



Egalisation vectorielle pour signaux OFDM

RIGAUD MICHAËL et COULMY THOMAS

Table des matières

Table des matières	1
Introduction	3
1 Egalisation OFDM	5
1.1 Principe théorique de l'égalisation OFDM	5
1.2 Estimation pratique des coefficients d'atténuations du canal .	6
2 Rôle du préfixe cyclique dans le signal OFDM	9
2.1 Principe du préfixe cyclique	9
2.2 Rôle du préfixe cyclique	10
3 Justification des relations d'égalisation DFVE	12
3.1 Équation (2) et (4)	12
3.2 Équation (6) et (8)	13
4 Tests des structures d'égalisation DFVE	15
4.1 Création du signal	15
4.2 Canal de propagation	17
4.3 Structure fréquentielle DFVE	18
4.4 Structure temporelle DFVE	19
4.5 Structure temporelle DFVE	19
5 Estimation de la réponse fréquentielle du canal de propagation dans les structures d'égalisation DFVE	21
5.1 Création du signal et modélisation du canal de propagation .	21
5.2 Égalisation avec estimation de la réponse du canal	23
Conclusion	26

Table des figures	32
Bibliographie	33

Introduction

Dans le cadre de notre spécialisation en Télécommunications et Sécurité à l'ENSTA Bretagne, nous avons eu un projet bibliographique et de simulation sur le principe de l'OFDM, et une technique spécifique (DFVE) permettant de gagner jusqu'à 20% de débit.

Avant de répondre précisément aux questions du projet donné par M ROS-TAING, nous souhaitons tout d'abord expliquer brièvement le principe du protocole OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing). Ensuite, dans les deux premières questions, nous nous intéresserons au protocole OFDM avec intervalle de garde entre symboles. Puis, pour aller plus loin, nous étudierons l'article [3] avec des simulations MATLAB et démonstrations mathématiques afin de mieux comprendre comment nous pouvons nous passer de l'intervalle de garde, et tout de même égaliser et estimer notre signal correctement. Enlever les intervalles de garde est intéressant, car nous pourrions augmenter le débit de transmission des données.

Nous espérons que tout lecteur aura autant de plaisir à lire ce rapport que nous avons eu à l'écrire.

Les signaux OFDM

Définition 0.1 : OFDM

« L'OFDM (orthogonal frequency-division multiplexing) est un procédé de codage de signaux numériques par répartition en fréquences orthogonales sous forme de multiples sous-porteuses »

Le principe d'un signal OFDM est de répartir notre signal numérique sur de multiple sous-porteuses orthogonales. Puisque les sous-porteuses sont orthogonales, en principe elles n'interfèrent pas entre elles¹. Il est donc possible d'en extraire l'information facilement. De plus, puisque le signal numérique est réparti sur plusieurs sous-porteuses on augmente le débit en transmettant plusieurs état en même temps. La figure 0.1 illustre la représentation temps-fréquence d'un signal OFDM.

L'égalisation, ainsi que le préfixe cyclique dans les signaux OFDM seront abordées dans les chapitres suivants.

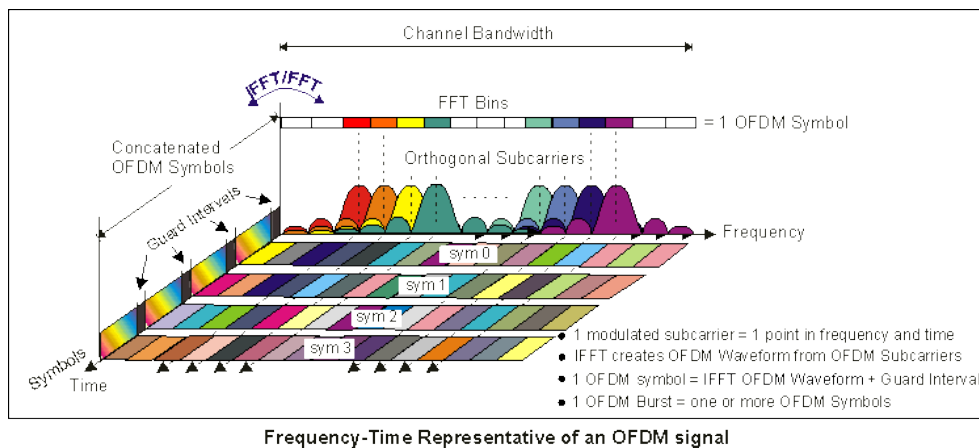


FIGURE 0.1 – Temps-Fréquence : representation d un signal OFDM[6]

1. En pratique, ce n'est pas le cas. Ce problème est abordé à la page 11

Egalisation OFDM

L'égalisation sert à réduire fortement, voir annuler, les interférences dues aux multi-trajets dans le canal de propagation. Dans le domaine temporel, elle se fait en cherchant les coefficients d'atténuation modélisant l'effet du canal. Mais, dans le cas de transmission à haut débit, nous avons trop de recouvrement entre symbole à cause des retards lors de la réception des différents multi-trajets, ainsi le système devient complexe et donc le coût des terminaux devient élevé.

L'idée de l'égalisation OFDM est de transformer l'égalisation faite dans le domaine temporel pour un signal mono-porteuse dans le domaine fréquentiel avec un signal multi-porteuses. Dans ce chapitre, nous décrirons tout d'abord l'égalisation d'un point de vue théorique, pour ensuite analyser sa mise en place pratique.

1.1 Principe théorique de l'égalisation OFDM

Nous avons un signal multi-porteuses dont la fonction de transfert du canal de propagation n'est pas plat dans la bande passante totale du signal.

Premièrement, plaçons nous au niveau d'une sous-porteuse. Grâce à un protocole que nous expliquerons plus loin, nous sommes capable à cette fréquence de déterminer la réponse du canal, c'est-à-dire le coefficient d'atténuation du signal sur cette fréquence. Si, d'une sous-porteuse à la suivante, nous estimons être assez proche fréquentiellement pour estimer le canal comme plat dans la bande associée à une sous-porteuse, alors nous pouvons dire que le coefficient d'atténuation trouvé à la fréquence de la sous-porteuse est la même dans sa bande. C'est ce que l'on appelle être dans une zone de cohérence du canal.

Maintenant, plaçons nous à l'échelle global du signal. Nous avons plusieurs sous-porteuses à des fréquences assez proches pour dire que la bande associée à une porteuse est dans une zone à peu près cohérente du canal, c'est-à-dire que par exemple, nous n'avons pas d'évanouissement soudain dans cette bande. D'après le paragraphe précédent, nous sommes donc capable d'évaluer le coefficient d'atténuation pour chaque bande dédiée à une sous-porteuse. Nous pouvons donc estimer, par morceaux, la réponse fréquentielle du canal de propagation sur la bande passante totale du signal.

Sur la Figure 1.1, on peut comprendre comment est découpée l'estimation de la réponse fréquentielle du canal autour de chaque sous-porteuses.

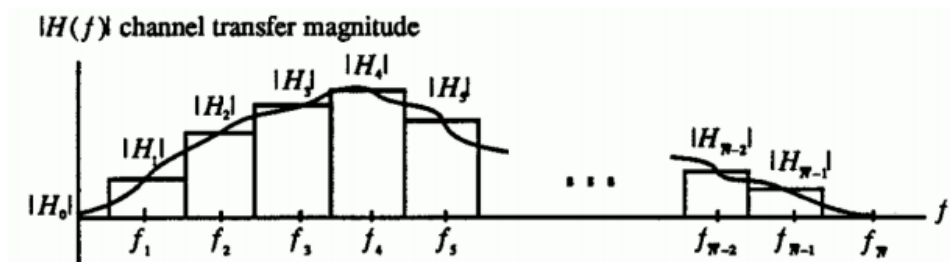


FIGURE 1.1 – Estimation du canal autour des sous-porteuses

Connaissant la réponse fréquentielle du canal, nous sommes capable d'inverser l'effet du canal après réception du signal OFDM. La partie suivante s'intéressera à montrer comment on estime en pratique les coefficients d'atténuations du canal de propagation, pour ensuite décrire leur utilisation pour inverser l'effet du canal sur le signal.

