

Домашнее задание 2. Вариант 165. Дискретная математика.
Группа Р3116, Билошицкий Михаил Владимирович, ИСУ 367101.

Исходный граф:

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	5			1			1	1		2	3
e2	5	0			5	2	4		4		5	1
e3			0			2	3	3	3		4	
e4				0	4	2				1	3	3
e5	1	5		4	0			1		5	3	
e6		2	2	2		0		3	1			1
e7		4	3				0	2	5	2	3	
e8	1		3		1	3	2	0	5		1	1
e9	1	4	3			1	5	5	0		3	
e10				1	5		2			0		1
e11	2	5	4	3	3		3	1	3		0	
e12	3	1		3		1		1		1		0

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0	5			1			1	1		2	3
e2	5	0			5	2	4		4		5	1
e3			0			2	3	3	3		4	
e4				0	4	2				1	3	3
e5	1	5		4	0			1		5	3	
e6		2	2	2		0		3	1			1
e7		4	3				0	2	5	2	3	
e8	1		3		1	3	2	0	5		1	1
e9	1	4	3			1	5	5	0		3	
e10				1	5		2			0		1
e11	2	5	4	3	3		3	1	3		0	
e12	3	1		3		1		1		1		0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем вершинам
Воспользуемся алгоритмом Дейкстры.

1. $l(e_1) = 0$
 $l(e_i) = \infty, i \neq 1$
 $p = e_1$

V/V	1
e1	0
e2	∞
e3	∞
e4	∞
e5	∞
e6	∞

e7	∞
e8	∞
e9	∞
e10	∞
e11	∞
e12	∞

2. Временные метки = {e2, e5, e8, e9, e11, e12}

$$l(2) = \min[\infty, 0 + 5] = 5$$

$$l(5) = \min[\infty, 0 + 1] = 1$$

$$l(8) = \min[\infty, 0 + 1] = 1$$

$$l(9) = \min[\infty, 0 + 1] = 1$$

$$l(11) = \min[\infty, 0 + 2] = 2$$

$$l(12) = \min[\infty, 0 + 3] = 3$$

3. Устанавливаем постоянную пометку на e5.

V/V	1	2
e1	0+	
e2	∞	5
e3	∞	∞
e4	∞	∞
e5	∞	1+
e6	∞	∞
e7	∞	∞
e8	∞	1
e9	∞	1
e10	∞	∞
e11	∞	2
e12	∞	3

4. Временные метки = {e2, e4, e8, e10, e11}

$$l(2) = \min(5, 1 + 5) = 5$$

$$l(4) = \min(\infty, 1 + 4) = 5$$

$$l(8) = \min(1, 1 + 1) = 1$$

$$l(10) = \min(\infty, 1 + 5) = 6$$

$$l(11) = \min(2, 1 + 3) = 2$$

5. Устанавливаем постоянную метку на e8.

V/V	1	2	3
e1	0+		
e2	∞	5	5
e3	∞	∞	∞
e4	∞	∞	5

e5	∞	1+	
e6	∞	∞	∞
e7	∞	∞	∞
e8	∞	1	1+
e9	∞	1	1
e10	∞	∞	6
e11	∞	2	2
e12	∞	3	3

6. Временные метки = {e3, e6, e7, e9, e11, e12}

$$l(3) = \min(\infty, 1 + 3) = 4$$

$$l(6) = \min(\infty, 1 + 3) = 4$$

$$l(7) = \min(\infty, 1 + 2) = 3$$

$$l(9) = \min(1, 1 + 5) = 1$$

$$l(11) = \min(2, 1 + 1) = 2$$

$$l(12) = \min(3, 1 + 1) = 2$$

7. Устанавливаем постоянную метку на e9.

V/V	1	2	3	4
e1	0+			
e2	∞	5	5	5
e3	∞	∞	∞	3
e4	∞	∞	5	5
e5	∞	1+		
e6	∞	∞	∞	4
e7	∞	∞	∞	3
e8	∞	1	1+	
e9	∞	1	1	1+
e10	∞	∞	6	6
e11	∞	2	2	2
e12	∞	3	3	2

8. Временные метки = {e2, e3, e6, e7, e11}

$$l(2) = \min(5, 1 + 4) = 5$$

$$l(3) = \min(4, 1 + 3) = 4$$

$$l(6) = \min(4, 1 + 1) = 2$$

$$l(7) = \min(3, 1 + 5) = 3$$

$$l(11) = \min(2, 1 + 3) = 2$$

9. Устанавливаем постоянную метку на e6.

V/V	1	2	3	4	5
e1	0+				
e2	∞	5	5	5	5
e3	∞	∞	∞	3	4

e4	∞	∞	5	5	5
e5	∞	1+			
e6	∞	∞	∞	4	2+
e7	∞	∞	∞	3	3
e8	∞	1	1+		
e9	∞	1	1	1+	
e10	∞	∞	6	6	6
e11	∞	2	2	2	2
e12	∞	3	3	2	2

10. Временные метки = {e2, e3, e4, e12}

$$l(2) = \min(5, 2 + 2) = 4$$

$$l(3) = \min(4, 2 + 2) = 4$$

$$l(4) = \min(5, 2 + 2) = 4$$

$$l(12) = \min(2, 2 + 1) = 2$$

11. Устанавливаем постоянную метку на e11.

