

MODULATIONS MULTI PORTEUSES

Annick Le Glaunec
Version à approfondir...

Modulations multi porteuses

1	Prologue : Canal à trajets multiples	2
1.1	modèle simplifié	2
1.2	canal multitrajet	3
2	Introduction aux modulations multi porteuses.	6
3	Principe des modulations multi porteuses.	6
3.1	Principe de la modulation	7
3.2	Principe de la démodulation	9
4	Principes du modulateur et du démodulateur utilisant les transformées de Fourier discrètes	10
5	Problème des interférences entre symboles : intervalle de garde.	12
6	Codage de l'OFDM	15
7	Norme de diffusion de télévision Herztienne terrestre : ETS 300 744.....	16
8	Bibliographie	17

1 Prologue : Canal à trajets multiples

Avant d'exposer le principe des modulations multiporteuses, nous allons donner quelques caractéristiques du canal pour lequel ce type de modulations est intéressant. Les premières applications ont concerné la diffusion du son numérique dans le canal radiomobile : c'est l'exemple de ce canal que nous prenons, en n'omettant pas le fait que le modèle de ce canal peut aussi s'appliquer à d'autres canaux très perturbés.

Le signal émis sous forme d'onde subit de nombreuses réflexions, en particulier en milieu urbain et le récepteur reçoit une série d'échos de provenances diverses et imprévisibles. Ces échos d'amplitudes variables introduisent de retards variables.

1.1 modèle simplifié

Considérons un modèle simple de canal à l'issue duquel le récepteur reçoit la somme du signal émis et de signaux ayant subi des échos donc retardés de τ_i d'amplitude h_i .

La réponse impulsionnelle s'écrit :

$$h(t) = \sum_i h_i \delta(t - \tau_i)$$

Sa fonction de transfert est donc :

$$H(f) = \sum_i h_i e^{-2j\pi f \tau_i}$$

Prenons l'exemple encore plus simple de 2 trajets, le direct et un retardé de τ .

$$h(t) = 1 + \alpha \delta(t - \tau) \text{ et } |H(f)|^2 = 1 + \alpha^2 + 2\alpha \cos 2\pi f \tau$$

La fonction de transfert a l'allure suivante :

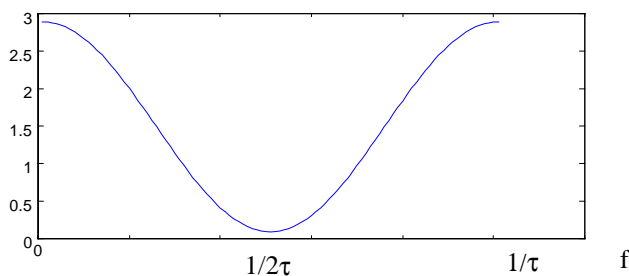


Figure 1 : fonction de transfert d'un canal comportant un retard

On remarque que la fonction de transfert comporte des zones où le signal sera amplifié ($H(f) > 1$) et des zones où le signal sera très affaibli ($H(f) < 1$) (zone d'évanouissement ou « fading »). Sa période de variation est de l'ordre de $1/\tau$, τ étant l'étalement des retards.

Suivant la valeur de la bande occupée B par le signal, deux cas peuvent se présenter :

- $B \ll 1/\tau$: $H(f)$ peut être considéré constant sur la bande B : le signal ne subit pas de distorsion, mais il peut être très affaibli si la fréquence de modulation se situe près de $1/2\tau$ (les signaux issus du trajet direct et du trajet retardé sont en opposition de phase). Mais il peut aussi être amplifié (signaux en phase).

- $B \gg 1/\tau$: $H(f)$ n'est pas constant sur la bande de fréquence et le signal subit des distorsions qu'il faut corriger à l'aide d'un égaliseur.

1.2 canal multitrajet

De façon générale, supposons que le signal émis s'écrive :

$$s(t) = \text{Re}[s_1(t).e^{2j\pi f_c t}] \quad f_c \text{ étant la fréquence porteuse.}$$

Le signal reçu est la somme des signaux issus des différents chemins :

$$x(t) = \sum \alpha_n(t) s(t - \tau_n(t))$$

Chaque chemin provoque une atténuation α_n et un retard τ_n qui varient en fonction du temps. Le signal $x(t)$ peut aussi s'écrire :

$$x(t) = \text{Re} \left\{ \sum [\alpha_n(t).e^{-2j\pi f_c \tau_n(t)} s_1(t - \tau_n(t))] e^{2j\pi f_c t} \right\}$$

L'expression entre crochets montre que le signal en bande de base subit des atténuations α_n , des retards τ_n et des déphasages $-2j\pi f_c \tau_n$ qui dépendent tous du temps.

A partir de cette formule on peut définir la fonction de transfert en bande de base :

$$c(t, \tau) = \sum \alpha_n(t).e^{-2j\pi f_c \tau_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t))$$

- **Effet des retards supposés indépendants du temps :**

C'est une généralisation de ce qui a été présenté au § 1.1. Le signal $x(t)$ est :

$$x(t) = \sum \alpha_n s(t - \tau_n)$$

et la fonction de transfert en bande de base c ne dépend plus du temps :

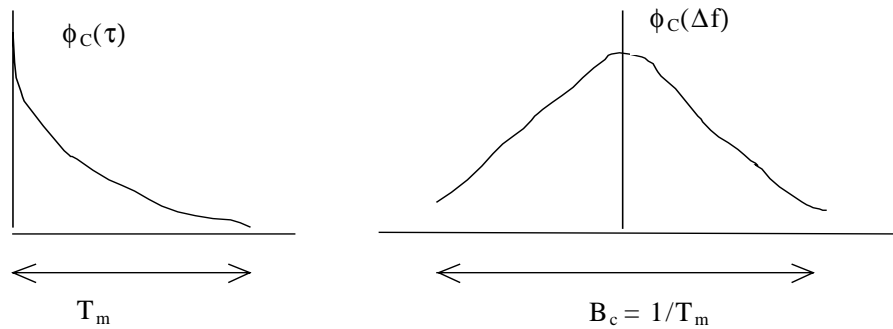
$$c(\tau) = \sum \alpha_n . e^{-2j\pi f_c \tau_n} \delta(\tau - \tau_n)$$

Notons que le signal reçu est **convolué** par une fonction dépendant des retards : ici la convolution est discrète, mais on peut modéliser le canal par une distribution continue de retards.

Soit T_m le plus grand des retards appelé étalement des retards.

La fonction de corrélation de c représente la puissance moyenne d'un signal impulsionnel dans le canal. Sa variation $\phi_c(\tau)$ en fonction de τ donne le profil des intensités créées par les retards dus aux multichemins et le retard maximum T_m .

