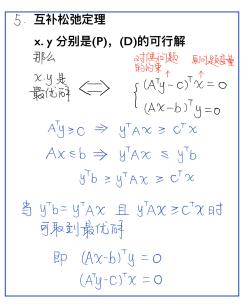
min
$$C^{T} \chi$$

(P) s.t. $A \chi = b$
 $\chi > 0$

互补松弛条件

回顾一下之前的



在这里 互补松弛条件

$$\begin{cases} (c^{T} - y^{T}A) x = 0 \\ (Ax - b) y = 0 \end{cases}$$

思路:给出一个对偶的解,强行去满足互补松 弛条件

然后看得到的 x 是否满足原问题的约束

如果满足约束,则 x, y 都是可行的且满足互补松弛条件,所以 x, y 是对应问题的最优解

如果×不能满足原问题的约束,说明 给出的 y 就有问题,要对 y 不断修正 重复上述过程

设y是一个对偶可行解

① 强行满足互补松弛条件

$$\begin{cases} (C^{T}-Y^{T}A) \chi=0 \longrightarrow J=\{j \mid Y^{T}A_{j}=C_{j}\} \\ (A\chi-b) y=0 \longrightarrow \forall j \in J, \chi_{j}=0 \\ \hline$$
 这里天迷滿足

② 判断×是否是可行解 $[A\chi = b, \chi > 0]$

的東:
$$Ax = b$$

 $x_j \ge 0$ jet
 $x_i = 0$ jet

限制规划问题

引入人工变量

(RP)
$$\min_{i=1}^{m} \chi_{i}^{\alpha}$$

 $s.t.Ax + \chi_{a}^{\alpha} = b$
 $\chi_{j} \ge 0$ jet
 $\chi_{j} = 0$ jet

若目标函数最优解为O, 说明可以满足原问题的约束 ③ RP的对偶

min[00...
$$\begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_n \\ \chi_n^{\alpha} \end{bmatrix}$$

[A E] $\begin{bmatrix} \chi_{\alpha} \\ \chi_{\alpha} \end{bmatrix} = b$
 $\chi_j \ge 0$ je J

 $\chi_j = 0$ je J

(DRP)

max $y^T b$
 $y^T A_j \le 0$ je J

 $y^T A_j \le 0$ je J

 $y^T A_j \le 0$ je J

可以看到 y = O 一定是一个解

设 y 是 (DRP) 的最优解

- **若** y b = O_,即目标函数最优为O 根据强对偶定理, RP 也有有限最优解,目标函数最优也为O 因此,y是(D)的最优解结束!
- 否则 Ū b > Oy不是(D)最优解,怎么改进 y?

构造

 $y'=y+\Theta \overline{y}$ $\Theta>0$ 则 $y'^{\mathsf{T}}b=y^{\mathsf{T}}b+\Theta \overline{y}^{\mathsf{T}}b>y^{\mathsf{T}}b$ (因为 $\overline{y}^{\mathsf{T}}b>0$) y' 比 y 好 原来有 行東 $y^{\mathsf{T}}A \leq C^{\mathsf{T}}$ 有限步能终止 因为对偶可行解的 改进对应了对偶可行基的变化。 基的个数有限

下说明y'满足约束

y'TA = yTA + 0 yTA 希望, yTA + 0 yTA ≤ CT

- ①若jeJ [y^TAj = Cj] 看(DRP) 初東: ȳ^TAj ≤ O jeJ 因此: y^TAj + Oȳ^TAj ≤ ȳ^TAj ≤ C̄^T i 满足行束
- ②若j&J [y^TAj ≠Cj]
 原来有y^TAj < Cj
 因此 ②还有一定的取值空间
 S.t. y'^TAj = y^TAj + Øy^TAj ≤ Cj

取
$$\Theta = \min_{\substack{j \in J \\ \overline{y}^{\mathsf{T}} A_j > 0}} \frac{C_j - y^{\mathsf{T}} A_j}{\overline{y}^{\mathsf{T}} A_j}$$
 央得最紧的情况

原始对偶算法求的解最短路径问题

关联矩阵

共识: 最短路的解是弧的集合 目标函数是弧的费用之和

问题是怎么刻画可行域?

at
$$eee$$
 , $f_e=$ $\left[\begin{array}{c} \text{ is abisely } \\ \text{ o is abisely } \end{array}\right]$

因为A中行向量线性相关

[所有的边有出有入,所有行相加必为O]

对偶中可以去掉A中一行