

1. Нека  $\mathcal{L}$  е предикатният език без формално равенство и единствен нелогически символ —  $P$ , двуместен предикатен символ. Нека  $\mathcal{A} = \langle C, P^{\mathcal{A}} \rangle$ , където  $C$  е множеството на всички окръжности (с ненулев радиус) в евклидовата равнина, а

$$P^{\mathcal{A}} = \{(c_1, c_2) \mid c_1, c_2 \in C \text{ и } c_1 \text{ е вътрешно допирателна за } c_2\}.$$

Напишете такава формула от  $\mathcal{L}$ , че:

- а)  $\mathcal{A} \models \varphi_{=} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1 = c_2$ ;
- б)  $\mathcal{A} \models \varphi_{NTPP} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  е във вътрешността на кръга, определен от  $c_2$ , и окръжностите  $c_1, c_2$  нямат общи точки;
- в)  $\mathcal{A} \models \varphi_{PP} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато кръгът, определен от  $c_1$ , е собствено подмножество на кръга, определен от  $c_2$ ;
- г)  $\mathcal{A} \models \varphi_{PO} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  и  $c_2$  имат точно две общи точки;
- д)  $\mathcal{A} \models \varphi_{EC} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  и  $c_2$  са външно допирателни;
- е)  $\mathcal{A} \models \varphi_{DC} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато затворените кръгове, определени от  $c_1$  и  $c_2$  нямат общи точки.

2. Нека  $\mathcal{L}$  е предикатният език без формално равенство и единствен нелогически символ —  $P$ , двуместен предикатен символ. Нека  $\mathcal{A} = \langle C, P^{\mathcal{A}} \rangle$ , където  $C$  е множеството на всички окръжности (с ненулев радиус) в евклидовата равнина, а

$$P^{\mathcal{A}} = \{(c_1, c_2) \mid c_1, c_2 \in C, c_1 \text{ лежи във вътрешността на } c_2 \text{ и нямат общи точки}\}.$$

Напишете такава формула от  $\mathcal{L}$ , че:

- а)  $\mathcal{A} \models \varphi_{=} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1 = c_2$ ;
- б)  $\mathcal{A} \models \varphi_{PP} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато кръгът, определен от  $c_1$ , е собствено подмножество на кръга, определен от  $c_2$ ;
- в)  $\mathcal{A} \models \varphi_{TPP} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  е вътрешно допирателна за  $c_2$ ;
- г)  $\mathcal{A} \models \varphi_{PO} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  и  $c_2$  имат точно две общи точки;
- д)  $\mathcal{A} \models \varphi_{EC} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  и  $c_2$  са външно допирателни;
- е)  $\mathcal{A} \models \varphi_{DC} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато затворените кръгове, определени от  $c_1$  и  $c_2$  нямат общи точки.

3. Нека  $\mathcal{L}$  е предикатният език без формално равенство и единствен нелогически символ —  $P$ , двуместен предикатен символ. Нека  $\mathcal{A} = \langle C, P^{\mathcal{A}} \rangle$ , където  $C$  е множеството на всички окръжности (с ненулев радиус) в евклидовата равнина, а

$$P^{\mathcal{A}} = \{(c_1, c_2) \mid c_1, c_2 \in C \text{ и } c_1 \text{ е външно допирателна за } c_2\}.$$

Напишете такава формула от  $\mathcal{L}$ , че:

- а)  $\mathcal{A} \models \varphi_{=} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1 = c_2$ ;
- б)  $\mathcal{A} \models \varphi_{NTPP} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  е във вътрешността на кръга, определен от  $c_2$ , и окръжностите  $c_1, c_2$  нямат общи точки;
- в)  $\mathcal{A} \models \varphi_{TPP} [c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  е вътрешно допирателна за  $c_2$ ;

- г)  $\mathcal{A} \models \varphi_{PP}[c_1, c_2]$  точно тогава, когато кръгът, определен от  $c_1$ , е собствено подмножество на кръга, определен от  $c_2$ ;
- д)  $\mathcal{A} \models \varphi_{PO}[c_1, c_2]$  точно тогава, когато  $c_1$  и  $c_2$  имат точно две общи точки;
- е)  $\mathcal{A} \models \varphi_{DC}[c_1, c_2]$  точно тогава, когато затворените кръгове, определени от  $c_1$  и  $c_2$  нямат общи точки.

**3.** Нека  $\mathcal{L}$  е предикатният език с формално равенство и единствен нелогически символ  $-f$ , двуместен функционален символ. Нека  $\mathcal{A} = \langle \omega, + \rangle$ , където  $\omega$  е множеството на естествените числа.

- а) Докажете, че функцията  $h, h: \omega \rightarrow \omega, h(n) = 3n^2 + 4$  не е термално определима в  $\mathcal{A}$ .
- б) Покажете, че графиката на  $g, g: \omega \rightarrow \omega, g(n) = 3n + 4$  е определима в  $\mathcal{A}$  с формула от  $\mathcal{L}$ .

**4.** Докажете, че формулата  $\exists x \forall y (p(x, y) \iff \neg \exists z (p(y, z) \& p(z, y)))$ , където  $p$  е двуместен предикатен символ, е неизпълнимо.

**5.** С метода на резолюцията докажете, че множеството от предикатни дизюнкти

$$\{p(a, x, f(y)), p(a, z, f(g(b))), \neg q(y, z)\}, \quad \{\neg q(g(b), w), r(w, a)\}, \\ \{\neg p(a, w, f(g(b))), r(x, a)\}, \quad \{p(a, u, f(g(u))), r(u, a), q(g(b), b)\}, \\ \{\neg r(v, a)\}$$

е неизпълнимо. ( $a$  и  $b$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи,  $p, q$  и  $r$  са предикатни символи с арности съответно 3, 2, 2;  $x, y, z, u, v$  и  $w$  са различни индивидуни променливи).

**Задача 1.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат с аргументи  $X$  и  $Y$ , който по даден списък  $X$  от списъци генерира при преудовлетворяване в  $Y$  елементите на декартовото произведение на елементите на  $X$ . Например, ако  $X$  е  $[L_1, L_2, L_3, L_4]$ , елементите на декартовото произведение на елементите на  $X$  са списъците от вида  $[a_1, a_2, a_3, a_4]$ , където за всяко  $i, 1 \leq i \leq 4, a_i$  е елемент на  $L_i$ .

**Задача 2.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат, който по дадени две цели числа разпознава дали те имат едни и същи прости делители.

**1.** Опишете представяне на неориентиран граф. Напишете програма на Пролог, която по даден неориентиран граф разпознава дали той е свързан и ацикличен.

**2.** Нека  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$  за всяко естествено число  $n$  и  $a_1 = a_0 = 1$ . Нека  $b_{n+2} = (-1)^{n+1}3b_{n+1} + (-1)^n b_n$  за всяко естествено число  $n$  и  $b_1 = b_0 = 1$ . Да се напише програма на Пролог, която по дадено естествено число  $n$  намира най-малкото естествено число  $k$ , за което  $b_k \leq a_n < b_{k+1}$ , ако има такова  $k$ , и  $-1$  в противен случай.

**Задача 1.** Казваме, че крайна редица от числа  $[a_1, \dots, a_n]$  е сегментна, ако съществува такава под-редица  $[a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_k}]$ , където  $1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_k \leq n$ , че  $a_{n_1} < a_{n_2} < \dots < a_{n_k}$  и  $\exists c \forall i (0 < i < n \& a_i > a_{i+1} \implies a_i = c)$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(L)$ , който по даден списък от числа  $L$  проверява дали той задава сегментна редица.

**Задача 2.** Ако  $E$  е списък от списъци с дължина 2, да означим с  $G(E)$  ориентирания граф, в който няма изолирани върхове и от върха  $u$  към върха  $v$  има ребро точно тогава, когато  $[u, v]$  е елемент на списъка  $E$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(E, v)$ , който по даден списък от двueleментни списъци  $E$  и връх  $v$  на графа  $G(E)$  проверява дали в  $G(E)$  има цикъл, преминаващ през  $v$ .

**Задача 1.** Казваме, че крайна редица от числа  $[a_1, \dots, a_n]$  е сегментна, ако съществува такава под-редица  $[a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_k}]$ , където  $1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_k \leq n$ , че  $a_{n_1} < a_{n_2} < \dots < a_{n_k}$  и  $\exists c \forall i (0 < i < n \& a_i > a_{i+1} \implies a_i = c)$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(L)$ , който по даден списък от числа  $L$  проверява дали той задава сегментна редица.

**Задача 2.** Ако  $E$  е списък от списъци с дължина 2, да означим с  $G(E)$  ориентирания граф, в който няма изолирани върхове и от върха  $u$  към върха  $v$  има ребро точно тогава, когато  $[u, v]$  е елемент на списъка  $E$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(E, n, u, v)$ , който по даден списък от двуелементни списъци  $E$ , естествено число  $n$  и върхове  $u$  и  $v$  от графа  $G(E)$  проверява дали в  $G(E)$  има път от  $u$  до  $v$  с дължина не по-голяма от  $n$ .

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо само следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \implies \neg p(x, z) \vee \neg p(z, y)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, t) \implies p(x, t)) \\ \exists x \exists y \forall z (p(x, z) \vee p(y, z)) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в които освен това е вярна формулата  $\exists x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$$

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо само следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \vee p(y, z) \vee p(x, z)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \implies p(x, z) \vee p(z, t) \vee p(t, y)) \\ \exists x \exists y \neg p(x, y) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в които освен това е вярна формулата  $\forall x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n}$$

**Задача 1.** Да се докаже, че множествата  $\{\varphi_1, \varphi_2\}$  и  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$  са изпълними, където  $\varphi_1 \Leftarrow \forall x p(x, x)$ ,  
 $\varphi_2 \Leftarrow \exists x \forall y p(x, y)$ ,  $\varphi_3 \Leftarrow \exists x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$  и  
 $\varphi_4 \Leftarrow \exists x \forall y p(y, x)$ .

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N}, D^{\mathcal{A}} \rangle$  е структура за езика без формално равенство, без функционални символи, без индивидуални константи, имащ само двуместния предикатен символ  $D$ , където

$$\langle n, k \rangle \in D^{\mathcal{A}} \iff \text{има такова } s \in \mathbb{N}, \text{ че } 2k = ns.$$

Да се докаже, че:

- а)  $\{0\}, \{1\}, \{2\}$  са определими;
- б)  $\{3\}$  не е определимо.

**Задача 1.** Да се докаже, че множествата  $\{\varphi_1, \varphi_2\}$  и  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$  са изпълними, където  $\varphi_1 \Leftarrow \forall x p(x, x)$ ,  
 $\varphi_2 \Leftarrow \exists x \forall y p(y, x)$ ,  $\varphi_3 \Leftarrow \exists x \forall y p(x, y)$  и  
 $\varphi_4 \Leftarrow \exists x \exists y \exists z (\neg p(x, y) \& p(z, y) \& p(x, z) \& p(z, x))$ .

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{A} = \langle \mathbb{N}, D^{\mathcal{A}} \rangle$  е структура за езика без формално равенство, без функционални символи, без индивидуални константи, имащ само двуместния предикатен символ  $D$ , където

$$\langle n, k \rangle \in D^{\mathcal{A}} \iff \text{има такова } s \in \mathbb{N}, \text{ че } 3k = ns.$$

Да се докаже, че:

- а)  $\{0\}, \{1\}, \{3\}$  са определими;
- б)  $\{5\}$  не е определимо.

**Задача 1.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(L, M)$ , който по даден списък от числа  $L$  при преудовлетворяване генерира в  $M$  всички списъци, такива че:

- множеството от елементите на  $M$  е подмножество на множеството от елементите на  $L$ ;
- за всеки елемент  $X$  на  $M$  съществува такъв елемент  $Y$  на  $M$ , че множеството  $\{X - Y, X * Y, X + Y\}$  е подмножество на множеството от елементите на  $L$ .

**Задача 2.** Да се дефинира на пролог предикат  $t(M, T)$ , който по дадена матрица  $M$  генерира в  $T$  транспонираната ѝ матрица. Матрица представяме като списък от редове, всеки от които е списък от елементите на този ред.

**Задача 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че следната формула е предикатна тавтология:

$$\forall x \neg \forall y (p(x, y) \iff \neg \exists z (p(z, y) \& p(y, z))).$$

**Задача 4.** Нека  $\mathcal{A}$  е структурата  $\langle \mathbb{N}, s^{\mathcal{A}} \rangle$  за предикатния език без формално равенство  $\mathcal{L}$ , имащ един триместен предикатен символ  $s$ , където

$$\langle n, k, \ell \rangle \in s^{\mathcal{A}} \quad \text{точно тогава, когато} \quad n + k = \ell.$$

Да се докаже, че:

а) всяко едно от множествата

$$\{0\}, \{1\}, \{3\}, \{\langle n, k \rangle \mid 5 \text{ дели } n - k\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$  с формула от  $\mathcal{L}$ ;

б) идентитетът е единственият автоморфизъм в  $\mathcal{A}$ .

**Задача 5.** Да се докаже изпълнимостта на множеството от следните формули:

$$\neg \exists x p(x, x)$$

$$\forall x \exists y (p(x, y) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y)))$$

$$\exists x \neg \exists y p(y, x)$$

$$\exists x (\exists y p(y, x) \& \neg \exists y (p(y, x) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y))))$$

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството от следните четири формули е изпълнимо:

$$\neg \exists x p(x, x), \quad \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))),$$

$$\forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x)), \quad \exists x \forall y (\neg(x \doteq y) \Rightarrow p(x, y)).$$

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство, който има само един нелогически символ — двуместния предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на естествените числа и

$$\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \begin{array}{l} \text{броят на простите делители на } n \\ \text{е не по-голям от броя на простите} \\ \text{делители на } k \end{array}$$

Да се докаже, че: (а) множествата  $\{0\}$  и  $\{1\}$  са определими; (б) множеството  $\{2012\}$  е неопределимо.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството от следните четири формули е изпълнимо:

$$\forall x \neg p(x, x), \quad \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))),$$

$$\forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x)), \quad \neg \forall x \exists y (\neg(x \doteq y) \Rightarrow p(x, y)).$$

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство, който има само един нелогически символ — двуместния предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на естествените числа и

$$\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \begin{array}{l} \text{броят на простите делители на} \\ n \text{ е по-голям или равен на броя на} \\ \text{простите делители на } k \end{array}$$

Да се докаже, че: (а) множествата  $\{0\}$  и  $\{1\}$  са определими; (б) множеството  $\{2012\}$  е неопределимо.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се сортира по  $\subset$ . (Ако  $l_1$  и  $l_2$  са списъци,  $l_1 \subset l_2$  означава, че елементите на  $l_1$  са елементи на  $l_2$ , но не всички елементи на  $l_2$  са елементи на  $l_1$ .)

