



Egalisation vectorielle pour signaux OFDM

RIGAUD MICHAËL et COULMY THOMAS

Table des matières

Table des matières	1
Introduction	2
1 Egalisation OFDM	4
1.1 Principe théorique de l'égalisation OFDM	4
1.2 Estimation pratique des coefficients d'atténuations du canal .	5
2 Rôle du préfixe cyclique dans le signal OFDM	8
2.1 Principe du préfixe cyclique	8
2.2 Rôle du préfixe cyclique	9
3 Justification des relations d'égalisation DFVE	11
3.1 Équation (2) et (4)	11
3.2 Équation (6) et (8)	12
4 Tests des structures d'égalisation DFVE	13
4.1 Création du signal	13
4.2 Canal de propagation	15
4.3 Structure fréquentielle DFVE	16
4.4 Structure temporelle DFVE	17
4.5 Structure temporelle DFVE	17
Conclusion	19
Table des figures	20
Bibliographie	21

Introduction

Avant de répondre précisément aux questions du projet donné par M ROSTAING, nous souhaitons tout d'abord expliquer quelques problématiques des communications sans-fils et ce qu'est le principe de l'OFDM () dans cette introduction. Ensuite, dans les deux premières questions, nous nous intéresserons au protocole OFDM avec intervalle de garde entre symboles. Puis, pour aller plus loin, nous étudierons l'article[1] avec des simulations MATLAB afin de mieux comprendre. Ce dernier consiste à mettre en place un système permettant de se passer de l'intervalle de garde, et ainsi, de ne pas perdre de débit à cause des temps d'attentes entre symboles.

Problèmes généraux des transmissions de données sans-fils

Nous allons présenter ici les deux principaux problèmes rencontrés lors du passage du signal transmis dans le canal de propagation. Ceux-ci sont liés à la réponse fréquentielle du canal de propagation, mais ont des phénomènes physiques différents.

Le premier problème est l'interférence entre symbole. Cela est dû à la dispersion des symboles dans le temps lorsque nous en envoyons plusieurs à la suite.

L'autre problème est l'affaiblissement par multi-trajets, aussi appelé Fading. Cela arrive lorsque le même signal à l'émissions parcourt des trajets différents avec réflexions et diffractions, puis arrive sur le récepteur avec un décalage dans le temps et des variations de phases par rapport au signal reçu en trajet direct.

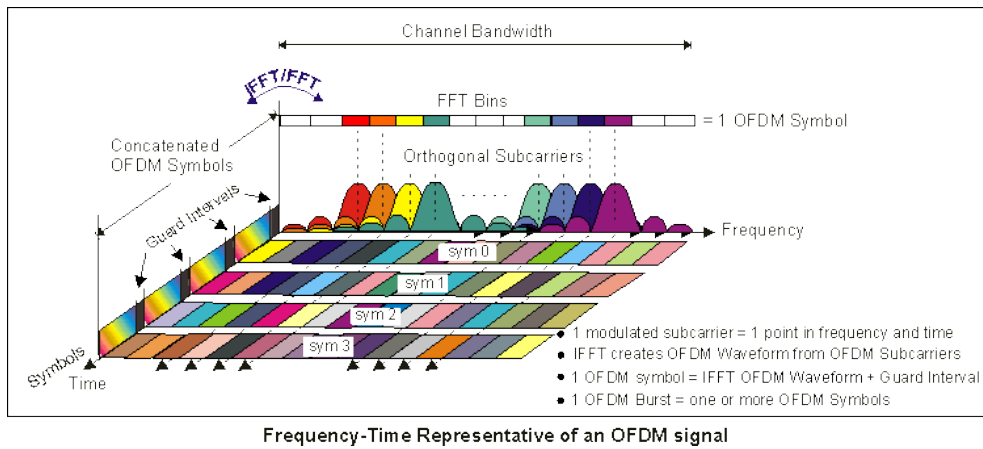


FIGURE 0.1 – Temps-Frequence : representation d un signal OFDM

Les signaux OFDM

Comme nous pouvons le voir, les signaux OFDM résultent d'une modulation multi-porteuses. C'est-à-dire que nous répartissons l'information sur une bande de fréquence, autour de plusieurs porteuses de fréquences centrales également réparties. Puis, à chaque sous-fréquences porteuses, on envoie des symboles répartis dans le temps espacé par des intervalles de garde.

