# Projektpraktikum der Fakultät für Physik, Universität Göttingen

# Vermessung eines Sees Protokoll

Praktikanten: Michael Lohmann

Felix Kurtz

Kevin Lüdemann

Jan Weinreich

Betreuer: Prof. Bahr

Abgabedatum:

#### Inhaltsverzeichnis

# Inhaltsverzeichnis

| 1   | Einleitung    |  |    |  |  |
|-----|---------------|--|----|--|--|
| 2   | Theorie       |  |    |  |  |
|     | 2.1           | Druck                                    | 4  |  |  |
|     | 2.2           | Schallausbreitung                        | 4  |  |  |
|     |               | 2.2.1 Abstandsgesetz und Intensität      | 4  |  |  |
|     |               | 2.2.2 Schallgeschwindigkeit              | 5  |  |  |
|     | 2.3           | Absorption von Licht in Materie          | 6  |  |  |
|     | 2.4           | Nichtinvertierbarer Operationsverstärker | 6  |  |  |
|     | 2.5           | Ortsbestimmung                           | 6  |  |  |
|     | 2.6           | Temperatur                               | 8  |  |  |
|     | 2.7           | Absorption                               | 8  |  |  |
|     | 2.8           | Echolot                                  | 8  |  |  |
| 3   | Durchführung  |  |    |  |  |
|     | 3.1           | Aufbau des Datenloggers                  | 8  |  |  |
|     |               | 3.1.1 Temperaturmessung                  | 9  |  |  |
|     |               | 3.1.2 Lichtmessung                       | 10 |  |  |
|     |               | 3.1.3 Druckmessung                       | 10 |  |  |
|     | 3.2           | Messdurchführung                         | 11 |  |  |
|     | 3.3           | Smartohone-App                           | 12 |  |  |
| 4   | Auswertung 12 |  |    |  |  |
|     | 4.1           | Ortsbestimmung                           | 12 |  |  |
| 5   | Diskussion 13 |  |    |  |  |
|     | 5.1           | Druck                                    | 13 |  |  |
|     | 5.2           | Echolot                                  | 13 |  |  |
|     | 5.3           | Ortsbestimmung                           | 13 |  |  |
|     | 5.4           | Temperatur                               | 13 |  |  |
|     | 5.5           | Absorption                               | 14 |  |  |
|     | 5.6           | Messprobleme und verworfene Ideen        | 14 |  |  |
| Lit | teratı        | ur                                       | 15 |  |  |

# **Danksagung**

Wir danken dem Institut für Geophysik, das uns Teile des technischen Equipments geliehen hat. Herrn Prof. Bahr möchten wir für die Betreuung unseres Projektes danken. Insbesondere möchten wir auch Herrn Ullrich Einecke danken für viel Unterstützung mit der technischen Umsetzung. Auch hat er uns zu den Messstellen gefahren, was aufgrund des vielen Equipments sehr hilfreich war.

### 1 Einleitung

[Dem08] Dieser Versuch beschäftigt sich mit der Schichtung von Seen. Wir haben in verschiedenen Tiefen die Temperatur, die Helligkeit und die Absorption von zwei Wellenlängen gemessen. Die Tiefe der Sensoren haben wir mit Hilfe einer Drucksonde gemessen, während wir die Tiefe des Sees mit einem selbstgebauten Echolotes bestimmen wollten. Die Position des Bootes auf dem See haben wir mit einem Geodimeter (die Geräte, welche im Straßenbau zur Entfernungsmessung verwendet werden) aufgezeichnet.