*Внимание:*  $[[0], [1]]$  не може да се сортира по  $\subset$ !

**Зад. 2.** Ако  $n$  е естествено число с десетичен запис  $c_1c_2 \dots c_k$ , негатив на  $n$  наричаме числото с десетичен запис  $d_1d_2 \dots d_k$ , където  $d_i = 9 - c_i$  за  $i = 1, 2, \dots, k$ . Да се напише предикат на Пролог, който генерира всички естествени числа, чийто негатив е просто число.

*Пример:* Негативът на числото 992 е 007, т.е. 7.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се сортира по  $\subseteq$ . (Ако  $l_1$  и  $l_2$  са списъци,  $l_1 \subseteq l_2$  означава, че елементите на  $l_1$  са елементи на  $l_2$ , но не всички елементи на  $l_2$  са елементи на  $l_1$ .)

*Внимание:*  $[[0], [1]]$  не може да се сортира по  $\subseteq$ !

**Зад. 1.** Да се докаже, че множеството от следните две формули е изпълнимо:  $\exists x(\exists y p(x, y) \& \exists y p(y, x))$ ,  $\neg \exists x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$ .

**Зад. 1.** Нека  $L$  е списък от списъци,  $L = [\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$ . Казваме, че *двойката от списъци*  $F, G$  е *разбиване на*  $L$ , ако  $F = [\ell_{i_1}, \ell_{i_2}, \dots, \ell_{i_k}]$  и  $G = [\ell_{j_1}, \ell_{j_2}, \dots, \ell_{j_{n-k}}]$ , където  $\{i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_{n-k}\} = \{1, 2, \dots, n\}$ .

*Обединение на списък от списъци* е множеството на всички обекти, които са елементи на някой елемент на списъка.

Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се разбие на два списъка, които имат едно и също обединение.

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане без равенство, който има предикатния символ  $p$  с арност 4 за единствен нелогически символ. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на целите числа и за произволни цели числа  $k, l, m, n$ :

$$\langle k, l, m, n \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow k + l + m = n.$$

Да се докаже, че: а)  $\{0\}$  е определимо; б)  $\{1\}$  е неопределимо; в) множеството на четните числа е определимо.

**Зад. 1.** Нека  $L$  е списък от списъци,  $L = [\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$ . Казваме, че *списъкът*  $M$  е *подредица на*  $L$ , ако  $M = [\ell_{i_1}, \ell_{i_2}, \dots, \ell_{i_k}]$ , където  $1 \leq i_j \leq n$  за  $j = 1 \dots k$  и  $i_1 < i_2 < \dots < i_k$ .

Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали има такава подредица  $M$  на  $L$ , че конкатенацията на елементите на  $M$  да е елемент на  $L$ .

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при презадоволяване генерира всички прости числа с десетичен запис, който започва с десетичния запис на факултетния Ви номер.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  генерира в  $M$  най-дългата обща подредица на елементите на  $L$ .

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя бинарната релация  $R$ , ако

$$R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}.$$

Да се дефинира на Пролог:

а) едноместен предикат  $s$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е симетрична релация.

б) едноместен предикат  $t$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е транзитивна релация.

в) триместен предикат  $c$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно бинарните релации  $R_1$  и  $R_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $R_3$  на  $R_1$  и  $R_2$ .

*Напомняне:*  $(x, z) \in R_3$  тогава и само тогава, когато има двойки  $(x, y)$  и  $(y, z)$ , такива че  $(x, y) \in R_1$  и  $(y, z) \in R_2$ .

**Задача 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от числа  $X$  при преудовлетворявания дава в  $Y$  всички разделяния на  $X$ . Разделяне на  $X$  е такъв списък  $[X_1, X_2, \dots, X_n]$ , че конкатенацията на списъците  $X_1, X_2, \dots, X_n$  е  $X$ .

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y \forall z ((p(x, y) \& p(y, z)) \Rightarrow p(x, z)) \\ & \exists x (\neg p(x, x) \& \forall y \forall z (p(y, z) \Rightarrow p(x, z))) \\ & \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow p(y, y)) \\ & \forall x \exists y (p(x, y) \& \forall z (p(x, z) \Rightarrow (p(z, x) \vee p(y, z)))) \end{aligned}$$

**Задача 3.** Нека  $\mathcal{L}$  е език на предикатното смятане без равенство, в който  $q$  и  $r$  са съответно триместен и двуместен предикатен символ. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум  $\mathbb{R}$ , в която  $q$  и  $r$  са интерпретирани по следния начин:

$$\begin{aligned} \langle a, b, c \rangle \in q^{\mathcal{A}} & \longleftrightarrow ab = c, \\ \langle a, b \rangle \in r^{\mathcal{A}} & \longleftrightarrow a + 2 = b. \end{aligned}$$

Да се докаже, че са определими множествата  $\{2\}$ ,  $\{\frac{1}{2}\}$ ,  $\{\sqrt{2}\}$ ,  $\{\sqrt[3]{2}\}$  и  $\{a \mid a > 1\}$ .

**Задача 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от числа  $X$  при преудовлетворявания дава в  $Y$  всички секции на  $X$ . Секция на списък  $[a_1, a_2, \dots, a_n]$  е списък  $[a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}]$ , където  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$  и  $a_{i_1} \leq a_{i_2} \leq \dots \leq a_{i_k}$ .

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\begin{aligned} & \forall x \forall y \forall z ((p(x, y) \& p(y, z)) \Rightarrow p(x, z)) \\ & \exists x \forall y \forall z ((p(y, z) \& p(z, y)) \Rightarrow (p(x, y) \& p(y, x))) \\ & \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))) \\ & \exists x \forall y \forall z (p(y, z) \Rightarrow p(x, z)) \\ & \neg \exists x \forall y \forall z (p(y, z) \Rightarrow p(y, x)) \end{aligned}$$

**Задача 3.** Нека  $\mathcal{L}$  е език на предикатното смятане без равенство, в който  $p$  и  $r$  са съответно триместен и двуместен предикатен символ. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум  $\mathbb{R}$ , в която  $p$  и  $r$  са интерпретирани по следния начин:

$$\begin{aligned} \langle a, b, c \rangle \in p^{\mathcal{A}} & \longleftrightarrow a + b = c, \\ \langle a, b \rangle \in r^{\mathcal{A}} & \longleftrightarrow a^2 = b. \end{aligned}$$

Да се докаже, че са определими множествата  $\{2\}$ ,  $\{\frac{1}{2}\}$ ,  $\{\sqrt{2}\}$ ,  $\{a \mid a > 1\}$  и  $\{\sqrt[3]{2}\}$ .

За всяко от следващите множества от три формули да се покаже, че третата формула следва от първите две:

$$\begin{aligned} & \forall y(\forall z(\neg s(z) \Rightarrow \neg p(y, z)) \Rightarrow r(y)) \\ & \exists z \forall y(s(y) \vee q(z, y)) \\ & \exists y \forall z(\neg r(z) \Rightarrow \exists t(p(z, t) \& q(y, t))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall y \exists z(\neg r(z) \& \forall t(p(z, t) \Rightarrow \neg q(y, t))) \\ & \forall y(\forall z(\neg s(z) \Rightarrow \neg p(y, z)) \Rightarrow r(y)) \\ & \forall z \exists y(\neg s(y) \& \neg q(z, y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \exists z \forall y(s(y) \vee q(z, y)) \\ & \forall y \exists z(\neg r(z) \& \forall t(p(z, t) \Rightarrow \neg q(y, t))) \\ & \exists y(\forall z(\neg s(z) \Rightarrow \neg p(y, z)) \& \neg r(y)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall z(\forall t(\neg s(t) \Rightarrow p(t, z)) \Rightarrow r(z)) \\ & \exists t \forall z(s(z) \vee \neg q(z, t)) \\ & \exists z \forall t(\neg r(t) \Rightarrow \exists u(\neg p(u, t) \& \neg q(u, z))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall z \exists t(\neg r(t) \& \forall u(\neg p(u, t) \Rightarrow q(u, z))) \\ & \forall z(\forall t(\neg s(t) \Rightarrow p(t, z)) \Rightarrow r(z)) \\ & \forall t \exists z(\neg s(z) \& q(z, t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \exists t \forall z(s(z) \vee \neg q(z, t)) \\ & \forall z \exists t(\neg r(t) \& \forall u(\neg p(u, t) \Rightarrow q(u, z))) \\ & \exists z(\forall t(\neg s(t) \Rightarrow p(t, z)) \& \neg r(z)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall t(\forall u(\neg p(u) \Rightarrow \neg q(t, u)) \Rightarrow s(t)) \\ & \exists u \forall t(p(t) \vee \neg r(u, t)) \\ & \exists t \forall u(\neg s(u) \Rightarrow \exists v(q(u, v) \& \neg r(t, v))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall t \exists u(\neg s(u) \& \forall v(q(u, v) \Rightarrow r(t, v))) \\ & \forall t(\forall u(\neg p(u) \Rightarrow \neg q(t, u)) \Rightarrow s(t)) \\ & \forall u \exists t(\neg p(t) \& r(u, t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \exists u \forall t(p(t) \vee \neg r(u, t)) \\ & \forall t \exists u(\neg s(u) \& \forall v(q(u, v) \Rightarrow r(t, v))) \\ & \exists t(\forall u(\neg p(u) \Rightarrow \neg q(t, u)) \& \neg s(t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall u(\forall v(\neg p(v) \Rightarrow q(v, u)) \Rightarrow \neg s(u)) \\ & \exists v \forall u(p(u) \vee r(u, v)) \\ & \exists u \forall v(s(v) \Rightarrow \exists w(\neg q(w, v) \& r(w, u))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \forall u \exists v(s(v) \& \forall w(\neg q(w, v) \Rightarrow \neg r(w, u))) \\ & \forall u(\forall v(\neg p(v) \Rightarrow q(v, u)) \Rightarrow \neg s(u)) \\ & \forall v \exists u(\neg p(u) \& \neg r(u, v)) \end{aligned}$$

```

=====

$$\exists v \forall u (p(u) \vee r(u, v))$$


$$\forall u \exists v (s(v) \ \& \ \forall w (\neg q(w, v) \Rightarrow \neg r(w, u)))$$


$$\exists u (\forall v (\neg p(v) \Rightarrow q(v, u)) \ \& \ s(u))$$

=====

$$\forall v (\forall w (\neg p(w) \Rightarrow \neg q(v, w)) \Rightarrow \neg s(v))$$


$$\exists w \forall v (p(v) \vee r(w, v))$$


$$\exists v \forall w (s(w) \Rightarrow \exists x (q(w, x) \ \& \ r(v, x)))$$

=====

$$\forall v \exists w (s(w) \ \& \ \forall x (q(w, x) \Rightarrow \neg r(v, x)))$$


$$\forall v (\forall w (\neg p(w) \Rightarrow \neg q(v, w)) \Rightarrow \neg s(v))$$


$$\forall w \exists v (\neg p(v) \ \& \ \neg r(w, v))$$

=====

$$\exists w \forall v (p(v) \vee r(w, v))$$


$$\forall v \exists w (s(w) \ \& \ \forall x (q(w, x) \Rightarrow \neg r(v, x)))$$


$$\exists v (\forall w (\neg p(w) \Rightarrow \neg q(v, w)) \ \& \ s(v))$$

=====

$$\forall w (\forall x (\neg q(x) \Rightarrow r(x, w)) \Rightarrow \neg p(w))$$


$$\exists x \forall w (q(w) \vee \neg s(w, x))$$


$$\exists w \forall x (p(x) \Rightarrow \exists y (\neg r(y, x) \ \& \ \neg s(y, w)))$$

=====

$$\forall w \exists x (p(x) \ \& \ \forall y (\neg r(y, x) \Rightarrow s(y, w)))$$


$$\forall w (\forall x (\neg q(x) \Rightarrow r(x, w)) \Rightarrow \neg p(w))$$


$$\forall x \exists w (\neg q(w) \ \& \ s(w, x))$$

=====

$$\exists x \forall w (q(w) \vee \neg s(w, x))$$


$$\forall w \exists x (p(x) \ \& \ \forall y (\neg r(y, x) \Rightarrow s(y, w)))$$


$$\exists w (\forall x (\neg q(x) \Rightarrow r(x, w)) \ \& \ p(w))$$

=====

$$\forall x (\forall y (\neg q(y) \Rightarrow \neg r(x, y)) \Rightarrow \neg p(x))$$


$$\exists y \forall x (q(x) \vee \neg s(y, x))$$


$$\exists x \forall y (p(y) \Rightarrow \exists z (r(y, z) \ \& \ \neg s(x, z)))$$

=====

$$\forall x \exists y (p(y) \ \& \ \forall z (r(y, z) \Rightarrow s(x, z)))$$


$$\forall x (\forall y (\neg q(y) \Rightarrow \neg r(x, y)) \Rightarrow \neg p(x))$$


$$\forall y \exists x (\neg q(x) \ \& \ s(y, x))$$

=====

$$\exists y \forall x (q(x) \vee \neg s(y, x))$$


$$\forall x \exists y (p(y) \ \& \ \forall z (r(y, z) \Rightarrow s(x, z)))$$


$$\exists x (\forall y (\neg q(y) \Rightarrow \neg r(x, y)) \ \& \ p(x))$$

=====

$$\forall y (\forall z (q(z) \Rightarrow r(z, y)) \Rightarrow p(y))$$


$$\exists z \forall y (\neg q(y) \vee s(y, z))$$


$$\exists y \forall z (\neg p(z) \Rightarrow \exists t (\neg r(t, z) \ \& \ s(t, y)))$$

=====