Egalisation OFDM

L'égalisation sert à réduire fortement, voir annuler, les interférences dues aux multi-trajets dans le canal de propagation. Dans le domaine temporel, elle se fait en cherchant les coefficients d'atténuation modélisant l'effet du canal. Mais, dans le cas de transmission à haut débit, nous avons trop de recouvrement entre symbole à cause des retards lors de la réception des différents multi-trajets, ainsi le système devient complexe et donc le coût des terminaux devient élevé.

L'idée de l'égalisation OFDM est de transformer l'égalisation faite dans le domaine temporel pour un signal mono-porteuse dans le domaine fréquentiel avec un signal multi-porteuse. Dans ce chapitre, nous décrirons tout d'abord l'égalisation d'un point de vue très théorique, pour ensuite analyser plus précisément comment elle se fait d'un point de vue pratique.

1.1 Principe théorique de l'égalisation OFDM

Nous avons un signal multi-porteuses et notre problème est que la fonction de transfert du canal de propagation n'est pas plat dans la bande passante totale du signal.

Premièrement, plaçons nous au niveau d'une sous-porteuse. A la fréquence de la sous-porteuse, grâce à un protocole dont nous parlerons par la suite, nous sommes capable de déterminer quel est la réponse du canal sur le signal à cette fréquence précise, c'est à dire, le coefficient d'atténuation du signal à cette fréquence. Si, d'une sous-porteuse à la suivante, nous estimons être assez proche fréquentiellement pour estimer le canal comme plat dans la bande associée à une sous-porteuse, alors nous pouvons dire que le coefficient d'atténuation trouvé à la fréquence de la sous-porteuse est la même dans sa bande. C'est ce que l'on appelle être dans une zone de cohérence du canal.

Maintenant, plaçons nous à l'échelle global du signal. Nous avons plusieurs sous-porteuses à des fréquences assez proches pour dire que la bande associée à une porteuse est dans une zone à peu près cohérente du canal, c'est à dire que par exemple, nous n'avons pas d'évanouissement soudain dans cette bande. De par le paragraphe précédent, nous sommes donc capable d'évaluer le coefficient d'atténuation pour chaque bande dédiée à une sous-porteuse. Nous pouvons donc estimer, par morceaux, la réponse fréquentielle du canal de propagation sur la bande passante totale du signal

Sur la Figure 1.1, on peut comprendre comment est découpée l'estimation de la réponse fréquentielle du canal autour de chaque sous-porteuses.

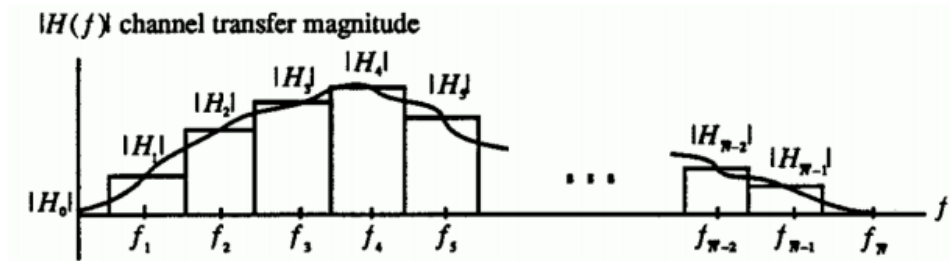


FIGURE 1.1 – Estimation du canal autour des sous-porteuses

Connaissant la réponse fréquentielle du canal, nous sommes capable d'inverser l'effet du canal après réception du signal OFDM. La partie suivante s'intéressera à savoir comment on estime en pratique les coefficients d'atténuations du canal de propagation, pour ensuite décrire comment on les utilise pour inverser l'effet du canal sur le signal.

1.2 Estimation pratique des coefficients d'atténuations du canal

Le premier but de l'égalisation est d'estimer les coefficients complexes du canal de propagation autour des fréquences des sous-porteuses. Mais la réponse du canal de propagation varie au court du temps, par exemple, dans un milieu urbain, nous pouvons avoir des voitures qui avancent, et donc

réfléchissent et diffractent le signal différemment au cours du temps. Nous allons donc décrire le protocole d'estimation de la réponse fréquentielle du canal de propagation au cours du temps.

Ensuite, il faut compenser l'effet du canal par calcul pour réaliser l'égalisation. Cela est fait en prenant en compte les coefficients complexes de la réponse fréquentielle du canal de propagation.

