

**Capacité binaire, Délai de transmission, Taux d'erreurs binaires,
Contrôle d'erreurs**

Exercice 1. : Débit maximal d'un canal de transmission

Rappel :

La capacité maximale d'un canal de transmission numérique est la quantité d'information (en bits) pouvant être transmise par unité de temps (seconde). Il se mesure en bit/s et dépend des caractéristiques du support physique (bande passante, impédance) et/ou du signal (nombre de niveaux ou valence).

En 1924, un ingénieur suédois, Henry Nyquist, développa une formule pour exprimer la capacité maximale d'un canal **parfait** et de bande passante **finie** W . D'après Nyquist, le débit binaire maximal d'un canal non bruité de bande passante H , devant transmettre un signal composé de V niveaux discrets significatifs (appelé Valence du signal) est de :

(1) **Théo. de Nyquist** **débit binaire maximal (parfait) = $C = 2 \cdot W \cdot \log_2 V$** (en bit/s)

En 1948, un ingénieur anglais, Claude Shannon, reprenait les travaux de Nyquist pour les étendre à des canaux soumis à des erreurs (aussi appelé bruit). Le rapport signal-sur-bruit (SNR) est un indicateur de la qualité de la transmission d'une information sur un canal bruité. C'est le rapport des puissances entre :

- le signal d'amplitude maximale (S), déterminée par la valeur maximale admissible pour que les distorsions du signal restent à une valeur admissible (par exemple 1%);
- le bruit de fond (N), information non significative correspondant en général au signal présent à la sortie du dispositif en l'absence d'une information à l'entrée.

Ce rapport signal-sur-bruit (SNR) est exprimé en fonction de l'atténuation du signal (S/N) et est mesuré en décibels (dB) selon la formule (2) suivante où :

- S représente le niveau du Signal,
- N représente le niveau du bruit et
- S/N représente l'atténuation du signal S en fonction du bruit N :

(2) **Rapport signal-bruit = $SNR = 10 \cdot \log_{10} (S/N)$** (en dB)

pour rappels (3) **$\log_2 (X) = \log_{10} X / \log_{10} 2$**

(4) **$a^{\log_a (X)} = X$**

D'après Shannon, le débit binaire d'information maximale transmissible sur un canal **bruité** de rapport signal-sur-bruit SNR (en dB) et d'atténuation du signal (S/N), de bande passante **finie** W (en Hz), et quel que soit le nombre de niveaux (Valence) du signal à émettre, est :

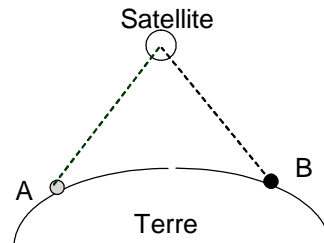
(5) **Théo. de Shannon** **débit binaire maximal (bruité) = $C = W \cdot \log_2 (1 + S/N)$** (en bit/s)

où S est le niveau du signal et N est le niveau du bruit et W la bande passante du canal.

- Soit un canal sans bruit de bande passante 4 KHz. Quel sera le débit maximal C sur ce canal si l'on transmet un signal binaire à 2 états (Valence $V=2$) ?
- Les canaux de télévision ont une largeur de bande de 6 MHz. Combien de bits par secondes peuvent être transmis si on utilise des signaux numériques à 4 niveaux ? On supposera que le canal est sans bruit.
- Déterminer l'atténuation du signal (S/N) correspondant aux rapports signal-bruit suivants SNR : 3 dB, puis 10 dB.
- Si un signal binaire à 2 états (Valence $V = 2$) est envoyé sur un canal à 4 KHz, dont le rapport signal-sur-bruit SNR est de 3 dB, quel sera le débit maximum sur ce canal bruité ? Comparer avec a).

Exercice 2. Délais de transmission

Pour transmettre des messages entre deux terminaux A et B, on utilise un satellite géostationnaire situé à 36 000 km de la terre. La vitesse de propagation est prise égale à 240 000 km/s. On supposera que les messages font 1 kbits chacun, et que le débit binaire de la liaison est de 50 Kbit/s.



- Calculer le Temps d'émission (T_e, m) d'un message sur la liaison. Dépend-il de la taille du message ?
- Calculer le Temps de propagation (T_p, m) terre-satellite-terre d'un message. Dépend-il de la taille du message ?
- Calculer maintenant le Temps de transmission total (T_t) d'un message de A vers B.
- La liaison satellite étant soumise à des erreurs de communication, A décide d'envoyer un message vers B et d'attendre que B acquitte ce message pour transmettre le message suivant. On supposera que la longueur d'un message d'acquiescement est égale à 100 bits. Calculer le Temps de transmission total (T_t') pour la transmission du message (m) et de son acquiescement (ack). On supposera qu'il n'y a pas eu d'erreurs.
- Calculer le taux d'utilisation de la liaison, aussi appelé Efficacité (E) c'est-à-dire le rapport du Tps d'émission effectif du message (T_e, m) sur le Temps de Transmission « total » du message et de son acquiescement (T_t').

Exercice 3. : Taux d'erreurs binaires

Rappel :

Une liaison est caractérisée par son taux d'erreurs binaires (T_e) appelé BER pour Bit Error Rate en anglais. Ce taux d'erreurs est exprimé par le rapport entre le nombre d'informations (bits) erronées et le nombre d'informations (bits) transmises. Soit, $T_e = \text{Nb de bits erronés} / \text{Nb de bits transmis}$.

- Si « T_e » est la probabilité pour qu'un bit soit erroné, quelle est la probabilité de recevoir un bit correct ? la probabilité de recevoir N bits corrects ?
- Dans l'alphabet CCITT n°5, le mot « OSI », se code par les trois caractères de 7 bits suivants :
« O » : 1001111 ; « S » : 1010011 ; « I » : 1000011.
On supposera que le récepteur reçoit la suite de bits suivante :
« 1001011 1010101 1000011 ». Quel est le taux d'erreurs « T_e » du canal ?

Exercice 4. : Détection des erreurs par bits de parité

Rappel :

Pour détecter des erreurs lors des transmissions, il est courant d'introduire des informations complémentaires au message à envoyer, appelées codes de parité verticale et longitudinale :

VRC : (Vertical Redundancy Check) : à chaque caractère, on ajoute un bit appelé « bit de redondance verticale » ou « bit de parité », tel que le nombre de bits, à 1, à transmettre, soit pair (parité PAIRE) ou impair (parité IMPAIRE).

LRC : (Longitudinal Redundancy Check) : à chaque bloc de caractères, on ajoute un champ de contrôle supplémentaire construit de la façon suivante : On ajoute à chaque colonne (bits de parité VRC inclus), un bit de parité calculé de la même façon que VRC.

- Dans l'alphabet CCITT n°5, le mot « OSI », se code par les trois caractères de 7 bits suivants :
« O » : 1001111 ; « S » : 1010011 ; « I » : 1000011.

Donner le mot de code sur 8 bits associé à chaque caractère LRC, puis le VRC correspondant en utilisant une parité PAIRE.

b) Même question que précédemment en utilisant une parité IMPAIRE.