl. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642-29943-8.
- [2] Eugene Hecht. *Optics*. 4. Aufl. Addison Wesley. ISBN: 0321188780.
- [3] *Lehrportal der Universität Göttingen*. <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/4256>.