Estimation des coefficients complexes

A l'émission, nous allons insérer des valeurs constantes dédiées à l'estimation de la réponse fréquentielle du canal. Celles-ci sont insérées avant l'IFFT, et seront codées par une constellation connue, comme le chiffre 4 représenté par l'état $1+j$ par exemple. Ces valeurs, donc états, doivent être présentes sur toutes les porteuses afin d'évaluer la réponse sur tous les canaux, même si ce n'est pas au même moment, et on doit répéter plusieurs fois le pilote sur chaque canal afin d'estimer aussi la variation dans le temps de la réponse fréquentielle du canal de propagation.

A la réception, on connaît l'état (la constellation) du pilote. On va recevoir, avec le pilote envoyé sur la sous-porteuse n : $y_{rn} = \alpha_n \cdot x_n + B$, avec y_{rn} le signal reçu, α_n le coefficient complexe la fonction de transfert du canal à la fréquence de la sous-porteuse n , et donc, par zone de cohérence, le coefficient pour la bande servant à envoyer l'état de la donnée associée à la fréquence. x_n l'état connu du pilote à l'émission. B représente le bruit dans le canal de propagation. Si $\alpha_n \cdot x_n$ est assez grand pour que le produit $\alpha_n \cdot x_n$ domine le bruit, on peut estimer le coefficient complexe α_n par le simple calcul : $\alpha_n = y_n / x_n$. Mais comment utiliser ce coefficient pour égaliser le signal ?

Utilisation des coefficients complexes

Une fois les coefficients α_n , nous sommes capables de compenser l'effet du canal sur le signal pour au final, avoir l'impression que la réponse fréquentielle du canal était plate sur la bande de fréquence totale du signal OFDM. Mais cela se fait au détriment d'une amplification du bruit.

Pour faire simple, à la réception, après démultiplexage, et calcul de la FFT sur chaque fréquence de sous-porteuses (canaux), on divise le résultat par le coefficient complexe avant de décoder nos états de constellation. Ce procédé est illustré par la Figure 1.2.

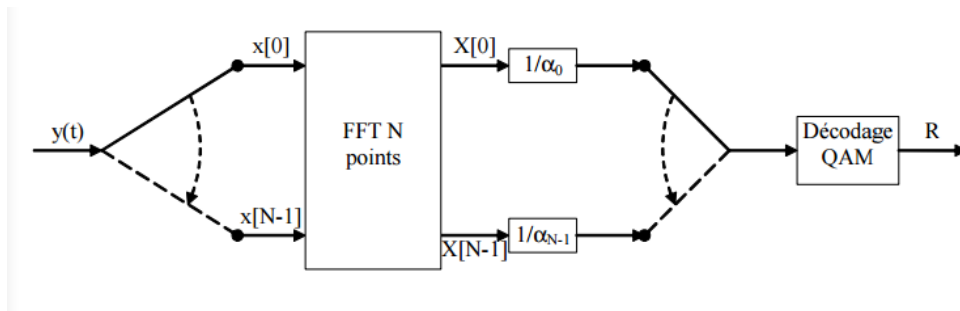


FIGURE 1.2 – Utilisation du coefficient complexe α_n pour l'égalisation dans la chaîne de réception

Pour conclure cette partie, résumons les étapes à suivre. Afin d'estimer la réponse fréquentielle du canal de propagation au cours du temps, nous envoyons sur toutes les sous-porteuses, des signaux pilotes dont le codage sur un état de constellation est connu. Nous répétons ce protocole plusieurs fois au cours du temps afin de prendre en compte que la réponse du canal change au cours du temps. Une fois l'estimation des coefficients effectuée à la réception, nous inversons l'effet du canal de propagation sur le signal afin d'avoir le signal comme si la réponse fréquentielle du canal était plate sur toute la bande de fréquence du signal OFDM. Cela est le principe de l'égalisation.

Rôle du préfixe cyclique dans le signal OFDM

2.1 Principe du préfixe cyclique

Avant de répondre à cette question, nous détaillerons ici le principe d'un préfixe cyclique et nous expliciterons sa construction. Il est à noter dans un premier temps qu'un préfixe cyclique est un intervalle de garde particulier.

Définition 2.1 : *Intervalle de garde*

Un intervalle de garde est un signal de durée Δ que l'on place avant chaque symboles que nous souhaitons transmettre. Deux types d'intervalles de garde sont couramment utilisés : le préfixe cyclique et le bourrage de zéros.

Le préfixe cyclique (souvent appelé CP) se place donc avant le symbole que l'on souhaite transmettre. De plus le préfixe cyclique se construit comme la répétition des derniers échantillons du bloc qu'il précède. C'est-à-dire que si nous souhaitons transmettre N état alors nous copierons N_g état finaux du symbole au début. La figure 2.1 illustre cette copie.