1.2 Estimation pratique des coefficients d'atténuations du canal

Le premier but de l'égalisation est d'estimer les coefficients complexes du canal de propagation autour des fréquences des sous-porteuses. Mais la réponse du canal de propagation varie au court du temps. Par exemple, dans un milieu urbain, les voitures en mouvement vont réfléchir et diffracter le

signal différemment au cours du temps. Nous allons donc décrire le protocole d'estimation de la réponse fréquentielle du canal de propagation au cours du temps.

Ensuite, il faudra compenser l'effet du canal par calcul pour réaliser l'égalisation. Cela est fait en prenant en compte les coefficients complexes de la réponse fréquentielle du canal de propagation.

Estimation des coefficients complexes

A l'émission, nous allons insérer des valeurs constantes dédiées à l'estimation de la réponse fréquentielle du canal. Celles-ci sont insérées avant l'IFFT, et seront codées par une constellation connue. Ces valeurs, donc états, doivent être présentées sur toutes les porteuses afin d'évaluer la réponse sur tout les canaux, même si ce n'est pas au même instant. On doit également pouvoir répéter plusieurs fois le pilote sur chaque canal afin d'estimer aussi la variation dans le temps de la réponse fréquentiel du canal de propagation.

A la réception, on connaît l'état (la constellation) du pilote. On va recevoir, avec le pilote envoyé sur la sous-porteuse n : $y_{rn} = \alpha_n \cdot x_n + B$, avec y_{rn} le signal reçu, α_n le coefficient complexe la fonction de transfert du canal à la fréquence de la sous-porteuse n , et donc, par zone de cohérence, le coefficient pour la bande servant à envoyer l'état de la donnée associée à la fréquence. x_n l'état connu du pilote à l'émission. B représente le bruit dans le canal de propagation. Si $\alpha_n \cdot x_n$ est assez grand pour que le produit $\alpha_n \cdot x_n$ domine le bruit, on peut estimer le coefficient complexe α_n par le simple calcul : $\alpha_n = y_n / x_n$. Mais comment utiliser ce coefficient pour égaliser le signal ?

Utilisation des coefficients complexes

Une fois les coefficients α_n déterminés, nous serons capables de compenser l'effet du canal sur le signal. Ainsi, nous aurons l'impression que la réponse fréquentielle du canal était plate sur la bande de fréquence totale du signal OFDM. Mais cela se fera au détriment d'une amplification du bruit.

A la réception, après démultiplexage, et calcul de la FFT sur chaque fréquence de sous-porteuses (canaux), on divise le résultat par le coefficient complexe avant de décoder nos états de constellation. Ce procédé est illustré par la Figure 1.2.

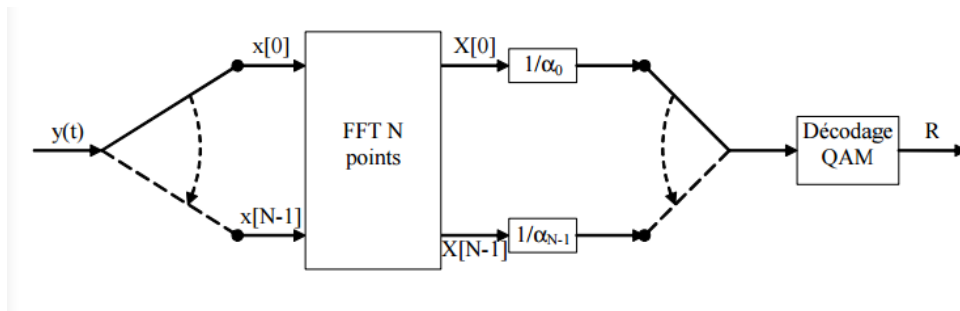


FIGURE 1.2 – Utilisation du coefficient complexe α_n pour l'égalisation dans la chaîne de réception

Pour conclure cette partie, résumons les étapes à suivre. Afin d'estimer la réponse fréquentielle du canal de propagation au cours du temps, nous envoyons sur toutes les sous-porteuses, des signaux pilotes dont le codage sur un état de constellation est connu. Nous répétons ce protocole plusieurs fois au cours du temps afin de prendre en compte que la réponse du canal change au cours du temps. Une fois l'estimation des coefficients effectués à la réception, nous inversons l'effet du canal de propagation sur le signal afin d'avoir le signal comme si la réponse fréquentielle du canal était plate sur toute la bande de fréquence du signal OFDM. Cela est le principe de l'égalisation.

Rôle du préfixe cyclique dans le signal OFDM

2.1 Principe du préfixe cyclique

Avant de répondre à cette question, nous détaillerons ici le principe d'un préfixe cyclique et nous expliciterons sa construction. Il est à noter dans un premier temps qu'un préfixe cyclique est un intervalle de garde particulier.

Définition 2.1 : *Intervalle de garde*

Un intervalle de garde est un signal de durée Δ que l'on place avant chaque symboles que nous souhaitons transmettre. Deux types d'intervalles de garde sont couramment utilisés : le préfixe cyclique et le bourrage de zéros.

Le préfixe cyclique (souvent appelé CP) se place donc avant le symbole que l'on souhaite transmettre. De plus le préfixe cyclique se construit comme la répétition des derniers échantillons du bloc mise au début. C'est-à-dire que si nous souhaitons transmettre N états alors nous copierons N_g état finaux du symbole au début. La figure 2.1 illustre cette copie.

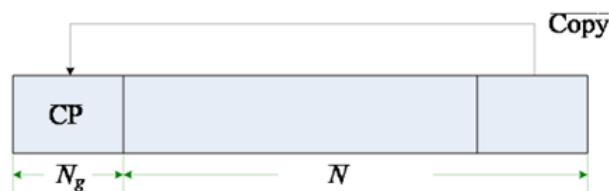


FIGURE 2.1 – Préfixe cyclique ??

Pour un signal OFDM, cette copie est réalisée au niveau temporelle sous

chaque sous-porteuses.

2.2 Rôle du préfixe cyclique

Interférence inter-symboles (ISI)

Définition 2.2 : *Interférence inter-symboles*

« En télécommunications, une interférence inter-symbole est une forme de distorsion d'un signal qui a pour effet que le symbole transmis auparavant affecte le symbole actuellement reçu »[8]

Les symboles que nous envoyons subissent des échos. Les échos correspondent au signal initialement envoyé mais atténué et retardé. Ils se superposent au signal reçu de tel façon qu'à un instant t il est possible de recevoir à la fois le symbole S_i par le signal principal et le symbole S_{i-1} par l'écho : c'est l'ISI.

Si on suppose connu le temps T_{max} du retard maximal d'un écho (en pratique il est possible de déterminer les propriétés du canal), et qu'on émet un intervalle de garde pendant un temps $\Delta > T_{max}$ alors on recevra entre Δ et $T_s + \Delta$ uniquement le symbole S_i et l'intervalle de garde qui est connue. Une illustration est présentée à la figure 2.2.

Le préfixe cyclique étant un intervalle de garde permet de se prémunir des interférences entre symboles (ISI).

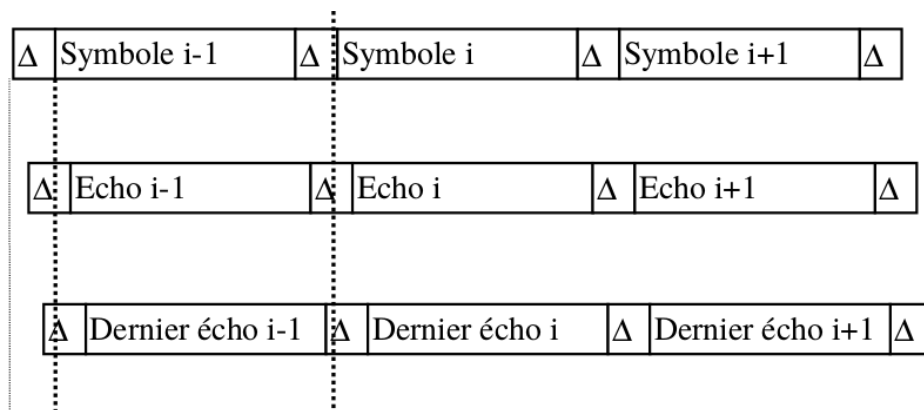


FIGURE 2.2 – Intervalle de Garde

Interférence entre porteuses (ICI)

Définition 2.3 : Interférence entre porteuses

Interférence due au recouvrement des sous-porteuses en OFDM

En OFDM, le canal est subdivisé en N sous-porteuses dont les fréquences centrales sont espacées d'un multiple de l'inverse de la période symbole $\frac{1}{T}$. De cette manière les sous-porteuses sont orthogonales en fréquence comme on peut le voir sur la figure 2.3.

