

Esercizi per il corso di Probabilità e Statistica

Foglio 2: Probabilità elementare

Domanda 1

Da un'indagine svolta presso una certa azienda di ICT è emerso che il 10% dei dipendenti sa programmare in Fortran, il 20% in C++, il 5% in Java. Inoltre il 5% sa usare Fortran e C++, il 3% Fortran e Java, il 2% Java e C++ e l'1% sa programmare in tutti tre i linguaggi.

- (a) Scegliendo a caso un dipendente, qual è la probabilità che usi solo C++?
- (b) E che programmi in Fortran e Java ma non in C++?

Domanda 2

Un esperimento consiste nel chiedere a tre signore, scelte casualmente, se sono iscritte ad un *social network*.

- (a) Elencare gli elementi dello spazio campionario, usando le lettere Y per “sì” e N per “no”.
- (b) Elencare gli elementi di Ω corrispondenti all'evento $E =$ “almeno due donne sono iscritte ad un social network”.
- (c) Definire l'evento i cui elementi sono: $\{(Y, Y, Y), (N, Y, Y), (Y, Y, N), (N, Y, N)\}$.

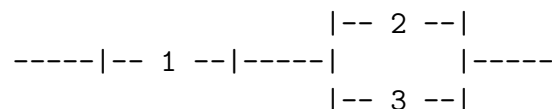
Domanda 3

Un'urna contiene due palle nere e una rossa. Una seconda urna ne contiene una bianca e due rosse. Si estrae a caso una palla da ciascuna urna.

- (a) Descrivere uno spazio campionario per quest'esperimento. Quanti elementi contiene?
- (b) Descrivere il corrispondente spazio degli eventi.
- (c) Qual è la probabilità che entrambe le palline siano dello stesso colore?
- (d) E che siano di colore diverso?

Domanda 4

Tre componenti sono collegati per formare un sistema come nel diagramma



I componenti nel sottosistema 2–3 sono collegati in parallelo, quindi il sottosistema funzionerà se almeno uno dei due singoli componenti funziona. Affinché l'intero sistema funzioni, devono funzionare sia il componente 1 che il sottosistema 2–3. L'esperimento

consiste nel determinare la condizione di ciascun componente: S (successo) per un componente funzionante e F (fallimento) per uno non funzionante. Si indichi tutti gli eventi elementari contenuti in ognuno dei seguenti eventi:

- (a) A = Essattamente due componenti funzionano.
- (b) B = Almeno due componenti funzionano.
- (c) C = Il sistema funziona.
- (d) $\bar{C}, A \cup C, A \cap C, B \cup C, B \cap C$

Domanda 5

Una società di consulenza informatica ha attualmente tre progetti in fase di approvazione. Si definiscano gli eventi $A_i = \{\text{Si approva il progetto } i\}$, per $i = 1, 2, 3$. Supponiamo che $\mathbb{P}[A_1] = 0.22$, $\mathbb{P}[A_2] = 0.25$, $\mathbb{P}[A_3] = 0.28$, $\mathbb{P}[A_1 \cap A_2] = 0.11$, $\mathbb{P}[A_1 \cap A_3] = 0.05$, $\mathbb{P}[A_2 \cap A_3] = 0.07$, $\mathbb{P}[A_1 \cap A_2 \cap A_3] = 0.01$. Si esprima a parole ciascuno dei seguenti eventi, e si calcoli la sua probabilità:

- (a) $A_1 \cup A_2$
- (b) $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2$
- (c) $A_1 \cup A_2 \cup A_3$
- (d) $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3$
- (e) $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3$
- (f) $(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) \cup A_3$

Domanda 6

Da un'urna contenente 6 palline numerate da 1 a 6, se ne estraggono due con reinserimento.

- (a) Calcolare la probabilità che la somma dei numeri sulle palline estratte sia 7 o 8?
- (b) Che sia 7 ottenuto con 2 seguito da 5?
- (c) Che sia 7 o 11?
- (d) Che sia maggiore di 7?
- (e) Ripetere l'esercizio nel caso in cui l'estrazione avvenga senza reinserimento.

Domanda 7

Qual è la probabilità che in un gruppo di 25 persone ce ne siano almeno 2 che sono nate lo stesso giorno dell'anno (si pensi ad un anno di 365 giorni)?

