

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch Kapillarität und Viskosität

Protokoll

Praktikant: Michael Lohmann
Felix Kurtz
E-Mail: m.lohmann@stud.uni-goettingen.de
felix.kurtz@stud.uni-goettingen.de
Betreuer: Martin Ochmann
Versuchsdatum: 26.05.2014

Testat:

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Kapillarität	3
2.1.1	Mohrsche Waage	4
2.2	Viskosität	5
3	Durchführung	6
3.1	Kapillarität	6
3.2	Innere Reibung	7
4	Auswertung	7
4.1	Dichte der drei Flüssigkeiten	8
4.2	Oberflächenspannung	8
4.3	Viskosität	9
4.3.1	Viskosität aus Fließzeit	9
4.3.2	Viskosität aus Fließgeschwindigkeit	9
5	Diskussion	11
6	Anhang	11
	Literatur	12

1 Einleitung

In diesem Versuch sollen folgende Effekte untersucht werden: Kapillarität, die bei der Wechselwirkung zwischen Flüssigkeiten und Oberflächen auftritt. Viskosität, die innere Reibung eines Fluids.

Diese beiden Phänomene spielen im alltäglichen Leben eine große Rolle und sind deshalb besonders untersuchenswert. Pflanzen transportieren Wasser und darin enthaltene Nährstoffe durch Kapillarwirkung von den Wurzeln nach oben in die Blätter.

Die Viskosität einer Flüssigkeit beeinflusst maßgeblich deren Fließverhalten. So ist der Asphalt der Straßen nicht fest, sondern nur sehr zähflüssig und kann so (in kleinem Maße) Spannungen und Risse ausgleichen.

2 Theorie

2.1 Kapillarität

Zwischen Molekülen wirken *Dipolkräfte* und *Van-der-Waals-Kräfte*. Van-der-Waals-Kräfte bilden sich vor allem bei langkettigen Molekülen aus, die polarisierbar sind. Wird dann durch die statistische Bewegung der Elektronen für eine kurze Zeit ein Dipol ausgebildet, kann dieser per Influenz ein nahegelegenes Molekül ebenfalls polarisieren und zieht dieses an. An der Oberfläche einer Flüssigkeit wirken also nur die Kräfte ins Innere der



Abbildung 1: Modell zur Oberflächenspannung aus [2, S. 198]

Flüssigkeit, während in der Flüssigkeit auf ein Molekül Kräfte von allen Seiten wirken und sich so ausgleichen.

Die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit σ ist durch den Energiegewinn dW definiert, der sich ergibt wenn sie eine Oberfläche dA benetzt: $\sigma = \frac{dW}{dA}$

Ist eine Kapillare mit Radius r und eine Flüssigkeit mit der Oberflächenspannung σ und der Dichte ρ gegeben, so wird diese in der Kapillare um h ansteigen, da sie durch das Benetzen Energie gewinnt. Diese wird in potentielle Energie umgewandelt. Es gilt also:

$$\sigma \cdot A = mgh$$

Dabei ist $A = 2\pi r \cdot h$ und $m = \rho\pi r^2 \cdot h$. Für die Steighöhe h folgt also:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r} \quad (1)$$

oder für die Oberflächenspannung σ

$$\sigma = \frac{1}{2} h \rho g r \quad (2)$$

Man unterscheidet zwischen *Kohäsion*, Kräfte zwischen gleichartigen Molekülen, und *Adhäsion*, Kräfte, die an Grenzschichten auftreten.

2.1.1 Mohrsche Waage

Mit der Mohrschen Waage kann man die Dichte einer Flüssigkeit bestimmen. Sie beruht auf dem *archimedische Prinzip*, welches besagt, dass die Auftriebskraft eines Körpers so groß ist, wie die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit.