```



=====  
 $\forall y \exists z (\neg p(z) \ \& \ \forall t (\neg r(t, z) \Rightarrow \neg s(t, y)))$   
 $\forall y (\forall z (q(z) \Rightarrow r(z, y)) \Rightarrow p(y))$   
 $\forall z \exists y (q(y) \ \& \ \neg s(y, z))$   
=====

$\exists z \forall y (\neg q(y) \vee s(y, z))$   
 $\forall y \exists z (\neg p(z) \ \& \ \forall t (\neg r(t, z) \Rightarrow \neg s(t, y)))$   
 $\exists y (\forall z (q(z) \Rightarrow r(z, y)) \ \& \ \neg p(y))$   
=====

$\forall z (\forall t (r(t) \Rightarrow \neg s(z, t)) \Rightarrow q(z))$   
 $\exists t \forall z (\neg r(z) \vee p(t, z))$   
 $\exists z \forall t (\neg q(t) \Rightarrow \exists u (s(t, u) \ \& \ p(z, u)))$   
=====

$\forall z \exists t (\neg q(t) \ \& \ \forall u (s(t, u) \Rightarrow \neg p(z, u)))$   
 $\forall z (\forall t (r(t) \Rightarrow \neg s(z, t)) \Rightarrow q(z))$   
 $\forall t \exists z (r(z) \ \& \ \neg p(t, z))$   
=====

$\exists t \forall z (\neg r(z) \vee p(t, z))$   
 $\forall z \exists t (\neg q(t) \ \& \ \forall u (s(t, u) \Rightarrow \neg p(z, u)))$   
 $\exists z (\forall t (r(t) \Rightarrow \neg s(z, t)) \ \& \ \neg q(z))$   
=====

$\forall t (\forall u (r(u) \Rightarrow s(u, t)) \Rightarrow q(t))$   
 $\exists u \forall t (\neg r(t) \vee \neg p(t, u))$   
 $\exists t \forall u (\neg q(u) \Rightarrow \exists v (\neg s(v, u) \ \& \ \neg p(v, t)))$   
=====

$\forall t \exists u (\neg q(u) \ \& \ \forall v (\neg s(v, u) \Rightarrow p(v, t)))$   
 $\forall t (\forall u (r(u) \Rightarrow s(u, t)) \Rightarrow q(t))$   
 $\forall u \exists t (r(t) \ \& \ p(t, u))$   
=====

$\exists u \forall t (\neg r(t) \vee \neg p(t, u))$   
 $\forall t \exists u (\neg q(u) \ \& \ \forall v (\neg s(v, u) \Rightarrow p(v, t)))$   
 $\exists t (\forall u (r(u) \Rightarrow s(u, t)) \ \& \ \neg q(t))$   
=====

$\forall u (\forall v (r(v) \Rightarrow \neg s(u, v)) \Rightarrow q(u))$   
 $\exists v \forall u (\neg r(u) \vee \neg p(v, u))$   
 $\exists u \forall v (\neg q(v) \Rightarrow \exists w (s(v, w) \ \& \ \neg p(u, w)))$   
=====

$\forall u \exists v (\neg q(v) \ \& \ \forall w (s(v, w) \Rightarrow p(u, w)))$   
 $\forall u (\forall v (r(v) \Rightarrow \neg s(u, v)) \Rightarrow q(u))$   
 $\forall v \exists u (r(u) \ \& \ p(v, u))$   
=====

$\exists v \forall u (\neg r(u) \vee \neg p(v, u))$   
 $\forall u \exists v (\neg q(v) \ \& \ \forall w (s(v, w) \Rightarrow p(u, w)))$   
 $\exists u (\forall v (r(v) \Rightarrow \neg s(u, v)) \ \& \ \neg q(u))$   
=====

=====

$\forall v(\forall w(s(w) \Rightarrow p(w, v)) \Rightarrow \neg r(v))$   
 $\exists w\forall v(\neg s(v) \vee q(v, w))$   
 $\exists v\forall w(r(w) \Rightarrow \exists x(\neg p(x, w) \& q(x, v)))$

=====

$\forall v\exists w(r(w) \& \forall x(\neg p(x, w) \Rightarrow \neg q(x, v)))$   
 $\forall v(\forall w(s(w) \Rightarrow p(w, v)) \Rightarrow \neg r(v))$   
 $\forall w\exists v(s(v) \& \neg q(v, w))$

=====

$\exists w\forall v(\neg s(v) \vee q(v, w))$   
 $\forall v\exists w(r(w) \& \forall x(\neg p(x, w) \Rightarrow \neg q(x, v)))$   
 $\exists v(\forall w(s(w) \Rightarrow p(w, v)) \& r(v))$

=====

$\forall w(\forall x(s(x) \Rightarrow \neg p(w, x)) \Rightarrow \neg r(w))$   
 $\exists x\forall w(\neg s(w) \vee q(x, w))$   
 $\exists w\forall x(r(x) \Rightarrow \exists y(p(x, y) \& q(w, y)))$

=====

$\forall w\exists x(r(x) \& \forall y(p(x, y) \Rightarrow \neg q(w, y)))$   
 $\forall w(\forall x(s(x) \Rightarrow \neg p(w, x)) \Rightarrow \neg r(w))$   
 $\forall x\exists w(s(w) \& \neg q(x, w))$

=====

$\exists x\forall w(\neg s(w) \vee q(x, w))$   
 $\forall w\exists x(r(x) \& \forall y(p(x, y) \Rightarrow \neg q(w, y)))$   
 $\exists w(\forall x(s(x) \Rightarrow \neg p(w, x)) \& r(w))$

=====

$\forall x(\forall y(s(y) \Rightarrow p(y, x)) \Rightarrow \neg r(x))$   
 $\exists y\forall x(\neg s(x) \vee \neg q(x, y))$   
 $\exists x\forall y(r(y) \Rightarrow \exists z(\neg p(z, y) \& \neg q(z, x)))$

=====

$\forall x\exists y(r(y) \& \forall z(\neg p(z, y) \Rightarrow q(z, x)))$   
 $\forall x(\forall y(s(y) \Rightarrow p(y, x)) \Rightarrow \neg r(x))$   
 $\forall y\exists x(s(x) \& q(x, y))$

=====

$\exists y\forall x(\neg s(x) \vee \neg q(x, y))$   
 $\forall x\exists y(r(y) \& \forall z(\neg p(z, y) \Rightarrow q(z, x)))$   
 $\exists x(\forall y(s(y) \Rightarrow p(y, x)) \& r(x))$

=====

$\forall y(\forall z(p(z) \Rightarrow \neg q(y, z)) \Rightarrow \neg s(y))$   
 $\exists z\forall y(\neg p(y) \vee \neg r(z, y))$   
 $\exists y\forall z(s(z) \Rightarrow \exists t(q(z, t) \& \neg r(y, t)))$

=====

$\forall y\exists z(s(z) \& \forall t(q(z, t) \Rightarrow r(y, t)))$   
 $\forall y(\forall z(p(z) \Rightarrow \neg q(y, z)) \Rightarrow \neg s(y))$   
 $\forall z\exists y(p(y) \& r(z, y))$

=====

=====

$$\begin{aligned} &\exists z \forall y (\neg p(y) \vee \neg r(z, y)) \\ &\forall y \exists z (s(z) \ \& \ \forall t (q(z, t) \Rightarrow r(y, t))) \\ &\exists y (\forall z (p(z) \Rightarrow \neg q(y, z)) \ \& \ s(y)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall z (\forall t (\neg p(t) \Rightarrow q(t, z)) \Rightarrow s(z)) \\ &\exists t \forall z (p(z) \vee r(z, t)) \\ &\exists z \forall t (\neg s(t) \Rightarrow \exists u (\neg q(u, t) \ \& \ r(u, z))) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall z \exists t (\neg s(t) \ \& \ \forall u (\neg q(u, t) \Rightarrow \neg r(u, z))) \\ &\forall z (\forall t (\neg p(t) \Rightarrow q(t, z)) \Rightarrow s(z)) \\ &\forall t \exists z (\neg p(z) \ \& \ \neg r(z, t)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\exists t \forall z (p(z) \vee r(z, t)) \\ &\forall z \exists t (\neg s(t) \ \& \ \forall u (\neg q(u, t) \Rightarrow \neg r(u, z))) \\ &\exists z (\forall t (\neg p(t) \Rightarrow q(t, z)) \ \& \ \neg s(z)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall t (\forall u (\neg p(u) \Rightarrow \neg q(t, u)) \Rightarrow s(t)) \\ &\exists u \forall t (p(t) \vee r(u, t)) \\ &\exists t \forall u (\neg s(u) \Rightarrow \exists v (q(u, v) \ \& \ r(t, v))) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall t \exists u (\neg s(u) \ \& \ \forall v (q(u, v) \Rightarrow \neg r(t, v))) \\ &\forall t (\forall u (\neg p(u) \Rightarrow \neg q(t, u)) \Rightarrow s(t)) \\ &\forall u \exists t (\neg p(t) \ \& \ \neg r(u, t)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\exists u \forall t (p(t) \vee r(u, t)) \\ &\forall t \exists u (\neg s(u) \ \& \ \forall v (q(u, v) \Rightarrow \neg r(t, v))) \\ &\exists t (\forall u (\neg p(u) \Rightarrow \neg q(t, u)) \ \& \ \neg s(t)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall u (\forall v (\neg q(v) \Rightarrow r(v, u)) \Rightarrow p(u)) \\ &\exists v \forall u (q(u) \vee \neg s(u, v)) \\ &\exists u \forall v (\neg p(v) \Rightarrow \exists w (\neg r(w, v) \ \& \ \neg s(w, u))) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall u \exists v (\neg p(v) \ \& \ \forall w (\neg r(w, v) \Rightarrow s(w, u))) \\ &\forall u (\forall v (\neg q(v) \Rightarrow r(v, u)) \Rightarrow p(u)) \\ &\forall v \exists u (\neg q(u) \ \& \ s(u, v)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\exists v \forall u (q(u) \vee \neg s(u, v)) \\ &\forall u \exists v (\neg p(v) \ \& \ \forall w (\neg r(w, v) \Rightarrow s(w, u))) \\ &\exists u (\forall v (\neg q(v) \Rightarrow r(v, u)) \ \& \ \neg p(u)) \end{aligned}$$

=====

$$\begin{aligned} &\forall v (\forall w (\neg q(w) \Rightarrow \neg r(v, w)) \Rightarrow p(v)) \\ &\exists w \forall v (q(v) \vee \neg s(w, v)) \\ &\exists v \forall w (\neg p(w) \Rightarrow \exists x (r(w, x) \ \& \ \neg s(v, x))) \end{aligned}$$

=====

=====  
 $\forall v \exists w (\neg p(w) \ \& \ \forall x (r(w, x) \Rightarrow s(v, x)))$   
 $\forall v (\forall w (\neg q(w) \Rightarrow \neg r(v, w)) \Rightarrow p(v))$   
 $\forall w \exists v (\neg q(v) \ \& \ s(w, v))$   
=====

$\exists w \forall v (q(v) \vee \neg s(w, v))$   
 $\forall v \exists w (\neg p(w) \ \& \ \forall x (r(w, x) \Rightarrow s(v, x)))$   
 $\exists v (\forall w (\neg q(w) \Rightarrow \neg r(v, w)) \ \& \ \neg p(v))$   
=====

$\forall w (\forall x (\neg q(x) \Rightarrow r(x, w)) \Rightarrow \neg p(w))$   
 $\exists x \forall w (q(w) \vee s(w, x))$   
 $\exists w \forall x (p(x) \Rightarrow \exists y (\neg r(y, x) \ \& \ s(y, w)))$   
=====

$\forall w \exists x (p(x) \ \& \ \forall y (\neg r(y, x) \Rightarrow \neg s(y, w)))$   
 $\forall w (\forall x (\neg q(x) \Rightarrow r(x, w)) \Rightarrow \neg p(w))$   
 $\forall x \exists w (\neg q(w) \ \& \ \neg s(w, x))$   
=====

$\exists x \forall w (q(w) \vee s(w, x))$   
 $\forall w \exists x (p(x) \ \& \ \forall y (\neg r(y, x) \Rightarrow \neg s(y, w)))$   
 $\exists w (\forall x (\neg q(x) \Rightarrow r(x, w)) \ \& \ p(w))$   
=====

$\forall x (\forall y (\neg r(y) \Rightarrow \neg s(x, y)) \Rightarrow \neg q(x))$   
 $\exists y \forall x (r(x) \vee p(y, x))$   
 $\exists x \forall y (q(y) \Rightarrow \exists z (s(y, z) \ \& \ p(x, z)))$   
=====

$\forall x \exists y (q(y) \ \& \ \forall z (s(y, z) \Rightarrow \neg p(x, z)))$   
 $\forall x (\forall y (\neg r(y) \Rightarrow \neg s(x, y)) \Rightarrow \neg q(x))$   
 $\forall y \exists x (\neg r(x) \ \& \ \neg p(y, x))$   
=====

$\exists y \forall x (r(x) \vee p(y, x))$   
 $\forall x \exists y (q(y) \ \& \ \forall z (s(y, z) \Rightarrow \neg p(x, z)))$   
 $\exists x (\forall y (\neg r(y) \Rightarrow \neg s(x, y)) \ \& \ q(x))$   
=====

$\forall y (\forall z (\neg r(z) \Rightarrow s(z, y)) \Rightarrow \neg q(y))$   
 $\exists z \forall y (r(y) \vee \neg p(y, z))$   
 $\exists y \forall z (q(z) \Rightarrow \exists t (\neg s(t, z) \ \& \ \neg p(t, y)))$   
=====