La transformée de Fourier de la fonction de corrélation de c donne la bande de cohérence spectrale.



Si la largeur de bande du signal Δf est inférieure à B_c la bande de cohérence, l'amplitude du signal est peu affectée, considérant que la fonction de transfert est quasiment constante.

Si la largeur de bande du signal Δf est supérieure à B_c , certaines composantes spectrales du signal seront affaiblies et le signal subira des distorsions. Le canal est sélectif en fréquence.

Prenons un signal composé de symboles émis avec une période T .

Si la durée des symboles est grande devant T_m , les symboles sont reçus sans interférences.

Si la durée des symboles est petite devant T_m , les symboles interfèrent entre eux.

- **Effets de la variation des caractéristiques du canal avec le temps : effet Doppler.**

Pour simplifier, on considère un canal n'introduisant qu'un retard τ . Pour ce retard, la formule donnant le signal reçu $x(t)$ pour $\tau=0$ par exemple est :

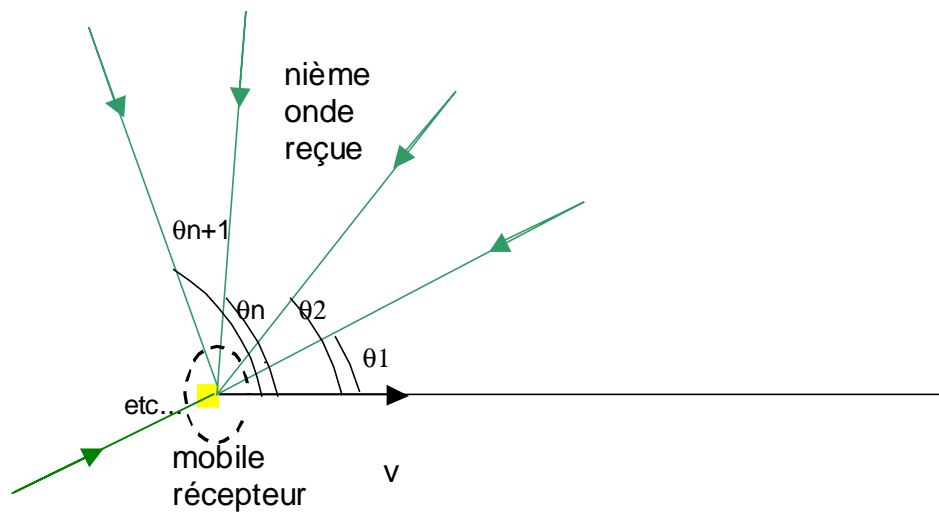
$x(t)=\alpha(t)s(t)$ ou $x(t)=\text{Re}\{\alpha(t)s(t)\}$ si $\alpha(t)$ est défini par un complexe c'est-à-dire que le signal reçu subit une atténuation et un déphasage.

Notons que le signal reçu est **multiplié** par une fonction dépendant du temps.

La fonction de transfert en bande de base est donc :

$$c(t,\tau)=\alpha(t).\delta(\tau).$$

Ce cas se présente couramment pour un récepteur mobile : l'onde reçue subit **l'effet Doppler** et la fréquence de la porteuse est décalée d'une valeur dépendant de la vitesse du mobile et de l'angle de réception.



Supposons que le mobile se déplace à la vitesse v et qu'il reçoive les ondes issues d'un même signal dans toutes les directions possibles θ_n c'est-à-dire que le canal est dispersif. L'onde reçue dans la direction θ_n subit un décalage de fréquence égal à $f_c \frac{v}{c} \cos \theta_n$ et le signal reçu par

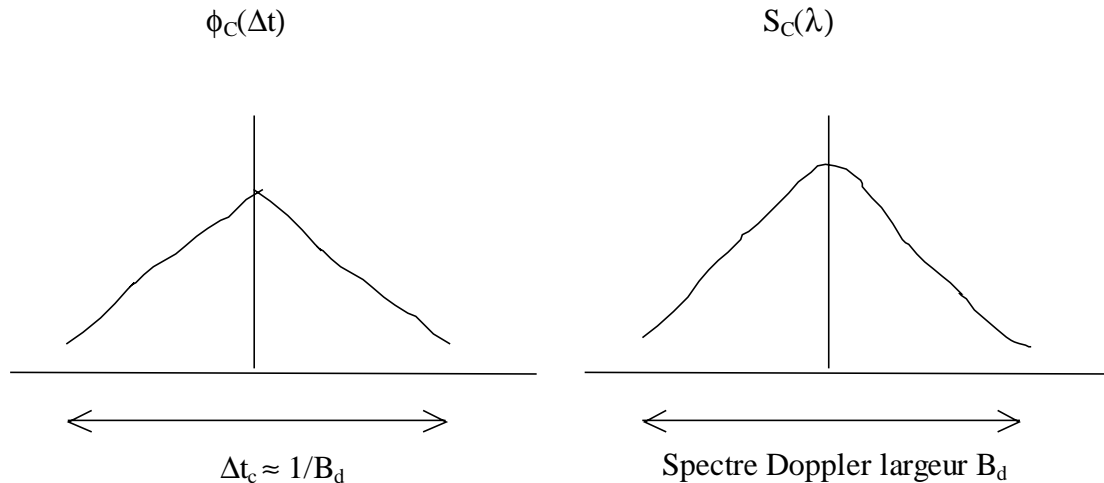
le mobile est la somme de toutes ces ondes : il subit une variation d'amplitude et un déphasage qui se modéliseront par une amplitude et une phase aléatoires de l'expression de $\alpha(t)$. On peut considérer que le nombre d'ondes reçues est très grand et que donc le théorème de la limite centrale s'applique. En supposant que les directions d'arrivée des ondes sont aléatoirement distribuées suivant une loi uniforme, on peut montrer que l'amplitude est une fonction de Rayleigh : la probabilité de $|\alpha(t)|$ s'écrit :

$$p(|\alpha(t)|) = \frac{|\alpha|}{\sigma^2} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2\sigma^2}}.$$

Souvent, on peut modéliser un canal variant dans le temps par une fonction du canal en bande de base multiplicative aléatoire suivant une loi de Rayleigh déduite d'un effet Doppler (canal de Rayleigh).

On peut tracer le spectre de puissance Doppler du canal $S_c(\lambda)$ (λ représente la variation de la fréquence porteuse du signal) qui a l'allure d'un élargissement Doppler. Le spectre Doppler montre alors la variation de la fréquence porteuse.