Zuerst wird die Waage außerhalb der Flüssigkeit so eingestellt, dass sie sich in der



Abbildung 2: Mohrsche Waage [1]

Gleichgewichtslage befindet. Dann taucht man den Probekörper in die Flüssigkeit, deren Dichte bestimmt werden soll. Aufgrund der Auftriebskraft beginnt der Körper zu steigen. Deshalb hängt man an die Hebelarmseite des Probekörpers kleine Gewichte verschiedener Massen und in unterschiedlichem Abstand zum Drehpunkt, sodass die

Gleichgewichtslage wiederhergestellt wird. Das von diesen Gewichten verursachte Drehmoment entspricht dem Drehmoment der Auftriebskraft. Wenn man das Volumen des Probekörpers nicht kennt, muss zuerst Wasser als Referenz genommen werden.

$$\rho_F = \frac{\sum_{i=1}^n m_{F,i} \cdot r_{F,i}}{\sum_{i=1}^n m_{W,i} \cdot r_{W,i}} \cdot \rho_W \quad (3)$$

Dabei ist $m_{F,i}$ die i-te Masse der Flüssigkeit F, welche im Abstand $r_{F,i}$ angehängt wurde. ρ_W bezeichnet hierbei die Dichte von Wasser, die $\rho_W \approx 997 \text{ kg/m}^3$ beträgt [2, S. 258].

2.2 Viskosität

Viskosität ist ein Maß dafür, wie zähflüssig eine Flüssigkeit ist, also wie stark die innere Reibung ist.

Man unterscheidet zwei Fälle von Strömungen, wenn ein Körper von einem anderen Medium umflossen wird:

- *laminare* Strömung: Das Fluid strömt in Schichten, die sich nicht miteinander vermischen.
- *turbulente* Strömung: Es kommt zu Verwirbelungen. Die Beschreibung dieser ist sehr komplex, soll hier aber nicht näher betrachtet werden.

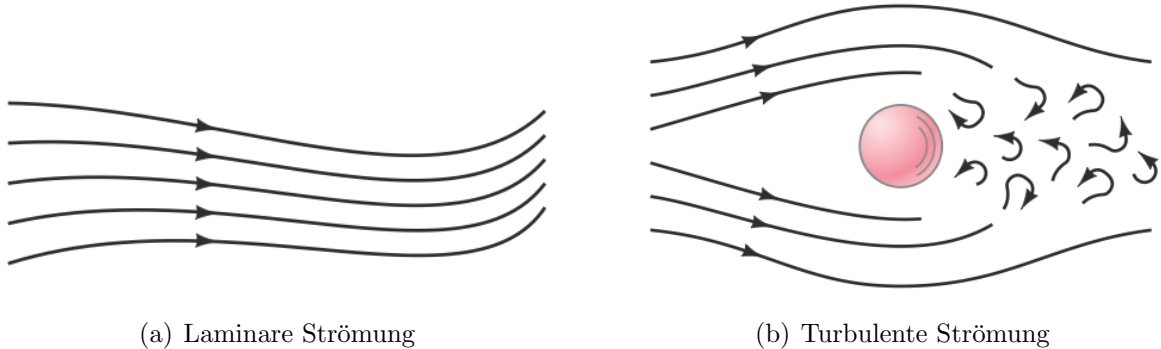


Abbildung 3: Verschiedene Strömungsarten aus [4, S. 465]

Die Reynoldszahl Re ist ein Maß für den Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung. Sie ist so definiert:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} \quad (4)$$

mit der Dichte ρ , der Fließgeschwindigkeit v , der charakteristischen Länge d des umflossenen Gegenstandes und der Viskosität η der Flüssigkeit.

Diese wird durch die folgende Bewegungsgleichung von Flüssigkeiten unter innerer Reibung definiert:

$$F = \eta A \frac{dv}{dr} \quad (5)$$

Setzt man diese Kraft gleich der Druckkraft $F_p = \pi r^2 \cdot (p_1 - p_2)$ kann das *Hagen-Poiseuille Gesetz* der laminaren Rohrströmung hergeleitet werden, welches den Volumenstrom \dot{V} durch ein Rohr der Länge l und des Radiuses r beschreibt.[2, S.125]

$$\dot{V} = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta l} r^4 \quad (6)$$

3 Durchführung

Zuerst werden die Durchmesser der 3 verschiedenen Kapillaren jeweils dreimal mit dem Messmikroskop vermessen. Dabei wird die Kapillare fokussiert, dann der linke oder rechte Rand anvisiert. Die Stellung der Micrometerschraube wird abgelesen, bevor man die gegenüberliegende Seite anvisiert und erneut die Skala abliest. Aus der Differenz der beiden ergibt sich der Durchmesser der Kapillare.

