

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Научно-образовательная корпорация ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №1

По дисциплине «Математическая статистика» (четвёртый семестр)

Исследование распределения случайной величины

Студент:

Билошицкий Михаил Владимирович

Беяев Михаил Сергеевич

Сиразетдинов Азат Ниязович

Преподаватель:

Милованович Екатерина Воиславовна

Санкт-Петербург
2024 г.

Цель работы:

На основании анализа опытных данных

1. Построить интервальный ряд; полигон частот; выборочную функцию распределения; гистограмму для изучения признака
2. Вычислить точечные оценки математического ожидания и дисперсии
3. Построить доверительные интервалы для мат ожидания и дисперсии с доверительной вероятностью 0,95

1 Интервальный ряд

По условию нам дано $n = 100$. Получим k - число интервалов:

$$k = \sqrt{n} \quad (1)$$

$$k = \sqrt{100} = 10$$

Таблица для оценивания исследования распределения случайной величины:

0.866	-0.005	0.403	1.908	0.448	0.169	-0.731	-1.189	0.905	0.283
2.431	1.409	0.191	-0.165	0.889	0.804	-2.131	-0.754	1.458	1.650
0.110	1.757	-0.693	-0.732	1.073	-1.724	-1.810	0.947	-1.118	0.666
0.026	0.885	0.011	-0.990	-0.104	0.174	-0.052	-0.182	1.813	0.346
0.970	1.140	-1.105	0.894	1.547	-0.484	-0.086	-0.066	0.150	-0.264
0.350	0.033	0.478	0.637	-0.033	-0.319	0.570	-0.837	-0.413	-1.640
-0.795	-0.015	1.774	-1.568	0.302	-1.120	-0.917	-0.091	1.118	0.277
-0.622	-0.554	-0.470	0.700	-0.656	1.460	1.701	0.630	-0.700	-0.674
1.429	-1.163	-0.925	0.973	-0.052	0.409	-0.024	0.384	-0.350	0.203
-2.084	0.100	0.001	-0.070	0.773	1.132	-0.769	-0.609	1.816	1.307

Таблица 1: Данные

Для выборки $\min = -2.131$, $\max = 2.431$. Для удобства расчётов пусть $\min = -2.15$, $\max = 2.45$

$$a_{\min} = -2.15; \quad b_{\max} = 2.45$$

По формуле найдём шаг разбиения:

$$h = \frac{b - a}{k} \quad (2)$$

$$h = \frac{4.6}{10} = 0.46$$

Введём отрезок $[a, b]$, длина которого $10h$. Разбиваем его на 10 равных частичных интервалов, определяем частоты и относительные частоты. Представителя каждого интервала будем считать по формуле:

$$x_i^* = \frac{x_{i-1} + x_i}{2} \quad (3)$$

$$h_i = \frac{p_i^*}{h}$$

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Интервалы	$[-2.15, -1.67)$	$[-1.67, -1.22)$	$[-1.22, -0.76)$	$[-0.76, -0.31)$	$[-0.31, 0.15)$	$[0.15, 0.61)$	$[0.61, 1.06)$	$[1.06, 1.52)$	$[1.52, 1.97)$	$[1.97, 2.45)$
x_i^*	-1.91	-1.45	-0.99	-0.53	-0.08	0.38	0.83	1.29	1.75	2.21
m_i	4	2	11	15	20	16	14	9	8	1
p_i^*	0.04	0.02	0.11	0.15	0.20	0.16	0.14	0.09	0.08	0.01
h_i	0.09	0.04	0.24	0.33	0.44	0.35	0.31	0.20	0.18	0.02

