

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «Санкт-Петербургский национальный исследовательский
университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ
ТЕХНИКИ

Курсовая работа (часть 2)

по дисциплине

«Дискретная математика»

Вариант № 95

Выполнил:

Студент группы Р3116

Билошицкий Михаил Владимирович

Преподаватель:

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2023

Задание

Операция: $C = A * B$

Входных переменных: 5

Выходных переменных: 5

Разрядность A : 3

Разрядность B : 2

Запрет на $A = 0, B = 0$

Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	A	B	C
0	0	0	0	0	0	d	d	d	d	d	0	0	d
1	0	0	0	0	1	d	d	d	d	d	0	1	d
2	0	0	0	1	0	d	d	d	d	d	0	2	d
3	0	0	0	1	1	d	d	d	d	d	0	3	d
4	0	0	1	0	0	d	d	d	d	d	1	0	d
5	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	2	2
7	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	3	3
8	0	1	0	0	0	d	d	d	d	d	2	0	d
9	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	2	1	2
10	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	2	2	4
11	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	2	3	6
12	0	1	1	0	0	d	d	d	d	d	3	0	d
13	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	3	1	3
14	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	3	2	6
15	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	3	3	9
16	1	0	0	0	0	d	d	d	d	d	4	0	d
17	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	4	1	4
18	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	4	2	8
19	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	4	3	12
20	1	0	1	0	0	d	d	d	d	d	5	0	d
21	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	5	1	5
22	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	5	2	10
23	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	5	3	15
24	1	1	0	0	0	d	d	d	d	d	6	0	d
25	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	6	1	6
26	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	6	2	12
27	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	6	3	18
28	1	1	1	0	0	d	d	d	d	d	7	0	d
29	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	7	1	7
30	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	7	2	14
31	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	7	3	21

Минимизация булевых функций системы с помощью карт Карно

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	d	d	d
	01	d			
	11	d			
	10	d			

a1 = 0

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d			
	01	d			
	11	d		1	
	10	d		1	

a1 = 1

$$C_{1\min}(f) = \{11X11$$

$$C_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 \quad S_q = 4$$

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	d	d	d
	01	d	0	0	0
	11	d	0		0
	10	d	0	0	0

a1 = 0

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	0		
	01	d	0		
	11	d	0	0	
	10	d	0	0	

a1 = 1

$$C_{2\min}(f) = \begin{cases} XXX0X \\ 00XXX \\ 0X0XX \\ 0XXX0 \\ 11XX1 \end{cases}$$

$$C_2 = b_1 (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee a_3) (a_1 \vee b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}) \quad S_q = 14$$

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	d	d	d
	01	d	0	0	0
	11	d	0	0	
	10	d	0		

a1 = 0

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d			0
	01	d			0
	11	d			
	10	d		0	

a1 = 1

$$C_{3 \min}(f) = \begin{cases} 0XX0X \\ X0XX0 \\ 0X1X1 \\ 11011 \end{cases}$$

$$C_3 = (a_1 \vee b_1) (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \quad S_q = 16$$

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	d	d	d
	01	d	0		
	11	d		0	
	10	d			0

a1 = 0

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	0	0	0
	01	d	0		
	11	d		0	
	10	d			0

a1 = 1

$$C_{4 \min}(f) = \begin{cases} X00XX \\ X0X0X \\ XX0X0 \\ X1111 \end{cases}$$

$$C_4 = (a_2 \vee a_3) (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) \quad S_q = 14$$

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d	d	d	d
	01	d	1	1	
	11	d	1	1	
	10	d			

	b1b2				
		00	01	11	10
a2a3	00	d			
	01	d	1	1	
	11	d	1	1	
	10	d			

$$C_{5 \min}(f) = \{XX1X1$$

$$C_5 = a_3 b_2 \quad S_q = 2$$

В результате получилась следующая система булевых функций:

$$\begin{cases} C_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 4) \\ C_2 = b_1 (a_1 \vee a_2) (a_1 \vee a_3) (a_1 \vee b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_2} = 14) \\ C_3 = (a_1 \vee b_1) (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_2}) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_3} = 16) \\ C_4 = (a_2 \vee a_3) (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 14) \\ C_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \end{cases}$$

$$(S_Q = 50)$$

Преобразование минимальных форм булевых функций системы

Выполним раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} C_1 = a_1 a_2 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 4) \\ C_2 = b_1 (a_1 \vee a_2 a_3 b_2) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_2} = 11) \\ C_3 = (a_2 \vee b_2) (a_1 \vee b_1 (\overline{a_3} \vee \overline{b_2})) (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee a_3 \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_3} = 16) \\ C_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee a_2 b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ C_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \end{cases}$$

За счет раздельной факторизации цена схемы уменьшилась: $(S_Q = 46)$

Выполним совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_1 a_2 b_2, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_0 = a_1 a_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ C_1 = \varphi_0 b_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ C_2 = \overline{\varphi_0} b_1 (a_1 \vee a_2 a_3 b_2) & (S_Q^{c_2} = 8) \\ C_3 = (a_1 \vee b_1 (\overline{a_3} \vee \overline{b_2})) (a_2 \vee b_2) (\overline{\varphi_0} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 14) \\ C_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee a_2 b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{a_3} \vee \overline{b_1} \vee \overline{b_2}) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ C_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \end{array} \right. \\ (S_Q = 43)$$

$$C_5 = a_3 b_2, \quad \overline{c_5} = \overline{a_3} \vee \overline{b_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \\ \varphi_0 = a_1 a_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ C_1 = \varphi_0 b_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ C_2 = \overline{\varphi_0} b_1 (a_1 \vee a_2 c_5) & (S_Q^{c_2} = 7) \\ C_3 = (a_1 \vee b_1 \overline{c_5}) (a_2 \vee b_2) (\overline{\varphi_0} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 12) \\ C_4 = (a_2 \vee b_1) (a_3 \vee a_2 b_2) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{c_5}) & (S_Q^{c_4} = 12) \end{array} \right. \\ (S_Q = 40)$$

$$\varphi_1 = a_2 b_2$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_1 = a_2 b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_5 = a_3 b_2 & (S_Q^{c_5} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 a_1 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ C_1 = \varphi_0 b_1 & (S_Q^{c_1} = 2) \\ C_2 = \overline{\varphi_0} b_1 (a_1 \vee a_2 c_5) & (S_Q^{c_2} = 7) \\ C_3 = (a_1 \vee b_1 \overline{c_5}) (a_2 \vee b_2) (\overline{\varphi_0} \vee a_3 \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_3} = 12) \\ C_4 = (a_2 \vee b_1) (\varphi_1 \vee a_3) (\overline{a_2} \vee \overline{b_1} \vee \overline{c_5}) & (S_Q^{c_4} = 10) \end{array} \right. \\ (S_Q = 39)$$

После совместной декомпозиции цена схемы еще уменьшилась: $(S_Q = 39)$

Синтез многовыходной комбинационной схемы в булевом базисе

Проверка схемы на следующем наборе аргументов: $f(1, 0, 1, 1, 0) = 0, 1, 0, 1, 0$

Цена схемы и ее задержка $S_0 = 39 \quad T = 5$

