

# El movimiento de satélites y basura espacial: Del problema de Kepler a la Draper Semi-analytical Satellite Theory

Miguel Alonso-Angulo 

mialona@unirioja.es

Dpto. de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

**Palabras clave:** Problema de Kepler, propagación orbital semianalítica, DSST.

La dinámica de un satélite o de un resto de basura se puede definir mediante un problema de Kepler perturbado. Este complejo sistema dinámico se puede formular a través de la mecánica clásica, utilizando la fórmula de Newton, o la mecánica hamiltoniana, y resolver de tres maneras diferentes utilizando métodos numéricos, analíticos o semianalíticos.

Los métodos analíticos, si bien son eficientes computacionalmente, tienden a carecer de precisión, ya que solo suelen considerar los términos más representativos de las fuerzas que perturban el movimiento del satélite. En cambio, los métodos numéricos, aunque son precisos al considerar todas las fuerzas perturbadoras, son computacionalmente costosos debido al tamaño del paso de integración. Por último, las técnicas semianalíticas conjugan la eficiencia computacional de los métodos analíticos con la precisión de los numéricos.

Las técnicas semianalíticas descomponen el movimiento en dos partes mediante un cambio de variable. Este cambio permite que los términos que varían poco con el tiempo, denominados de largo periodo, permanezcan en las ecuaciones del movimiento, lo que permite que los pasos de integración sean grandes. Mientras tanto, los términos que varían rápido con el tiempo, denominados de corto periodo, se trasladan al cambio de variable y se expresan de forma analítica.

La Draper Semi-analytical Satellite Theory (DSST) es un propagador de órbita semianalítico que se desarrolló inicialmente en 1977 en el entorno de la NASA y del Goddard Space Flying Center. Más tarde, pasó al Laboratorio Charles Stark Draper (MIT). Originalmente formaba parte del Goddard

---

Trabajo realizado dentro de la condición de personal investigador predoctoral en formación financiado por la Universidad de La Rioja y la Comunidad Autónoma de La Rioja.

Trajectory Determination System (GTDS), un sistema de propagación y determinación orbital desarrollado en Fortran [1]. Posteriormente, su código se extrajo para una versión independiente, denominada Standalone [2]. Recientemente, ha sido implementado en la biblioteca Orekit Flight Dynamics desarrollada por la empresa CS en Java [3], y en la versión C/C++ de DSST Standalone desarrollada por la Universidad de La Riojae DSST Standalone desarrollada por la Universidad de La Rioja [4].

Las perturbaciones consideradas en DSST incluyen el potencial terrestre, la fuerza de marea terrestre, las perturbaciones producidas por el sol y la luna, el frenaje atmosférico y la presión de radiación solar. Es importante destacar que la compleja formulación matemática de DSST se desarrolló íntegramente a mano.

En este trabajo, se presentan los avances realizados en la revisión de la formulación matemática que implementa DSST. Principalmente, se centra en la derivación de la formulación del movimiento de corto periodo debido a las perturbaciones conservativas (armónicos zonales, términos m-dailies, términos lineales producidos por los armónicos tesorales y los efectos producidos por el Sol y la Luna) utilizando el sistema de computación simbólica MATHEMATICA.

La revisión e implementación de la formulación matemática en MATHEMATICA tiene como objetivo mejorar el modelo de fuerzas, por ejemplo la inclusión de efectos de segundo orden, o la adaptación de la teoría semi-analítica a otros planetas y satélites planetarios. Además, el entorno que se está desarrollando en MATHEMATICA permitirá realizar análisis cualitativos y mejorar las técnicas numéricas de DSST utilizando expresiones simbólicas.

## Bibliografía

- [1] J. O. Cappellari, A. C. Long, C. E. Velez, and A. J. Fuchs. Goddard trajectory determination system (gtds). CSC/TR-89/6021:1–64, 1989.
- [2] Jr. J. G. Neelon, P. J. Cefola, and R. J. Proulx. Current development of the draper semianalytical satellite theory standalone orbit propagator package. 97:2037–2052, 1998.
- [3] P. J. Cefola, J. F. San-Juan, L. Maisonobe, P. Parraud, and R. Di Costanzo. Semi-analytical satellite theory for the orekit open-source space flight dynamics library. *Proceedings 5th International Conference on Astrodynamics Tools and Techniques, ICATT 2012*, page 1–10, 2012.
- [4] J. F. San-Juan, R. López, R. Suanes, I Pérez, S. J. Setty, and P. J. Cefola. Validation of dsst c/c++ against original fortran version: integration test. *Proceedings of the AIAA SciTech 2020 Forum*, page 1–17, 2020.