Bei den Versuchen wird Methanol verwendet, welches giftig ist. Auch Ethylenglykol ist gesundheitsschädlich. Deshalb ist bei allen Versuchen der Kontakt mit diesen zu vermeiden.

3.1 Kapillarität

Man reinigt die Kapillaren gründlich mit Lösungsmittel und destilliertem Wasser, bevor man sie mit der Wasserstrahlpumpe trocknet. Dieser Vorgang muss später nach jeder Flüssigkeit wiederholt werden. Dabei ist darauf zu achten, dass beim Trocknen alle Flüssigkeitsreste entfernt werden und sich ganz besonders kein Film am oberen Ende bildet, der einen erheblich größeren Widerstand beim Steigen hervorrufen würde.

Nun füllt man sich die drei auf Oberflächenspannung zu untersuchende Flüssigkeiten destilliertes Wasser, Methanol und Ethylenglykol in einen Becher ab. Mithilfe der Mohr'schen Waage (Abb. 2) bestimmt man die jeweilige Dichte. Dabei ist darauf zu achten, dass der Probekörper sauber ist und ganz in die Flüssigkeit eintaucht.

Dann misst man für jede der drei Flüssigkeiten und für jede der drei Kapillaren jeweils dreimal den Höhenunterschied h_{Kap} der Flüssigkeitspegel, der sich ergibt, wenn man die Kapillare in die Flüssigkeit taucht und anschließend bis zur Oberfläche herauszieht.

Anschließend werden Methanol und Ethylenglykol in spezielle Behälter gegossen und somit vorschriftsmäßig entsorgt. Nun müssen alle Gefäße und die Kapillaren gereinigt werden.



Abbildung 4: Versuchsaufbau zur Messung der Viskosität [1]

3.2 Innere Reibung

Zuerst misst man den Durchmesser des Glaszylinders und den Abstand der Strichmarken 50 und 45 von diesem, die Länge der Kapillaren und die Temperatur des destillierten Wassers. Dann befestigt man eine der Kapillaren am Auslaufstutzen des Zylinders, hält die Öffnung zu und befüllt alles mit destilliertem Wasser bis zur Strichmarke 50. Es wird die Ausflusszeit bis zum Erreichen der Strichmarke 45 gemessen. Dabei ist das ausfließende Wasser in einem Gefäß aufzufangen und wiederzuverwenden. Diesen Vorgang wiederholt man auch für die anderen beiden Kapillaren.

Nun wählt man die Kapillare mit dem kleinsten Durchmesser und misst zu dieser während des Ausflusses die Zeit in Abhängigkeit der Höhe der Wassersäule.

Abschließend muss alles gesäubert werden und die Arbeitsfläche trocken gewischt werden.

4 Auswertung

	Blau	Grün	Braun
Durchmesser [mm]	1.223 ± 0.014	1.811 ± 0.011	0.876 ± 0.018
Länge [cm]	25.7 ± 0.1	25.5 ± 0.1	26.0 ± 0.1

Tabelle 1: Abmessungen der drei Kapillaren

Aufhängung einzelner Gewichte	5000mg	500mg	50mg	Dichte [kg/m ³]
Dest. Wasser	10		1	997
Äthylenglykol	10	9	3	1088
Methylalkohol	8	4		837

Tabelle 2: Position der einzelnen Gewichte an der Moor'schen Waage in Skalenteilen bei den unterschiedlichen Flüssigkeiten

4.1 Dichte der drei Flüssigkeiten

Um die Dichte von Methylalkohol und Ethylenglykol zu bestimmen, wurde die Mohr'sche Waage verwendet. Die Literaturwerte nach [3, S. 130-131] lauten für Ethylenglykol 1113kg/m³ (3% größer, als unsere Messung) und für Methanol 790kg/m³ (6% kleiner, als unsere Messung).