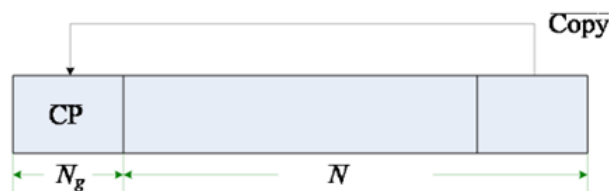


FIGURE 2.1 – Préfixe cyclique

Pour un signal OFDM, cette copie est réalisée au niveau temporelle sous

chaque sous-porteuses.

2.2 Rôle du préfixe cyclique

Interférence inter-symboles (ISI)

Définition 2.2 : *Interférence inter-symboles*

« En télécommunications, une interférence inter-symbole est une forme de distorsion d'un signal qui a pour effet que le symbole transmis auparavant affecte le symbole actuellement reçu »[4]

Les symboles que nous envoyons subissent des échos. Les échos correspondent aux signal initialement envoyé mais atténué et retardé. Ils se superposent au signal reçu de tel façon qu'à un instant t il est possible de recevoir à la fois par le signal principal le symbole S_i et par l'écho le symbole S_{i-1} : c'est l'ISI.

Si on suppose connu le temps T_{max} du retard maximal d'un écho (en pratique il est possible de déterminer les propriétés du canal), et qu'on émet un intervalle de garde pendant un temps $\Delta > T_{max}$ alors on recevra entre Δ et $T_s + \Delta$ uniquement le symbole S_i et l'intervalle de garde qui est connue. Une illustration est présentée à la figure 2.2.

Le préfixe cyclique étant un intervalle de garde permet de se prémunir des interférences entre symboles (ISI).

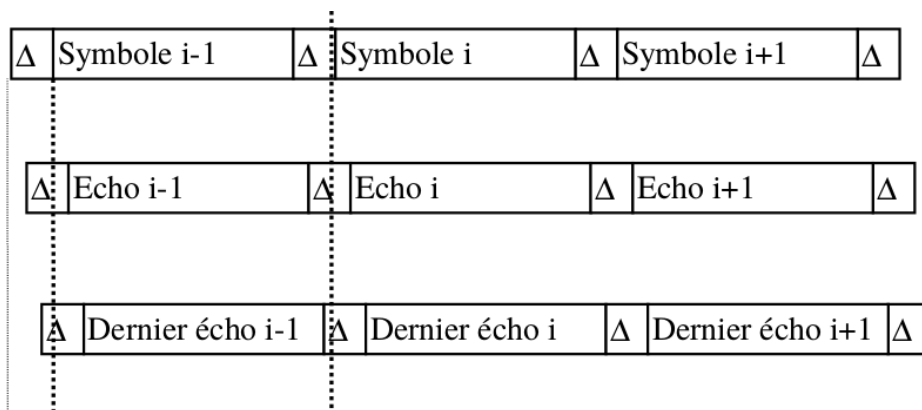


FIGURE 2.2 – Intervalle de Garde

Interférence entre porteuses (ICI)

Définition 2.3 : Interférence entre porteuses

Interférence due au recouvrement des sous-porteuses en OFDM

En OFDM, le canal est subdivisé en N sous-porteuses dont les fréquences centrales sont espacées d'un multiple de l'inverse de la période symbole $\frac{1}{T}$. De cette manière les sous-porteuses sont orthogonales en fréquence comme on peut le voir sur la figure 2.3.

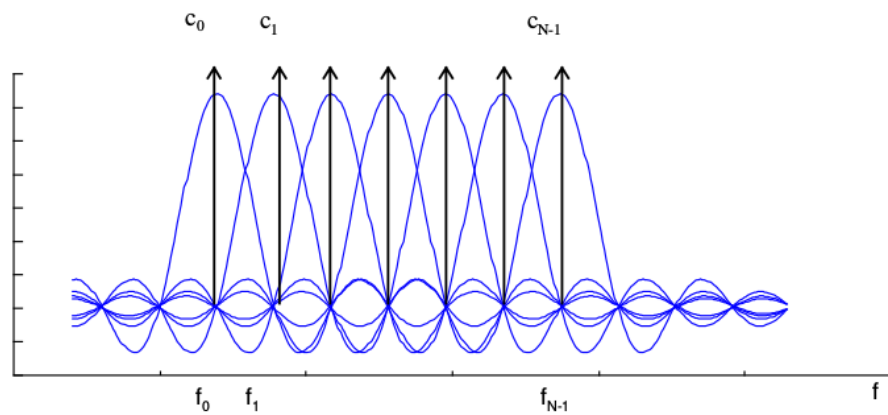


FIGURE 2.3 – Spectre du signal OFDM [2]

Cette propriété est essentielle pour démoduler notre signal en réception. Néanmoins, une légère distorsion, par exemple par effet Doppler, peut être suffisante pour détruire cette orthogonalité et induire des recouvrements entre les sous-porteuses. C'est ce que l'on appelle l'ICI.