Domanda 8

Un dado bilanciato viene lanciato consecutivamente fino a che non esce la faccia con il 6 per la prima volta. Qual è la probabilità che siano necessari più di 3 lanci?

Domanda 9

E' stato rilevato che il 5% delle persone ha la pressione alta. Inoltre, il 75% delle persone con pressione alta beve alcolici, mentre solo il 50% delle persone senza pressione alta beve alcolici.

- (a) Qual è la percentuale di persone che beve alcolici e ha la pressione alta?

(b) Qual è la percentuale di persone che beve alcolici?

Qual è la percentuale di persone con la pressione alta fra quelli che bevono alcolici?

Domanda 10

Sul tavolo ci sono due urne: la prima contiene 2 palline nere e 5 bianche e la seconda contiene 3 palline nere e 2 bianche. Si sceglie a caso un'urna, si estrae una pallina e la si depone nell'altra urna. Da quest'ultima si procede dunque all'estrazione di un'altra pallina.

(a) Qual è la probabilità di estrarre due palline bianche?

(b) Qual è la probabilità che la seconda pallina sia nera?

Domanda 11

Una cartella contiene 50 file eseguibili. Quando un certo virus attacca il sistema, danneggia un file con probabilità 0.2. Calcolare la probabilità che durante un attacco vengano danneggiati 15 file.

Domanda 12

La probabilità che il disco fisso di un server venga danneggiato è 0.01. Per questa ragione ci sono due *backup* indipendenti fra loro e dal disco fisso, che hanno ciascuno probabilità 0.02 di non funzionare. L'informazione salvata viene persa solo nel caso sfortunato in cui tutti tre i componenti smettono di funzionare. Qual è la probabilità che l'informazione venga salvata?

Domanda 13

Il lancio di uno shuttle è controllato da tre dispositivi elettronici che agiscono indipendentemente l'uno dall'altro. I dispositivi hanno una probabilità di malfunzionamento di 0.01, 0.02 e 0.02 rispettivamente. Il malfunzionamento di almeno uno dei dispositivi causa il ritardo del lancio. Calcolare la probabilità che il lancio dello shuttle avvenga in orario.

Domanda 14

C_1 e C_2 sono una partizione di Ω e hanno la stessa probabilità. Se l'evento A è tale che $P(A|C_1) = P(A|C_2) = 1/2$, si calcoli la $P(C_1|A)$.

Domanda 15

Gli spyware che minacciano un sistema informatico vengono veicolati tramite il Web nel 70% dei casi, e tramite email il 30% delle volte. Se gli spyware provengono dal Web, il sistema li rileva istantaneamente con probabilità 0.6. Se sono veicolati dalle email, vengono rilevati con probabilità 0.8.

(a) Con quale percentuale è rilevato lo spyware?

(b) Se uno spyware viene rilevato, qual è la probabilità che sia arrivato via email?

Domanda 16

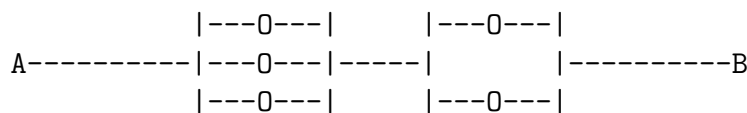
Un oggetto su 3 prodotti in una catena di montaggio risulta difettoso.

(a) Se si prelevano 3 oggetti a caso, qual è la probabilità che esattamente uno di essi sia difettoso?

(b) E che almeno uno di essi sia difettoso?

Domanda 17

Nel sistema in figura, ogni componente (indicato con 0) si danneggia con probabilità 0.3, indipendentemente dagli altri. Si calcoli l'affidabilità del sistema.



Domanda 18

Un'azienda che assembla computer riceve il 24% dei componenti dal fornitore X, il 36% dal fornitore Y e il rimanente 40% dal fornitore Z. Risultano difettosi il 5% dei componenti forniti da X, il 10% dei componenti forniti da Y e il 6% dei componenti forniti da Z. Se un computer assemblato presenta un componente difettoso, qual è la probabilità che questo componente sia stato fornito da Z?

Domanda 19

Il 20% di tutti i componenti prodotti da un impianto è sottoposto ad un particolare test elettronico. Un componente che supera il test elettronico risulta privo di difetti con probabilità 0.95. Se un componente non viene testato elettronicamente, è privo di difetti con probabilità 0.7. Un cliente riceve un componente difettoso. Qual è la probabilità che questo sia stato testato elettronicamente?