Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»

Отчет

по лабораторной работе «Решение системы линейных алгебраических уравнений СЛАУ»

по дисциплине «**Вычислительная математика**»

Автор: Билошицкий Михаил Владимирович

Факультет: ПИиКТ

Группа: P3126

Преподаватель: Малышева Татьяна Алексеевна

Санкт-Петербург, 2023

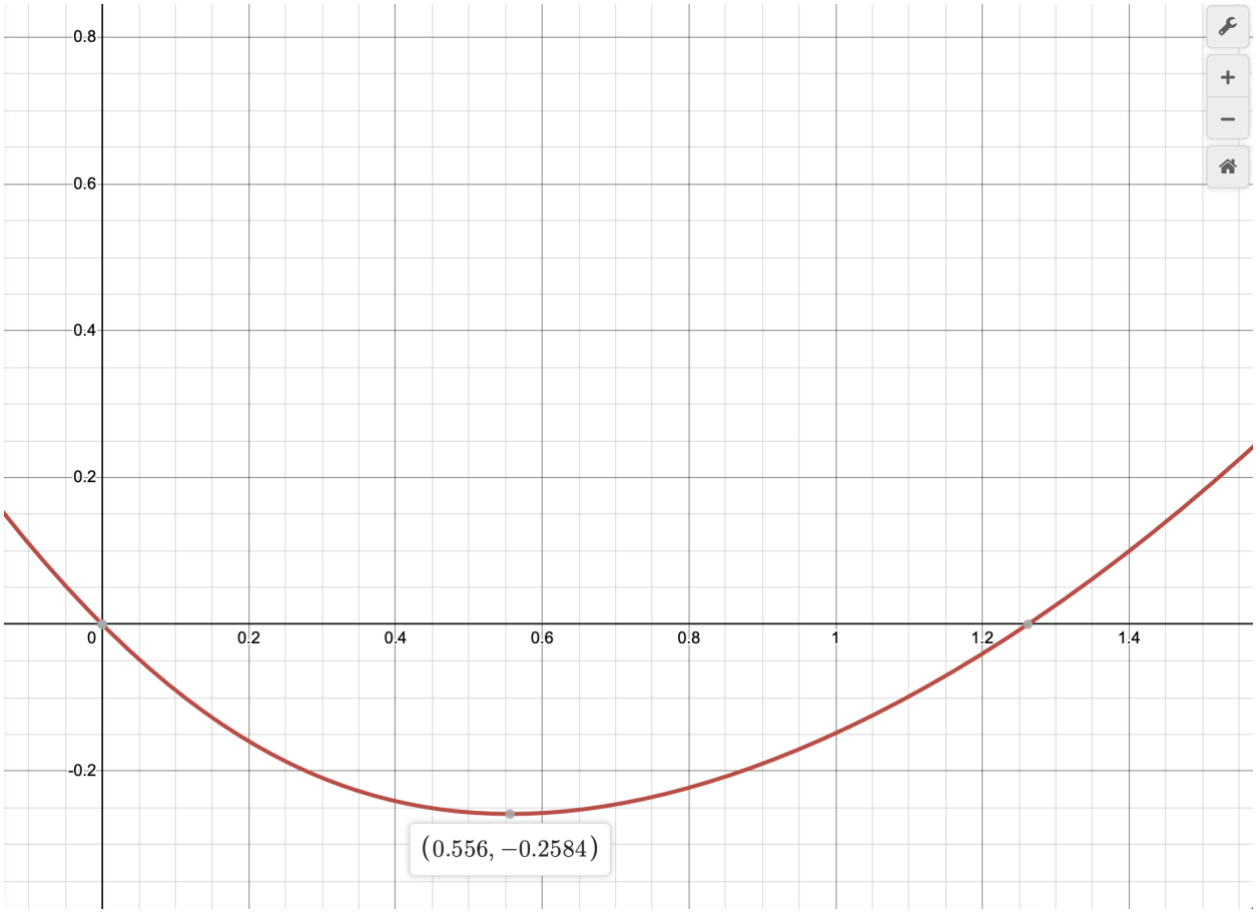
Содержание

Задание

Решить задачу тремя методами: методом половинного деления, методом золотого сечения, и методом Ньютона. Написать программу на языке Python, которая выполняет 25 шагов каждого метода.

$$2.\ f(x)=\ln(1+x^2)-\sin x,\ [a,\ b]=\left[0,\ \frac{\pi}{4}\right],\ \varepsilon=0.03;$$