Pour réduire cette interférence il faut mettre en place des techniques de pré-égalisation et post-égalisation qui sont très coûteuses à mettre en œuvre.

Il est néanmoins possible de simplifier l'égalisation grâce au préfixe cyclique. En effet, en introduisant de la redondance et en structurant celle-ci il est possible de transformer le produit de convolution classique en produit de convolution cyclique. Puis grâce à la transformée de Fourier de transformer l'opération de convolution cyclique en produit fréquentiel scalaire. Ce calcul est très simple à égaliser.

Dans ce cas-ci c'est bien le caractère cyclique du préfixe qui permet d'éliminer l'interférence entre porteuses (ICI).

Justification des relations d'égalisation DFVE

Dans le document [1], plusieurs équations méritent d'être discutées.

3.1 Équation (2) et (4)

Énoncé : Soit x_i et y_i les vecteurs formés des N échantillons des $j^{\text{ème}}$ symbole émis et reçus, b_j le vecteur de bruit et H_0 et H_1 les matrices triangulaires définies par :

$$H_0 = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & \cdots & h_1 & h_0 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & \cdots & \cdots & h_1 \\ 0 & 0 & h_{N-1} & h_{N-2} & & h_2 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & h_{N-1} \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Où les coefficients h_0, h_1, \dots, h_{N-1} représentent les échantillons de la réponse du canal.

Alors,

$$y_j = H_0 * x_j + H_1 * x_{j-1} + b_j$$

Et en FFT, on peut écrire :

$$Y_j = C_{dft}(H_0 * C_{DFT}^{-1} * X_j + H_1 * C_{DFT}^{-1} * X_{j-1}) + B_j$$

Justification : Considérons une séquence de N données $c_{j,0}, c_{j,1}, \dots, c_{j,N-1}$ pour le symbole OFDM j . Chaque donnée $c_{j,k}$ module un signal à la fréquence f_k . Donc le signal sur cette fréquence s'écrit sous forme complexe : $c_{j,k} * e^{2j\pi f_k t}$

Le signal $x_j(t)$ total transmis sur le symbole OFDM j est donc :

$$x_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} e^{2j\pi f_k t}$$

Or le multiplexage est orthogonal donc $f_k = f_0 + \frac{1}{T}$

Ainsi, en posant $\Delta f = \frac{1}{T}$, on obtient :

$$x_j(t) = e^{2j\pi f_0 t} \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} e^{2j\pi k \Delta f t}$$

En ramenant le signal en bande de base on a :

$$x_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} e^{2j\pi k \Delta f t}$$

De même, le signal parvenant au récepteur s'écrit :

$$y_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_{j,k} H_k(t) e^{2j\pi(f_0 + \frac{k}{T})t}, \text{ avec } H_k(t) \text{ la fonction de transfert du canal autour de la fréquence } f_k \text{ et au temps } t.$$

Si on discrétise le symbole on pourra écrire que :

$\forall n \in [0, N-1], y_j(n) = h_0 * x_j(n)$, avec h_0 la fonction de transfert du canal direct.

Seulement, le canal subit des multi-trajets et du bruit. Donc il va falloir ajouter les états précédents avec une fonction de transfert différente qui correspondra à la fonction de transfert du canal pour un certain echo.

Ainsi,

$$\forall n \in [0, N-1], y_j(n) = h_0 * x_j(n) + h_1 * x_j(n-1) + \dots + h_n * x_j(0) + h_{n+1} * x_{j-1}(N-1) + \dots + h_{N-1} * x_{j-1}(n+1) + b_j$$

En écriture matricielle, on obtient donc :

$y_j = H_0 * x_j + H_1 * x_{j-1} + b_j$, avec les matrices triangulaires définies précédemment.

