Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №2

По дисциплине «Математическая статистика» (четвёртый семестр)

Построение оценки параметров законов распределения и оценки функции распределения и плотности вероятности.

Студент:

Билошицкий Михаи Владимирович
Беляев Михаил Сергеевич
Сиразетдинов Азат Ниязович

Преподаватель:

Милованович Екатерина Воиславовна

Санкт-Петербург
2024 г.

Цель работы

Цель данной работы состоит в том, чтобы на основании опытных данных, используя метод моментов, построить оценки параметров законов распределения и оценки функции респределения и плотности вероятности.

Данные

Закон: равномерный закон распределения
Выборка: -2.53, -0.74, -4.49, 1.27, -5.37, 3.77, -3.35, -1.87, -2.62, -0.38

1 Вариационный ряд

-5.37, -4.49, -3.35, -2.62, -2.53, -1.87, -0.74, -0.38, 1.27, 3.77

2 Точечная оценка математического ожидания

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \approx -1.63$$

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{m})^2 \approx 7.43$$

3 Построение оценки

Используя метод метод моментов, построим оценки параметров нормального закона распределения, где нормальный закон распределения имеет следующий вид:

Функция плотности случайной величины:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)\right]$$

где $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^z e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt.$$

4 Метод моментов

Выразим числовые параметры теоретического распределения через моменты распределения, оцененные по выборки.

Неизвестных параметров в нормальном законе распределения нет, кроме тех, что можно посчитать из выборки, а именно математического ожидания, дисперсии и стандартного отклонения. Вычислим:

Математическое ожидание:

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \approx -1.63$$

Дисперсия:

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{m})^2 \approx 7.43$$

Стандартное отклонение:

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\overline{\sigma}^2} \approx 2.73$$

Подставим m, σ^2, σ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 2.73}} e^{-\frac{(x-(-1.63))^2}{2 \cdot 7.43}};$$

$$F(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \Phi\left(\frac{x-(-1.63)}{2.73}\right)\right],$$

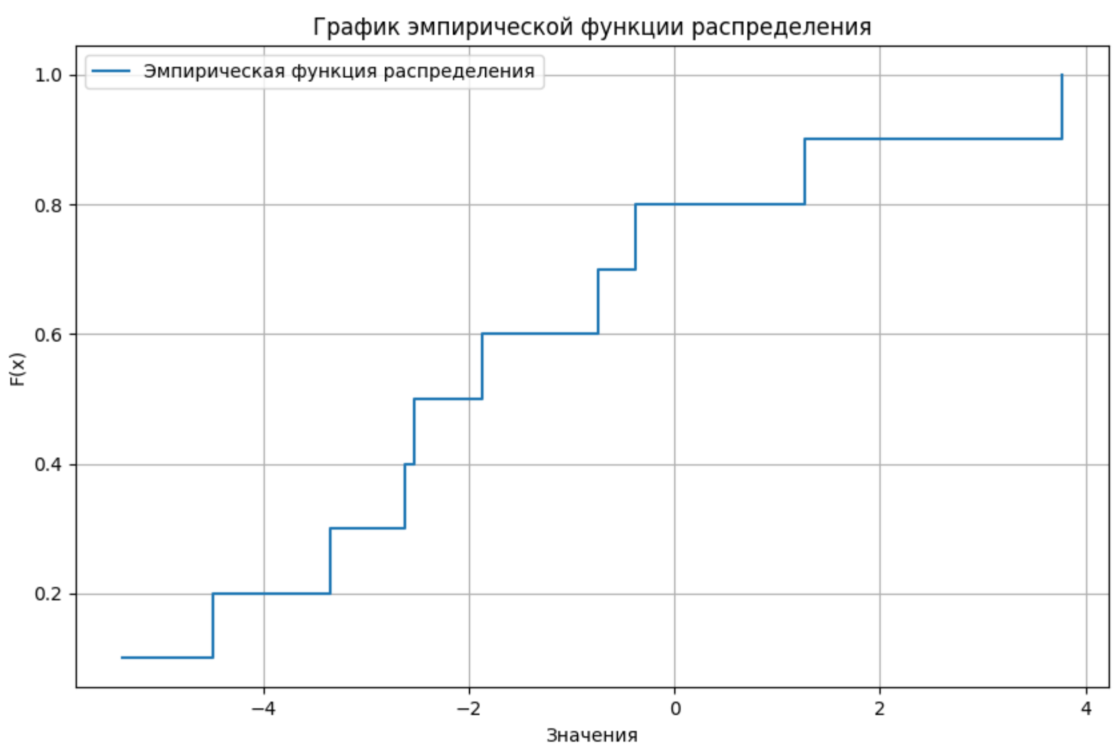
Упростим и получим результат:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 2.73}} e^{-\frac{(x+1.63)^2}{2 \cdot 7.43}}$$