#### Theorie

#### 2.1 Druck

In stehendem Wasser steigt der Druck pro Meter Wassertiefe um 0.1 Bar an. Möchte man also die Teife des Sensors bestimmen, so berechnet sich diese nach der Formel:

$$d = \frac{(p(d) - p_0)}{0.1 \text{bar m}^{-1}}$$

$$\sigma_d = \frac{\sigma_{p(d)}}{0.1 \text{bar m}^{-1}}$$
(2)

$$\sigma_d = \frac{\sigma_{p(d)}}{0.1 \text{bar m}^{-1}} \tag{2}$$

#### 2.2 Schallausbreitung

#### 2.2.1 Abstandsgesetz und Intensität

Wenn Reflektion und die Mitbewegung des Mediums (Wasser) vernachlässigt werden, sollten sich die Abhängigkeiten bei der Ausbreitung des Schalls vom Piezokristall, der Schallwellen mit Frequenzen im Ultraschallbereich abgibt ähnlich verhalten, wie die Gesetze einer punktförmigen Schallquelle.

Der Grund dafür ist, dass die genutzen Entfernungen zwischen Sender und Empfänger vielfach größer sind als die Größe des schwingenden Kristalls. In einem homogenem Medium verteilt sich dann die ausgesendete Energie der Welle in drei Dimensionen gleichmäßig im Abstand r über eine Kugelfläche A. Wird nun mit  $\langle P \rangle$  die mittlere vom Sender abgestrahlte Leistung bezeichnet, dann ist also zu erwarten, dass die Intensität des Signals sich antiproportional zu  $r^2$  verhält:

$$I \propto \frac{\langle P \rangle}{r^2} \tag{3}$$

Wenn nun v die Ausbreitungsgeschwindigkeit im homogenen Medium und < w > die mittlere Energiedichte bezeichnet, dann kann die mittlere Leistung kann auch geschrieben werden als:

$$\langle P \rangle = \langle w \rangle Av$$
 (4)

Woraus sich direkt für die Intensität ergibt:

$$I = \langle w \rangle v \tag{5}$$

Die nun noch unbekannte Energiedichte von Schallwellen kann man aus der Betrachtung einer harmonischen Welle gewinnen. Dabei ergibt sich ganz allgemein, dass diese proportional ist zum Quadrat der Amplitude A und der Kreisfrequenz  $\omega$ :

$$\langle \omega \rangle = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \tag{6}$$

Mit  $\rho$  wurde hier wie üblich die Dichte des Mediums bezeichnet. Insgesamt ergibt sich also

$$I = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \frac{P_{max}^2}{\rho v}$$
 (7)

Es wurde verwendet, dass man speziell für Schallwellen zeigen kann, dass der Zusammenhang zwischen der maximalen Druckamplitude  $P_{max}$  und der Amplitude der Schallwelle gegeben ist durch:

$$P_{max} = \rho \omega v A \tag{8}$$

Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass die Intensität der Schallwelle proportional ist zum Quadrat der Druckamplitude.

#### 2.2.2 Schallgeschwindigkeit

Für Schallwellen kann man in Fluiden, wie Wasser oder Luft folgende Gleichung für die Schallgeschwindigkeit finden:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \tag{9}$$

Wie oben bezeichnet  $\rho$  die Massendichte. Mit K wurde hier das sog. Kompressiblitätsmodul bezeichnet. Dieses ist definiert als das Verhältnis der relativen Druck und Volumenänderungen:

$$K = \frac{\Delta P}{\Delta V/V} \tag{10}$$

Es wird hierdurch ersichtlich, dass die Schallgeschwindigkeit also ganz wesentlich vom Medium abhängt. Sie beträgt beispielsweise für Wasser je nach Salzgehalt und Temperatur circa 1500 m/s und für Luft 340 m/s.

#### 2.3 Absorption von Licht in Materie

Setzt man Licht als eine Ebene Welle an so ergibt sich bei Ausbreitung in einem homogenem Medium das Beer'sche Absorptionsgesetz. Es beschreibt, dass die Intensität I des Lichts exponentiell abfällt bei zunehmender Stecke. Für den Anteil des noch vorhandenen Intensität gilt dann:

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-\alpha \Delta z) \tag{11}$$

Die im Exponent auftauchende Größe  $\alpha$  wird auch als Absorptionskoeffizient bezeichnet. Er hängt sowohl vom Medium ab als auch von der Wellenlänge  $\lambda$  ab.

$$\alpha = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \tag{12}$$

Hier ist mit  $\kappa$  der Imaginärteil des Brechungsindex gekennzeichnet.