V/V	1	2	3	4	5	6
e1	0+					
e2	∞	5	5	5	5	4
e3	∞	∞	∞	3	4	4
e4	∞	∞	5	5	5	4
e5	∞	1+				
e6	∞	∞	∞	4	2+	
e7	∞	∞	∞	3	3	3
e8	∞	1	1+			
e9	∞	1	1	1+		
e10	∞	∞	6	6	6	6
e11	∞	2	2	2	2	2+
e12	∞	3	3	2	2	2

12. Временные метки = {e2, e3, e4, e7}

$$l(2) = \min(4, 2 + 5) = 4$$

$$l(3) = \min(4, 2 + 4) = 4$$

$$l(4) = \min(4, 2 + 3) = 4$$

$$l(7) = \min(3, 2 + 3) = 3$$

13. Устанавливаем постоянную метку на e12.

V/V	1	2	3	4	5	6	7
e1	0+						
e2	∞	5	5	5	5	4	4
e3	∞	∞	∞	3	4	4	4
e4	∞	∞	5	5	5	4	4

e5	∞	1+					
e6	∞	∞	∞	4	2+		
e7	∞	∞	∞	3	3	3	3
e8	∞	1	1+				
e9	∞	1	1	1+			
e10	∞	∞	6	6	6	6	6
e11	∞	2	2	2	2	2+	
e12	∞	3	3	2	2	2	2+

14. Временные метки = {e2, e4, e10}

$$l(2) = \min(4, 2 + 1) = 3$$

$$l(4) = \min(4, 2 + 3) = 4$$

$$l(10) = \min(6, 2 + 1) = 3$$

15. Устанавливаем постоянную метку на e2

V/V	1	2	3	4	5	6	7	8
e1	0+							
e2	∞	5	5	5	5	4	4	3+
e3	∞	∞	∞	3	4	4	4	4
e4	∞	∞	5	5	5	4	4	4
e5	∞	1+						
e6	∞	∞	∞	4	2+			
e7	∞	∞	∞	3	3	3	3	3
e8	∞	1	1+					
e9	∞	1	1	1+				
e10	∞	∞	6	6	6	6	6	3
e11	∞	2	2	2	2	2+		
e12	∞	3	3	2	2	2	2+	

16. Временные метки = {e7}

$$l(7) = \min(3, 3 + 4) = 3$$

17. Устанавливаем постоянную метку на e7.

V/V	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e1	0+								
e2	∞	5	5	5	5	4	4	3+	
e3	∞	∞	∞	3	4	4	4	4	4
e4	∞	∞	5	5	5	4	4	4	4
e5	∞	1+							
e6	∞	∞	∞	4	2+				
e7	∞	∞	∞	3	3	3	3	3	3+
e8	∞	1	1+						

e9	∞	1	1	1+					
e10	∞	∞	6	6	6	6	6	3	3
e11	∞	2	2	2	2	2+			
e12	∞	3	3	2	2	2	2+		

18. Временные метки = {e3, e10}

$$l(3) = \min(4, 3 + 3) = 4$$

$$l(10) = \min(3, 3 + 2) = 3$$

19. Устанавливаем постоянную метку на e10.

V/V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e1	0+									
e2	∞	5	5	5	5	4	4	3+		
e3	∞	∞	∞	3	4	4	4	4	4	4
e4	∞	∞	5	5	5	4	4	4	4	4
e5	∞	1+								
e6	∞	∞	∞	4	2+					
e7	∞	∞	∞	3	3	3	3	3	3+	
e8	∞	1	1+							
e9	∞	1	1	1+						
e10	∞	∞	6	6	6	6	6	3	3	3+
e11	∞	2	2	2	2	2+				
e12	∞	3	3	2	2	2	2+			

20. Временные метки = {4}

$$l(4) = \min(4, 3 + 1) = 4$$

21. Устанавливаем постоянную метку на e3.

V/V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e1	0+										
e2	∞	5	5	5	5	4	4	3+			
e3	∞	∞	∞	3	4	4	4	4	4	4	4+
e4	∞	∞	5	5	5	4	4	4	4	4	4
e5	∞	1+									
e6	∞	∞	∞	4	2+						
e7	∞	∞	∞	3	3	3	3	3	3+		
e8	∞	1	1+								
e9	∞	1	1	1+							
e10	∞	∞	6	6	6	6	6	3	3	3+	
e11	∞	2	2	2	2	2+					
e12	∞	3	3	2	2	2	2+				

22. Устанавливаем постоянную метку на e4.

V/V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e1	0+											
e2	∞	5	5	5	5	4	4	3+				
e3	∞	∞	∞	3	4	4	4	4	4	4	4+	
e4	∞	∞	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4+
e5	∞	1+										
e6	∞	∞	∞	4	2+							
e7	∞	∞	∞	3	3	3	3	3	3+			
e8	∞	1	1+									
e9	∞	1	1	1+								
e10	∞	∞	6	6	6	6	6	3	3	3+		
e11	∞	2	2	2	2	2+						
e12	∞	3	3	2	2	2	2+					

Результат кратчайших путей от вершины e1 до каждой из других вершин:

e1	0+
e2	3+
e3	4+
e4	4+
e5	1+
e6	2+
e7	3+
e8	1+
e9	1+
e10	3+
e11	2+
e12	2+