Таблица 2: Интервальный ряд с характеристиками

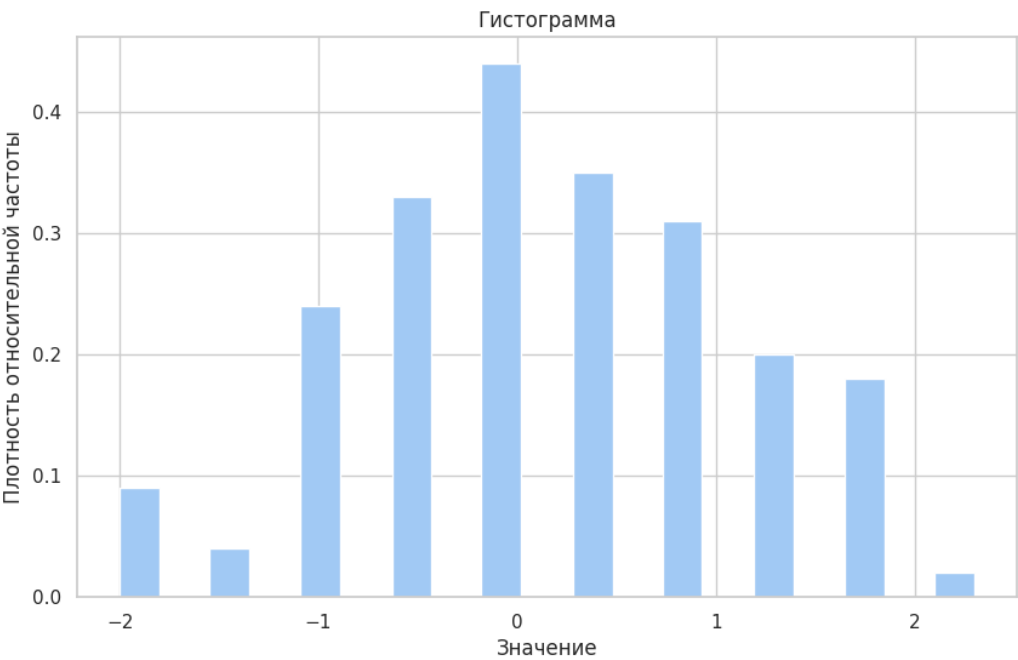


Рис. 1: Гистограмма

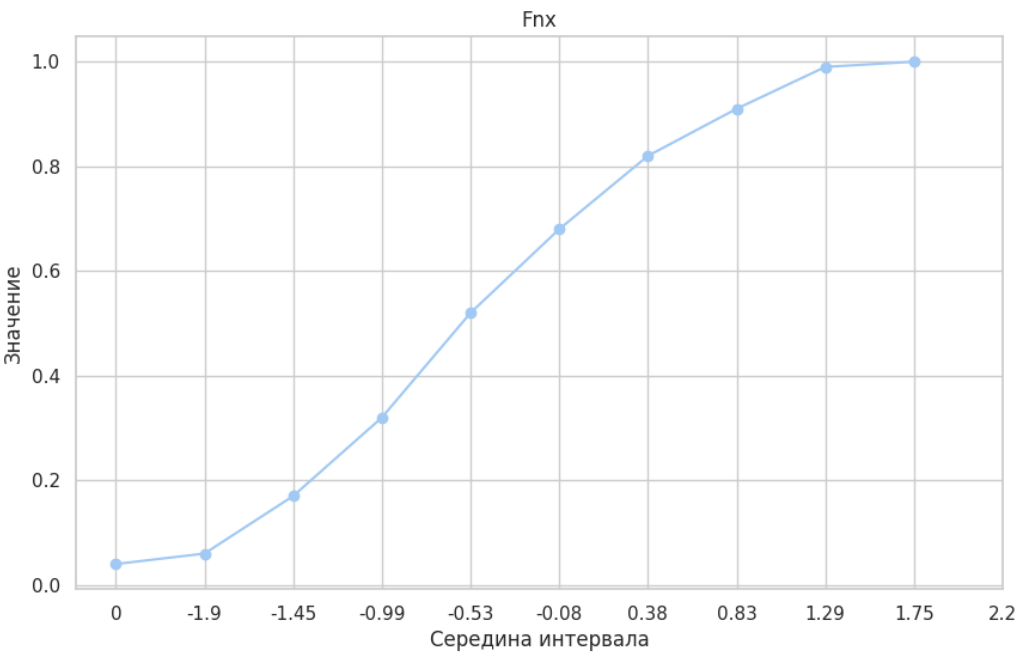


Рис. 2: Эмпирическая функция распределения

2 Вычисление точечных оценок мат ожидания и дисперсии

Найдем точечные оценки математического ожидания и дисперсии. В качестве таких оценок выбирают среднее выборочное значение:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{10} x_i^* p_i^*$$

и выборочную дисперсию:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{10} (x_i^* - \bar{X})^2 p_i^* = \sum_{i=1}^{10} x_i^{*2} p_i^* - \bar{X}^2 = m_2 - \bar{X}^2$$

где

$$m_2 = \sum_{i=1}^{10} x_i^{*2} p_i^*$$

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	некоторые рез-ты
x_i^*	-1.91	-1.45	-0.99	-0.53	-0.08	0.38	0.83	1.29	1.75	2.21	-
p_i^*	0.04	0.02	0.11	0.15	0.20	0.16	0.14	0.09	0.08	0.01	-
$x_i^* p_i^*$	-0.076	-0.029	-0.109	-0.08	-0.016	0.061	0.116	0.116	0.14	0.022	0.145
$x_i^{*2} p_i^*$	0.146	0.042	0.108	0.042	0.001	0.023	0.096	0.15	0.245	0.049	0.902

Таблица 3: Данные для подсчёта мат ожидания и дисперсии

Оценка математического ожидания: 0.145

Оценка дисперсии: 0.881

3 Построить доверительные интервалы для мат ожидания и дисперсии

Для рассматриваемого примера будем иметь:

$$\gamma = 0,95;$$

тогда находим по таблице распределения Стьюдента для 0.05 квантиль $t = 2.262$, поэтому в нашем примере имеем:

$$\bar{X} - t \frac{S}{\sqrt{n}} = 0.145 - 2.262 \cdot \frac{\sqrt{0.881}}{\sqrt{10}} = -0.15$$

$$\bar{X} + t \frac{S}{\sqrt{n}} = 0.145 + 2.262 \cdot \frac{\sqrt{0.881}}{\sqrt{10}} = 0.44$$

таким образом:

$$-0.15 < m < 0.44$$

Для дисперсии определим квантили распределения хи-квадрат с 9 степенями свободы:

$$\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2 = \chi_{1-\frac{0.05}{2}, 9}^2 = \chi_{0.975, 9}^2 = 2.7$$

$$\chi_{\alpha/2, n-1}^2 = \chi_{0.025, 9}^2 = 19.02$$

По формуле подставим:

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}, \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2} \right)$$

$$\left(\frac{9 \cdot 0.881}{19.02}, \frac{9 \cdot 0.881}{2.7} \right)$$

Доверительный интервал для дисперсии:

$$0.416 < s^2 < 2.93$$

Вывод

На основании анализа опытных данных: построили интервальный ряд; полигон частот; выборочную функцию распределения; гистограмму для изучения признака. Вычислили точечные оценки мат ожидания и дисперсии. Построили доверительные интервалы для мат ожидания и дисперсии с доверительной вероятностью 0,95.