#### 2.4 Nichtinvertierbarer Operationsverstärker

Dabei handelt es sich von der Grundschaltung her um einen Operationsverstärker. Diese finden sehr viel Anwendung in allen möglichen Bereichen, zum Beispiel der Mess-und regelungstechnik. Allgemeine Eigenschaften dieser Bauteile sind, eine verallen eine sehr große Verstärkung von Eingangsignalen, ein hoher Eingangs und dazu vergleichsweise geringer Ausgangswiderstand. Das allgemeine Verstärkersymbol ist ein Dreieck in es werden darin auch die beiden Eingänge mit + und - gekennzeichnet. Der - Eingang wird als invertierbarer Eingang und der + Eingang als nicht invertierbarer Eingang bezeichnet. Das eigentliche Bauteil des Verstärkters ist sehr komplex und es lohnt sich nicht hier weiter darauf einzugehen. Entscheident ist hier nur die Formel für den Verstärkungsfaktor v für den verwendeten Nichtinvertierbaren Verstärkers. Für diese gilt:

$$v = 1 + \frac{R_2}{R_1} \tag{13}$$

Wichtig ist also nur die für den jeweiligen Bedarf richtige Wahl des Widerstandverhältnisses. Eine weitere Eigenschaft des Nichtinvertierbarer Verstärker ist, dass die Phase des Eingangs und Ausgangssignals gleich sind. Diese Eigenschaft wäre für das Echolot wichtig gewesen.

### 2.5 Ortsbestimmung

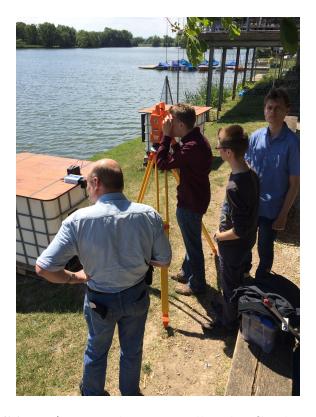
Um den Ort des Bootes zu bestimmen, verwendeten wir ein Geodimeter (s. Abb. 1). Dieses sendet einen Laserstrahl in eine bestimmte Richtung aus und misst, sobald er reflektiert wird die Flugdauer. Daraus bestimmt es die Entfernung. Die Richtung wird durch die Stellung des beweglichen Kopfes ermittelt. Dafür wird beim Einschalten eine

Referenzrichtung eingeschtellt, anhand derer die Abweichung bestimmt wird. Das Gerät kann nun die relative Position zu dem eigenen Standort in verschiedenen Darstellungsweisen ausgeben: Zylinderkoordinaten und Kartesische Koordinaten.

Der Laser wird von einem Retroreflektor an einer Messstange reflektiert, welche wir an Bord genommen haben. Ein Retroreflektor ist eine Anordnung von drei Spiegeln, welche jeweils im 90°-Winkel zueinander stehen. Jeder einfallende Strahl wird so in die Herkunftsrichtung zurückgelenkt.

Es stellte sich bei den Messungen heraus, dass die Genauigkeit des Geodimeters keine Rolle spielte, da das Boot von Wind und Strömung während der Messung sehr stark abgetrieben wurde. Daher setzten wir bei der zweiten Messung unsere erste Idee um, die Position über GPS zu erfassen funktioniert, welche wir wegen der vermeitlich schlechten Auflösung von 5-10m verwarfen.

Dafür schlossen wir einen GPS-Logger an unseren Datenlogger an, welcher jede Sekunde seine Position sendete. Außerdem hat dies den Vorteil, dass das GPS-Modul auch gleich die aktuelle Zeit sendet, welche wir zur Zeiteinstellung verwenden konnten. Parallel zu dem direkten Speichern haben wir auch eine Smartphone-App erstellt, die ebenfalls die Position aufzeichet (s. Kapitel 3.3).