$\forall y \exists z (q(z) \ \& \ \forall t (\neg s(t, z) \Rightarrow p(t, y)))$   
 $\forall y (\forall z (\neg r(z) \Rightarrow s(z, y)) \Rightarrow \neg q(y))$   
 $\forall z \exists y (\neg r(y) \ \& \ p(y, z))$   
=====

$\exists z \forall y (r(y) \vee \neg p(y, z))$   
 $\forall y \exists z (q(z) \ \& \ \forall t (\neg s(t, z) \Rightarrow p(t, y)))$   
 $\exists y (\forall z (\neg r(z) \Rightarrow s(z, y)) \ \& \ q(y))$   
=====

```

=====
 $\forall z(\forall t(\neg r(t) \Rightarrow \neg s(z, t)) \Rightarrow \neg q(z))$ 
 $\exists t\forall z(r(z) \vee \neg p(t, z))$ 
 $\exists z\forall t(q(t) \Rightarrow \exists u(s(t, u) \ \& \ \neg p(z, u)))$ 
=====
 $\forall z\exists t(q(t) \ \& \ \forall u(s(t, u) \Rightarrow p(z, u)))$ 
 $\forall z(\forall t(\neg r(t) \Rightarrow \neg s(z, t)) \Rightarrow \neg q(z))$ 
 $\forall t\exists z(\neg r(z) \ \& \ p(t, z))$ 
=====
 $\exists t\forall z(r(z) \vee \neg p(t, z))$ 
 $\forall z\exists t(q(t) \ \& \ \forall u(s(t, u) \Rightarrow p(z, u)))$ 
 $\exists z(\forall t(\neg r(t) \Rightarrow \neg s(z, t)) \ \& \ q(z))$ 
=====
 $\forall t(\forall u(s(u) \Rightarrow p(u, t)) \Rightarrow r(t))$ 
 $\exists u\forall t(\neg s(t) \vee q(t, u))$ 
 $\exists t\forall u(\neg r(u) \Rightarrow \exists v(\neg p(v, u) \ \& \ q(v, t)))$ 
=====
 $\forall t\exists u(\neg r(u) \ \& \ \forall v(\neg p(v, u) \Rightarrow \neg q(v, t)))$ 
 $\forall t(\forall u(s(u) \Rightarrow p(u, t)) \Rightarrow r(t))$ 
 $\forall u\exists t(s(t) \ \& \ \neg q(t, u))$ 
=====
 $\exists u\forall t(\neg s(t) \vee q(t, u))$ 
 $\forall t\exists u(\neg r(u) \ \& \ \forall v(\neg p(v, u) \Rightarrow \neg q(v, t)))$ 
 $\exists t(\forall u(s(u) \Rightarrow p(u, t)) \ \& \ \neg r(t))$ 
=====
 $\forall u(\forall v(s(v) \Rightarrow \neg p(u, v)) \Rightarrow r(u))$ 
 $\exists v\forall u(\neg s(u) \vee q(v, u))$ 
 $\exists u\forall v(\neg r(v) \Rightarrow \exists w(p(v, w) \ \& \ q(u, w)))$ 
=====
 $\forall u\exists v(\neg r(v) \ \& \ \forall w(p(v, w) \Rightarrow \neg q(u, w)))$ 
 $\forall u(\forall v(s(v) \Rightarrow \neg p(u, v)) \Rightarrow r(u))$ 
 $\forall v\exists u(s(u) \ \& \ \neg q(v, u))$ 
=====
 $\exists v\forall u(\neg s(u) \vee q(v, u))$ 
 $\forall u\exists v(\neg r(v) \ \& \ \forall w(p(v, w) \Rightarrow \neg q(u, w)))$ 
 $\exists u(\forall v(s(v) \Rightarrow \neg p(u, v)) \ \& \ \neg r(u))$ 
=====
 $\forall v(\forall w(s(w) \Rightarrow p(w, v)) \Rightarrow r(v))$ 
 $\exists w\forall v(\neg s(v) \vee \neg q(v, w))$ 
 $\exists v\forall w(\neg r(w) \Rightarrow \exists x(\neg p(x, w) \ \& \ \neg q(x, v)))$ 
=====
 $\forall v\exists w(\neg r(w) \ \& \ \forall x(\neg p(x, w) \Rightarrow q(x, v)))$ 
 $\forall v(\forall w(s(w) \Rightarrow p(w, v)) \Rightarrow r(v))$ 
 $\forall w\exists v(s(v) \ \& \ q(v, w))$ 
=====

```

```

=====

$$\exists w \forall v (\neg s(v) \vee \neg q(v, w))$$


$$\forall v \exists w (\neg r(w) \ \& \ \forall x (\neg p(x, w) \Rightarrow q(x, v)))$$


$$\exists v (\forall w (s(w) \Rightarrow p(w, v)) \ \& \ \neg r(v))$$

=====

$$\forall w (\forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(w, x)) \Rightarrow s(w))$$


$$\exists x \forall w (\neg p(w) \vee \neg r(x, w))$$


$$\exists w \forall x (\neg s(x) \Rightarrow \exists y (q(x, y) \ \& \ \neg r(w, y)))$$

=====

$$\forall w \exists x (\neg s(x) \ \& \ \forall y (q(x, y) \Rightarrow r(w, y)))$$


$$\forall w (\forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(w, x)) \Rightarrow s(w))$$


$$\forall x \exists w (p(w) \ \& \ r(x, w))$$

=====

$$\exists x \forall w (\neg p(w) \vee \neg r(x, w))$$


$$\forall w \exists x (\neg s(x) \ \& \ \forall y (q(x, y) \Rightarrow r(w, y)))$$


$$\exists w (\forall x (p(x) \Rightarrow \neg q(w, x)) \ \& \ \neg s(w))$$

=====

$$\forall x (\forall y (p(y) \Rightarrow q(y, x)) \Rightarrow \neg s(x))$$


$$\exists y \forall x (\neg p(x) \vee r(x, y))$$


$$\exists x \forall y (s(y) \Rightarrow \exists z (\neg q(z, y) \ \& \ r(z, x)))$$

=====

$$\forall x \exists y (s(y) \ \& \ \forall z (\neg q(z, y) \Rightarrow \neg r(z, x)))$$


$$\forall x (\forall y (p(y) \Rightarrow q(y, x)) \Rightarrow \neg s(x))$$


$$\forall y \exists x (p(x) \ \& \ \neg r(x, y))$$

=====

$$\exists y \forall x (\neg p(x) \vee r(x, y))$$


$$\forall x \exists y (s(y) \ \& \ \forall z (\neg q(z, y) \Rightarrow \neg r(z, x)))$$


$$\exists x (\forall y (p(y) \Rightarrow q(y, x)) \ \& \ s(x))$$

=====

$$\forall y (\forall z (p(z) \Rightarrow \neg q(y, z)) \Rightarrow \neg s(y))$$


$$\exists z \forall y (\neg p(y) \vee r(z, y))$$


$$\exists y \forall z (s(z) \Rightarrow \exists t (q(z, t) \ \& \ r(y, t)))$$

=====

$$\forall y \exists z (s(z) \ \& \ \forall t (q(z, t) \Rightarrow \neg r(y, t)))$$


$$\forall y (\forall z (p(z) \Rightarrow \neg q(y, z)) \Rightarrow \neg s(y))$$


$$\forall z \exists y (p(y) \ \& \ \neg r(z, y))$$

=====

$$\exists z \forall y (\neg p(y) \vee r(z, y))$$


$$\forall y \exists z (s(z) \ \& \ \forall t (q(z, t) \Rightarrow \neg r(y, t)))$$


$$\exists y (\forall z (p(z) \Rightarrow \neg q(y, z)) \ \& \ s(y))$$

=====

```

















Да се дефинират на пролог предикати  $p_1(X)$ ,  $p_2(X)$ ,  $p_3(X)$ , и  $p_4(X)$ , такива че ако  $X$  е списък от списъци, то

1.  $p_1(X) \iff X$  съдържа елемент, съдържащ точно един елемент
2.  $p_2(X) \iff X$  съдържа елементи  $Y$  и  $Z$ , такива че не всички елементи на  $Y$  са елементи на  $Z$
3.  $p_3(X) \iff X$  съдържа елемент  $Y$ , който съдържа всички елементи на всички елементи на  $X$
4.  $p_4(X) \iff$  За всеки елемент  $Y$  на  $X$  съществува такъв елемент  $Z$  на  $X$ , че не всички елементи на  $Z$  са елем. на  $Y$

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{2k} = 2x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k + 2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 2x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{5k} = 2x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k + 2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 2x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{2k} = 2x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k + 2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 2x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{5k} = 2x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 2x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{2k} = 5x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 5x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{5k} = 5x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 5x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.



Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{2k} = 5x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 5x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+2} \leq n$
2.  $x_{5k} = 5x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+2}$ , ако  $1 \leq x_k+2 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 5x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{2k} = 2x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 2x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{5k} = 2x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k + 5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 2x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{2k} = 2x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k + 5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 2x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{5k} = 2x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k + 5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 2x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{2k} = 5x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k + 5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 5x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{5k} = 5x_k + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k + 5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 5x_{n-k} + 2$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{2k} = 5x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/2$  е изпълнено, че:

1.  $x_{2k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k + 5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{2k} = 5x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_{k+5} \leq n$
2.  $x_{5k} = 5x_k - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.

Казваме, че списъкът от цели числа  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$  е специален, ако за всяко  $k$ , такова че  $1 \leq k \leq n/5$  е изпълнено, че:

1.  $x_{5k} = x_{x_k+5}$ , ако  $1 \leq x_k+5 \leq n$  и  $1 \leq x_k \leq k$
2.  $x_{5k} = 5x_{n-k} - 5$ , иначе.

Да се дефинира на пролог едноаргументен претикат, който проверява дали даден списък от цели числа е специален.





















вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.09.2009 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните две формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x)) \\ &\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \Rightarrow \neg p(x, z)) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум (носител) множеството, съдържащо четните естествени числа и е за език с два триместни предикатни символа  $r$  и  $s$ , които се интерпретират така:

$$\begin{aligned} \langle a, b, c \rangle \in r^{\mathcal{A}} &\iff a + b + 2 = c \\ \langle a, b, c \rangle \in s^{\mathcal{A}} &\iff ab = c \end{aligned}$$

Да се докаже, че са определими множествата  $\{0\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{6\}$  и  $\{n \in N : n \text{ е четно число, което не се дели на } 4\}$ .

**Задача 3.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X)$ , който при даден списък от списъци  $X$  е верен, ако в  $X$  има единствен елемент  $Y$ , такъв че  $X$  и  $Y$  нямат общи елементи.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>3</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.09.2009 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните две формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x)) \\ &\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \Rightarrow \neg p(x, z)) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум (носител) множеството, съдържащо четните естествени числа и е за език с два триместни предикатни символа  $r$  и  $s$ , които се интерпретират така:

$$\begin{aligned} \langle a, b, c \rangle \in r^{\mathcal{A}} &\iff a + b + 2 = c \\ \langle a, b, c \rangle \in s^{\mathcal{A}} &\iff ab = c \end{aligned}$$

Да се докаже, че са определими множествата  $\{0\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{4\}$ ,  $\{6\}$  и  $\{n \in N : n \text{ е четно число, което не се дели на } 4\}$ .

**Задача 3.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X)$ , който при даден списък от списъци  $X$  е верен, ако в  $X$  има единствен елемент  $Y$ , такъв че  $X$  и  $Y$  нямат общи елементи.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.09.2009 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните две формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x)) \\ &\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \vee p(y, z) \vee p(x, z)) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум (носител) множеството, съдържащо нечетните естествени числа и е за език с два триместни предикатни символа  $r$  и  $s$ , които се интерпретират така:

$$\begin{aligned} \langle a, b, c \rangle \in r^{\mathcal{A}} &\iff a + b + 1 = c \\ \langle a, b, c \rangle \in s^{\mathcal{A}} &\iff ab = c \end{aligned}$$

Да се докаже, че са определими множествата  $\{1\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{5\}$ ,  $\{7\}$  и  $\{n \in N : n \text{ е нечетно число, което не се дели на } 3\}$ .

**Задача 3.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X)$ , който при даден списък от списъци  $X$  е верен, ако в  $X$  има елемент  $Y$ , такъв че  $X$  и  $Y$  имат единствен общ елемент.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>4</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.09.2009 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните две формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x)) \\ &\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \vee p(y, z) \vee p(x, z)) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум (носител) множеството, съдържащо нечетните естествени числа и е за език с два триместни предикатни символа  $r$  и  $s$ , които се интерпретират така:

$$\begin{aligned} \langle a, b, c \rangle \in r^{\mathcal{A}} &\iff a + b + 1 = c \\ \langle a, b, c \rangle \in s^{\mathcal{A}} &\iff ab = c \end{aligned}$$

Да се докаже, че са определими множествата  $\{1\}$ ,  $\{3\}$ ,  $\{5\}$ ,  $\{7\}$  и  $\{n \in N : n \text{ е нечетно число, което не се дели на } 3\}$ .

**Задача 3.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X)$ , който при даден списък от списъци  $X$  е верен, ако в  $X$  има елемент  $Y$ , такъв че  $X$  и  $Y$  имат единствен общ елемент.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролна работа по Логическо програмиране  
 спец. „Компютърни науки“  
 14.11.2009 г.

**Задача 1.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от числа  $X$  и списък от списъци от числа  $Y$  проверява дали са изпълнени следните три условия: 1)  $X$  може да се представи като конкатенация на два елемента на  $Y$ ; 2)  $X$  има четен брой елементи и 3) сумата от елементите на  $X$  е последен елемент на елемент на  $Y$ .

**Задача 2.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y, K)$ , който по даден списък от двуелементни списъци от естествени числа  $K$  генерира в  $X$  и  $Y$  всички двойки от естествени числа, за които е изпълнено поне едно от следните три условия: 1)  $[X + 100, Y - 1]$  е елемент на  $K$ ; 2) съществуват такива елементи  $[X_1, Y_1]$  и  $[X_2, Y_2]$  на  $K$ , че  $X = X_1 + X_2$  и  $Y = Y_1 \cdot Y_2$  или 3)  $[X \cdot Y^2, X^2 \cdot Y]$  е елемент на  $K$ .