Sa transformée de Fourier inverse $\phi_C(\Delta t)$ montre la variation en fonction du temps de la puissance due à un retard .



Si le canal ne varie pas dans le temps, $\phi_C(\Delta t)$ reste constant, sa transformée de Fourier $S_C(\lambda)$ est un Dirac, B_d est nul et la fréquence porteuse reste constante.

Si la période T des signaux émis est grande devant le temps de cohérence $\Delta t_c \approx 1/B_d$, on observera un affaiblissement de ces signaux.

Si la période T des signaux émis est petite devant le temps de cohérence $\Delta t_c \approx 1/B_d$, le canal pourra être considéré comme invariant dans le temps.

En général, les deux phénomènes décrits sont présents : multiretard et effet Doppler.

2 Introduction aux modulations multiporteuses.

Les techniques qu'on appelle multiporteuses consistent à transmettre des données numériques en les modulant sur un grand nombre de porteuses en même temps. Ce sont des techniques de multiplexage en fréquence qui existent depuis longtemps. Le regain d'intérêt actuel réside dans l'amélioration apportée pour augmenter l'efficacité spectrale en orthogonalisant les porteuses ce qui permet d'implémenter la modulation et la démodulation à l'aide de circuits performants de transformée de Fourier rapide.

Le multiplexage en fréquence est bénéfique pour les transmissions dans des canaux sélectifs en fréquence qui comportent des trajets multiples. C'est pourquoi on trouve cette technique dans les normes de diffusion du son numérique dans des mobiles (DAB Digital Audio Broadcasting), de télévision numérique terrestre (DVB-T Digital Video Broadcasting terrestrial), de communications numériques hauts débits (ADSL Asynchronous Digital Subscriber Line) sur la boucle locale téléphonique, ainsi que dans l'étude des normes de communications pour réseaux locaux à l'intérieur des bâtiments (Hiperlan 2 BRAN). Suivant les applications, cette technique se nomme OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) ou MTC (Multi-Tone Channel).

3 Principe des modulations multiporteuses.

Le principe est de transmettre des données numériques en parallèle modulées sur un grand nombre de porteuses à bas débit.

Dans un système conventionnel de transmission de données en série, les symboles sont transmis séquentiellement : le spectre de chaque donnée est autorisé à occuper toute la bande passante disponible.

3.1 Principe de la modulation

Le principe du multiplexage en fréquence est de grouper des données numériques par paquets de N , qu'on appellera symbole OFDM et de moduler par chaque donnée une porteuse différente en même temps.

Considérons une séquence de N données c_0, c_1, \dots, c_{N-1}

Appelons T_s la durée symbole c'est-à-dire le temps qui sépare 2 séquences de N données.

Chaque donnée c_k module un signal à la fréquence f_k .

Le signal individuel s'écrit sous forme complexe : $c_k e^{2j\pi f_k t}$

Le signal $s(t)$ total correspondant à toutes les données d'un symbole OFDM est la somme des

signaux individuels : $s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi f_k t}$

Le multiplexage est orthogonal si l'espace entre les fréquences est $1/T_s$.

Alors $f_k = f_0 + \frac{k}{T_s}$ et $s(t) = e^{2j\pi f_0 t} \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi \frac{kt}{T_s}}$.

Voici le schéma de principe de la modulation.

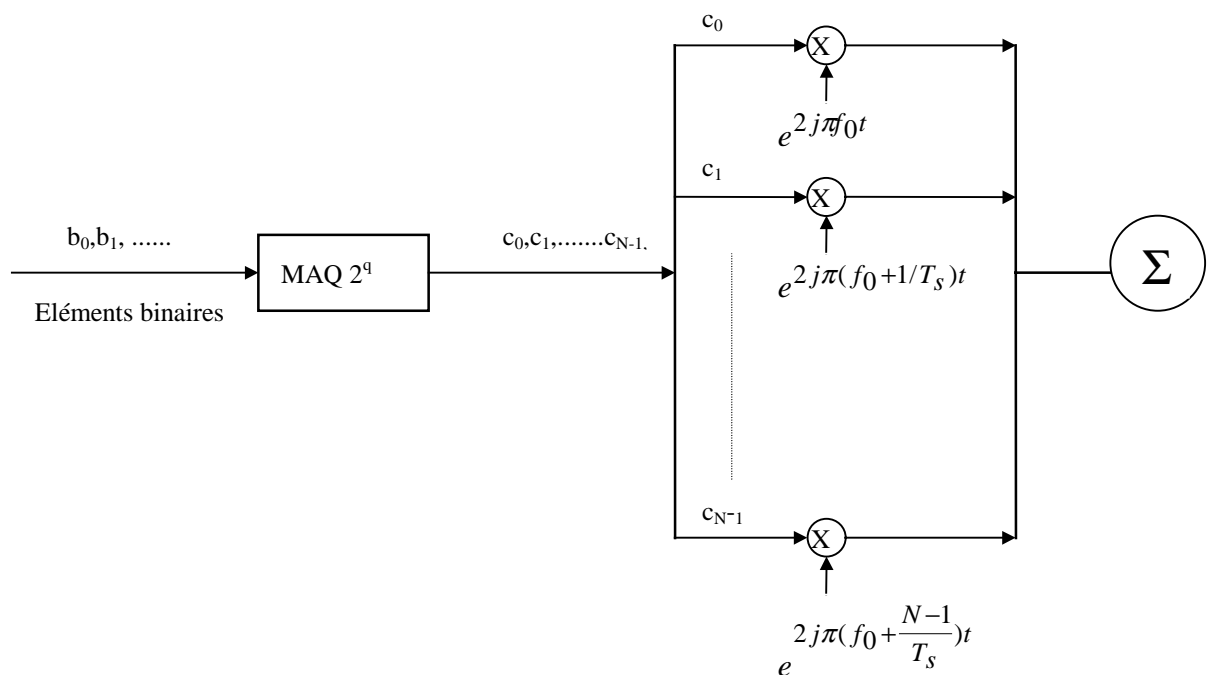


Figure 2 : schéma de principe d'un modulateur

Plus précisément les données numériques c_k sont des nombres complexes définis à partir d'éléments binaires par une constellation (mapping) de modulation d'amplitude en quadrature MAQ à plusieurs états (4, 16, 64, de façon générale à 2^q états). Ces données sont des symboles q -aires formés par groupement de q bits. On les appelle symboles numériques. Il ne faut pas les confondre avec le symbole OFDM qui est un regroupement de N symboles numériques sur N porteuses.

