

Algunas funciones especiales en la teoría de Dunkl

Alejandro Gil Asensi 

alejandro.gil@unirioja.es

Dpto. de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

Palabras clave: Funciones especiales, teoría de Dunkl, polinomios Appell-Dunkl, funciones zeta-Dunkl

Si tenemos una familia de polinomios de Appell $\{a_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$, es un tema clásico encontrar una función especial de variable compleja, $F(s, x)$, tal que $F(-n, x) = a_n(x)$, $n = 1, 2, \dots$, es decir, que $F(s, x)$ interpola los polinomios de Appell. El caso más conocido es el de los polinomios de Bernoulli y la función zeta de Hurwitz. En la literatura existen diferentes métodos y estrategias para conseguir este tipo de funciones especiales; entre ellos [1, Theorem 1], donde se aplica la transformada de Mellin (añadiendo un factor $1/\Gamma(s)$) a la función generatriz de los polinomios de Appell.

Nuestro trabajo se enmarca dentro de la teoría de Dunkl en la recta real. En la teoría de Dunkl la derivada clásica es reemplazada por la derivada de Dunkl, Λ_α , y la función exponencial, e^t , por la exponencial de Dunkl, $E_\alpha(t)$, por citar un par de diferencias .

En este campo hemos conseguido diversos avances. En primer lugar, hemos extendido el método de [1, Theorem 1] a nuestro contexto de Dunkl, lo cual presenta considerables dificultades: no sólo el operador de Dunkl es más complicado que la derivada ordinaria, sino que la exponencial de Dunkl tiene un comportamiento asintótico mucho peor que la exponencial ordinaria. En nuestro artículo [2], el objetivo era obtener generalizaciones, en un sentido de Dunkl, de algunas de las funciones especiales más importantes, como son la función zeta de Riemann $\zeta(s)$ y las funciones de Hurwitz $\zeta(s, x)$, y pensamos que lo hemos conseguido de manera bastante satisfactoria. En particular, hemos podido aplicar estas técnicas a los polinomios de Bernoulli-Dunkl y a los de Euler-Dunkl, para encontrar las correspondientes funciones zeta-Dunkl y demostrar muchas de sus propiedades.

Este trabajo forma parte de mi tesis doctoral.

Bibliografía

- [1] F. J. Ruiz L. M. Navas and J. L. Varona. Appell polynomials as values of special functions. *J. Math. Anal. Appl.*, 459(1):419–436, 2018.
- [2] A. Gil Asensi y J. L. Varona. Appell-dunkl sequences and hurwitz-dunkl zeta functions. *J. Math. Anal. Appl.*, 520(126870):40 pp, 2023.