**Abbildung 1:** Kevin beim einstellen des Geodimeters.

#### 2.6 Temperatur

Die Temperatur haben wir mit einem Pt1000-Widerstand vermessen. Der Name verrät, dass der Messfühler aus Platin ist und bei 0°C einen Widerstand von  $R_0 = 1000\Omega$  hat. Der Widerstand hängt so von der Temperatur  $\vartheta > 0$ °C ab:

$$R(\vartheta) = R_0 \cdot \left(1 + A\vartheta + B\vartheta^2\right) \tag{14}$$

Die zugehörigen Konstanten findet man in Tabelle 1.

| $R_0$ | 1000 Ω  |
|-------|---|
| A     | $3.9083 \cdot 10^{-3}  {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$ |
| В     | $-5.775 \cdot 10^{-7}  ^{\circ}\text{C}^{-2}$     |

**Tabelle 1:** Kennwerte des Widerstandsthermometers

Der Fehler der Temperaturmessung dieses Gerätes liegt bei

$$\Delta \vartheta = \pm (0.3 \text{ }^{\circ}\text{C} + 0.005\vartheta) \ . \tag{15}$$

#### 2.7 Absorption

#### 2.8 Echolot

### 3 Durchführung

### 3.1 Aufbau des Datenloggers

Der Datenlogger ist speziell für diese Aufgabe entworfen und gebaut. Die Basis für diesen ist das XMC4500 RelaxKit von der Firma Infoneon<sup>©</sup> mit einem 32bit Mikrocontroller. Dieser wurde mithilfe der Software Dave<sup>©</sup> von der gleichen Firma.

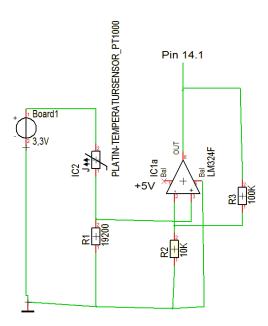
Zur Bestimmung der am Kontroller anliegenden Spannung wird ein integrierter ADC verwendet. Dieser berechnet die Spannung über ein iteratives Verfahren, in dem er die anliegende Spannung mit einer Refferenzspannung vergleicht. Die Refferenzdspannung wird bei jedem Schritt halbiert oder um die hälfte erhöt jeh nach dem, ob die zu messende Spannung kleiner oder größer ist. Der ADC hat eine Auflösung von 12bit, somit hat das

Verfahren auch 12 Schritte. Die Refferenzspannung liegt bei 3.3V, welche vom Board intern bereitgestellt wird. Aus diesem Verfahren ergibt sich bei 12bit einen minimal von Null verschiedene Spannung von  $B=\frac{3.3\mathrm{V}}{2^{12}}=8.06\times10^{-4}\mathrm{V}$ , welche als Bereichsbreite B bezeichnet wird. Somit kann die Spannung aus dem ausgegebenen ADCWert über die Bereichsbreite berechnet werden

$$U = \text{ADCWert} \cdot B. \tag{16}$$

Für die Sensoren werden verschiedene Schaltungen verwendet, die im Follgenden näher erläutert. Bei allen Schaltungen ist zu beachten, dass in allen Fällen die Massen gekoppelt sind.

#### 3.1.1 Temperaturmessung



**Abbildung 2:** Beschaltung des PT1000 Temperaturwiderstandes mit Vorwiderstand und Verstärkerschltung.

Für die Messung der Temperatur wird mit einem PT1000 Temperaturwiderstand gearbeitet. Dieser benötigt eine spezielle Beschaltung, da durch ihn nur ein geringer Strom fließen darf. Aus diesem Grund muss die am PT1000 abfallende Spannung noch verstärkt werden. Dies geschieht mithilfe eines nichinvertierenden Verstärkers. Mit der Formel ergibt sich bei der in der Abbildung 2 gezeigte Beschaltung eine Verstärkungsfaktor von 11. Dieser Wert verstärkt somit die etwa 200mV auf 2V, was etwa in der Mitte des

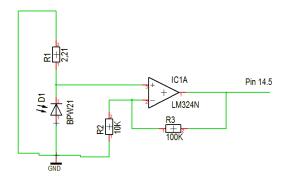
Messbereiches des ADC liegt.