De l'équation 1., on peut déduire l'expression réelle du signal :

si $c_k = a_k + jb_k$

$$S(t) = \text{Re}(s(t)) = \sum_{k=0}^{N-1} (a_k + jb_k) e^{2j\pi f_0 + \frac{k}{T_s} t} = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \cos(2\pi f_0 + \frac{k}{T_s} t) - b_k \sin(2\pi f_0 + \frac{k}{T_s} t)$$

D'après l'expression du signal et la figure 2, le modulateur ainsi que le démodulateur devrait comporter N modulateurs individuels.

Pourquoi « orthogonal » ?

Nous allons déterminer le spectre du signal OFDM.

Chaque porteuse modulant une donnée pendant une fenêtre de durée T_s , son spectre est la transformée de Fourier de la fenêtre...

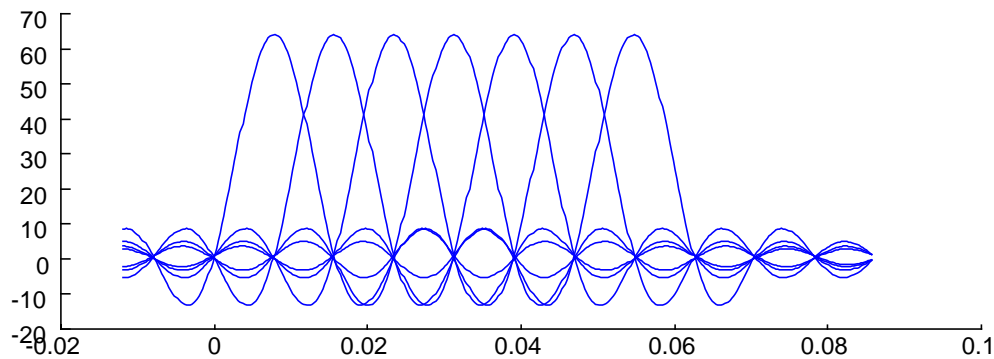


Figure 3 : Spectres des différentes porteuses

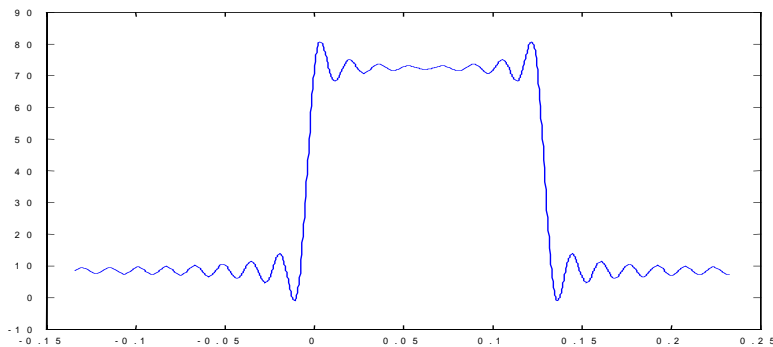


Figure 4 : Spectre du signal OFDM pour 8 porteuses

...Et le spectre total est la somme des spectres individuels.

La figure 3 montre que l'espace entre chaque sous-porteuse $1/T_s$ permet, lorsque le spectre d'une sous-porteuse est maximal, d'annuler le spectre de toutes les autres : c'est la condition d'orthogonalité. (Orthogonal de OFDM).

Cette condition d'orthogonalité permet d'avoir un recouvrement entre les spectres des différentes sous-porteuses, et malgré ceci d'éviter les interférences entre sous-porteuses si l'échantillonnage est fait précisément à la fréquence d'une sous-porteuse.

La figure 4 montre qu'alors, la bande en fréquence est occupée de façon optimum, puisque le spectre est presque plat dans cette bande. La bande occupée est à peu près $B=N/T_s$ (en

excluant les lobes secondaires de part et d'autre de la bande), chaque sous-porteuse occupant à peu près $1/T_s$.

Remarque : Si le symbole c_k transporte q bits, le débit total est (nombre de bits par seconde) $qN/T_s = qB$. Pour une largeur de bande utilisée, le débit ne dépend pas de la durée des symboles ni du nombre de porteuses. Si on augmente la durée des symboles T_s , le spectre de chaque porteuse $1/T_s$ devient plus étroit et on peut augmenter le nombre de porteuses.

La réalisation suivant le schéma de principe nécessiterait N modulateurs. Mais l'expression mathématique du signal 1. montre qu'on peut le considérer comme la transformée de Fourier inverse des symboles numériques c_k .

Le principe de la démodulation dépend des perturbations subies par le signal après son passage dans le canal. Les modulations multi-porteuses sont particulièrement utiles pour des canaux comportants des échos multiples.

En effet, pour l'OFDM, la bande de fréquence totale B est divisée en N sous-bandes $B_k \ll B_c$, mais la bande totale utilisée $B = N B_k$ peut être $\gg B_c$, donc chaque sous-porteuse voit un canal constant mais parmi toutes les sous-porteuses, certaines sont affaiblies d'autres amplifiées.

De même chaque signal d'une sous-porteuse donnée est émis idéalement pendant la période symbole OFDM T_s doit être $\ll 1/B_d$ pour que sur chaque sous-porteuse le canal soit considéré comme invariant dans le temps. Par contre, il peut varier sur plusieurs symboles.

3.2 Principe de la démodulation

Le signal parvenant au récepteur s'écrit, sur une durée symbole T_s :

$$y(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k H_k(t) e^{2j\pi(f_0 + \frac{k}{T_s})t} \quad 3.$$

$H_k(t)$ est la fonction de transfert du canal autour de la fréquence f_k et au temps t . Cette fonction varie lentement et on peut la supposer constante sur la période T_s ($T_s \ll 1/B_d$).

La démodulation classique consisterait à démoduler le signal suivant les N sous-porteuses suivant le schéma classique.