4.2 Oberflächenspannung

Die Fehler der Oberflächenspannung der Tabelle 3 nach Formel (2) berechnen sich nach

$$\sigma_\sigma = \frac{g}{2} \cdot \sqrt{h^2 \cdot r^2 \cdot \sigma_\rho^2 + h^2 \cdot \rho^2 \cdot \sigma_r^2 + r^2 \cdot \rho^2 \cdot \sigma_h^2}$$

Damit kann man mithilfe des gewichteten Mittelwertes die Werte aus Tab. 4 errechnen.

Flüssigkeit	Kapillar	m. Steighöhe [cm]	Oberflächenspannung [N/m]
Destiliertes Wasser	grün	1.45 ± 0.04	0.0642 ± 0.0017
	blau	2.327 ± 0.035	0.0696 ± 0.0013
	braun	3.23 ± 0.04	0.0693 ± 0.0017
Ethylenglykol	grün	0.85 ± 0.04	0.0411 ± 0.0019
	blau	1.383 ± 0.022	0.0451 ± 0.0009
	braun	1.98 ± 0.06	0.0464 ± 0.0017
Methylalkohol	grün	0.517 ± 0.022	0.0192 ± 0.0008
	blau	0.98 ± 0.10	0.0247 ± 0.0024
	braun	1.33 ± 0.04	0.0240 ± 0.0009

Tabelle 3: Steighöhe unterschiedlicher Flüssigkeiten in unterschiedlichen Kapillaren und die sich daraus ergebende Oberflächenspannung

σ	Gew. Mittelwert [N/m]	Literaturwert [N/m]	Abweichung
dest. Wasser	0.0681 ± 0.0009	0.07275	7%
Ethylenglykol	0.0448 ± 0.0007	0.0484	8%
Methanol	0.0215 ± 0.0006	0.0226	5%

Tabelle 4: Oberflächenspannung der drei Flüssigkeiten und deren Literaturwert nach ¹

4.3 Viskosität

4.3.1 Viskosität aus Fließzeit

Da uns aus zeitlichen Gründen leider die Messung mit der mittleren (blauen) Kapillaren unmöglich war, konnten wir die Viskosität von destilliertem Wasser nur mittels der großen und der kleinen bestimmen. Dazu wird die Formel (6) nach η umgestellt und diskretisiert ($\dot{V} \approx \frac{\Delta V}{\Delta t}$). Es ergibt sich diese Formel

$$\eta = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot \Delta t \cdot r^4}{8 \Delta V l} \quad (7)$$

berechnet und deren Fehler ergaben sich durch

$$\sigma_\eta = \frac{\pi r^3}{8 \Delta V^2 l^2} \sqrt{\Delta V^2 l^2 (16 \Delta p^2 \Delta t^2 \sigma_r^2 + \Delta p^2 r^2 \sigma_{\Delta t}^2 + \Delta t^2 r^2 \sigma_{\Delta p}^2) + \Delta p^2 r^2 \Delta t^2 (\Delta V^2 \sigma_l^2 + l^2 \sigma_{\Delta V}^2)}$$

wodurch wir für die beiden Messreihen die Ergebnisse der Tabelle 5 erhielten

Kapillar	Zeit [s]	Viskosität [Pa s]
grün	5.54 ± 0.5	0.0011 ± 0.0001
braun	65.26 ± 0.5	0.00069 ± 0.00008
gew. Mittelwert		0.00085 ± 0.00007

Tabelle 5: Bestimmung der Viskosität von Wasser bei verschiedenen Kapillaren aus deren jeweiligen Ausflusszeiten für von Markierung 50 bis 45

