תרגיל 6:

```
Maximize    V1(X1)   +   V2(X2)
such that  (X1,X2) is a partition
     and   V1(X1) ≥ 1/2  and  V2(X2) ≥ 1/2
```

א. הוכיחו שהפתרון לבעיה הוא תמיד חלוקה פרופורציונלית:
ניזכר בהגדרה לחלוקה פרופורציונלית: לפי ההגדרה: $v_i(x_i) \geq v_i(\mathrm{C})/2$
כאשר Vi זה הערך אותו נותן המשתתף ה-i לחלק אותו קיבל , C זאת העוגה, או מה שמחלקים ו-N זה מספר החולקים.
במקרה שלנו יש שני חולקים ולכן חלוקה פרופורציונלית תהיה :
$v_i(x_i) \geq v_i(\mathrm{C})/2$, לכל i∈{1,2} . ומשום ש- $v_i(\mathrm{C})$ יכול להוות לכול היותר 100% כלומר 1 אזי שנקבל ש- $v_i(x_i) \geq v_i(\mathrm{C})/2 \geq \frac{1}{2} \geq v_i(x_i)$, וזה בדיוק אחד האילוצים שיש לפתור איתם את הבעיה.

ב. הוכיחו שהפתרון לבעיה הוא תמיד חלוקה יעילה פארטו:
לפי מה שלמדנו בכיתה: כל בעיה שהיא חלוקה שממקסמת את סכום הערכים היא יעילה פארטו.
הוכחה: נתונה חלוקה A הממקסמת את סכום הערכים.
נניח בשלילה שהחלוקה לא יעילה פארטו, אזי שקיים לחלוקה שיפור פארטו. תהי חלוקה B שהיא שיפור פארטו של חלוקה A, אזי שלכל השחקנים בחלוקה B יש ערכים לפחות כמו בחלוקה A –סתירה לכך שחלוקה A ממקסמת את סכום הערכים.

ג. הוכיחו שהפתרון לבעיה הוא תמיד חלוקה ללא קינאה:
לפי ההגדרה של חלוקה ללא קנאה: $v_i(x_i) \geq v_i(x_j)$ לכל j,i∈{1,2} וגם $j \neq$i. היות ולפי התנאים $v_i(x_i) \geq \frac{1}{2}$ הרי ש- $v_i(x_j)$ הוא לכל היותר חצי מערך העוגה(במקרה ו- $v_i(x_i) = \frac{1}{2}$,) כלומר: $0 \leq v_i(x_j) \leq \frac{1}{2}$
מה שאומר: $v_i(x_j) \geq v_i(x_i) \geq \frac{1}{2} \geq v_i(x_i)$, כלומר בטוח מתקיים התנאי של חלוקה ללא קנאה כי האילוץ הגדול יותר מהתנאי של חלוקה ללא קנאה, דהיינו המקרה הגרוע ביותר מצליח לעבור את מבחן הקנאה ק"ו גם מקרים בהם הערך של החלק השני קטנים יותר.