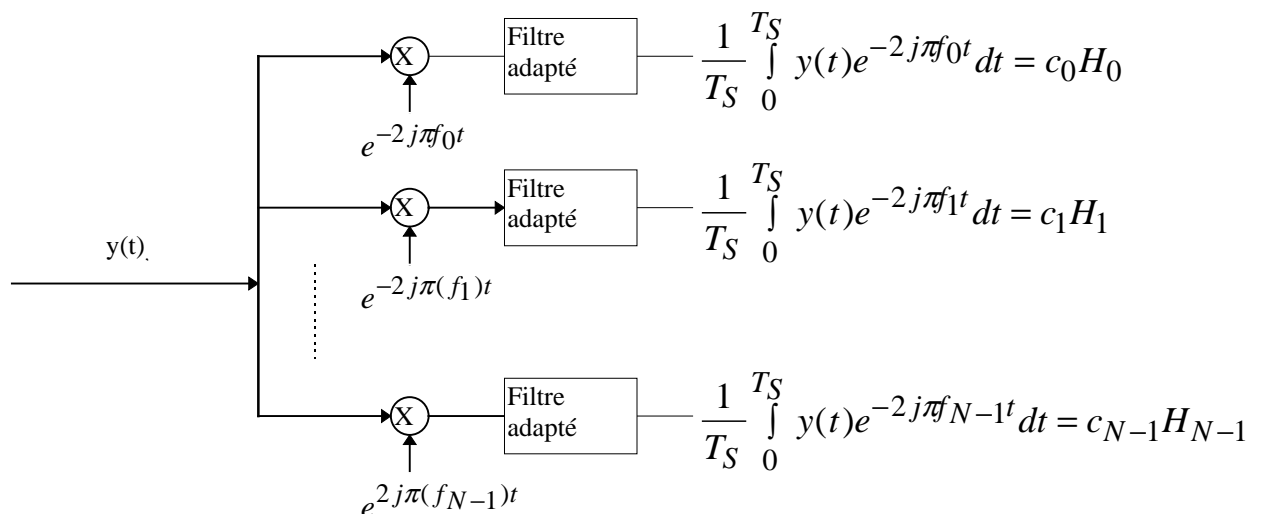


Figure 5 : Schéma de principe du modulateur OFDM

La condition d'orthogonalité nous montre que :

$$\frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} y(t) e^{-2j\pi f_i t} dt = \frac{1}{T_S} \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^{T_S} c_k H_k e^{2j\pi(k-i)\frac{t}{T_S}} dt = c_i H_i \quad 4.$$

parce que $\frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} e^{2j\pi(k-i)\frac{t}{T_S}} dt = 0$ si $k \neq i$, 1 si $k = i$

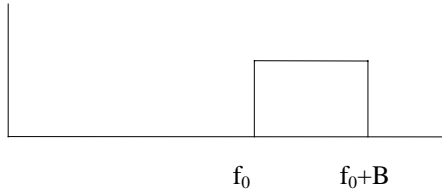
En pratique, comme pour la modulation, on remarque que la démodulation peut être réalisée par une transformée de Fourier.

4 Principes du modulateur et du démodulateur utilisant les transformées de Fourier discrètes

Pour discrétiser, il faut choisir une fréquence d'échantillonnage.

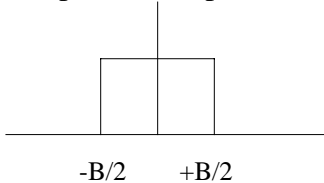
Voyons comment la démodulation impose cette fréquence :

Le signal occupe la bande passante B autour de la fréquence d'échantillonnage f_0 comme le montre le schéma suivant :



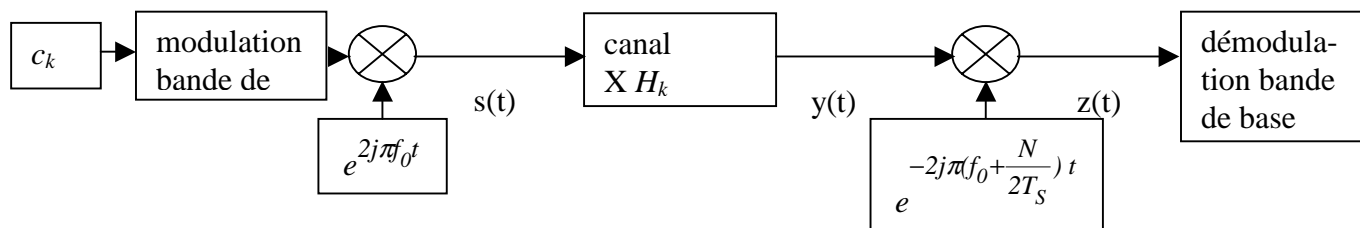
Pour démoduler, on va d'abord transposer le signal en bande de base, donc effectuer une translation de $f_0+B/2$, fréquence médiane de la bande.

Le spectre occupera la bande $[-B/2, B/2]$, comme on le voit sur le schéma suivant :



La bande passante du signal étant $B/2 = N/2T_S$, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure ou égale à $2B/2$ soit N/T_S . L'échantillonnage se fera aux temps $t_n = nT_S/N$

La chaîne de transmission est schématiquement la suivante :



Le signal reçu en bande de base après le décalage en fréquence de $f_0+B/2$ s'écrit alors :

$$z(t) = y(t) e^{-2j\pi(f_0 + \frac{N}{2T_S})t} = \sum_{k=0}^{N-1} c_k H_k e^{2j\pi \frac{k-N}{T_S} t} \quad \text{Puis après échantillonnage,}$$

$$z(t_n) = z(nT_S/N) = z_n = (-1)^n \sum_{k=0}^{N-1} c_k H_k e^{2j\pi \frac{kn}{N}} \quad 5.$$

On voit que z_n est la Transformée de Fourier discrète inverse de $c_k H_k$, la démodulation consiste donc à effectuer une Transformée de Fourier directe discrète.

L'intérêt de cette discrétisation est qu'on peut réaliser ces transformées de Fourier à l'aide d'algorithmes de FFT (direct) et IFFT (inverse).

Le schéma de principes du démodulateur se simplifie :

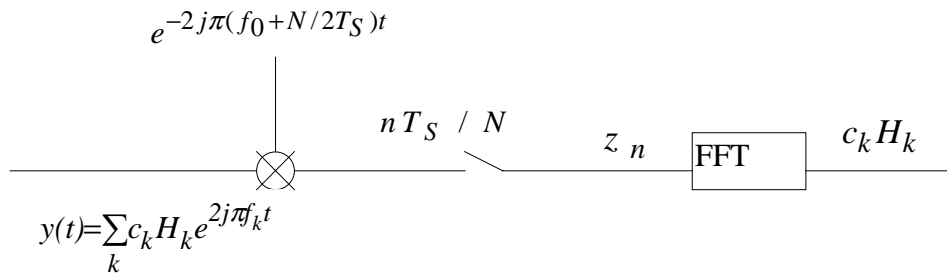
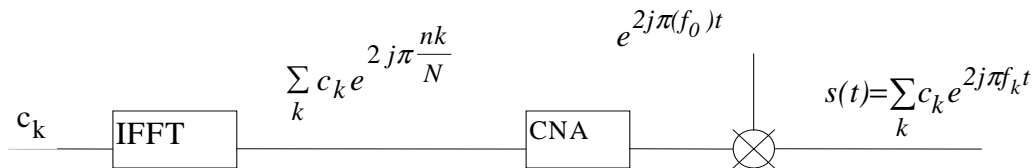


Figure 6 : Démodulateur utilisant la FFT

Si on pose que le signal modulé en bande de base $s(t)$ est lui aussi discrétisé, les échantillons s_n s'écrivent :

$$s_n = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi \frac{kn}{N}} \quad 6.$$

Le schéma de principe du modulateur est le suivant :



Physiquement, les symboles numériques c_k sont les données dans l'espace fréquentiel, les échantillons du signal s_n sont les données dans l'espace temporel puisqu'on passe des premières aux secondes par une transformée de Fourier inverse.