4.3.2 Viskosität aus Fließgeschwindigkeit

Aus Gleichung 6 ergibt sich durch die Abhängigkeit des Druckes von der Höhe

$$\dot{V} = \pi R^2 \dot{h}(t) \quad \Delta p = \rho g h(t)$$

Die Lösung der sich ergebenden homogenen Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten ist:

$$h(t) = h_0 \exp\left(-\frac{\rho g r^4}{8 \eta R^2} t\right) \quad (8)$$

¹<http://de.wikipedia.org/wiki/Oberflächenspannung#Werte>

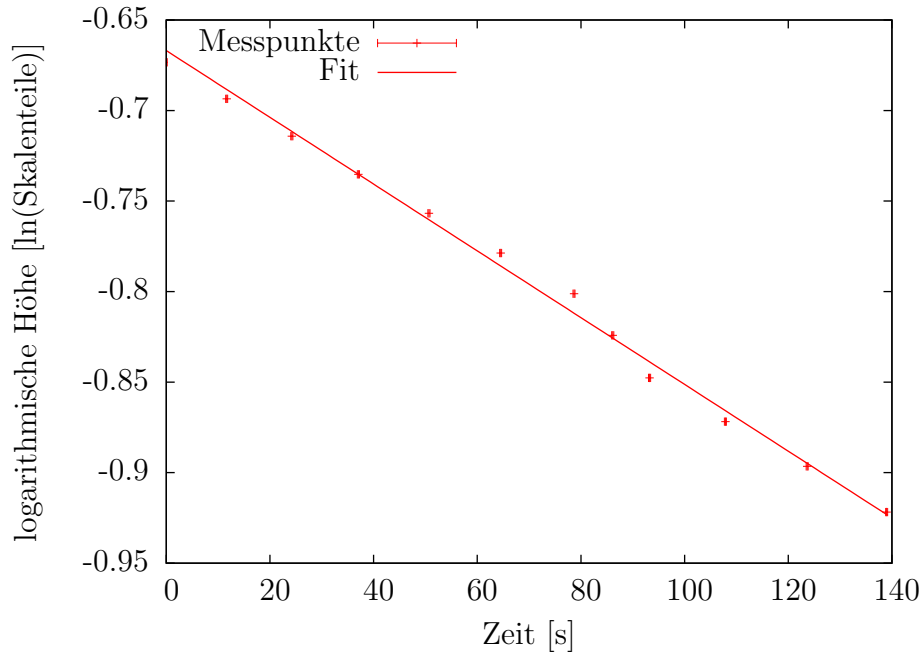


Abbildung 5: Messung der Viskosität von Wasser halblogarithmisch aufgetragen

Trägt man die Höhe in Abhängigkeit der Zeit logarithmisch auf, so ergibt sich eine Gerade, aus der man mit der Geradensteigung m der gefitteten Daten aus Abb. 5 η berechnen kann:

$$\eta = -\frac{\rho g r^4}{8 m l R^2} \quad (9)$$

Mit einem Fehler von

$$\sigma_\eta = \frac{g r^3 \rho}{8 R^3 l^2 m^2} \sqrt{16 R^2 l^2 m^2 \sigma_r^2 + R^2 l^2 r^2 \sigma_m^2 + R^2 m^2 r^2 \sigma_l^2 + 4 l^2 m^2 r^2 \sigma_R^2}$$

Es ergibt sich ein Wert von $\eta = (0.00060 \pm 0.00007) \text{ Pa s}$. Der Literaturwert² der Viskosität von Wasser für 25°C liegt bei 0.00089 Pa s was fast 50% größer ist, als der Messwert, welcher für $(27.5 \pm 1)^\circ\text{C}$ aufgenommen wurden. Allerdings ist nach eben dieser Quelle die Viskosität von Wasser bei 30°C nurnoch bei 0.000798 Pa s , was noch immer 33% größer ist, als dieser Wert.

²Quelle: www.uni-magdeburg.de/isut/LSS/Lehre/Arbeitsheft/IV.pdf, Seite 1, 22.06.2014, 13 Uhr

5 Diskussion

Bei der Bestimmung der Dichte mit der Mohr'schen Waage stellten wir fest, dass die Eichung der Waage sich augenscheinlich während der Messung leicht verstellte. So haben wir bei den drei Messungen jeweils eine Abweichung nach der Messung von der Gleichgewichtslage gehabt. Diese haben wir natürlich vor jeder Messung wiederhergestellt, allerdings können dadurch unsere Messergebnisse der Dichte natürlich verfälscht sein.