В програмите не трябва да се използват вградени предикати, освен евентуално  $=$ ,  $is$ ,  $not$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $=<$ ,  $>=$ . При преудовлявляване те не трябва да дават грешни отговори, нито да се зациклят. Не може да се използват без дефиниция предикати, които са правени на упражненията.

ПРИЯТНА РАБОТА!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>3</b>					
Име:					

Контролна работа по Логическо програмиране  
 спец. „Компютърни науки“  
 14.11.2009 г.

**Задача 1.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от списъци от числа  $X$  и списък от числа  $Y$  проверява дали са изпълнени следните три условия: 1)  $Y$  може да се представи като конкатенация на два елемента на  $X$ ; 2)  $Y$  има четен брой елементи и 3) произведението от елементите на  $Y$  е последен елемент на елемент на  $X$ .

**Задача 2.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y, K)$ , който по даден списък от двуелементни списъци от естествени числа  $K$  генерира в  $X$  и  $Y$  всички двойки от естествени числа, за които е изпълнено поне едно от следните три условия: 1)  $[X + 1, Y - 100]$  е елемент на  $K$ ; 2) съществуват такива елементи  $[X_1, Y_1]$  и  $[X_2, Y_2]$  на  $K$ , че  $X = X_1 \cdot X_2$  и  $Y = Y_1 - Y_2$  или 3)  $[2 \cdot X + Y, X^2 \cdot Y]$  е елемент на  $K$ .

В програмите не трябва да се използват вградени предикати, освен евентуално  $=$ ,  $is$ ,  $not$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $=<$ ,  $>=$ . При преудовлявляване те не трябва да дават грешни отговори, нито да се зациклят. Не може да се използват без дефиниция предикати, които са правени на упражненията.

ПРИЯТНА РАБОТА!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Контролна работа по Логическо програмиране  
 спец. „Компютърни науки“  
 14.11.2009 г.

**Задача 1.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от числа  $X$  и списък от списъци от числа  $Y$  проверява дали са изпълнени следните три условия: 1)  $X$  съдържа елемент, който е елемент на поне два елемента на  $Y$ ; 2)  $X$  има четен брой елементи и 3) последният елемент на  $X$  е сума от елементите на някой елемент на  $Y$ .

**Задача 2.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y, K)$ , който по даден списък от двуелементни списъци от естествени числа  $K$  генерира в  $X$  и  $Y$  всички двойки от естествени числа, за които е изпълнено поне едно от следните три условия: 1)  $[X - 100, Y + 1]$  е елемент на  $K$ ; 2) съществуват такива елементи  $[X_1, Y_1]$  и  $[X_2, Y_2]$  на  $K$ , че  $X = X_1 - X_2$  и  $Y = Y_1 / Y_2$  или 3)  $[X^2 \cdot Y^2, X \cdot Y]$  е елемент на  $K$ .

В програмите не трябва да се използват вградени предикати, освен евентуално  $=$ ,  $is$ ,  $not$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $=<$ ,  $>=$ . При преудовлявляване те не трябва да дават грешни отговори, нито да се зациклят. Не може да се използват без дефиниция предикати, които са правени на упражненията.

ПРИЯТНА РАБОТА!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>4</b>					
Име:					

Контролна работа по Логическо програмиране  
 спец. „Компютърни науки“  
 14.11.2009 г.

**Задача 1.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от списъци от числа  $X$  и списък от числа  $Y$  проверява дали са изпълнени следните три условия: 1)  $Y$  съдържа елемент, който е елемент на поне два елемента на  $X$ ; 2)  $Y$  има нечетен брой елементи и 3) произведението от елементите на  $Y$  е сума от елементите на някой елемент на  $X$ .

**Задача 2.** Да се дефинира на пролог предикат  $p(X, Y, K)$ , който по даден списък от двуелементни списъци от естествени числа  $K$  генерира в  $X$  и  $Y$  всички двойки от естествени числа, за които е изпълнено поне едно от следните три условия: 1)  $[X - 1, Y + 100]$  е елемент на  $K$ ; 2) съществуват такива елементи  $[X_1, Y_1]$  и  $[X_2, Y_2]$  на  $K$ , че  $X = X_1 \cdot X_2^2$  и  $Y = Y_1 + 2 \cdot Y_2$  или 3)  $[X \cdot Y, X^2 + Y]$  е елемент на  $K$ .

В програмите не трябва да се използват вградени предикати, освен евентуално  $=$ ,  $is$ ,  $not$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $=<$ ,  $>=$ . При преудовлявляване те не трябва да дават грешни отговори, нито да се зациклят. Не може да се използват без дефиниция предикати, които са правени на упражненията.

ПРИЯТНА РАБОТА!

### Вариант 3

### Вариант 1

1. Да се докаже, че е изпълнима формулата  $\exists x \neg p(x)$ .
2. Да се докаже, че е изпълнима формулата  $\forall x \exists y (p(x,y) \& \neg p(y,x) \& p(y,y))$ .
3. Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните формули:
  - $\neg \forall x \forall y \forall z (p(x,y) \& p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
  - $\forall x \exists y (p(x,y) \& \neg p(y,x) \& p(y,y))$
4. Структурата S е с носител множеството на естествените числа и е за език с нулместен функционален символ c, двуместен функционален символ f и двуместен предикатен символ g, които се интерпретират така:
  - $c^S = 1$
  - $f^S(n,m) = n + m + 1$
  - $g^S(n,m)$  е истина тогава и само тогава, когато  $n=m$

Да се докаже, че са определими:  $\{1\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ .

5. Структурата S' е като в предната задача, но вместо двуместен функционален символ f има едноместен функционален символ g, който се интерпретира така:
  - $g^S(n) = n^2$

Да се докаже, че са определими:  $\{1\}$ ,  $\{0\}$ .

6. Структурата S'' е като S', но няма функционален символ g. Да се докаже, че не са определими  $\{2\}$  и  $\{3\}$ .
7. Да се докаже, че в S' не са определими  $\{2\}$  и  $\{3\}$ .

### Вариант 2

1. Да се докаже, че е изпълнима формулата  $\forall x p(x)$ .
2. Да се докаже, че е изпълнима формулата  $\forall y \exists x (p(x,y) \& \neg p(y,x) \& p(x,x))$ .
3. Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните формули:
  - $\neg \forall x \forall y \forall z (p(x,y) \& p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
  - $\forall y \exists x (p(x,y) \& \neg p(y,x) \& p(x,x))$
4. Структурата S е с носител множеството на естествените числа и е за език с нулместен функционален символ k, двуместен функционален символ g и двуместен предикатен символ j, които се интерпретират така:
  - $k^S = 1$
  - $g^S(n,m) = n + m + 1$
  - $j^S(n,m)$  е истина тогава и само тогава, когато  $n=m$

Да се докаже, че са определими:  $\{1\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ .

5. Структурата S' е като в предната задача, но вместо двуместен функционален символ g има едноместен функционален символ h, който се интерпретира така:
  - $h^S(n) = n^2$

Да се докаже, че са определими:  $\{1\}$ ,  $\{0\}$ .

6. Структурата S'' е като S', но няма функционален символ h. Да се докаже, че не са определими  $\{2\}$  и  $\{3\}$ .
7. Да се докаже, че в S' не са определими  $\{2\}$  и  $\{3\}$ .

### Вариант 4

1. Да се докаже, че е изпълнима формулата  $\forall x p(x)$ .
2. Да се докаже, че е изпълнима формулата  $\forall y \exists x (p(x,y) \& \neg p(y,x) \& p(x,x))$ .
3. Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съдържащо следните формули:
  - $\neg \forall x \forall y \forall z (p(x,y) \& p(y,z) \Rightarrow p(x,z))$
  - $\forall y \exists x (p(x,y) \& \neg p(y,x) \& p(x,x))$
4. Структурата S е с носител множеството на естествените числа и е за език с нулместен функционален символ k, двуместен функционален символ g и двуместен предикатен символ j, които се интерпретират така:
  - $k^S = 1$
  - $g^S(n,m) = n + m + 1$
  - $j^S(n,m)$  е истина тогава и само тогава, когато  $n=m$

Да се докаже, че са определими:  $\{1\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{3\}$ .

5. Структурата S' е като в предната задача, но вместо двуместен функционален символ g има едноместен функционален символ h, който се интерпретира така:
  - $h^S(n) = n^2$

Да се докаже, че са определими:  $\{1\}$ ,  $\{0\}$ .

6. Структурата S'' е като S', но няма функционален символ h. Да се докаже, че не са определими  $\{2\}$  и  $\{3\}$ .
7. Да се докаже, че в S' не са определими  $\{2\}$  и  $\{3\}$ .



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Казваме, че крайна редица от числа  $[a_1, \dots, a_n]$  е сегментна, ако съществува такава подредица  $[a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_k}]$ , където  $1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_k \leq n$ , че  $a_{n_1} < a_{n_2} < \dots < a_{n_k}$  и  $\exists c \forall i (a_i > a_{i+1} \implies a_{i+1} = c \ \& \ \exists j (i = n_j))$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(L)$ , който по даден списък от числа  $L$  проверява дали той задава сегментна редица.

**Задача 2.** Ако  $E$  е списък от списъци с дължина 2, да означим с  $G(E)$  ориентирания граф, в който няма изолирани върхове и между два върха  $u$  и  $v$  има ребро точно тогава, когато  $[u, v]$  е елемент на списъка  $E$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(E, v)$ , който по даден списък от двueleментни списъци  $E$  и връх  $v$  на графа  $G(E)$  проверява дали в  $G(E)$  има цикъл, преминаващ през  $v$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Казваме, че крайна редица от числа  $[a_1, \dots, a_n]$  е сегментна, ако съществува такава подредица  $[a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_k}]$ , където  $1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_k \leq n$ , че  $a_{n_1} < a_{n_2} < \dots < a_{n_k}$  и  $\exists c \forall i (a_i > a_{i+1} \implies a_{i+1} = c \ \& \ \exists j (i = n_j))$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(L)$ , който по даден списък от числа  $L$  проверява дали той задава сегментна редица.

**Задача 2.** Ако  $E$  е списък от списъци с дължина 2, да означим с  $G(E)$  ориентирания граф, в който няма изолирани върхове и между два върха  $u$  и  $v$  има ребро точно тогава, когато  $[u, v]$  е елемент на списъка  $E$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(E, v)$ , който по даден списък от двueleментни списъци  $E$  и връх  $v$  на графа  $G(E)$  проверява дали в  $G(E)$  има цикъл, преминаващ през  $v$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Казваме, че крайна редица от числа  $[a_1, \dots, a_n]$  е сегментна, ако съществува такава подредица  $[a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_k}]$ , където  $1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_k \leq n$ , че  $a_{n_1} < a_{n_2} < \dots < a_{n_k}$  и  $\exists c \forall i (a_i > a_{i+1} \implies a_i = c \ \& \ \exists j (i + 1 = n_j))$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(L)$ , който по даден списък от числа  $L$  проверява дали той задава сегментна редица.

**Задача 2.** Ако  $E$  е списък от списъци с дължина 2, да означим с  $G(E)$  ориентирания граф, в който няма изолирани върхове и между два върха  $u$  и  $v$  има ребро точно тогава, когато  $[u, v]$  е елемент на списъка  $E$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(E, n, u, v)$ , който по даден списък от двueleментни списъци  $E$ , естествено число  $n$  и върхове  $u$  и  $v$  от графа  $G(E)$  проверява дали в  $G(E)$  има път от  $u$  до  $v$  с дължина не по-голяма от  $n$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Казваме, че крайна редица от числа  $[a_1, \dots, a_n]$  е сегментна, ако съществува такава подредица  $[a_{n_1}, a_{n_2}, \dots, a_{n_k}]$ , където  $1 \leq n_1 < n_2 < \dots < n_k \leq n$ , че  $a_{n_1} < a_{n_2} < \dots < a_{n_k}$  и  $\exists c \forall i (a_i > a_{i+1} \implies a_i = c \ \& \ \exists j (i + 1 = n_j))$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(L)$ , който по даден списък от числа  $L$  проверява дали той задава сегментна редица.