Le spectre du signal OFDM est formé des c_k placés aux fréquences f_k , autour de ces données le spectre s'élargit suivant un sinus cardinal à cause du spectre de la fenêtre temporelle T_S .

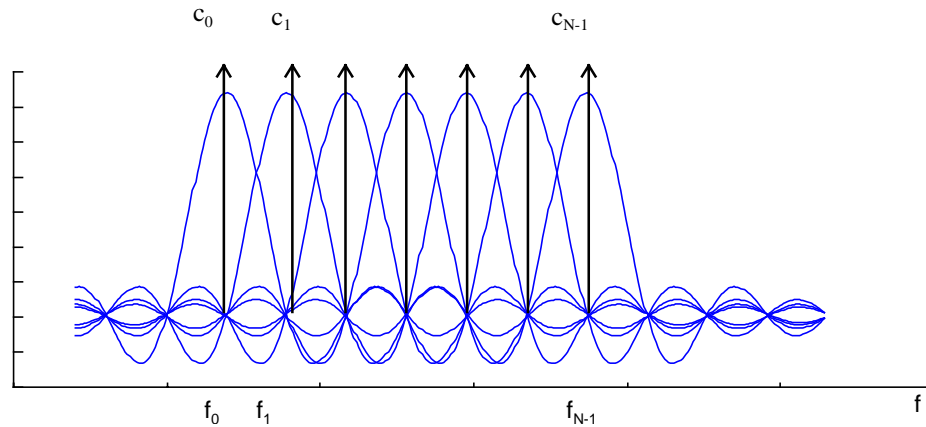
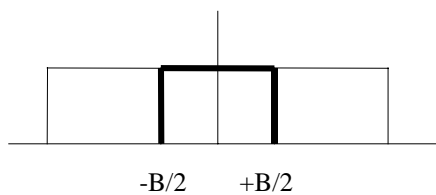


Figure 7 : Spectre du signal OFDM

Remarque :- la période d'échantillonnage est la durée des symboles numériques issus de la constellation.

- revenons sur l'échantillonnage à la démodulation :

Le spectre après échantillonnage est le suivant (la fréquence d'échantillonnage est B bande occupée par le signal OFDM) :



Repliement de spectre dû à l'échantillonnage
à la fréquence B

Pour être certain de ne pas avoir de repliement de spectre, on peut « annuler » les porteuses proches des extrémités de la bande passante. Il y a en réalité un peu moins de porteuses transmises que N.

On peut aussi filtrer le signal par un filtre de Nyquist.

On peut aussi suréchantillonner.

5 Problème des interférences entre symboles : intervalle de garde.

Comme nous l'avons vu, les symboles subissent des échos et un symbole émis parvient au récepteur sous forme de plusieurs symboles atténués et retardés. Un symbole émis lors d'une période iT_s peut se superposer à un écho provenant du symbole émis à la période $(i-1)T_s$. Il se produit alors des interférences.

Pour éviter ces interférences, on ajoute un intervalle de garde d'une durée Δ . Chaque symbole est précédé par une extension périodique du signal lui-même. La durée du symbole totale transmis est alors $T = T_s + \Delta$. Pour que les interférences soient éliminées, il faut que l'intervalle de garde soit plus grand que le plus grand des retards T_m qui apparaissent dans le canal.

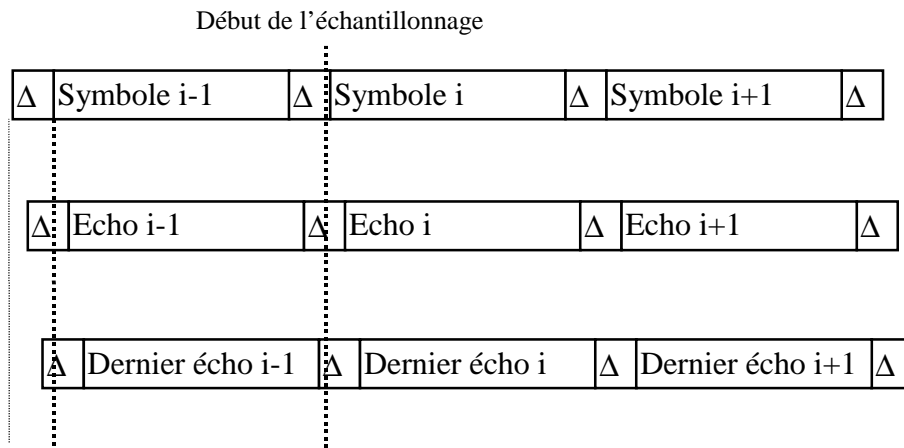


Figure 8 : Intervalle de garde

On voit sur cette figure que si l'échantillonnage est fait au début du symbole reçu i , l'écho le plus retardé du symbole $i-1$ ne sera pas encore reçu. Mais la modulation OFDM tire partie des échos (nous approfondirons ce point plus tard), il faut donc que le récepteur reçoivent les signaux provenant de tous les échos (ici au temps i) ce qui implique que le signal soit prolongé pendant les intervalles de garde précédant le symbole i .

Le débit qui était qN/T_S bits/s diminue et devient $qN/(T_S+\Delta)$. L'intérêt de la technique OFDM est que la durée d'un symbole OFDM contenant N symboles numériques peut être grande. Si le nombre de porteuses est assez grand permettant une durée symbole T_S assez longue devant l'intervalle de garde Δ , le débit n'est que peu réduit.

Voyons les données que doit contenir l'intervalle de garde :-

Puisque la durée d'émission des symboles est $T=T_S+\Delta$, le nombre d'échantillons temporels augmente et devient $N_{\text{total}}=N+N_\Delta$.

On prend : $s_n = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi \frac{kn}{N}}$ pour $-N_\Delta \leq n \leq N-1$.