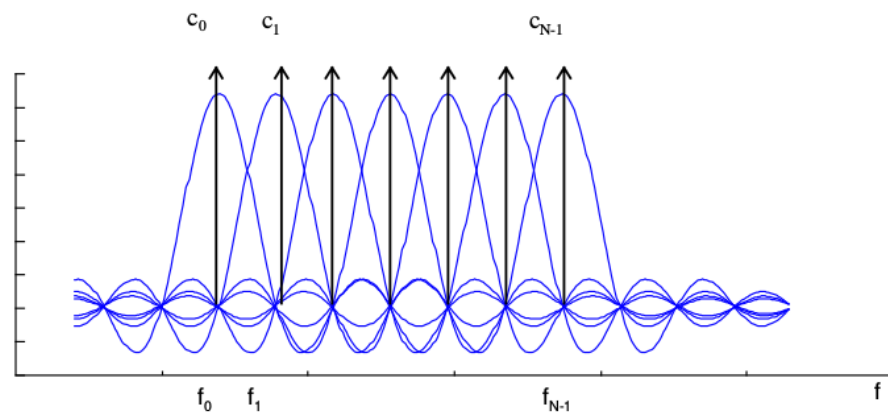


FIGURE 2.3 – Spectre du signal OFDM [4]

Cette propriété est essentielle pour démoduler notre signal en réception. Néanmoins, une légère distorsion, par exemple par effet Doppler, peut être suffisante pour détruire cette orthogonalité et induire des recouvrements entre les sous-porteuses. C'est ce que l'on appelle l'ICI.

Pour réduire cette interférence il faut mettre en place des techniques de pré-égalisation et post-égalisation qui sont très coûteuses à mettre en oeuvre.

Il est néanmoins possible de simplifier l'égalisation grâce au préfixe cyclique. En effet, en introduisant de la redondance et en structurant celle-ci il est possible de transformer le produit de convolution classique en produit de convolution cyclique. Puis grâce à la transformée de Fourier de transformer l'opération de convolution cyclique en produit fréquentiel scalaire. Ce calcul est très simple à égaliser.

Dans ce cas ci c'est bien le caractère cyclique du préfixe qui permet d'éliminer l'interférence entre porteuses (ICI).

Justification des relations d'égalisation DFVE

Dans le document [3], plusieurs équations méritent d'être discutées.

3.1 Équation (2) et (4)

Énoncé : Soit x_i et y_i les vecteurs formés des N échantillons des $j^{\text{ème}}$ symboles émis et reçus, b_j le vecteur de bruit et H_0 et H_1 les matrices triangulaires définies par :

$$H_0 = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & \cdots & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & \cdots & h_1 \\ 0 & 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & & h_2 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & h_{N-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les coefficients h_0, h_1, \dots, h_{N-1} représentent les échantillons de la réponse du canal.

Alors,

$$y_j = H_0 * x_j + H_1 * x_{j-1} + b_j$$

Et en FFT, on peut écrire :

$$Y_j = C_{DFT}(H_0 * C_{DFT}^{-1} * X_j + H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1}) + B_j$$

Démonstration : Considérons une séquence de N données $c_{j,0}, c_{j,1}, \dots, c_{j,N-1}$ pour le symbole OFDM j . Chaque donnée $c_{j,k}$ module un signal à la fréquence f_k . Donc le signal sur cette fréquence s'écrit sous forme complexe : $c_{j,k} * e^{2j\pi f_k t}$

Le signal $x_j(t)$ total transmis sur le symbole OFDM j est donc :

$$x_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} e^{2j\pi f_k t}$$

Or le multiplexage est orthogonal donc $f_k = f_0 + \frac{1}{T}$

Ainsi, en posant $\Delta f = \frac{1}{T}$, on obtient :

$$x_j(t) = e^{2j\pi f_0 t} \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} e^{2j\pi k \Delta f t}$$
 En ramenant le signal en bande de base on a :

$$x_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} e^{2j\pi k \Delta f t}$$

De même, le signal parvenant au récepteur s'écrit :

$$y_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} H_k(t) e^{2j\pi (f_0 + \frac{k}{T}) t}$$
, avec $H_k(t)$ la fonction de transfert du canal autour de la fréquence f_k et au temps t .

Si on discrétise le symbole on pourra écrire que :
 $\forall n \in [0, N-1], y_j(n) = h_0 * x_j(n)$, avec h_0 la fonction de transfert du canal direct.

Seulement, le canal subit des multi-trajets et du bruit. Donc il va falloir ajouter les états précédents avec une fonction de transfert différente qui correspondra à la fonction de transfert du canal pour un certain echo.

Ainsi,

$$\forall n \in [0, N-1], y_j(n) = h_0 * x_j(n) + h_1 * x_j(n-1) + \dots + h_n * x_j(0) + h_{n+1} * x_j(-1) + \dots + h_{N-1} * x_j(N-1) + b_j$$

En écriture matricielle, on obtient donc :

$$y_j = H_0 * x_j + H_1 * x_{j-1} + b_j$$
, avec les matrices triangulaires définies précédemment.

3.2 Équation (6) et (8)

Énoncé : L'égalisation doit fournir une estimation de \widehat{X}_j . Dans le domaine fréquentiel l'équation est :

$$\begin{aligned} \widehat{X}_j &= P_0 * Y_j + P_1 * \tilde{X}_j \\ \text{Les matrices } P_0 \text{ et } P_1 \text{ suivant le critère de ZF (Zero forcing) sont :} \\ P_0^{ZF} &= C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1} \\ P_1^{ZF} &= -C_{DFT} * H_0^{-1} * H_1 * C_{DFT}^{-1} \end{aligned}$$

Démonstration Partons de la formule suivante :

$$Y_j = C_{DFT} (H_0 * C_{DFT}^{-1} * X_j + H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1}) + B_j$$

On peut réécrire l'équation de la façon suivante :

$$Y_j - C_{DFT} * H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1} = C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1} * X_j + B_j$$

On a alors à gauche quelque chose de connue puisqu'il est possible de connaître X_{j-1} en conservant en mémoire le symbole précédent et la matrice H_1 est connue car défini le canal.

Puisque les composantes du vecteur B_j sont des composantes de bruit gaussiennes indépendantes, il est possible d'appliquer le théorème des moindres carrées.

On a alors :

$$\widehat{X}_j = [((C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^t * C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^{-1} * (C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^t] * (Y_j - C_{DFT} * H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1})$$

Or, on peut remarquer que H_0 est inversible car c'est une matrice triangulaire supérieur avec des valeurs non nulles sur la diagonales. De plus, H_0^t est également inversible comme matrice triangulaire supérieur avec des valeurs non nulles sur la diagonales. Ainsi,

$$\begin{aligned} & ((C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^t * C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^{-1} * (C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^t = \\ & ((C_{DFT}^{-1})^t * H_0^t * C_{DFT}^t * C_{DFT} * H_0 * C_{DFT}^{-1})^{-1} * (C_{DFT}^{-1})^t * H_0^t * C_{DFT}^t = \\ & (C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1} * (C_{DFT}^t)^{-1} * (H_0^t)^{-1} * ((C_{DFT}^{-1})^t)^{-1} * (C_{DFT}^{-1})^t * H_0^t * C_{DFT}^t = \\ & C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1} \end{aligned}$$

Donc,

$$\widehat{X}_j = [C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1}] * (Y_j - C_{DFT} * H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1})$$

Et ainsi,

$$\widehat{X}_j = C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1} * Y_j - C_{DFT} * H_0^{-1} * H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1}$$

Si on pose :

$$P_0^{ZF} = C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1}$$

$$P_1^{ZF} = -C_{DFT} * H_0^{-1} * H_1 * C_{DFT}^{-1}$$

$$\tilde{X}_j = X_{j-1}$$

On obtient bien le résultat demandé :

$$\widehat{X}_j = P_0 * Y_j + P_1 * \tilde{X}_j$$

Tests des structures d'égalisation DFVE

Nous devons vérifier expérimentalement deux structures d'égalisation DFVE (temporelle et fréquentielle). Dans ce chapitre, nous aurons connaissance du canal de propagation à la réception, sans l'utilisation des pilotes. Nous avons donc créé un signal OFDM, et modélisé l'effet du canal de propagation. Ensuite, nous avons testé les deux structures d'égalisation DFVE en connaissant la réponse du canal, et donc sans algorithme d'estimation des coefficients complexes (Chapitre suivant). Les codes MATLAB commentés sont disponibles avec ce rapport.