Aus dem in der Abbildung 2 zu sehendem Widerstandsnetzwerk leitet sich die Formel

$$R_{\rm PT1000} = \frac{R_1 * U_{\rm ADC}}{3.3 V - U_{\rm ADC}} \tag{17}$$

ab, wobei  $U_{\rm ADC}$  die Spannung ist, welche mit der Formel (16) aus dem ADCWert berechnet wird. Zur anschließenden Berechnung der Temperatur aus den gemessenen Widerständen wird die Formel verwendet.

#### 3.1.2 Lichtmessung



**Abbildung 3:** Beschaltung der Photodiode mit Widerstand und Verstärkerachaltung.

Für die Lichtmessung wird eine Photodiode als Intensitätsaphängige Stromquelle verwendet. Die Schaltung ist in der Abbildung 3 zu sehen. Der Stromkreis besteht aus der Photodiode als Stromquelle und einem Widerstand, um den Strom in eine Messbare Spannung zu wandeln. Da in den See nicht viel Licht eintritt wird die sich ergebene Spannung noch über einen nichtinvertierenden Verstärker nach der Gleichung mit einem Faktor 11 Verstärkt. Die Spannung wird dann wieder mit der Gleichung (16) berechnet. Um die Absorbtion in verschiedenen Spektren zu Messen hat die Messonde eine Blaue und eine Infrarote LED mit mittleren Wellenlängen von  $\lambda_{\rm Blau} = {\rm nm}$  und  $\lambda_{\rm IR} = {\rm nm}$ . Die LEDs werden ebenfalls von der boardinternen Spannungsquelle versorgt und wie in der Abbildung 4 zu sehen mit Vorwiderständen beschaltet.

Im Programm werden die Linien von den jeweiligen LEDs und den Phasen ohne LEDbetrieb getrennt gespeichert.

#### 3.1.3 Druckmessung

Der Druck wird durch einen Absolutdrucksensor in einer Messbrücke bestimmt. Die Schaltung wurde von der Geophysik bereitgestellt und dierekt an dem Pin 14.2 am Board angeschlossen. Zu dem muss die Masse von der externen Schaltung mit der Masse

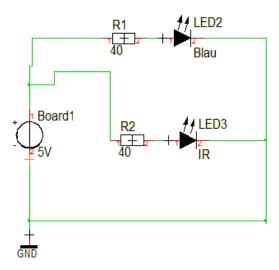


Abbildung 4: Beschaltung der LEDs für die Messung der Absorbtion.

des Boars gekoppelt werden. Die Messbrücke ist bei einer Spannung von 1V auf einen Druck von 1000HPa geeicht.

### 3.2 Messdurchführung

Zur Messung eines Sees ist es notwendig, zunächst den Bereich, den man vermessen möchte sinnvoll einzuschränken und sich eine grobe Rasterung zu überlegen. Dabei ist zu bedenken, dass für jeden Messpunkt ca. 3-5min eingerechnet werden müssen. Auch müssen die Positionen, sofern sie mit dem Geodimeter ermittelt werden sollen, alle von einem Punkt am Ufer aus sichtbar sein. Man könnte zwar das Geodimeter umstellen, jedoch würde dies zu einer enorm vergrößerten Unsicherheit des Ortes führen.

Die eigentliche Messung besteht darin, dass der Ruderer an einer Stelle anhält und den Messstab für das Geodimeter hochhält. Gleichzeitig drückt die andere Person auf dem Boot den Knopf "Start" und lässt die Sonde langsam herunter. Ist die Sonde auf dem Grund des Sees angekommen, so kann sie wieder hochgezogen werden. Dies muss nicht so langsam geschehen, da sich bei Kontakt mit dem Boden teilweise Schlamm um die Sensoren legt, welche die Messung verfälschen. Dieser muss gegebenenfalls nach Beendigung der Messung abgespühlt werden.