Aufgrund von fehlender Zeit schafften wir es leider nicht, die Messung der Ausflusszeit des mittleren Kapillars zu bestimmen. Da wir jedoch die Messungen des kleinen und großen Kapillars durchführen konnten, haben wir wenigstens einen Eindruck bekommen, wie die Kapillardicke mit der Ausflussgeschwindigkeit zusammenhängt.

Bei dem zweiten Teilversuch der Viskosität haben wir offensichtlich einen falschen Messwert notiert. Schon ein oberflächlicher Blick zeigt hier, dass für die Werte 52.86s, 67.01s, 74.48s, 81.59s und 96.22s die Differenz zum nächsten nicht annähernd ähnlich ist. Ohne den Wert von 74.48s zu berücksichtigen, kamen wir auf konsistente Werte und wir schlossen diesen aus, da wir vermuten, einen zusätzlichen Wert für einen halben Skalenschritt hier aufgenommen zu haben. Die Diskrepanz der beiden Werte der Geradensteigung aus Abb. 5 und der Tabelle 6 ist dadurch zu erklären, dass bei dem Fit auch der Wert der Zeit $t = 74.48\text{s}$ mit berücksichtigt wurde, den wir aus Tabelle explizit herausgenommen haben. Andernfalls käme man auf ein identisches Ergebnis. Berücksichtigt man diesen Wert für die Zeit nicht, so würde sich ein Wert von $(0.00071 \pm 0.00003)\text{Pa s}$ ergeben, der nur um 12% kleiner ist, als der Literaturwert für 30°C (s.o.).

Bei der Suche der Literaturwerte hatten wir teilweise Probleme, geeignete Werte zu finden, da es nur wenige (und zudem nicht besonders vertrauenswürdige) Quellen zur Viskosität gibt, welche zudem höchstens die jeweiligen Werte zu 25°C hatten, was nicht unseren gemessenen $(27.5 \pm 1)^\circ\text{C}$ übereinstimmt.

Insgesamt erhielten wir bei allen Messungen gute Werte mit Abweichungen von den Literaturwerten von um die 10%. Dies ließ sich nur realisieren, da bei der Reinigung der Kapillaren besonders darauf geachtet wurde, Rückstände der Reinigungsmittel möglichst komplett zu entfernen und vor allem Flüssigkeitsblasen in den Kapillaren zu vermeiden, die einen starken Einfluss auf die Messergebnisse (insbesondere der Kapillarität) hätten.

6 Anhang

Versuch 2b ohne den augenscheinlich falschen Wert ergibt:

Zeitunterschied [s]	Viskosität [Pa s]
11.66	0.00063 ± 0.00007
12.57	0.00068 ± 0.00008
12.84	0.00068 ± 0.00008
13.61	0.00072 ± 0.00008
13.84	0.00072 ± 0.00008
14.15	0.00073 ± 0.00009
14.58	0.00074 ± 0.00009
14.63	0.00074 ± 0.00009
15.78	0.00079 ± 0.00009
15.33	0.00076 ± 0.00009
gew. Mittelwert	0.00071 ± 0.00003

Tabelle 6: Versuch 2b - Messung der Viskosität von Wasser in unterschiedlichen Zeitdifferenzen und deren resultierende Viskosität zusammen mit dem gewichteten Mittelwert

Literatur

- [1] *Lehrportal der Universität Göttingen, Kapillarität und Viskosität*, <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3638>, abgerufen 22.06.14 18:32 Uhr
- [2] DIETER MESCHÉDE (2010): *Gerthsen Physik*, 24. Auflage, Springer Heidelberg Dordrecht London New York
- [3] WOLFGANG PFEIL ET. AL. (2009): *Das große Tafelwerk (interaktiv)*, 1. Auflage, Cornelsen Berlin
- [4] DOUGLAS C. GIANCOLI (2010): *Physik - Lehr- und Übungsbuch*, 3. Auflage, Pearson Studium London