4.1 Création du signal

Nous avons choisi de prendre 4 sous-porteuses avec la première à 2.412 GHz, et les suivantes espacées de 0.3125 MHz afin de simuler 4 sous-porteuses du canal 1 du WIFI en France. Nous avons choisi comme modulation, une $\pi/4$ -DPSK dont les états représentent les chiffres 1, 2, 3 et 4. Nous créerons aléatoirement un vecteur de ces 4 chiffres, et le modulerons. Nous pouvons voir le diagramme de constellation sur la Figure 4.1.

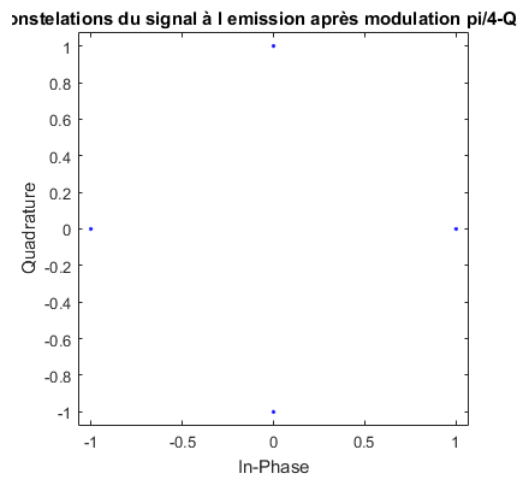


FIGURE 4.1 – Diagramme de constellation avant l'IFFT

Ensuite, nous créerons notre signal après en avoir effectué l'IFFT. Nous obtenons le signal visible sur la Figure 4.2.

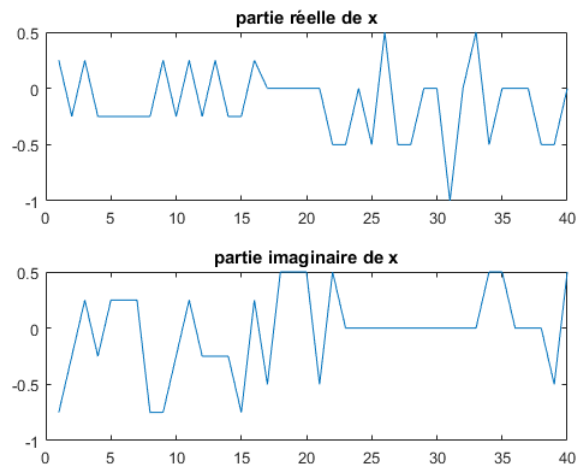


FIGURE 4.2 – Signal à la sortie du récepteur

4.2 Canal de propagation

Nous avons modélisé la réponse fréquentielle du canal par le filtre d'un canal écho de fonction de transfert $H(f) = 1 + (0.4 + j * 0.2) * f^{-1}$. Sur la Figure 4.3, nous pouvons voir la réponse en gain et en phase du canal.

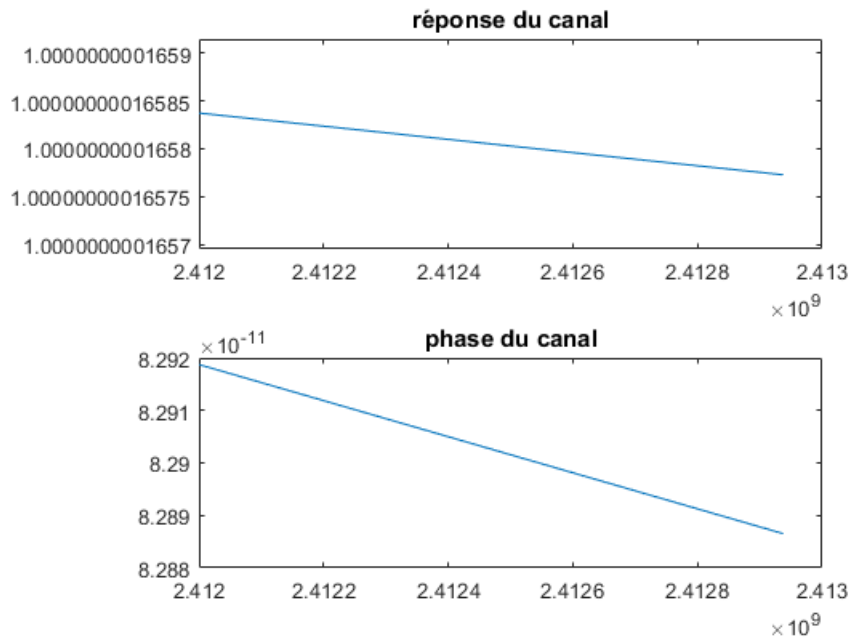


FIGURE 4.3 – Réponse fréquentielle du canal sur la bande du signal OFDM

Ensuite nous ajoutons notre signal temporelle à la réponse fréquentielle du canal par convolution. Puis, nous ajoutons un bruit Gaussien complexe de variance 0.01. Notre signal est ainsi transformé comme nous pouvons le voir sur la Figure 4.4

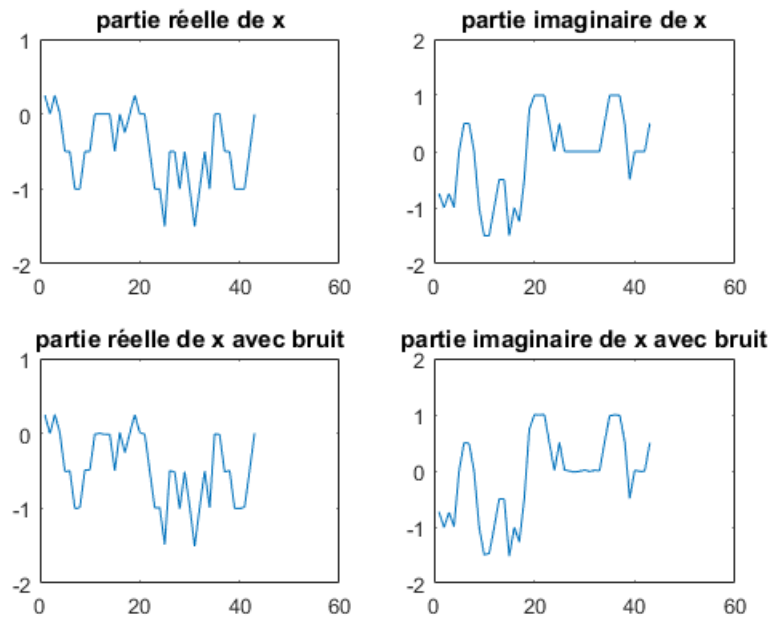


FIGURE 4.4 – Signal à l’entrée du récepteur sans bruit et avec bruit

4.3 Structure fréquentielle DFVE

Pour l’égalisation, nous avons un traitement post-réception afin de compenser les effets du canal de propagation. Ici, nous avons connaissance de nos coefficients des matrices H_0 et H_1 [3], nous n’appliquons donc pas l’algorithme LMS. Grâce aux deux matrices précédentes, nous avons calculé les matrices P_0 et P_1 de la Figure 4.5.

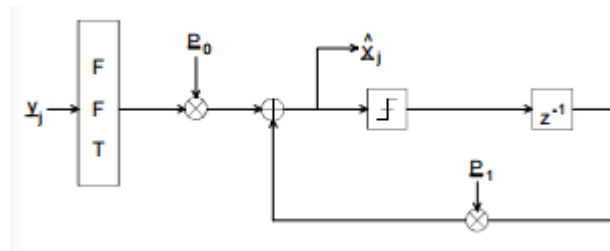


FIGURE 4.5 – Chaîne de réception de la structure fréquentielle DFVE

4.4 Structure temporelle DFVE

Après notre traitement, on peut voir sur la Figure 4.6, que les états du signal à la réception après égalisation correspondent bien aux constellations du signal de départ. De plus, après démodulation de ces états, nous avons comparé nos résultats au signal de départ. Pour un faible bruit blanc Gaussien complexe (variance de 0.01) dans le canal de propagation, nous avons une erreur de 0%. Pour un bruit de variance 0.05, nous avons 5% d'erreurs.