Ceci consiste à :

- calculer les N échantillons de la TF^{-1} des N échantillons c_k $s_n = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi \frac{kn}{N}}$ pour $0 \leq n \leq N-1$

- recopier devant les $N-N_\Delta$ derniers échantillons précédemment calculés puisque :

$s_{n+N}=s_n$ alors, s_n pour $-N_\Delta \leq n \leq -1 = s_n$ pour $0 \leq n \leq N-1$



intervalle de
garde
préfixe cyclique

symbole initial

Après convolution par la fonction de transfert du canal, on obtient :

$$z_n = \sum_{l=0}^{N_{\Delta}-1} h(l) s_{n-l}, \text{ en supposant que la longueur temporelle du canal est inférieure ou égale}$$

à Δ (ici, on considère qu'elle est égale à Δ , si elle est inférieure on complète par des échantillons nuls).

La démodulation consiste à effectuer la transformée de Fourier discrète des N derniers échantillons et donc « laisse tomber » l'intervalle de garde ou le préfixe cyclique : elle fournit des échantillons Γ_k :

$$\Gamma_k = \sum_{n=0}^{N-1} z_n e^{-2j\pi \frac{kn}{N}} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N_{\Delta}-1} h(l) s_{n-l} e^{-2j\pi \frac{kn}{N}} = \sum_{l=0}^{N_{\Delta}-1} h(l) e^{-2j\pi \frac{kl}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} s_{n-l} e^{-2j\pi \frac{k(n-l)}{N}}$$

$$\Gamma_k = \sum_{l=0}^{N_{\Delta}-1} h(l) e^{-2j\pi \frac{kl}{N}} \sum_{n'=-l}^{N-l-1} s_{n'} e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}}$$

$$\Gamma_k = \sum_{l=0}^{N_{\Delta}-1} h(l) e^{-2j\pi \frac{kl}{N}} \left\{ \sum_{n'=-l}^{N-l-1} s_{n'} e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}} + \sum_{n'=-l}^{N-l-1} s_{n'} e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}} \right\}$$

Le premier terme dans l'accolade correspond à la modification des échantillons à l'intérieur de l'intervalle de garde, le second à la modification des échantillons dans le symbole proprement dit.

$$\text{Comme } s_{n'+N} = s_{n'}, \text{ et que } e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}} = e^{-2j\pi \frac{k(n'+N)}{N}}$$

$$s_{n'} e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}} \text{ pour } -l \leq n' \leq -1 = s_{n'} e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}} \text{ pour } N-l \leq n' \leq N-1$$

Le résultat de la démodulation est finalement :

$$\Gamma_k = \sum_{l=0}^{N_{\Delta}-1} h(l) e^{-2j\pi \frac{kl}{N}} \sum_{n'=0}^{N-1} s_{n'} e^{-2j\pi \frac{kn'}{N}} = H_k C_k \quad 7..$$

Donc pour retrouver les données émises, ils »suffit » de diviser les données démodulées par la valeur de la fonction de transfert du canal en fonction de la fréquence.

Ceci n'est vrai que parce que l'intervalle de garde dure plus longtemps que la fonction du canal et qu'il est constitué du préfixe cyclique.

En pratique si on prend l'exemple de la diffusion du son (DAB) urbaine, les retards sont étalés au maximum de quelques μs , et l'intervalle de garde sera au maximum le quart de la durée symbole utile.

Dans cet exemple $\Delta=64\mu s$, $T_S=4 \Delta=256\mu s$, $T=T_S+\Delta=5\Delta=320\mu s$.

Si la bande passante allouée est 2MHz, Le nombre de porteuses N sera : $N=BT_S=512$.

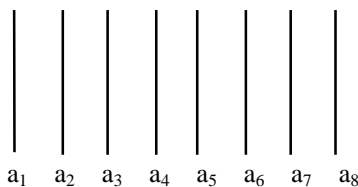
6 Codage de l'OFDM

L'équation 7 montre que le signal démodulé fournit les valeurs des données émises multipliées par la valeur de la fonction de transfert du canal prise pour la fréquence de modulation de la donnée $c_k H_k$.

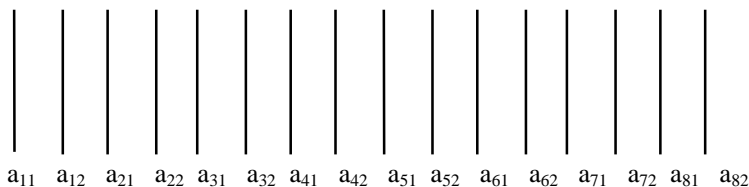
La fonction de transfert admet des maxima et des minima. Le principe de l'OFDM est d'utiliser une bande passante plus grande que la bande de cohérence $B_c = 1/T_m$. Mais chaque porteuse n'utilise qu'une partie de cette bande plus petite que $1/T_m$. Donc pour certaines fréquences, les données seront très atténuées et perdues dans le bruit. Pour diminuer le nombre d'erreurs à la réception, les symboles numériques sont codés avec un codage convolutif. Mais cela ne suffit pas puisque pour des symboles proches, la fonction de transfert étant très faible, elle provoquera des erreurs sur plusieurs symboles successives liées par le codage convolutif. Pour éviter la perte de ces symboles, on effectue après le codage un entrelacement des symboles de telle façon qu'une donnée perdue soit récupérée grâce à d'autres symboles liés par le codage et modulant des fréquences d'atténuation plus faible voire même d'amplification.

Ce principe est illustré sur la figure suivante :

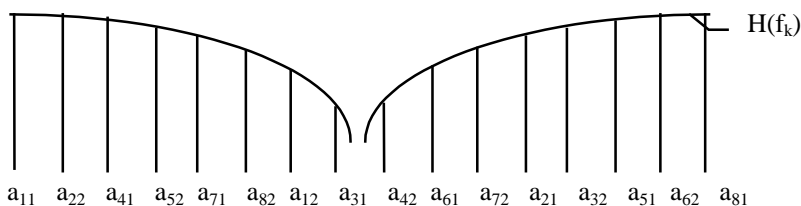
Données numériques avant codage



Codage convolutif de rendement $1/2$: chaque donnée indexée i produit 2 données indexées $i1$ et $i2$.



Entrelacement très simple : les indices $3i$, $3i+1$, $3i+2$ sont regroupés



Dans cet exemple, a_{31} et a_{42} sont très affaiblis, mais peuvent être retrouvés au décodage du code convolutif grâce a_{32} et a_{41} qui sont dans une zone d'amplification

Figure 9 : Principe simplifié de l'effet du codage et de l'entrelacement.

En réalité, un entrelacement temporel c'est-à-dire entre les symboles OFDM est aussi effectué puisque la fonction de transfert varie au cours du temps.