#### 3.3 Smartohone-App

Da bei der ersten Messung schon das Abfahren des relativ kleinen Göttinger Kiessees in einem Raster nicht leicht war, haben wir eine App für das Smartphone erstellt. Mit das GPS-Modul des Smartphones liefert die aktuelle Position und stellt sie auf einer Karte dar. Nun gibt es zwei Möglichkeiten:

- Multi-Messung: Die Position wird ständig getrackt. Sobald sie sich verändert, wird diese in eine Datei geschrieben.
- Einzelmessung: Dies kann parallel zu der Multi-Messung passieren. Hierbei wird nur auf Knopfdruck auf den Button "Einzelmessung" ein einzelner Ort in eine andere Datei geschrieben. Außerdem wird die Position auf der Karte mit einer Stecknadel markiert und um die Position wird ein Radius eigezeichnet, der sich über einen Schieberegler einstellen lässt. Dies hat den Vorteil, dass man variabel die Rasterung anpassen kann.

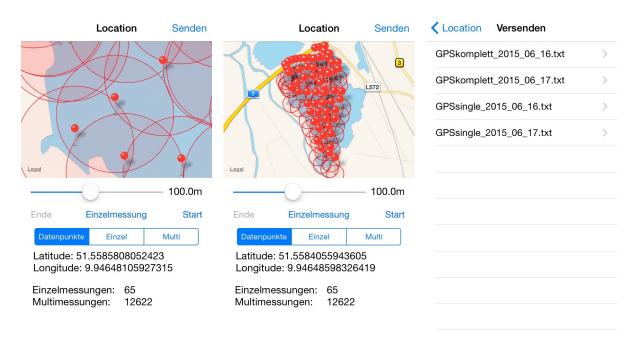
Die App zeigt (wie in Abb. 5(a) zu sehen) auch die Anzahl der aufgenommenen Datenpunkte an und die beiden Dateien, welche bei den Messungen angelegt werden. Wurde die Messung an einem Ort nun beendet, kann man einfach so lange in eine Richtung fahren, bis man den roten Kreis um den letzten Datenpunkt erreicht hat. Im Verlauf der Messung wird nun der ganze See systematisch mit den Kreisen überdeckt. Am Ende des Messtages kann mit dem Knopf "Senden" nun eine Tabelle (s. Abb. 5(c)) geöffnet werden, welche die vorhandenen Dateien anzeigt. Tippt man nun auf eine der Zeilen, so wird eine Mail erstellt, die schon voreingestellt die Mailadressen, Betreff und Inhalt, sowie die angehängte Datei besitzt. Diese kann nun bequem mit einem Tippen versandt werden.

## 4 Auswertung

### 4.1 Ortsbestimmung

Unsere Befürchtung, dass das GPS-Signal zu ungenau ist, stellte sich als ungenau heraus. Wir nutzten bei der zweiten Messung gleichzeitig einen GPS-Logger und die selbstgeschriebene Handy-App. Durch Vergleich der beiden Messdaten erkennt man, dass sie sehr gut miteinander übereinstimmen. Dies ist vielleicht auch zu erwarten, da beide ähnliche Signale bekamen.

Der GPS-Logger zeigte die Genauigkeit auf dem Display an, welche fast immer 3m betrug. Diese hohe Genauigkeit, welche sich unter "Normalbedingungen" nur selten erreichen lässt, wird dadurch erklärt, dass wir auf einer weiten Fläche ohne große Hindernisse waren. Somit gab es nichts, was die Signale der Satelliten reflektieren oder blockieren konnte.



- (a) Einzelne Datenpunkte an einer Stelle des Sees.
- (b) Übersicht über alle aufge- (c) Auswahl der zu versendenden nommenen Messpunkte in der Datei.