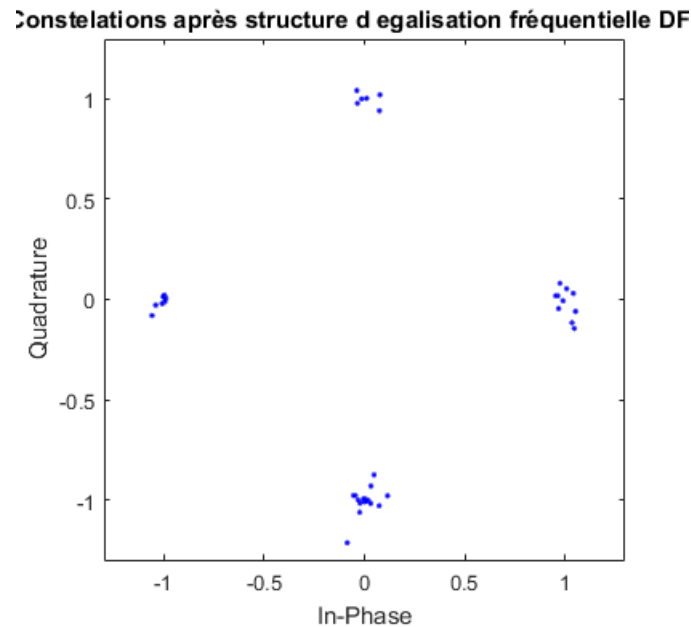


FIGURE 4.6 – Diagramme de constellation après égalisation à la réception

4.5 Structure temporelle DFVE

Avec la structure d'égalisation temporelle DFVE 4.7, nous avons exactement les mêmes résultats. Ce qui montre qu'en connaissant exactement la réponse fréquentielle du canal, les deux structures sont équivalentes. Dans cette situation, l'avantage de la structure temporelle DFVE est que les matrices Q_0 et Q_1 sont triangulaires, ce qui divise par deux la complexité calculatoire.

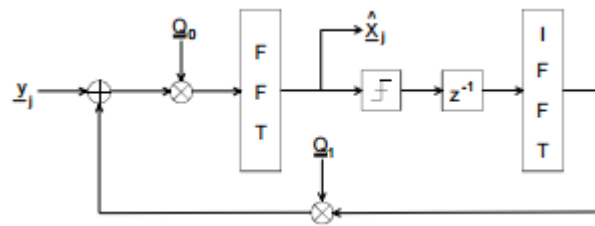


FIGURE 4.7 – Chaîne de réception de la structure temporelle DFVE

Rappelons, avant de passer à la partie suivante, que nos deux structures sont équivalentes en résultat car nous avons supposé connaître la réponse fréquentielle du canal. Mais cela n'est pas vraie en pratique. Le but de la partie suivante sera de tester une méthode d'estimation des coefficients complexes des matrices intervenant dans l'égalisation DFVE.

Estimation de la réponse fréquentielle du canal de propagation dans les structures d'égalisation DFVE

Dans ce chapitre, nous supposons ne plus connaître la réponse fréquentielle du canal, et donc nous ne connaissons plus les matrices qui interviennent dans les structures d'égalisation DFVE. Le but est de les approcher grâce au principe de l'algorithme LMS (Algorithme du gradient stochastiques).

5.1 Création du signal et modélisation du canal de propagation

Dans notre signal, nous avons ajouté des pilotes. Les pilotes sont des états connus qui servent à estimer le canal à la réception. Dans notre cas, l'état des pilotes a été pris à $1 + j$, et ces pilotes ont été inséré tout les 3 symboles OFDM, sur nos 4 porteuses. Figure 5.1, nous pouvons voir le signal que nous voulons envoyer après modulation $\pi/4$ -QPSK avec les pilotes.

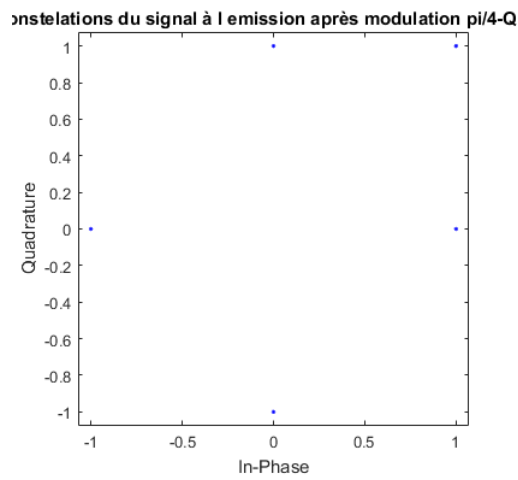


FIGURE 5.1 – Signal après modulation QPSK et avec ajout des pilotes

Le canal de propagation fût modélisé comme dans le chapitre précédent, et Figure 5.2, on peut voir le signal reçu à la réception avant les traitements.

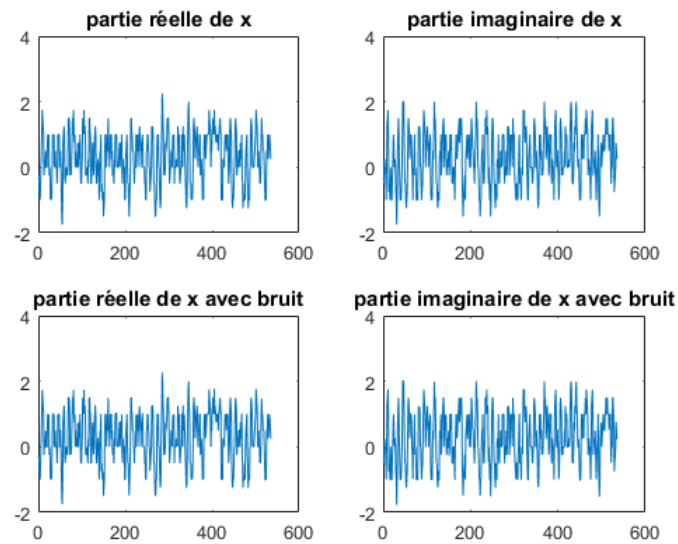


FIGURE 5.2 – Signal reçu par le récepteur

5.2 Égalisation avec estimation de la réponse du canal

Dans les deux structures, il faut un point de départ pour les matrices. Pour simuler la convergence vers nos bonnes matrices, nous avons faussé celle de départ en ajoutant des valeurs aux coefficients de H_0 et de H_1 . De plus, nous avons un pas d'adaptation μ de 0.01. De notre interprétation, le pas d'adaptation petit ralentit l'estimation de la réponse du canal, mais on sera plus précis. Si notre pas est grand, on sera rapide, mais moins précis.

Structure fréquentielle d'égalisation DFVE

Dans notre chaîne de réception, lors de la réception de nos pilotes, nous ré-estimons nos matrices P_0 et P_1 avec les formules 12a et 12b de [3]. Une fois les états du signal estimés, nous enlevons les pilotes, et nous obtenons le diagramme de constellation visible sur la Figure 5.3.

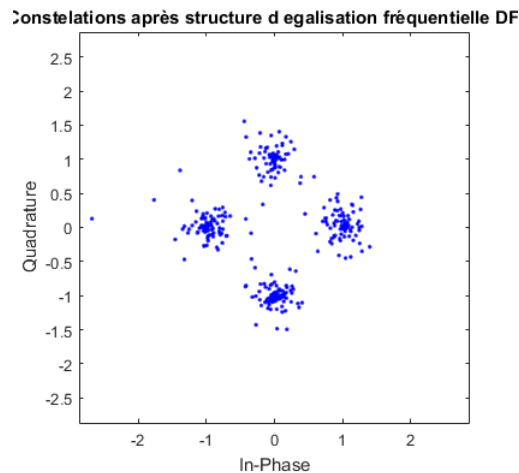


FIGURE 5.3 – États du signal estimés après extraction des pilotes dans la structure fréquentielle

Après comparaison avec le signal émis, nous obtenons 0% d'erreurs sur l'ensemble du signal.