**Задача 2.** Ако  $E$  е списък от списъци с дължина 2, да означим с  $G(E)$  ориентирания граф, в който няма изолирани върхове и между два върха  $u$  и  $v$  има ребро точно тогава, когато  $[u, v]$  е елемент на списъка  $E$ . Да се дефинира на пролог предикат  $p(E, n, u, v)$ , който по даден списък от двueleментни списъци  $E$ , естествено число  $n$  и върхове  $u$  и  $v$  от графа  $G(E)$  проверява дали в  $G(E)$  има път от  $u$  до  $v$  с дължина не по-голяма от  $n$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \implies \neg p(x, z) \vee \neg p(z, y)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, t) \implies p(x, t)) \\ \exists x \exists y \forall z p(x, z) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в който освен това е вярна формулата  $\exists x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \implies \neg p(x, z) \vee \neg p(z, y)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, t) \implies p(x, t)) \\ \exists x \exists y \forall z p(x, z) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в който освен това е вярна формулата  $\exists x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \implies \neg p(x, z) \vee \neg p(z, y)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, t) \implies p(x, t)) \\ \exists x \exists y \forall z p(x, z) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в който освен това е вярна формулата  $\exists x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \vee p(y, z) \vee p(x, z)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \implies p(x, z) \vee p(z, t) \vee p(t, y)) \\ \exists x \exists y \neg p(x, z) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в който освен това е вярна формулата  $\forall x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \vee p(y, z) \vee p(x, z)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \implies p(x, z) \vee p(z, t) \vee p(t, y)) \\ \exists x \exists y \neg p(x, z) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в който освен това е вярна формулата  $\forall x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n}$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 6.2.2011 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\begin{aligned} \forall x \forall y \forall z (p(x, y) \vee p(y, z) \vee p(x, z)) \\ \forall x \forall y \forall z \forall t (p(x, y) \implies p(x, z) \vee p(z, t) \vee p(t, y)) \\ \exists x \exists y \neg p(x, z) \end{aligned}$$

**Задача 2.** Нека  $L$  е език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е двуместен. Да означим с  $A_n$  броя на структурите за езика  $L$ , чийто универсум е множеството  $\{0, 1, \dots, n-1\}$ , а с  $B_n$  броя на структурите със същия универсум, в който освен това е вярна формулата  $\forall x p(x, x)$ . Да се намери

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n}$$



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 18.12.2010 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \forall z (p(z, x) \vee p(y, z)))$$

$$\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \implies \neg p(x, z))$$

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x))$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на естествените числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$(n, m, k) \in p^{\mathcal{A}} \iff n^5 m^4 = k$$

Да се докаже, че множество от вида  $\{m\}$  е определимо тогава и само тогава, когато  $m \in \{0\}$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 18.12.2010 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \forall z (p(z, x) \vee p(y, z)))$$

$$\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \implies \neg p(x, z))$$

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x))$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на естествените числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$(n, m, k) \in p^{\mathcal{A}} \iff n^5 m^4 = k$$

Да се докаже, че множество от вида  $\{m\}$  е определимо тогава и само тогава, когато  $m \in \{0\}$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 18.12.2010 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \forall z (p(z, x) \vee p(y, z)))$$

$$\forall x \forall y \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \implies \neg p(x, z))$$

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x))$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на естествените числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$(n, m, k) \in p^{\mathcal{A}} \iff n^5 m^4 = k$$

Да се докаже, че множество от вида  $\{m\}$  е определимо тогава и само тогава, когато  $m \in \{0\}$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 18.12.2010 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x))$$

$$\neg \exists x \exists y \exists z (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, x))$$

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \forall z (p(z, x) \vee p(y, z)))$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на естествените числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$(n, m, k) \in p^{\mathcal{A}} \iff n^3 m^6 = k$$

Да се докаже, че множество от вида  $\{m\}$  е определимо тогава и само тогава, когато  $m \in \{0\}$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 18.12.2010 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x))$$

$$\neg \exists x \exists y \exists z (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, x))$$

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \forall z (p(z, x) \vee p(y, z)))$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на естествените числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$(n, m, k) \in p^{\mathcal{A}} \iff n^3 m^6 = k$$

Да се докаже, че множество от вида  $\{m\}$  е определимо тогава и само тогава, когато  $m \in \{0\}$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 18.12.2010 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството, съдържащо следните три формули, е изпълнимо:

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x))$$

$$\neg \exists x \exists y \exists z (p(x, y) \& p(y, z) \& p(z, x))$$

$$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \forall z (p(z, x) \vee p(y, z)))$$

**Задача 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на естествените числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$(n, m, k) \in p^{\mathcal{A}} \iff n^3 m^6 = k$$

Да се докаже, че множество от вида  $\{m\}$  е определимо тогава и само тогава, когато  $m \in \{0\}$ .



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 07.01.2012 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството от следните четири формули е изпълнимо:

$$\neg \exists x p(x, x), \quad \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))), \\ \forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x)), \quad \exists x \forall y p(x, y).$$

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство, който има само един нелогически символ — двуместния предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на естествените числа и

$$\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \text{броят на простите делители на } n \text{ е не по-голям от броя на простите делители на } k$$

Да се докаже, че: (а) множествата  $\{0\}$  и  $\{1\}$  са определими; (б) множеството  $\{2012\}$  е неопределимо.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 07.01.2012 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството от следните четири формули е изпълнимо:

$$\neg \exists x p(x, x), \quad \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))), \\ \forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x)), \quad \exists x \forall y p(x, y).$$

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство, който има само един нелогически символ — двуместния предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на естествените числа и

$$\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \text{броят на простите делители на } n \text{ е не по-голям от броя на простите делители на } k$$

Да се докаже, че: (а) множествата  $\{0\}$  и  $\{1\}$  са определими; (б) множеството  $\{2012\}$  е неопределимо.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 07.01.2012 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството от следните четири формули е изпълнимо:

$$\forall x \neg p(x, x), \quad \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))), \\ \forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x)), \quad \neg \forall x \exists y \neg p(x, y).$$

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство, който има само един нелогически символ — двуместния предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на естествените числа и

$$\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \text{броят на простите делители на } n \text{ е по-голям или равен на броя на простите делители на } k$$

Да се докаже, че: (а) множествата  $\{0\}$  и  $\{1\}$  са определими; (б) множеството  $\{2012\}$  е неопределимо.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 07.01.2012 г.

**Задача 1.** Да се докаже, че множеството от следните четири формули е изпълнимо:

$$\forall x \neg p(x, x), \quad \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \exists z (p(x, z) \& p(z, y))), \\ \forall x \exists y (p(x, y) \vee p(y, x)), \quad \neg \forall x \exists y \neg p(x, y).$$

**Задача 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане от първи ред без формално равенство, който има само един нелогически символ — двуместния предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на естествените числа и

$$\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \text{броят на простите делители на } n \text{ е по-голям или равен на броя на простите делители на } k$$

Да се докаже, че: (а) множествата  $\{0\}$  и  $\{1\}$  са определими; (б) множеството  $\{2012\}$  е неопределимо.



част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 05.02.2012 г.

**Задача 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че следната формула е предикатна тавтология:

$$\forall x \neg \forall y (p(x, y) \iff \neg \exists z (p(z, y) \& p(y, z))).$$

**Задача 4.** Нека  $\mathcal{A}$  е структурата  $\langle \mathbb{N}, s^{\mathcal{A}} \rangle$  за предикатния език без формално равенство  $\mathcal{L}$ , имащ един триместен предикатен символ  $s$ , където

$$\langle n, k, \ell \rangle \in s^{\mathcal{A}} \quad \text{точно тогава, когато} \quad n + k = \ell.$$

Да се докаже, че:

а) всяко едно от множествата

$$\{0\}, \{1\}, \{3\}, \{\langle n, k \rangle \mid 5 \text{ дели } n - k\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$  с формула от  $\mathcal{L}$ ;

б) идентитетът е единственият автоморфизъм в  $\mathcal{A}$ .

**Задача 5.** Да се докаже изпълнимостта на множеството от следните формули:

$$\begin{aligned} & \neg \exists x p(x, x) \\ & \forall x \exists y (p(x, y) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y))) \\ & \exists x \neg \exists y p(y, x) \\ & \exists x (\exists y p(y, x) \& \neg \exists y (p(y, x) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y)))) \end{aligned}$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 05.02.2012 г.

**Задача 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че следната формула е предикатна тавтология:

$$\forall x \neg \forall y (p(x, y) \iff \neg \exists z (p(z, y) \& p(y, z))).$$

**Задача 4.** Нека  $\mathcal{A}$  е структурата  $\langle \mathbb{N}, s^{\mathcal{A}} \rangle$  за предикатния език без формално равенство  $\mathcal{L}$ , имащ един триместен предикатен символ  $s$ , където

$$\langle n, k, \ell \rangle \in s^{\mathcal{A}} \quad \text{точно тогава, когато} \quad n + k = \ell.$$

Да се докаже, че:

а) всяко едно от множествата

$$\{0\}, \{1\}, \{3\}, \{\langle n, k \rangle \mid 5 \text{ дели } n - k\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$  с формула от  $\mathcal{L}$ ;

б) идентитетът е единственият автоморфизъм в  $\mathcal{A}$ .

**Задача 5.** Да се докаже изпълнимостта на множеството от следните формули:

$$\begin{aligned} & \neg \exists x p(x, x) \\ & \forall x \exists y (p(x, y) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y))) \\ & \exists x \neg \exists y p(y, x) \\ & \exists x (\exists y p(y, x) \& \neg \exists y (p(y, x) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y)))) \end{aligned}$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 05.02.2012 г.

**Задача 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че следната формула е предикатна тавтология:

$$\forall x \neg \forall y (p(x, y) \iff \neg \exists z (p(z, y) \& p(y, z))).$$

**Задача 4.** Нека  $\mathcal{A}$  е структурата  $\langle \mathbb{N}, s^{\mathcal{A}} \rangle$  за предикатния език без формално равенство  $\mathcal{L}$ , имащ един триместен предикатен символ  $s$ , където

$$\langle n, k, \ell \rangle \in s^{\mathcal{A}} \quad \text{точно тогава, когато} \quad n + k = \ell.$$

Да се докаже, че:

а) всяко едно от множествата

$$\{0\}, \{1\}, \{3\}, \{\langle n, k \rangle \mid 5 \text{ дели } n - k\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$  с формула от  $\mathcal{L}$ ;

б) идентитетът е единственият автоморфизъм в  $\mathcal{A}$ .

**Задача 5.** Да се докаже изпълнимостта на множеството от следните формули:

$$\begin{aligned} & \neg \exists x p(x, x) \\ & \forall x \exists y (p(x, y) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y))) \\ & \exists x \neg \exists y p(y, x) \\ & \exists x (\exists y p(y, x) \& \neg \exists y (p(y, x) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y)))) \end{aligned}$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 05.02.2012 г.

**Задача 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че следната формула е предикатна тавтология:

$$\forall x \neg \forall y (p(x, y) \iff \neg \exists z (p(z, y) \& p(y, z))).$$

**Задача 4.** Нека  $\mathcal{A}$  е структурата  $\langle \mathbb{N}, s^{\mathcal{A}} \rangle$  за предикатния език без формално равенство  $\mathcal{L}$ , имащ един триместен предикатен символ  $s$ , където

$$\langle n, k, \ell \rangle \in s^{\mathcal{A}} \quad \text{точно тогава, когато} \quad n + k = \ell.$$

Да се докаже, че:

а) всяко едно от множествата

$$\{0\}, \{1\}, \{3\}, \{\langle n, k \rangle \mid 5 \text{ дели } n - k\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$  с формула от  $\mathcal{L}$ ;

б) идентитетът е единственият автоморфизъм в  $\mathcal{A}$ .

**Задача 5.** Да се докаже изпълнимостта на множеството от следните формули:

$$\begin{aligned} & \neg \exists x p(x, x) \\ & \forall x \exists y (p(x, y) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y))) \\ & \exists x \neg \exists y p(y, x) \\ & \exists x (\exists y p(y, x) \& \neg \exists y (p(y, x) \& \neg \exists z (p(x, z) \& p(z, y)))) \end{aligned}$$



част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
спец. „Информатика“ и „Комп. науки“ — извънреден  
11.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  генерира в  $M$  най-дългата обща подредица на елементите на  $L$ .

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя бинарната релация  $R$ , ако

$$R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}.$$

Да се дефинира на Пролог:

а) едноместен предикат  $s$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е симетрична релация.

б) едноместен предикат  $t$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е транзитивна релация.

в) триместен предикат  $c$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно бинарните релации  $R_1$  и  $R_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $R_3$  на  $R_1$  и  $R_2$ .

*Напомняне:*  $(x, z) \in R_3$  тогава и само тогава, когато има двойки  $(x, y)$  и  $(y, z)$ , такива че  $(x, y) \in R_1$  и  $(y, z) \in R_2$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
спец. „Информатика“ и „Комп. науки“ — извънреден  
11.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  генерира в  $M$  най-дългата обща подредица на елементите на  $L$ .

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя бинарната релация  $R$ , ако

$$R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}.$$

Да се дефинира на Пролог:

а) едноместен предикат  $s$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е симетрична релация.

б) едноместен предикат  $t$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е транзитивна релация.

в) триместен предикат  $c$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно бинарните релации  $R_1$  и  $R_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $R_3$  на  $R_1$  и  $R_2$ .

*Напомняне:*  $(x, z) \in R_3$  тогава и само тогава, когато има двойки  $(x, y)$  и  $(y, z)$ , такива че  $(x, y) \in R_1$  и  $(y, z) \in R_2$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
спец. „Информатика“ и „Комп. науки“ — извънреден  
11.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  генерира в  $M$  най-дългата обща подредица на елементите на  $L$ .

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя бинарната релация  $R$ , ако

$$R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}.$$

Да се дефинира на Пролог:

а) едноместен предикат  $s$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е симетрична релация.

б) едноместен предикат  $t$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е транзитивна релация.

в) триместен предикат  $c$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно бинарните релации  $R_1$  и  $R_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $R_3$  на  $R_1$  и  $R_2$ .

*Напомняне:*  $(x, z) \in R_3$  тогава и само тогава, когато има двойки  $(x, y)$  и  $(y, z)$ , такива че  $(x, y) \in R_1$  и  $(y, z) \in R_2$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
спец. „Информатика“ и „Комп. науки“ — извънреден  
11.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  генерира в  $M$  най-дългата обща подредица на елементите на  $L$ .

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя бинарната релация  $R$ , ако

$$R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}.$$

Да се дефинира на Пролог:

а) едноместен предикат  $s$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е симетрична релация.

б) едноместен предикат  $t$ , който по даден списък  $L$ , представящ бинарната релация  $R$ , разпознава дали  $R$  е транзитивна релация.

в) триместен предикат  $c$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно бинарните релации  $R_1$  и  $R_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $R_3$  на  $R_1$  и  $R_2$ .

*Напомняне:*  $(x, z) \in R_3$  тогава и само тогава, когато има двойки  $(x, y)$  и  $(y, z)$ , такива че  $(x, y) \in R_1$  и  $(y, z) \in R_2$ .



част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X1, Y1, A, X2, Y2, R, X, Y)$ , който по даден квадрат (с долен ляв ъгъл с координати  $X1$  и  $Y1$ , дължина на страната  $A$  и страни успоредни на координатните оси) и окръжност (с център с координати  $X2$  и  $Y2$  и радиус  $R$ ), генерира точките с целочислени координати  $X$  и  $Y$ , които са едновременно и в квадрата и в окръжността.