3.2 Équation (6) et (8)

Énoncé : L'égalisation doit fournir une estimation de \widehat{X}_j . Dans le domaine fréquentiel l'équation est :

$$\widehat{X}_j = P_0 * Y_j + P_1 * \tilde{X}_j$$

Les matrices P_0 et P_1 suivant le critère de ZF (Zero forcing) sont :

$$P_0^{ZF} = C_{DFT} * H_0^{-1} * C_{DFT}^{-1}$$

$$P_1^{ZF} = -C_{DFT} * H_0^{-1} * H_1 * C_{DFT}^{-1}$$

Tests des structures d'égalisation DFVE

Nous devons vérifier expérimentalement deux structures d'égalisation DFVE (temporelle et fréquentielle). Dans ce chapitre, nous aurons connaissance du canal de propagation à la réception, sans l'utilisation des pilotes. Nous avons donc créé un signal OFDM, modélisé l'effet du canal de propagation, et ensuite nous avons testé les deux structures d'égalisation DFVE en connaissant la réponse du canal, et donc sans algorithme d'estimation des coefficients complexes (Chapitre suivant). Les codes MATLAB commentés sont disponibles avec ce rapport.

4.1 Création du signal

Nous avons choisi de prendre 4 sous-porteuses avec la première à 2.412 GHz, et les suivantes espacées de 0.3125 MHz afin de simuler 4 sous-porteuses du canal 1 du WIFI en France. Nous avons choisi comme modulation, une $\pi/4$ -DPSK dont un état représente le chiffre 1, un autre le 2, puis le 3 et le 4. Ensuite nous créons aléatoirement un vecteur de ces 4 chiffres, et le modulons. Nous pouvons voir le diagramme de constellation sur la Figure 4.1.

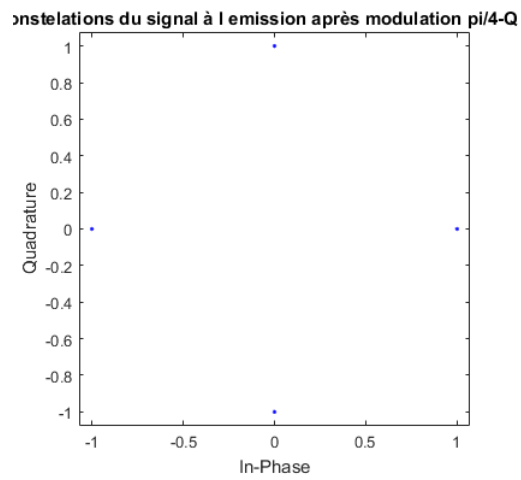


FIGURE 4.1 – Diagramme de constellation avant l'IFFT

Ensuite, nous créons notre signal après en avoir effectué l'IFFT. Nous obtenons le signal visible sur la Figure 4.2.

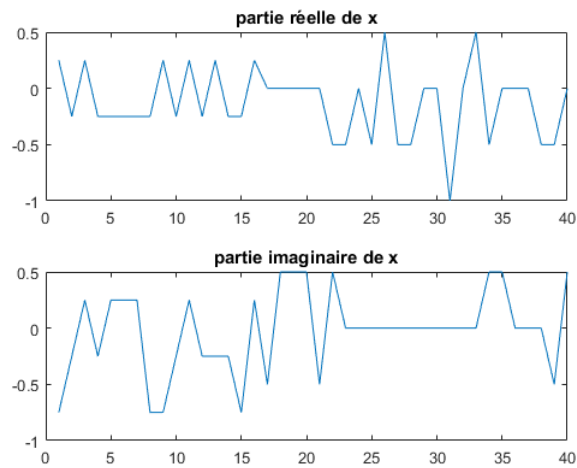


FIGURE 4.2 – Signal à la sortie du récepteur

4.2 Canal de propagation

Nous avons modélisé la réponse fréquentielle du canal par le filtre d'un canal écho de fonction de transfert $H(f) = 1 + (0.4 + j * 0.2) * f^{-1}$. Sur la Figure 4.3, nous pouvons voir la réponse en gain et en phase du canal.