Structure temporelle d'égalisation DFVE

Pour la structure temporelle, on estime Q_0 et Q_1 dans la boucle, mais on fait une estimation sous optimale sur Q_1 afin de réduire la complexité. A cause de cette estimation, nous avons toujours plus d'erreurs que dans la structure fréquentielle, comme 1.12% où l'on trouvait 0% pour la structure fréquentielle.

Afin de mieux illustrer le signal après estimation, nous pouvons voir sur la Figure 5.4 l'estimation des états par la structure temporelle, avant extraction des pilotes.

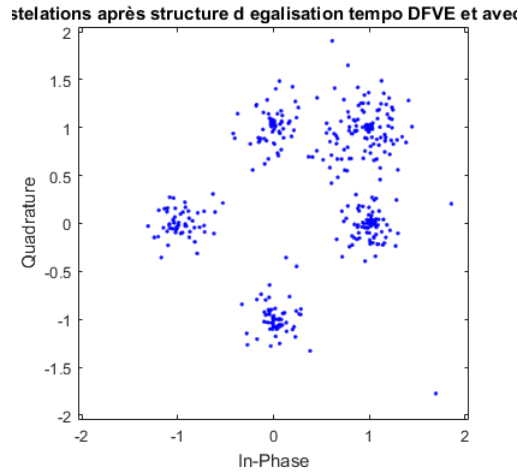


FIGURE 5.4 – États du signal estimés dans la structure temporelle avant extraction des pilotes

Afin de tester la convergence de notre méthode, nous avons testé un code où nous n'ajoutons pas de bruit complexe dans le canal. Nous mettons beaucoup d'erreurs dans les matrices H_0 et H_1 initiales, donc dans Q_0 , Q_1 , P_0 et P_1 . Dans un premier test, nous gardons ces matrices, et donc nous ne réglons pas l'estimation du canal. Nous obtenons 26% d'erreurs dans les deux structures. Ensuite nous relançons l'algorithme avec l'estimation continue des matrices. Nous avons 19% d'erreurs sur la structure fréquentielle, et 20% sur la structure temporelle. C'est normal d'avoir un fort taux d'erreurs ici, car il faut du temps

pour que le récepteur converge vers la bonne estimation. Ce qui est important ici est d'observer une meilleure convergence vers la solution par l'algorithme LMS, car on fini par bien estimer notre canal. C'est ce que l'on peut voir sur la Figure 5.5. On commence par des estimations erronées, et à la fin, on peut voir la convergence vers les bons états.

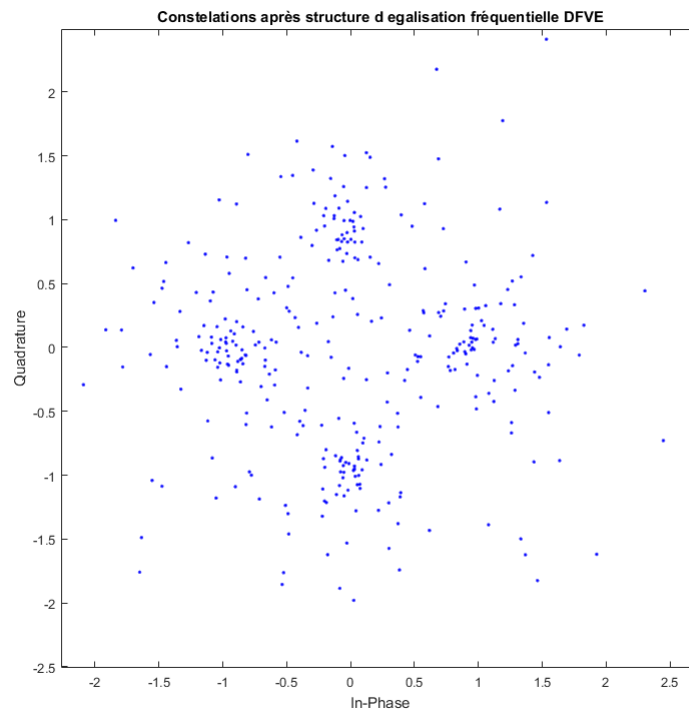


FIGURE 5.5 – Convergence vers les bons états grâce à l'algorithme LMS

Nous venons de tester les estimations de la réponse du canal de propagation à travers les estimations de matrices. Nous avons constaté un compromis entre complexité de calcul et l'efficacité de l'estimation. En effet, la structure temporelle diminue fortement la complexité calculatoire, mais il y a plus d'approximation dans l'estimation du canal, ce qui nous fait perdre de l'efficacité dans l'estimation final du signal émis. Il faut donc trouver un juste milieu dans ce que l'on peut corriger grâce à un codage canal, et la puissance et le temps de calcul minimum.

Conclusion

Pour conclure, revenons sur le travail effectué. Nous avons tout d'abord fait de nombreuses recherches bibliographiques sur l'OFDM, afin d'en comprendre les principes. L'utilisation du préfixe cyclique dans les signaux OFDM permet d'éviter l'ISI et l'ICI, ce qui facilite l'estimation du canal de propagation lors de la réception. Mais le préfixe cyclique peut occuper jusqu'à 20% du débit, auquel on ajoute encore une occupation de débit pour les pilotes permettant d'estimer le canal. Après avoir bien appréhender les spécificités de l'OFDM, nous nous sommes intéressés à l'extraction du préfixe cyclique afin de monter en débit. Sans ce préfixe, nous avons de l'ICI qui apparaît, ce qui complique fortement l'étape d'égalisation. En comprenant le rapport scientifique [3] en annexe à la page 28, nous avons tout d'abord mis en évidence, grâce à Matlab, la réussite des structures d'égalisation DFVE (temporelle et fréquentielle) en estimant connaître le canal de propagation. Mais en réalité, la réponse fréquentielle du canal change, et nous ne la connaissons pas. Nous avons donc ajouté des pilotes à notre signal à l'émission, afin d'estimer le canal à la réception. Grâce à l'algorithme LMS, nous avons réussi à faire converger l'estimation du canal vers la bonne réponse fréquentielle.

Annexe

Egalisation vectorielle pour signaux OFDM sans intervalle de garde

Vincent DEMOULIN

THOMSON multimedia R&D France

1, Avenue Belle Fontaine, 35510 Cesson-Sévigné

Tel : 02 99 27 30 00

Fax : 02 99 27 30 01

Michel PECOT

Consultant

La Briquetterie, 35410 Châteaugiron

Tel : 02 99 37 67 14

Fax : 02 99 37 32 54

La modulation OFDM utilise habituellement un intervalle de garde inséré avant chaque symbole, qui permet de lutter efficacement contre la dispersion du canal. En revanche, cette approche génère une perte de débit utile pouvant atteindre 20%.

On propose dans cette contribution une solution sans intervalle de garde qui met en œuvre une égalisation vectorielle avec décision dans la boucle. La structure du récepteur repose sur 2 matrices triangulaires, dont les coefficients doivent être estimés et adaptés en fonction des variations du canal, à partir d'un ensemble de pilotes répartis à l'intérieur de chaque symbole. On décrit différents algorithmes d'estimation et on montre en particulier qu'il est nécessaire de tenir compte des dépendances existantes à l'intérieur et entre ces matrices pour atteindre des performances acceptables en terme de convergence.

1 - Introduction :

Les techniques multiporteuses, et plus particulièrement l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) ont maintenant fait la preuve de leur supériorité sur les solutions classiques monoporteuses pour des conditions critiques de transmission : canaux à évanouissements profonds, niveaux d'interférence élevés [1,2]. Ce sont d'ailleurs des systèmes de ce type qui ont été normalisés pour la diffusion numérique audio et video, comme par exemple dans les standards DAB et DVB-T [3,4], mais également pour certaines applications de transmission de données sur paire téléphonique (ADSL : Asymmetric Digital Subscriber Line).

La solution habituellement retenue pour lutter contre la dispersion du canal consiste à insérer un intervalle de garde en tête de chaque symbole, de durée supérieure à celle de la réponse impulsionnelle du canal, qui a pour effet d'éliminer l'ISI (interférence entre symboles). Le contenu de cet intervalle de garde, obtenu par périodisation du symbole utile, permet d'autre part d'exploiter au récepteur les propriétés de convolution cyclique de la DFT. L'ICI (interférence entre porteuses) est alors totalement supprimée ce qui réduit l'égalisation à une simple division par la réponse fréquentielle du canal. Cette stratégie entraîne en revanche une perte importante de débit utile pouvant atteindre 20% dans certains cas.

