FOGLIO 3 ESERCIZIO 18

$X \mid Y=y = Bin(y, 1/3)$ → $Bin(1, 1/3)$ se $y=1$; $Bin(2, 1/3)$ se $y=2$

$p_{X|Y}(x|y)$

Marginale di Y

		$p_Y(y)$
y	1	1/4
	2	3/4

		x = 0	1	2	
y	1	$\binom{1}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^1$	$\binom{1}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^0$	0	→ 1
	2	$\binom{2}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^{2-0}$	$\binom{2}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^{2-1}$	$\binom{2}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^{2-2}$	→ 1

$2/3$

$(2/3)^2$

a) CONGIUNTA $\quad p_{XY}(x,y) = p_{X|Y}(x|y)\, p_Y(y)$

		x = 0	1	2
y	1	$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}$		
	2	$\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\frac{3}{4}$		

b) Distribuzione di $Y \mid X=1$ ← FISSATO $\quad P_X(1) = \mathbb{P}[X=1]$

PER TUTTI I POSSIBILI VALORI DI TUTTE LE VAR. CON VALORI NON FISSATI

y	$p_{Y|X}(y|1) = \frac{p_{XY}(1,y)}{p_X(1)}$
1	$p_{XY}(1,1) / p_X(1)$
2	$p_{XY}(1,2) / p_X(1)$

SE $X \sim Ber(p)$ ALLORA $E[X] = p$

PENSIAMO A UNA SCOMESSA:
SE VINCO $(X=1)$, VINCO 5€
SE PERDO $(X=0)$, PERDO 2€

IL RISULTATO DELLA SCOMESSA È

$$Y = f(X) = \begin{cases} 5 & \text{SE } X=1 \\ -2 & \text{SE } X=0 \end{cases}$$

V.C. CON DISTRIBUZIONE $p_Y(y) = \begin{cases} p & \text{se } y=5 \\ 1-p & \text{se } y=-2 \end{cases}$

$$E[Y] = 5\, p_Y(5) + (-2)\, p_Y(-2)$$
$$= 5p - 2(1-p) = 7p - 2$$

$X \sim Bin(n, p)$ $\quad Y = g(X) = \dfrac{|25X^2 - e^{-X}|}{\log(X)}$

Trovare $p_Y(y)$ potrebbe essere complesso.

Def 4.5
Testo

$$E[g(X)] = \sum_x g(x)\, p_X(x)$$

~~Lo~~ Non abbiamo bisogno di conoscere $p_Y(y)$

Noi sappiamo $E[g(X)] = \sum_{g(x)} g(x)\, p_{g(x)}(g(x))$

$$= E[Y] = \sum_y y\, p_Y(y)$$

$$R \sim UD\{1,2,3\} \qquad V(R) = \frac{4}{3}\pi \; R^3$$

$$\mathbb{E}[V] = \sum_{r=1}^{3} V(r)\, p_R(r)$$

Per l'uniforme discreta

$$= \frac{4}{3}\pi \sum_{r=1}^{3}\left(r^3 \; \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}\pi\left(1^3+2^3+3^3\right)$$

$$= \frac{4}{9}\pi\,(1+8+27) = 16\,\pi$$