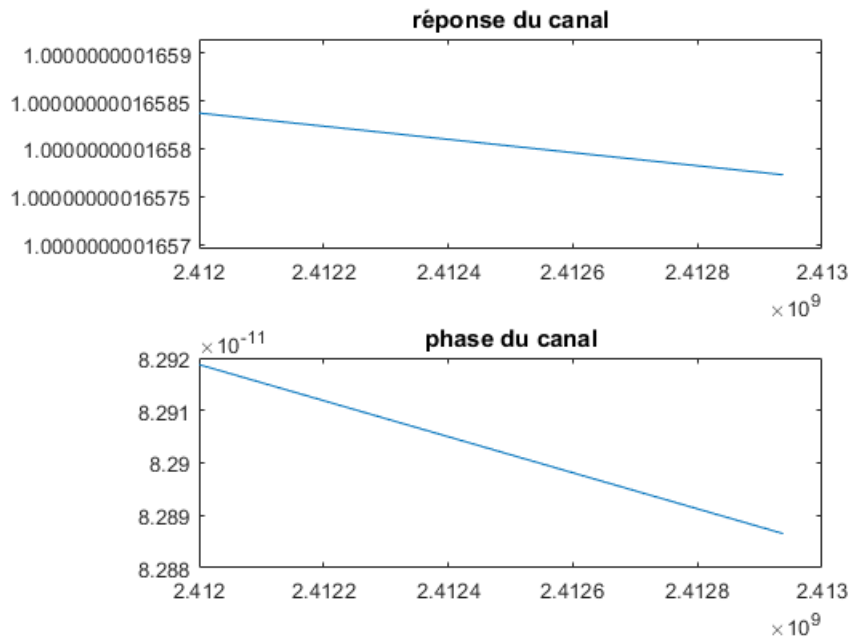


FIGURE 4.3 – Réponse fréquentielle du canal sur la bande du signal OFDM

Ensuite nous convoluons notre signal temporelle par la réponse fréquentielle du canal, puis nous ajoutons un bruit Gaussien complexe de variance 0.01. Notre signal est ainsi transformé comme nous pouvons le voir sur la Figure 4.4

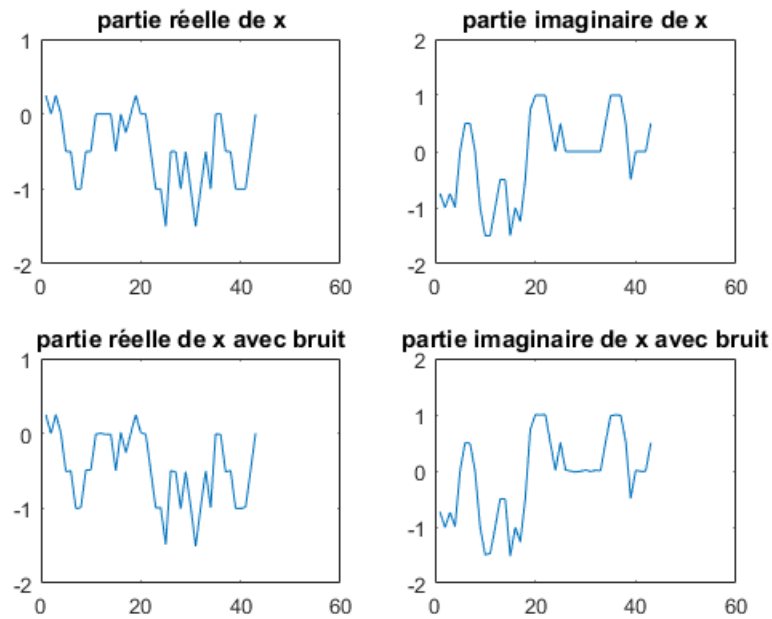


FIGURE 4.4 – Signal à l’entrée du récepteur sans bruit et avec bruit

4.3 Structure fréquentielle DFVE

Pour l’égalisation, nous avons un traitement Post-réception afin de compenser les effets du canal de propagation. Ici, nous avons connaissance de nos coefficients des matrices H_0 et H_1 [1], nous n’appliquons donc pas l’algorithme LMS. Grâce aux deux matrices précédentes, nous avons calculé les matrices P_0 et P_1 de la Figure 4.5.

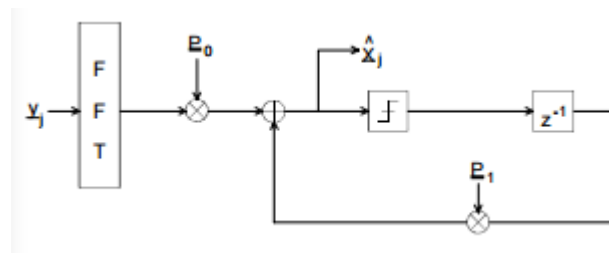


FIGURE 4.5 – Chaîne de réception de la structure fréquentielle DFVE

4.4 Structure temporelle DFVE

Après notre traitement, on peut voir sur la Figure 4.6, que les états du signal à la réception après égalisation correspondent bien aux constellations du signal de départ. De plus, après démodulation de ces états, nous avons comparé nos résultats au signal de départ. Pour un faible bruit blanc Gaussien complexe (variance de 0.01) dans le canal de propagation, nous avons une erreur de 0%. Pour un bruit de variance 0.05, nous avons 5% d'erreurs.