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък от списъци от числа, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя едноместната функция  $F$ , ако дефиниционната област на  $F$  е  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и  $F(x_1) = y_1, F(x_2) = y_2, \dots, F(x_n) = y_n$ .

Да се дефинира на Пролог:

- едноместен предикат  $i$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е инективна функция.
- едноместен предикат  $m$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е монотонна функция.
- триместен предикат  $s$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно едноместните функции  $F_1$  и  $F_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $F_3$  на  $F_1$  и  $F_2$ .

*Напомняне:* Композицията на  $F_1$  и  $F_2$  се дефинира така: за всяко  $x$  е в сила  $F_3(x) = F_2(F_1(x))$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X1, Y1, A, X2, Y2, R, X, Y)$ , който по даден квадрат (с долен ляв ъгъл с координати  $X1$  и  $Y1$ , дължина на страната  $A$  и страни успоредни на координатните оси) и окръжност (с център с координати  $X2$  и  $Y2$  и радиус  $R$ ), генерира точките с целочислени координати  $X$  и  $Y$ , които са едновременно и в квадрата и в окръжността.

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък от списъци от числа, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя едноместната функция  $F$ , ако дефиниционната област на  $F$  е  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и  $F(x_1) = y_1, F(x_2) = y_2, \dots, F(x_n) = y_n$ .

Да се дефинира на Пролог:

- едноместен предикат  $i$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е инективна функция.
- едноместен предикат  $m$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е монотонна функция.
- триместен предикат  $s$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно едноместните функции  $F_1$  и  $F_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $F_3$  на  $F_1$  и  $F_2$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X1, Y1, A, X2, Y2, R, X, Y)$ , който по даден квадрат (с долен ляв ъгъл с координати  $X1$  и  $Y1$ , дължина на страната  $A$  и страни успоредни на координатните оси) и окръжност (с център с координати  $X2$  и  $Y2$  и радиус  $R$ ), генерира точките с целочислени координати  $X$  и  $Y$ , които са едновременно и в квадрата и в окръжността.

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък от списъци от числа, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя едноместната функция  $F$ , ако дефиниционната област на  $F$  е  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и  $F(x_1) = y_1, F(x_2) = y_2, \dots, F(x_n) = y_n$ .

Да се дефинира на Пролог:

- едноместен предикат  $i$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е инективна функция.
- едноместен предикат  $m$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е монотонна функция.
- триместен предикат  $s$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно едноместните функции  $F_1$  и  $F_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $F_3$  на  $F_1$  и  $F_2$ .

*Напомняне:* Композицията на  $F_1$  и  $F_2$  се дефинира така: за всяко  $x$  е в сила  $F_3(x) = F_2(F_1(x))$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X1, Y1, A, X2, Y2, R, X, Y)$ , който по даден квадрат (с долен ляв ъгъл с координати  $X1$  и  $Y1$ , дължина на страната  $A$  и страни успоредни на координатните оси) и окръжност (с център с координати  $X2$  и  $Y2$  и радиус  $R$ ), генерира точките с целочислени координати  $X$  и  $Y$ , които са едновременно и в квадрата и в окръжността.

**Зад. 2.** Нека  $L$  е списък от списъци от числа, който има следния вид:

$$[[x_1, y_1], [x_2, y_2], \dots, [x_n, y_n]].$$

Ще казваме, че  $L$  представя едноместната функция  $F$ , ако дефиниционната област на  $F$  е  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  и  $F(x_1) = y_1, F(x_2) = y_2, \dots, F(x_n) = y_n$ .

Да се дефинира на Пролог:

- едноместен предикат  $i$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е инективна функция.
- едноместен предикат  $m$ , който по даден списък  $L$ , представящ едноместната функция  $F$ , разпознава дали  $F$  е монотонна функция.
- триместен предикат  $s$ , който по дадени два списъка  $L_1$  и  $L_2$ , представящи съответно едноместните функции  $F_1$  и  $F_2$ , генерира в  $L_3$  списък, представящ композицията  $F_3$  на  $F_1$  и  $F_2$ .

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 13.06.2012 г.

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните три формули е изпълнимо.

$$\forall y \neg p(y, y), \quad \forall y \exists x p(y, x, y), \quad \forall x \neg \forall y p(x, y, x)$$

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека  $L$  е списък от списъци,  $L = [\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$ . Казваме, че *двойката от списъци*  $F, G$  е *разбиване на*  $L$ , ако  $F = [\ell_{i_1}, \ell_{i_2}, \dots, \ell_{i_k}]$  и  $G = [\ell_{j_1}, \ell_{j_2}, \dots, \ell_{j_{n-k}}]$ , където  $\{i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_{n-k}\} = \{1, 2, \dots, n\}$ .

*Обединение на списък от списъци* е множеството на всички обекти, които са елементи на някой елемент на списъка. Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се разбие на два списъка, които имат едно и също обединение.

(12 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при презадоволяване генерира всички списъци  $[X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3]$ , такива че  $X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$  са цели числа, които са върхове на правоъгълен триъгълник с върхове, точките с координати  $(X1; Y1)$ ,  $(X2; Y2)$  и  $(X3; Y3)$ , като правият ъгъл е при върха с координати  $(X1, Y1)$ .

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека  $L$  е списък от списъци,  $L = [\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$ . Казваме, че *двойката от списъци*  $F, G$  е *разбиване на*  $L$ , ако  $F = [\ell_{i_1}, \ell_{i_2}, \dots, \ell_{i_k}]$  и  $G = [\ell_{j_1}, \ell_{j_2}, \dots, \ell_{j_{n-k}}]$ , където  $\{i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_{n-k}\} = \{1, 2, \dots, n\}$ .

*Обединение на списък от списъци* е множеството на всички обекти, които са елементи на някой елемент на списъка. Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се разбие на два списъка, които имат едно и също обединение.

(12 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при презадоволяване генерира всички списъци  $[X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3]$ , такива че  $X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$  са цели числа, които са върхове на правоъгълен триъгълник с върхове, точките с координати  $(X1; Y1)$ ,  $(X2; Y2)$  и  $(X3; Y3)$ , като правият ъгъл е при върха с координати  $(X1, Y1)$ .

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека  $L$  е списък от списъци,  $L = [\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$ . Казваме, че *двойката от списъци*  $F, G$  е *разбиване на*  $L$ , ако  $F = [\ell_{i_1}, \ell_{i_2}, \dots, \ell_{i_k}]$  и  $G = [\ell_{j_1}, \ell_{j_2}, \dots, \ell_{j_{n-k}}]$ , където  $\{i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_{n-k}\} = \{1, 2, \dots, n\}$ .

*Обединение на списък от списъци* е множеството на всички обекти, които са елементи на някой елемент на списъка. Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се разбие на два списъка, които имат едно и също обединение.

(12 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при презадоволяване генерира всички списъци  $[X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3]$ , такива че  $X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$  са цели числа, които са върхове на правоъгълен триъгълник с върхове, точките с координати  $(X1; Y1)$ ,  $(X2; Y2)$  и  $(X3; Y3)$ , като правият ъгъл е при върха с координати  $(X1, Y1)$ .

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека  $L$  е списък от списъци,  $L = [\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n]$ . Казваме, че *двойката от списъци*  $F, G$  е *разбиване на*  $L$ , ако  $F = [\ell_{i_1}, \ell_{i_2}, \dots, \ell_{i_k}]$  и  $G = [\ell_{j_1}, \ell_{j_2}, \dots, \ell_{j_{n-k}}]$ , където  $\{i_1, i_2, \dots, i_k, j_1, j_2, \dots, j_{n-k}\} = \{1, 2, \dots, n\}$ .

*Обединение на списък от списъци* е множеството на всички обекти, които са елементи на някой елемент на списъка. Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който по даден списък от списъци  $L$  разпознава дали  $L$  може да се разбие на два списъка, които имат едно и също обединение.

(12 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при презадоволяване генерира всички списъци  $[X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3]$ , такива че  $X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3$  са цели числа, които са върхове на правоъгълен триъгълник с върхове, точките с координати  $(X1; Y1)$ ,  $(X2; Y2)$  и  $(X3; Y3)$ , като правият ъгъл е при върха с координати  $(X1, Y1)$ .

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите три формули?

$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \exists z (q(y, z) \& q(z, x)))$   
 $\exists x \exists y (\neg q(y, x) \& \neg p(x, y))$   
 $\forall z \exists x (\neg q(x, z) \implies p(z, x))$   
 (Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.)

(10 точки)

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с формално равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $E$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на положителните цели числа и

$\langle n, k, \ell \rangle \in E^{\mathcal{A}} \iff n^k = \ell.$

Да се докаже, че всяко от следните множества е определимо с формула от  $\mathcal{L}$ :

а)  $\{1\}$ , б)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p \cdot q = r\}$ , в)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p + q = r\}$ ,  
 г)  $\{\langle p, q \rangle \mid p < q\}.$

(2 + 4 + 4 + 2 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че формулата  $(\exists x \forall y p(x, y) \implies \forall x \exists y p(y, x))$  е предикатна тавтология. ( $p$  е двуместен предикатен символ.)

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите три формули?

$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \exists z (q(y, z) \& q(z, x)))$   
 $\exists x \exists y (\neg q(y, x) \& \neg p(x, y))$   
 $\forall z \exists x (\neg q(x, z) \implies p(z, x))$   
 (Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.)

(10 точки)

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с формално равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $E$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на положителните цели числа и

$\langle n, k, \ell \rangle \in E^{\mathcal{A}} \iff n^k = \ell.$

Да се докаже, че всяко от следните множества е определимо с формула от  $\mathcal{L}$ :

а)  $\{1\}$ , б)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p \cdot q = r\}$ , в)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p + q = r\}$ ,  
 г)  $\{\langle p, q \rangle \mid p < q\}.$

(2 + 4 + 4 + 2 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че формулата  $(\exists x \forall y p(x, y) \implies \forall x \exists y p(y, x))$  е предикатна тавтология. ( $p$  е двуместен предикатен символ.)

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите три формули?

$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \exists z (q(y, z) \& q(z, x)))$   
 $\exists x \exists y (\neg q(y, x) \& \neg p(x, y))$   
 $\forall z \exists x (\neg q(x, z) \implies p(z, x))$   
 (Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.)

(10 точки)

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с формално равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $E$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на положителните цели числа и

$\langle n, k, \ell \rangle \in E^{\mathcal{A}} \iff n^k = \ell.$

Да се докаже, че всяко от следните множества е определимо с формула от  $\mathcal{L}$ :

а)  $\{1\}$ , б)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p \cdot q = r\}$ , в)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p + q = r\}$ ,  
 г)  $\{\langle p, q \rangle \mid p < q\}.$

(2 + 4 + 4 + 2 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че формулата  $(\exists x \forall y p(x, y) \implies \forall x \exists y p(y, x))$  е предикатна тавтология. ( $p$  е двуместен предикатен символ.)

(10 точки)

част	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“ и „Комп. науки“  
 28.09.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите три формули?

$\forall x \forall y (p(x, y) \implies \exists z (q(y, z) \& q(z, x)))$   
 $\exists x \exists y (\neg q(y, x) \& \neg p(x, y))$   
 $\forall z \exists x (\neg q(x, z) \implies p(z, x))$   
 (Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.)

(10 точки)

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с формално равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $E$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на положителните цели числа и

$\langle n, k, \ell \rangle \in E^{\mathcal{A}} \iff n^k = \ell.$

Да се докаже, че всяко от следните множества е определимо с формула от  $\mathcal{L}$ :

а)  $\{1\}$ , б)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p \cdot q = r\}$ , в)  $\{\langle p, q, r \rangle \mid p + q = r\}$ ,  
 г)  $\{\langle p, q \rangle \mid p < q\}.$

(2 + 4 + 4 + 2 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че формулата  $(\exists x \forall y p(x, y) \implies \forall x \exists y p(y, x))$  е предикатна тавтология. ( $p$  е двуместен предикатен символ.)

(10 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 17.11.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** *Списък от квадрати* наричаме списък от вида  $[[x_0, y_0, a_0], [x_1, y_1, a_1], \dots, [x_n, y_n, a_n]]$ , където всеки списък  $[x_i, y_i, a_i]$ ,  $0 \leq i \leq n$ , представя квадрат със страни успоредни на координатните оси, център с координати  $(x_i, y_i)$  и дължина на страната  $a_i$ . Казваме, че списъкът е *концентричен*, ако всеки негов елемент представя квадрат, който се съдържа строго в квадрата, представен със следващия елемент на списъка.

а) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци, чиито елементи са елементи на  $X$ .

б) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $m(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци с максимална дължина, чиито елементи са елементи на  $X$ .

(3 + 3 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при преудовлетворяване генерира всички тройки от естествени числа  $(a, b, c)$ , чието произведение при деление на 3 дава остатък 1 и уравнението  $ax^2 + bx + c = 0$  има два различни реални корена.

(4 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 17.11.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** *Списък от квадрати* наричаме списък от вида  $[[x_0, y_0, a_0], [x_1, y_1, a_1], \dots, [x_n, y_n, a_n]]$ , където всеки списък  $[x_i, y_i, a_i]$ ,  $0 \leq i \leq n$ , представя квадрат със страни успоредни на координатните оси, център с координати  $(x_i, y_i)$  и дължина на страната  $a_i$ . Казваме, че списъкът е *концентричен*, ако всеки негов елемент представя квадрат, който се съдържа строго в квадрата, представен със следващия елемент на списъка.

а) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци, чиито елементи са елементи на  $X$ .

б) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $m(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци с максимална дължина, чиито елементи са елементи на  $X$ .

(3 + 3 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при преудовлетворяване генерира всички тройки от естествени числа  $(a, b, c)$ , чието произведение при деление на 3 дава остатък 1 и уравнението  $ax^2 + bx + c = 0$  има два различни реални корена.