**Abbildung 5:** Screenshots der App.

### **Diskussion**

- 5.1 Druck
- 5.2 Echolot

### 5.3 Ortsbestimmung

### 5.4 Temperatur

Bei der zweiten Messung zeigte sich in den Daten, dass die Werte der Temperatur augenscheinlich gleichzeitig drei Werte annehmen. Bei genauerer Betrachtung der Messwerte fällt jedoch auf, wie in Abb. 6 zu erkennen, dass jeweils ungefähr 10 Messwerte auf einem niedrigen, dann auf einem mittleren, erneut auf einem niedrigen und dann wieder auf einem hohen Niveau liegen. Dies entspricht genau der Frequenz, mit der wir die LEDs angeschaltet haben (keine LED, blaue LED, keine LED, IR-LED). Für beide Messungen benutzten wir den Micro-Controller als Stromquelle. Dieser ist für Ströme von bis zu 350mA ausgelegt. Augenscheinlich haben da die 50mA, welche die LEDs benötigten, die Stromzufuhr des ADCs so stark beeinflusst, dass die aufgenommenen Messwerte Temperatursprünge von biszu 4°C aufweisen.

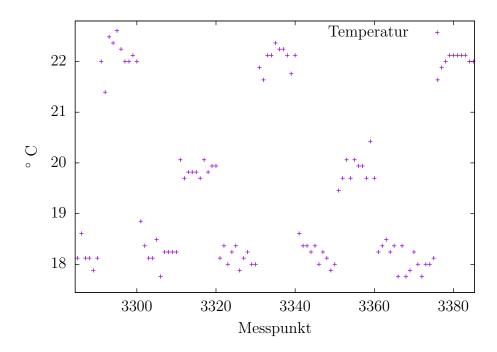


Abbildung 6: Vergrößerte Darstellung einer Temperaturkurve.

### 5.5 Absorption

### 5.6 Messprobleme und verworfene Ideen

Unsere erste Idee war die, ein ferngesteuertes U-Boot zu bauen, was die Sensoren an Bord hat. Dies stellte sich jedoch sehr schnell als nicht durchführbar heraus, da es keine geeigneten Modellbauten gab und da die komplette Technik mit Stromversorgung unter Wasser luftdicht sein müsste. Daher kamen wir auf die Idee, eine ferngesteuerte Plattform zu bauen, welche die Sonden mit einer Winde ferngesteuert herunterlässt. Dies verwarfen wir jedoch auch sehr schnell, da die Fernsteuertechnik einen großen Teil unserer Arbeit ausgemacht hätte, was wissenschaftlich wenig interessant ist. Auch hätten wir Probleme bekommen, falls sich zum Beispiel die Sensoren in Wasserpflanzen verfangen.

So entschieden wir uns für die simplere Umsetzung, ein Ruderboot zu nehmen und die Stromversorgung, sowie die Datenverarbeitung im Boot zu betreiben und nur die Sensoren an den Kabeln herunter zu lassen.

Wir hatten zunächst noch vor, weitere Sensoren zu verwenden:

• el. Leitfähigkeit: Funktionierte nicht, da wir dafür Wechselspannungen mit mindestens 50V benötigt hätten. Dies wäre notwendig, da sich sonst an den Elektroden durch Eletrolyse Salze angelagert hätten, welche für eine höhere gemessene

Leitfähigkeit gesorgt hätten. Die Leitfähigkeit alleine ist kein Maß für den Salzgehalt, der auch noch von anderen Größen maßgeblich beeinflusst wird. So konnten wir den Sensor, welchen Jan bereits besorgt hatte, nicht einsetzen.

• pH-Wert: Der pH-Wert wäre auch eine interessante Messgröße gewesen. Allerdings wäre zur Kallibration mindestens eine Pufferlösung notwendig gewesen. Ausschlaggebend war, dass wir zu den preislich akzeptablen Sensoren keine vernünftigen Datenkurven finden konnten, da diese augenscheinlich nur für fertige Geräte ausgelegt sind.

#### Literatur

[Dem08] Demtröder, W.: Experimentalphysik 1, Mechanik und Wärme. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 5. Auflage, 2008, ISBN 978-3-642-25465-9.