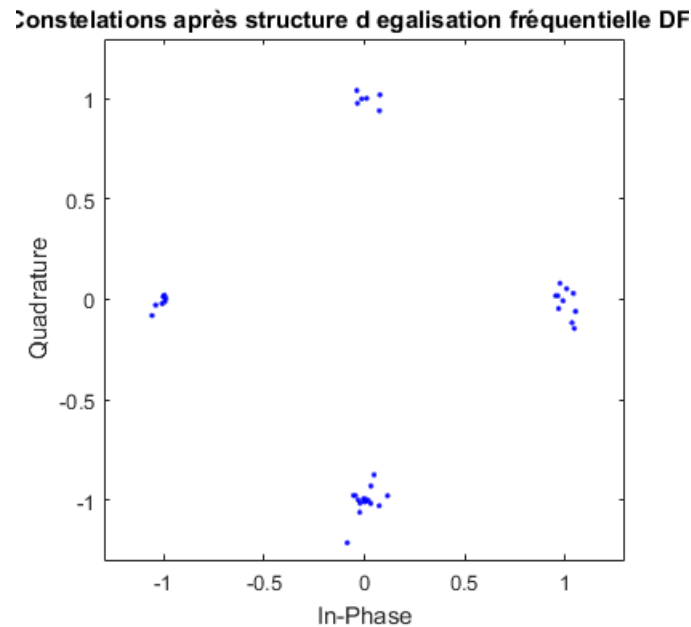


FIGURE 4.6 – Diagramme de constellation après égalisation à la réception

4.5 Structure temporelle DFVE

Avec la structure d'égalisation temporelle DFVE 4.7, nous avons exactement les mêmes résultats. Ce qui montre qu'en connaissant exactement la réponse fréquentielle du canal, les deux structures sont équivalentes. Dans cette situation, l'avantage de la structure temporelle DFVE est que les matrices Q_0 et Q_1 sont triangulaires, ce qui réduit la complexité calculatoire de deux.

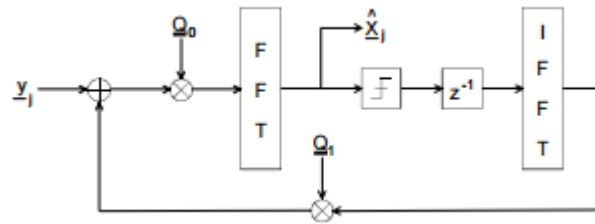


FIGURE 4.7 – Chaîne de réception de la structure temporelle DFVE

Rappelons, avant de passer à la partie suivante, que nos deux structures sont équivalentes en résultats car nous avons supposé connaître la réponse fréquentielle du canal. Mais cela n'est pas vraie en pratique. Le but de la partie suivante sera de tester une méthode d'estimation des coefficients complexes des matrices intervenant dans l'égalisation DFVE.

Conclusion

Table des figures

0.1	Temps-Frequence	3
1.1	Estimation du canal autour des sous-porteuses	5
1.2	Utilisation du coefficient complexe α_n pour l'égalisation dans la chaîne de réception	7
2.1	Préfixe cyclique	8
2.2	Intervalle de Garde	9
2.3	Spectre du signal OFDM [2]	10
4.1	Diagramme de constellation avant l'IFFT	14
4.2	Signal à la sortie du récepteur	14
4.3	Réponse fréquentielle du canal sur la bande du signal OFDM . .	15
4.4	Signal à l'entrée du récepteur sans bruit et avec bruit	16
4.5	Chaîne de réception de la structure fréquentielle DFVE	16
4.6	Diagramme de constellation après égalisation à la réception . . .	17
4.7	Chaîne de réception de la structure temporelle DFVE	18

Bibliographie

- [1] Vincent DEMOULIN et Michel PECOT. « Egalisation vectorielle pour signaux OFDM sans intervalle de garde ». In *Seizième colloque Grets, Grenoble*, 1997.
- [2] Annick Le GLAUNEC. « Modulations Multiporteuses ». Technical Report, Supelec Rennes, 2013.
- [3] Pierre GRUYER et Simon PAILLARD. « Modélisation d'un modulateur et démodulateur OFDM ». Master's thesis, Telecom Bretagne, december 2005.
- [4] WIKIPÉDIA. « Interférence inter-symbole ».