График



Листинг программы

```
from scipy.optimize import root_scalar
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```python
from equation_result import Result

class Equation:
    def __init__(self, f, a, b, eps, max_iterations=5000) -> None:
        self.f = f
        self.a = a
        self.b = b
        self.eps = eps
        self.max_iterations = max_iterations

    # Метод библиотеки scipy
    def python_method(self) -> Result:
        method_name = "Библиотека Python"
        try:
            result = root_scalar(self.first_derivative, bracket=[self.a, self.b],
xtol=self.eps)
            if result.converged: return Result(result.root, result.iterations,
method_name, self)
            else: return None
        except ValueError as e:
            return Result(success=False, message=str(e), method_name=method_name,
equation=self)

    # Метод половинного деления
    def bisection_method(self) -> Result:
            method_name = "Половинного деления"
            table = [["#", "a", "b"]]

            a, b = self.a, self.b
            f = self.first_derivative
            i = 0

            if f(a) * f(b) >= 0:
                return Result(
                    success=False,
                    message="Метод не применим. f'(a) и f'(b) Должны иметь разные
знаки.",
                    method_name=method_name,
                    equation=self)
```

```
            while (b - a) / 2.0 > self.eps and i < self.max_iterations:
                i += 1

                x0 = (a + b) / 2.0
                if f(x0) == 0:
                    return x0
                elif f(a) * f(x0) < 0:
                    b = x0
                else:
                    a = x0

                table.append([i, a, b])

            return Result((a + b) / 2.0, i, method_name, self, table)

    # Метод Ньютона
    def newton_method(self) -> Result:
        method_name = "Ньютона"
        table = [["#", "x", "f'(x)"]]

        a, b = self.a, self.b
        f = self.first_derivative
        i = 0

        if self.first_derivative(a) * self.first_derivative(b) >= 0:
            return Result(
                success=False,
                message="Метод не применим. f'(a) и f'(b) Должны иметь разные
знаки.",
                method_name=method_name,
                equation=self)

        x0 = a - f(a) / (f(b) - f(a)) * (b - a)

        while abs(f(a)) > self.eps and i < self.max_iterations:
            i += 1

            x0 = x0 - self.first_derivative(x0) / self.second_derivative(x0)

            if self.second_derivative(x0) == 0:
```

```
            return Result(
                success=False,
                message="Метод не применим. f'(x0) = 0.",
                method_name=method_name,
                equation=self)

        if f(x0) == 0:
            break
        elif f(a) * f(x0) < 0:
            b = x0
        else:
            a = x0

        table.append([i, x0, f"{self.first_derivative(x0):.2e}" + "."])

    return Result(x0, i, method_name, self, table)

# Метод золотого сечения
def golden_section_method(self) -> Result:
    method_name = "Золотого сечения"
    table = [["#", "a", "b"]]

    a, b = self.a, self.b
    f = self.f
    i = 0

    fc, fd = 0, 0
    golden_ratio = (1 + 5 ** 0.5) / 2
    c = b - (b - a) / golden_ratio
    d = a + (b - a) / golden_ratio

    while abs(c - d) > self.eps and i < self.max_iterations:
        i += 1

        if fc == 0: fc = f(c)
        if fd == 0: fd = f(d)

        if fc < fd:
            b = d
            fc, fd = 0, fc
```

```
            else:
                a = c
                fc, fd = fd, 0

            table.append([i, a, b])

            c = b - (b - a) / golden_ratio
            d = a + (b - a) / golden_ratio

        return Result((a + b) / 2, i, method_name, self, table)

    def first_derivative(self, x, h=1e-6):
        f = self.f
        return (f(x + h) - f(x)) / h

    def second_derivative(self, x, h=1e-6):
        f = self.f
        return (f(x + 2*h) - 2*f(x + h) + f(x)) / (h**2)

    def show(self, left=-10, right=10):
        x = np.linspace(left, right, 100)
        y = [self.f(x_i) for x_i in x]
        plt.plot(x, y)
        plt.xlabel('x')
        plt.ylabel('f(x)')
        plt.grid(True)
        plt.axhline(0, color='black', lw=0.5)
        plt.axvline(0, color='black', lw=0.5)
        plt.show()
```

Примеры и результаты работы программы

```
def f(x): return log(1 + x ** 2) - sin(x)
a, b = 0, pi / 4
eps = 0.03
```

Вывод:

Метод: Библиотека Python
Корень: 0.55150373024502 37
Количество итераций: 4
Границы и точность: a=0, b=0.785398163397448, eps=0.03
Уравнение: def f(x): return log(1 + x ** 2) - sin(x)

Таблица:

Метод: Половинного деления
Корень: 0.5645049299419159
Количество итераций: 4
Границы и точность: a=0, b=0.785398163397448, eps=0.03
Уравнение: def f(x): return log(1 + x ** 2) - sin(x)

Таблица:

#	a	b
1	0.392699081698724	0.785398163397448
2	0.392699081698724	0.589048622548086
3	0.490873852123405	0.589048622548086
4	0.539961237335746	0.589048622548086

Метод: Ньютона
Корень: 0.5530226388201814
Количество итераций: 1
Границы и точность: a=0, b=0.785398163397448, eps=0.03
Уравнение: def f(x): return log(1 + x ** 2) - sin(x)

Таблица:

#	x	f'(x)
1	0.553022638820181	-3.94e-03.

Метод: Золотого сечения
Корень: 0.542696783556765
Количество итераций: 4
Границы и точность: a=0, b=0.785398163397448, eps=0.03
Уравнение: def f(x): return log(1 + x ** 2) - sin(x)

Таблица:

#	a	b
1	0.299995403716082	0.785398163397448
2	0.485402759681367	0.785398163397448
3	0.485402759681367	0.670810115646652
4	0.485402759681367	0.599990807432163