$$F(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \Phi\left(\frac{x+1.63}{2.73}\right)\right]$$

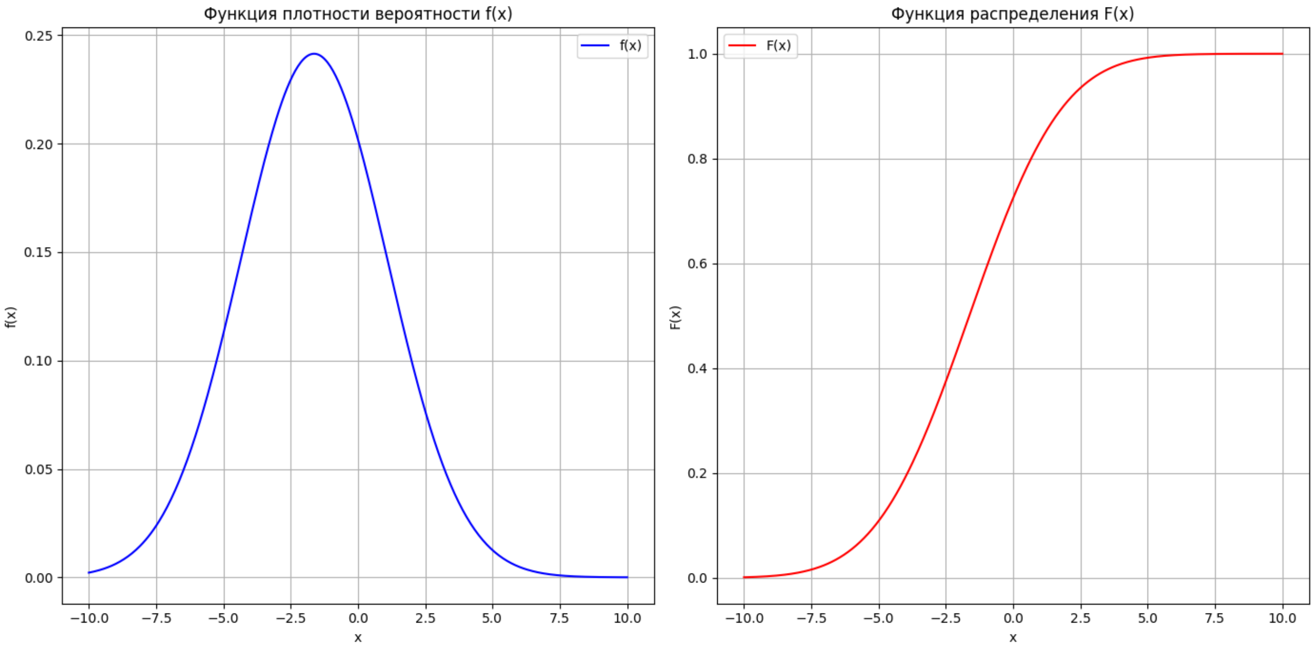
где $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$



5 Построение оценок

Построение графика плотности случайной величины и графика функции распределения:



Вывод

На основании опытных данных нашли при помощи метода моментов параметры равномерного закона распределения, а также построили функцию распределения и плотность вероятности.