OFDM systems are usually made robust to frequency selective fading by adding at the beginning of each symbol, a guard interval longer than the channel impulse response. However, such an approach implies a bit rate loss which may reach 20%.

This contribution proposes a solution based on a type of Decision Feedback Vector Equalizer (DFVE) which avoids the insertion of a guard interval. The receiver architecture relies on two triangular matrices whose coefficients have to be estimated and adapted to the channel variations. The estimation uses a number of pilots distributed within each symbol. Different algorithms are described, but it is shown that the natural dependencies which exist within and between the equalization matrices need to be taken into account in order to get acceptable performance in terms of convergence speed.

Une solution alternative sans intervalle de garde a été proposée [5]. Elle est basée sur une technique d'égalisation vectorielle avec décision dans la boucle (DFVE). Le débit binaire économisé peut alors être utilisé pour accroître la capacités de correction du codeur de canal (diminution du rendement du code convolutif par exemple).

On montre qu'à débit égal cette approche permet de générer un gain en terme de rapport signal à bruit pouvant atteindre 3 dB par rapport à la solution avec intervalle de garde. Cette amélioration des performances se paie en contrepartie par une complexité accrue au récepteur, qui peut néanmoins être considérée comme acceptable étant donné l'évolution constante de la puissance de calcul des DSP.

Dans sa version temporelle, la structure de l'égalisation DFVE repose sur 2 matrices triangulaires \underline{H}_0 et \underline{H}_1 , décrivant les caractéristiques du canal de transmission. Se pose donc le problème de l'estimation des coefficients de ces matrices mais également de leur adaptation aux variations temporelles du canal. L'objet de cette communication est précisément de décrire différents algorithmes d'estimation de ces coefficients à partir d'un ensemble de porteuses pilotes réparties à l'intérieur des symboles transmis.

En fait, seul un nombre réduit de coefficients de \underline{H}_0 et \underline{H}_1 ont besoin d'être estimés. On montre cependant qu'il est nécessaire de tenir compte des relations de dépendance existantes à l'intérieur de chacune de ces matrices mais

Cette version temporelle de l'égaliseur DFVE est beaucoup plus intéressante en pratique, du fait de la structure triangulaire des matrices optimales \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 . Elle réduit en effet la complexité calculatoire d'un facteur 2 environ, mais également les besoins en terme de mémoire (facteur de l'ordre de $2N/3$). Elle permet par ailleurs de mieux exploiter les relations de dépendance existantes à l'intérieur des matrices \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 , mais également entre ces matrices, au niveau de la phase d'estimation de leurs coefficients. C'est la seule architecture qui est considérée par la suite.

2.3 - Estimation des pondérations du décodeur de Viterbi

Parallèlement à l'estimée $\hat{\underline{X}}_j$ l'égalisation DFVE doit fournir un vecteur d'état \underline{S}_j décrivant le rapport signal à bruit sur chaque porteuse démodulée.

Lorsque les caractéristiques du canal sont parfaitement connues, l'estimation du $j^{\text{ème}}$ symbole OFDM fournie par l'égalisation est donnée par :

$$\hat{\underline{X}}_j = \underline{X}_j + \underline{C} \underset{=DFT=0}{=} \underline{H}^{-1} \underset{=DFT=1}{=} \underline{C}^{-1} \underline{B}_j \quad (9)$$

En conséquence, les composantes $s_{j,k}$ du vecteur d'état peuvent être calculées selon :

$$s_{j,k} = \frac{1}{\sum_{n=0}^{N-1} \sigma_n^2 |p_{0,j}^{k,n}|^2} \quad (10)$$

où $p_{0,j}^{k,n}$ désigne l'élément (k,n) de la matrice \underline{P}_0 , qui peut être déduit de l'estimation de \underline{Q}_0 . Cette procédure est relativement complexe et exige de surcroît l'estimation des variances σ_k^2 en sortie de FFT.

Elle peut cependant être remplacée par une estimation directe du niveau de bruit sur chacune des composantes du vecteur démodulé. Notons $E_{j,k} = \hat{X}_{j,k} - \tilde{X}_{j,k}$ l'erreur d'égalisation, où $\tilde{X}_{j,k}$ représente soit la décision dure associée à $\hat{X}_{j,k}$ soit la valeur du pilote transmis lorsque la porteuse considérée en porte un (cf. §3).

$s_{j,k}$ peut alors être estimé par un filtrage récursif du premier ordre, selon :

$$\frac{1}{s_{j,k}} = \frac{\rho}{s_{j-1,k}} + (1-\rho) |E_{j,k}|^2 \quad (11)$$

où ρ est le facteur d'oubli du filtre.

3 - Estimation et adaptation de \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 :

L'égaliseur DFVE nécessite l'estimation et la mise à jour des matrices \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 . L'approche proposée est directement déduite de l'algorithme LMS couramment utilisé en égalisation monoporteuse [6]. Néanmoins, un fonctionnement en aveugle ne permet pas d'obtenir des performances acceptables, et il est nécessaire d'insérer un ensemble de porteuses à l'intérieure de chaque symbole. La

répartition de ces pilotes peut par exemple suivre une structure régulière qui se répète par groupe de M symboles. Dans le symbole $n^{\text{°i}}$, les porteuses dont l'indice n vérifient

$$n = K \cdot (i \bmod M) + p \cdot M \cdot K, p=0,1,2, \dots$$

portent alors un pilote, la valeur maximale de p étant définie de telle sorte que n reste inférieur à N . Les valeurs de M et K doivent être optimisées en fonction de la durée de la réponse du canal et de la rapidité de ses variations temporelles.

L'algorithme d'estimation de \underline{Q}_0 et de \underline{Q}_1 est dérivé à partir d'une version simplifiée de l'algorithme LMS appliqué aux matrices \underline{P}_0 et \underline{P}_1 de la structure fréquentielle de la figure 1. Les relations correspondantes se mettent sous la forme suivante:

$$\underline{P}_{=0}(n) = \underline{P}_{=0}(n-1) - \mu \underline{E}(n) \underline{Y}^H(n) \quad (12a)$$

$$\underline{P}_{=1}(n) = \underline{P}_{=1}(n-1) - \mu \underline{E}(n) \tilde{\underline{X}}^H(n) \quad (12b)$$

En utilisant les formules de passage (8), on obtient immédiatement:

$$\underline{Q}_{=0}(n) = \underline{Q}_{=0}(n-1) - \mu \underline{e}(n) \underline{y}^H(n) \quad (13a)$$

$$\underline{Q}_{=1}(n) = \underline{Q}_{=1}(n-1) - \frac{1}{A(n)} \underline{Q}_{=0}^{-1}(n-1) \underline{e}(n) \underline{y}^H(n) \underline{Q}_{=1}(n-1) \quad (13b)$$

où, $\underline{e}(n) = \hat{\underline{x}}(n) - \tilde{\underline{x}}(n)$, $\underline{E}(n) = \underline{C}_{DFT} \underline{e}(n)$ et $\tilde{\underline{x}}(n)$ désigne la valeur de référence (décision dure ou valeur du pilote).

L'algorithme optimal tel qu'il est décrit ci-dessus est délicat à mettre en œuvre. On ne retrouve en effet la forme de l'algorithme classique LMS que pour l'adaptation de \underline{Q}_0 . La mise à jour de \underline{Q}_1 nécessite quant à elle l'inversion de \underline{Q}_0 . Ceci est dû à la mise en facteur de \underline{Q}_0 dans le schéma proposé.