L'équation 7 montre aussi que pour retrouver les symboles initiaux, il faut diviser les symboles démodulés par la valeur de la fonction de transfert à la valeur de la fréquence de la sous-porteuse H_k . C'est encore un des avantages de l'OFDM : les symboles sont transformés lors du passage dans le canal par multiplication (transmission dans le domaine fréquentiel) alors que pour une transmission mono-porteuse, les symboles sont convolués par la fonction de transfert du canal, en réception, il suffit en multi-porteuse de diviser alors qu'en mono-porteuse, il faut inverser l'opération de convolution par une égalisation qui est plus compliquée à réaliser.

Mais il faut quand même connaître une estimation des échantillons H_k .

Dans la norme DVB-T les échantillons H_k sont calculés par le message reçu correspondant à une donnée connue pour certaines fréquences et à certaines périodes (ce sont les « pilots »). Les autres H_k sont calculés... par extrapolation.

7 Norme de diffusion de télévision Herztienne terrestre : ETS 300 744

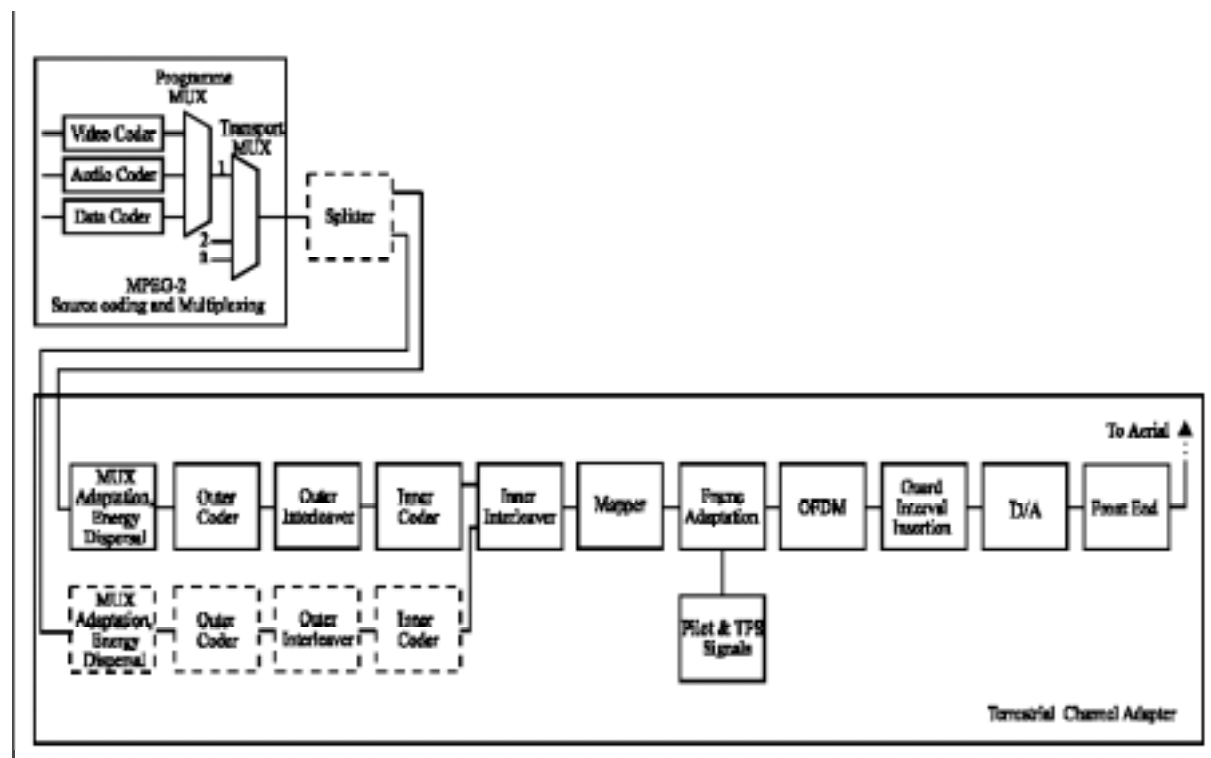


Diagramme du modulateur OFDM de la norme DVB-T

Le code externe (« outer ») est un code RS(204,188,t=8).

Le code interne (« inner ») est un code convolutionnel de rendement 1/2, ou poinçonné de rendement 2/3, 3/4, 5/6 ou 7/8.

2 possibilités : 8K (FFT 8192), 2K (FFT 2048)

Le nombre de porteuses est réduit pour simplifier le filtrage anti-repliement à la réception.

Paramètre

mode 8K

mode 2K

Nombre de porteuses	6816	1702
Durée du symbole utile	896 μ s	224 μ s
Intervalle de garde(Δ)	$T_s/4$, $T_s/8$, ou $T_s/32$	$T_s/4$, $T_s/8$, ou $T_s/32$
Espacement entre porteuses ($1/T_s$)	1116Hz	4464Hz
Ecart entre porteuses extrêmes	7,61 MHz	7,62 MHz
Modulation des porteuses	QPSK, 16-QAM, 64-QAM	QPSK, 16-QAM, 64-QAM

8 Bibliographie

- La Télévision Numérique MPEG1, MPEG2 et les principes du système européen DVB
Hervé Benoit Ed. Dunod
- Communications numériques
Alain Glavieux, Michel Joindot Ed Masson
- Digital Communications : fundamentals and applications
Bernard Sklar Ed Prentice Hall
- Le système DAB : Digital Audio Broadcasting
Pierre Combelles Poly Supélec 04650/..^a1993
- ETS 300 421 : Digital broadcasting systems for television, sound and data services ;
Framing structure, channel coding and modulation for 11/12 GHz services Dec 1994
- ETS 300 429 : Digital broadcasting systems for television, sound and data services ;
Framing structure, channel coding and modulation for cable system. Dec 1994
- ETS 300 744 : Digital broadcasting systems for television, sound and data services ;
Framing structure, channel coding and modulation for terrestrial television March 1997
- Orthogonal Frequency Division Multiplexing : A Multi-carrier Modulation Scheme
Y. Wu, W.Y.Zou IEE Trans. On Consumer Electronic Vol41, No3 August 1995 p392
- Transmission Techniques for Digital Terrestrial TV Broadcasting
H. Sari, G. Karam, I.JeanClaude IEEE Communications Magazine Feb 1995 p100
- Data Transmission by Frequency Division Multiplexing using the Discrete Fourier Transform
S.B.Weinstein, P.M.Hebert IEEE Trans. Comm. Technol. Vol 19 October 1971 p628
- Digital Sound Broadcasting to Mobile Receivers
B. Le Floch, R. Halbert-Lassalle, D Castelain IEEE Trans. On Consumer Electronics Vol35
No3 August 1989
- Digital Communications
John G. Proakis Ed. Mac Graw Hill