

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №3

По дисциплине «Математическая статистика» (четвёртый семестр)

Проверка статистической гипотезы

Студент:

Билошицкий Михаил Владимирович

Беляев Михаил Сергеевич

Сиразетдинов Азат Ниязович

Преподаватель:

Милованович Екатерина Воиславовна

Санкт-Петербург
2024 г.

Цель работы

На основании данных анализа двух выборок из нормально распределённых совокупностей. Проверить статистическую гипотезу предполагая при этом, что дисперсии их равны.

Данные

Выборка из генеральной совокупности X: 9.14, 11.49, 10.19, 8.96, 9.00, 8.54, 10.80, 11.62, 6.69, 6.93, 7.89, 9.69, 7.81

Выборка из генеральной совокупности Y: 7.76, 15.60, 8.04, 7.33, 9.86, 8.67, 8.49, 8.72, 8.90, 8.01, 6.73, 7.14, 10.51, 9.00, 11.29

1 Решение

Объёмы выборок:

$$n_x = 13$$

$$n_y = 15$$

Оценки математических ожиданий:

$$\bar{m}_x = \frac{1}{n_x} \sum_{i=1}^{n_x} x_i \approx 9.135$$

$$\bar{m}_y = \frac{1}{n_y} \sum_{i=1}^{n_y} y_i \approx 9.07$$

Оценки дисперсии равны:

$$\bar{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n_x - 1} \sum_{i=1}^{n_x} (x_i - \bar{m}_x)^2 \approx 2.539$$

$$\bar{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n_y - 1} \sum_{i=1}^{n_y} (y_i - \bar{m}_y)^2 \approx 4.789$$

Выдвигаем нулевую гипотезу:

$$H_0 : M(X) = M(Y)$$

Выдвигаем альтернативную гипотезу:

$$H_1 : M(X) \neq M(Y)$$

Введём статистический критерий:

$$T = \frac{\bar{m}_y - \bar{m}_x}{\sqrt{(n_x - 1)\bar{\sigma}_x^2 + (n_y - 1)\bar{\sigma}_y^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y - 2)}{n_x + n_y}}$$

Определим критическое значение для статистического критерия. Число степеней свободы:

$$n_x + n_y - 2 = 26$$

По таблице Стьюдента:

$$t_{кр} = t_{0.05; 26} \approx 2.0555$$

Получим допустимую область:

$$O = [-t_{кр}; t_{кр}] = [-2.0555; 2.0555]$$

Посчитаем значение статистического критерия для наших выборок:

$$T^* = \frac{9.07 - 9.135}{\sqrt{(13 - 1) \cdot 2.539 + (15 - 1) \cdot 4.789}} \sqrt{\frac{13 \cdot 15 \cdot (13 + 15 - 2)}{13 + 15}} \approx -0.088$$

$$T^* \in O \Rightarrow H_0 \text{ принимается}$$

Вывод

На основании данных анализа двух выборок из нормально распределённых совокупностей проверили статистическую гипотезу предполагая при этом, что их дисперсии равны.