On peut chercher à réduire cette complexité en dérivant des solutions sous-optimales pour lesquelles l'adaptation de \underline{Q}_1 utilise la relation suivante:

$$\underline{Q}_{=1}(n) = \underline{Q}_{=1}(n-1) - \mu \underline{e}(n) \tilde{\underline{X}}^H(n) \quad (14)$$

Le développement de cet algorithme sous-optimal peut profiter de la structure triangulaire Toeplitz des matrices \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 . La mise à jour des matrices peut être limitée à une seule ligne ou une seule colonne. \underline{Q}_0^{ZF} est triangulaire inférieure, par conséquent nous pouvons retenir soit sa première colonne, soit sa dernière ligne. \underline{Q}_1^{ZF} est triangulaire supérieure, nous pouvons donc retenir soit sa première ligne, soit sa dernière colonne. A partir de là, 4 versions de l'algorithme peuvent être définies:

- (i) \underline{Q}_0 ligne / \underline{Q}_1 ligne
- (ii) \underline{Q}_0 ligne / \underline{Q}_1 colonne
- (iii) \underline{Q}_0 colonne / \underline{Q}_1 ligne
- (iv) \underline{Q}_0 colonne / \underline{Q}_1 colonne

L'adaptation par ligne ne fait intervenir qu'une seule composante du vecteur d'erreur et privilégie donc les données. A l'inverse, l'adaptation par colonne ne fait intervenir qu'une seule composante du vecteur de données et privilégie donc l'erreur. On a pu montrer par simulation que

la version (iii) conduit aux meilleurs résultats en terme de vitesse de convergence. Dans cette version, l'erreur est privilégiée pour l'adaptation de \underline{Q}_0 alors que les données le sont pour l'adaptation de \underline{Q}_1 . Néanmoins cette version très simple à mettre en œuvre ne permet pas une convergence suffisamment rapide pour une application pratique.

L'accélération de la convergence nécessite de tenir compte de la totalité des informations "erreur" et "données", plutôt que de privilégier l'une ou l'autre comme dans les 4 solutions précédentes. On évalue alors intégralement les coefficients non nuls de \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 et on utilise ensuite la propriété Toeplitz pour effectuer un moyennage le long des sous-diagonales et produire l'estimation finale des coefficients. Par exemple, pour la matrice \underline{Q}_0 il vient:

$$\begin{aligned} q_0^{l,k}(n) &= q_0^{l,k}(n-1) - \mu e_l(n) y_k^*(n) \\ q_0^{l,k}(n) &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} q_0^{l+i,i}(n) \end{aligned} \quad (15)$$

où $q_0^{l,k}$ est le coefficient (l,k) de la matrice.

Enfin, pour tenir compte de la relation existante entre \underline{Q}_0 et \underline{Q}_1 , on peut déduire de l'estimation de \underline{Q}_0 obtenue selon (15) une estimation de \underline{Q}_1 par inversion matricielle. On dispose alors de deux estimées indépendantes de \underline{Q}_1 que l'on peut moyenner pour obtenir une estimation finale. Cette matrice doit encore être inversée pour donner \underline{Q}_0 . Les deux inversions de matrices peuvent être implantées par FFT pour réduire la complexité.

4 - Résultats :

Le tableau 1 donne les résultats en terme de vitesse de convergence (exprimée en nombre de symboles) pour les 3 solutions décrites dans le paragraphe 3, en fonction de la densité des pilotes et de la constellation, pour un rapport signal à bruit de 20dB au récepteur. Le canal considéré est un canal à 2 trajets de réponse impulsionnelle:

$$h(t) = \delta(t) + \sqrt{2}\delta(t - 5/f_c)$$

Le nombre de sous-porteuses OFDM est fixées à 128. La durée de convergence est estimée par le nombre de symboles nécessaire à la "stabilisation" de l'erreur quadratique moyenne au niveau de la constellation reçue.

Constel.	densité des pilotes	algo. simple	algo. avec moyen.	algo. avec contrainte
4 QAM	K=1,M=2	> 200	60	15
	K=1,M=4	> 200	80	20
	K=1,M=8	> 200	100	24
16 QAM	K=1,M=2	> 200	85	28
	K=1,M=4	> 200	100	35
	K=1,M=8	> 200	140	40

Tableau 1 : Vitesse de convergence des différentes solutions proposées.

Le tableau 2 présente quant à lui une évaluation grossière de la complexité algorithmique des différentes approches envisagées.

	Nombre de multiplications réelles par symboles
algo. simple	$2N\log_2 N + 12N$
algo avec moyen.	$3N^2 + 2N\log_2 N + 12N$
algo avec contrainte	$3N^2 + 10N\log_2 N + 34N$

Tableau 2 : Complexité algorithmique des différentes solutions proposées.

Ces résultats montrent que l'algorithme avec contrainte est le seul possédant une vitesse de convergence suffisamment rapide pour une application pratique.

5 - Conclusion :

Dans cette contribution, nous avons présenté une solution OFDM sans intervalle de garde basée sur une égalisation vectorielle avec décision dans la boucle. La structure correspondante s'inspire d'un égaliseur DFE scalaire comportant un coefficient dans sa partie transverse et un coefficient dans sa partie réursive, où les coefficients deviennent des matrices.

Plusieurs algorithmes d'estimation des coefficients de ces matrices ont été décrits. Ils se déduisent de l'algorithme LMS couramment appliqué en égalisation monoporteuse. L'algorithme optimal étant délicat à mettre en œuvre de part sa complexité, plusieurs versions simplifiées ont été dérivées. Néanmoins, nous avons montré que les relations existant entre les matrices transverse et réursive doivent être prises en compte pour obtenir des performances suffisantes en terme de vitesse de convergence.

Références :

- [1] B. LE FLOCH, M. ALARD, C. BERROU, "Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing", Proceedings of the IEEE (1995), vol 83, n°6, pp. 982-996.
- [2] M. PECOT, "Comparaison des approches multiporteuse et monoporteuse pour la diffusion numérique terrestre", GRETSI 1995, pp. 561-564.
- [3] European Telecommunication Standard : Digital Audio Broadcasting (DAB) to mobile, portable and fixed receivers. ETSI, February 1995.
- [4] European Telecommunication Standard : Digital broadcasting systems for television, sound and data services; Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television. DRAFT version. May 1996.
- [5] V. DEMOULIN, M. PECOT, "Vector equalization : an alternative approach for OFDM systems", annales des télécommunications, janvier-février 1997, Vol. 52, n°1-2, pp. 4-11.
- [6] J. Proakis, "Digital Communication", Mc-Graw Hill, 1989.

Table des figures

0.1	Temps-Frequence	4
1.1	Estimation du canal autour des sous-porteuses	6
1.2	Utilisation du coefficient complexe α_n pour l'égalisation dans la chaîne de réception	8
2.1	Préfixe cyclique ??	9
2.2	Intervalle de Garde	10
2.3	Spectre du signal OFDM [4]	11
4.1	Diagramme de constellation avant l'IFFT	16
4.2	Signal à la sortie du récepteur	16
4.3	Réponse fréquentielle du canal sur la bande du signal OFDM	17
4.4	Signal à l'entrée du récepteur sans bruit et avec bruit	18
4.5	Chaîne de réception de la structure fréquentielle DFVE	18
4.6	Diagramme de constellation après égalisation à la réception	19
4.7	Chaîne de réception de la structure temporelle DFVE	20
5.1	Signal après modulation QPSK et avec ajout des pilotes	22
5.2	Signal reçu par le récepteur	22
5.3	États du signal estimés après extraction des pilotes dans la struc- ture fréquentielle	23
5.4	États du signal estimés dans la structure temporelle avant extrac- tion des pilotes	24
5.5	Convergence vers les bons états grâce à l'algorithme LMS	25

Bibliographie

- [1] ALEXANDRE et Le RUYET. « Modulations Multiporteuses ». Technical Report, CNAM, 2008.
- [2] Mérouane DEBBAH. « OFDM ». Technical Report, Supelec, 2008.
- [3] Vincent DEMOULIN et Michel PECOT. « Egalisation vectorielle pour signaux OFDM sans intervalle de garde ». In *Seizième colloque Grets, Grenoble*, 1997.
- [4] Annick Le GLAUNEC. « Modulations Multiporteuses ». Technical Report, Supelec Rennes, 2013.
- [5] Pierre GRUYER et Simon PAILLARD. « Modélisation d'un modulateur et démodulateur OFDM ». Master's thesis, Telecom Bretagne, decembre 2005.
- [6] KEYSIGHT. « Concepts of OFDM and 802.11 WLAN ».
- [7] Frédéric LAUNAY. « Extrait du module de Formation LTE 4G », septembre 2013.
- [8] WIKIPÉDIA. « Interférence inter-symbole ».