(4 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 17.11.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** *Списък от квадрати* наричаме списък от вида  $[[x_0, y_0, a_0, b_0], [x_1, y_1, a_1, b_1], \dots, [x_n, y_n, a_n, b_n]]$ , където всеки списък  $[x_i, y_i, a_i, b_i]$ ,  $0 \leq i \leq n$ , представя квадрат със страни успоредни на координатните оси, долен ляв ъгъл с координати  $(x_i, y_i)$  и горен десен ъгъл с координати  $(a_i, b_i)$ . Казваме, че списъкът е *концентричен*, ако всеки негов елемент представя квадрат, който се съдържа строго в квадрата, представен със следващия елемент на списъка.

а) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци, чиито елементи са елементи на  $X$ .

б) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $m(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци с максимална дължина, чиито елементи са елементи на  $X$ .

(3 + 3 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при преудовлетворяване генерира всички такива тройки от естествени числа  $(a, b, c)$ , че произведението  $a(b + c)$  при деление на 3 дава остатък 1 и уравнението  $ax^2 + bx + c = 0$  има два различни реални корена.

(4 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 17.11.2012 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** *Списък от квадрати* наричаме списък от вида  $[[x_0, y_0, a_0, b_0], [x_1, y_1, a_1, b_1], \dots, [x_n, y_n, a_n, b_n]]$ , където всеки списък  $[x_i, y_i, a_i, b_i]$ ,  $0 \leq i \leq n$ , представя квадрат със страни успоредни на координатните оси, долен ляв ъгъл с координати  $(x_i, y_i)$  и горен десен ъгъл с координати  $(a_i, b_i)$ . Казваме, че списъкът е *концентричен*, ако всеки негов елемент представя квадрат, който се съдържа строго в квадрата, представен със следващия елемент на списъка.

а) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $p(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци, чиито елементи са елементи на  $X$ .

б) Да се дефинира на Пролог двуместен предикат  $m(X, Y)$ , който по даден списък от квадрати  $X$  генерира в  $Y$  при преудовлетворяване всички концентрични списъци с максимална дължина, чиито елементи са елементи на  $X$ .

(3 + 3 точки)

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог едноместен предикат  $p$ , който при преудовлетворяване генерира всички такива тройки от естествени числа  $(a, b, c)$ , че произведението  $a(b + c)$  при деление на 3 дава остатък 1 и уравнението  $ax^2 + bx + c = 0$  има два различни реални корена.

(4 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 12.01.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следните предикатни формули

$$\begin{aligned} \exists u \forall x (f(x, u) \doteq x \ \& \ f(u, x) \doteq x), \\ \forall x \forall y \forall z (f(f(x, y), z) \doteq f(x, f(y, z))), \\ \exists x \exists y (\neg(f(x, y) \doteq f(y, x))). \end{aligned}$$

(В горните формули  $u, x, y$  и  $z$  са различни индивидуни променливи, а  $f$  е двуместен функционален символ.)

(5 точки)

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството от всички множества от естествени числа,  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ , и

$$p^{\mathcal{A}} = \{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cap B\}.$$

Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  са определими: а)  $\{\emptyset\}$ ; б)  $\{\mathbb{N}\}$ ;

в)  $\{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq B, B \subseteq \mathbb{N}\}$ ;

г)  $\{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cup B\}$ .

Да се докаже, че ако  $A \subseteq \mathbb{N}$ ,  $A \neq \emptyset$  и  $A \neq \mathbb{N}$ , то  $\{A\}$  не е определимо в  $\mathcal{A}$ .

(5 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 12.01.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следните предикатни формули

$$\begin{aligned} \exists u \forall x (f(x, u) \doteq x \ \& \ f(u, x) \doteq x), \\ \forall x \forall y \forall z (f(f(x, y), z) \doteq f(x, f(y, z))), \\ \exists x \exists y (\neg(f(x, y) \doteq f(y, x))). \end{aligned}$$

(В горните формули  $u, x, y$  и  $z$  са различни индивидуни променливи, а  $f$  е двуместен функционален символ.)

(5 точки)

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството от всички множества от естествени числа,  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ , и

$$p^{\mathcal{A}} = \{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cap B\}.$$

Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  са определими: а)  $\{\emptyset\}$ ; б)  $\{\mathbb{N}\}$ ;

в)  $\{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq B, B \subseteq \mathbb{N}\}$ ;

г)  $\{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cup B\}$ .

Да се докаже, че ако  $A \subseteq \mathbb{N}$ ,  $A \neq \emptyset$  и  $A \neq \mathbb{N}$ , то  $\{A\}$  не е определимо в  $\mathcal{A}$ .

(5 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 12.01.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следните предикатни формули

$$\begin{aligned} \exists u \forall x (f(x, u) \doteq x \ \& \ f(u, x) \doteq x), \\ \forall x \forall y \forall z (f(f(x, y), z) \doteq f(f(x, z), y)), \\ \exists x \exists y (\neg(f(x, y) \doteq f(y, x))). \end{aligned}$$

(В горните формули  $u, x, y$  и  $z$  са различни индивидуни променливи, а  $f$  е двуместен функционален символ.)

(5 точки)

**Зад. 2.** ДНека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството от всички множества от естествени числа,  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ , и

$$p^{\mathcal{A}} = \{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cup B\}.$$

Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  са определими: а)  $\{\emptyset\}$ ; б)  $\{\mathbb{N}\}$ ;

в)  $\{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq B, B \subseteq \mathbb{N}\}$ ;

г)  $\{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cap B\}$ .

Да се докаже, че ако  $A \subseteq \mathbb{N}$ ,  $A \neq \emptyset$  и  $A \neq \mathbb{N}$ , то  $\{A\}$  не е определимо в  $\mathcal{A}$ .

(5 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Второ контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 12.01.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следните предикатни формули

$$\begin{aligned} \exists u \forall x (f(x, u) \doteq x \ \& \ f(u, x) \doteq x), \\ \forall x \forall y \forall z (f(f(x, y), z) \doteq f(f(x, z), y)), \\ \exists x \exists y (\neg(f(x, y) \doteq f(y, x))). \end{aligned}$$

(В горните формули  $u, x, y$  и  $z$  са различни индивидуни променливи, а  $f$  е двуместен функционален символ.)

(5 точки)

**Зад. 2.** ДНека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с равенство, имащ единствен нелогически символ — триместният предикатен символ  $p$ . Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството от всички множества от естествени числа,  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ , и

$$p^{\mathcal{A}} = \{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cup B\}.$$

Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  са определими: а)  $\{\emptyset\}$ ; б)  $\{\mathbb{N}\}$ ;

в)  $\{\langle A, B \rangle \mid A \subseteq B, B \subseteq \mathbb{N}\}$ ;

г)  $\{\langle A, B, C \rangle \mid A \subseteq \mathbb{N}, B \subseteq \mathbb{N}, C = A \cap B\}$ .

Да се докаже, че ако  $A \subseteq \mathbb{N}$ ,  $A \neq \emptyset$  и  $A \neq \mathbb{N}$ , то  $\{A\}$  не е определимо в  $\mathcal{A}$ .

(5 точки)



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 04.02.2013 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Да дефинираме понятието  $rt$ -терм със следната индуктивна дефиниция:

- $[]$  е  $rt$ -терм;
- ако  $A$  и  $B$  са  $rt$ -термове, то и  $[A, [A, B]]$  е  $rt$ -терм.

Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X)$ , който при пре-удовлетворяване генерира в  $X$  всички  $rt$ -термове.

(5 точки)

**Зад. 2.** Списък  $X$  от списъци се нарича *кохерентен*, ако всеки елемент на  $X$  (освен последния) има общ елемент със следващия елемент на  $X$ . Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X)$ , който по даден списък  $X$  от списъци проверява дали  $X$  е кохерентен.

(5 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 04.02.2013 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Да дефинираме понятието  $lt$ -терм със следната индуктивна дефиниция:

- $[]$  е  $lt$ -терм;
- ако  $A$  и  $B$  са  $lt$ -термове, то и  $[[B, A], B]$  е  $lt$ -терм.

Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X)$ , който при пре-удовлетворяване генерира в  $X$  всички  $lt$ -термове.

(5 точки)

**Зад. 2.** Списък  $X$  от списъци се нарича *адсорбиращ*, ако  $X$  има елемент, чиито елементи са елементи на следващия елемент на  $X$ . Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X)$ , който по даден списък  $X$  от списъци проверява дали  $X$  е адсорбиращ.

(5 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>II.1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 04.02.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите формули?

$\forall x p(x, x), \quad \forall x \forall z (\neg p(x, z) \implies \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, z))),$   
 $\forall y \forall z (\exists x (p(y, x) \& p(z, x)) \implies (p(y, z) \vee p(z, y))),$   
 $\exists y \exists z (\exists x (p(x, y) \& p(x, z)) \& \neg p(y, z) \& \neg p(z, y)) \quad (7 \text{ точки})$

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с тримес-тен предикатен символ  $p$  и без формално равенство. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на целите числа  $\mathbb{Z}$  и

$$p^{\mathcal{A}} = \{ \langle a, b, c \rangle \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b^2 + a^8 = c \}.$$

Кои от следните множества са определени в  $\mathcal{A}$ :

а)  $\{0\}$ , б)  $\{1\}$ , в)  $\{-1\}$ , г)  $\{7\}$ ? (7 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \models \varphi_4$ , където

$\varphi_1 = \exists z \forall x (\forall y p(f(x), y) \vee q(z, f(x))),$   
 $\varphi_2 = \exists z \forall y (q(y, f(f(y))) \implies \forall x p(x, f(z))),$   
 $\varphi_3 = \forall x \forall y (p(x, f(y)) \implies (p(f(y), x) \vee \neg \exists y \exists x p(x, y))),$   
 $\varphi_4 = \exists y (\exists x p(f(x), y) \& \exists x p(y, x)).$

(Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи,  $f$  е едномес-тен функционален символ, а  $x, y$  и  $z$  са различни индивиду-ни променливи.) (7 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>II.1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 04.02.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите формули?

$\forall x p(x, x), \quad \forall x \forall z (\neg p(x, z) \implies \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, z))),$   
 $\forall y \forall z (\exists x (p(y, x) \& p(z, x)) \implies (p(y, z) \vee p(z, y))),$   
 $\exists y \exists z (\exists x (p(x, y) \& p(x, z)) \& \neg p(y, z) \& \neg p(z, y)) \quad (7 \text{ точки})$

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с тримес-тен предикатен символ  $p$  и без формално равенство. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на целите числа  $\mathbb{Z}$  и

$$p^{\mathcal{A}} = \{ \langle a, b, c \rangle \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b^2 + a^8 = c \}.$$

Кои от следните множества са определени в  $\mathcal{A}$ :

а)  $\{0\}$ , б)  $\{1\}$ , в)  $\{-1\}$ , г)  $\{7\}$ ? (7 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \models \varphi_4$ , където

$\varphi_1 = \exists z \forall x (\forall y p(f(x), y) \vee q(z, f(x))),$   
 $\varphi_2 = \exists z \forall y (q(y, f(f(y))) \implies \forall x p(x, f(z))),$   
 $\varphi_3 = \forall x \forall y (p(x, f(y)) \implies (p(f(y), x) \vee \neg \exists y \exists x p(x, y))),$   
 $\varphi_4 = \exists y (\exists x p(f(x), y) \& \exists x p(y, x)).$

(Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи,  $f$  е едномес-тен функционален символ, а  $x, y$  и  $z$  са различни индивиду-ни променливи.) (7 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>II.2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 04.02.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите формули?

$\forall x p(x, x), \quad \forall x \forall z (\exists y (p(x, y) \& p(y, z)) \implies p(x, z)),$   
 $\forall y \forall z ((p(y, z) \vee p(z, y)) \vee \forall x (\neg p(y, x) \vee \neg p(z, x))),$   
 $\exists x \exists y (p(x, y) \& \exists z (p(x, z) \& \neg p(y, z) \& \neg p(z, y))) \quad (7 \text{ точки})$

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с тримес-тен предикатен символ  $p$  и без формално равенство. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на целите числа  $\mathbb{Z}$  и

$$p^{\mathcal{A}} = \{ \langle a, b, c \rangle \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b^4 + a^6 = c \}.$$

Кои от следните множества са определени в  $\mathcal{A}$ :

а)  $\{0\}$ , б)  $\{1\}$ , в)  $\{-1\}$ , г)  $\{7\}$ ? (7 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \models \varphi_4$ , където

$\varphi_1 = \forall y (\forall x \neg p(f(x), y) \vee \forall x \neg p(y, x)),$   
 $\varphi_2 = \exists z \forall y (\exists y \exists x \neg p(x, y) \implies (q(y, f(f(y))) \implies \forall x p(x, f(z)))),$   
 $\varphi_3 = \forall x \forall y (p(x, f(y)) \implies p(f(y), x)),$   
 $\varphi_4 = \forall z \exists x \neg (\exists y \neg p(f(x), y) \implies q(z, f(x))).$

(Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи,  $f$  е едномес-тен функционален символ, а  $x, y$  и  $z$  са различни индивиду-ни променливи.) (7 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>II.2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“  
 04.02.2013 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите формули?

$\forall x p(x, x), \quad \forall x \forall z (\exists y (p(x, y) \& p(y, z)) \implies p(x, z)),$   
 $\forall y \forall z ((p(y, z) \vee p(z, y)) \vee \forall x (\neg p(y, x) \vee \neg p(z, x))),$   
 $\exists x \exists y (p(x, y) \& \exists z (p(x, z) \& \neg p(y, z) \& \neg p(z, y))) \quad (7 \text{ точки})$

**Зад. 2.** Нека  $\mathcal{L}$  е езикът на предикатното смятане с тримес-тен предикатен символ  $p$  и без формално равенство. Нека  $\mathcal{A}$  е структурата за  $\mathcal{L}$  с универсум множеството на целите числа  $\mathbb{Z}$  и

$$p^{\mathcal{A}} = \{ \langle a, b, c \rangle \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b^4 + a^6 = c \}.$$

Кои от следните множества са определени в  $\mathcal{A}$ :

а)  $\{0\}$ , б)  $\{1\}$ , в)  $\{-1\}$ , г)  $\{7\}$ ? (7 точки)

**Зад. 3.** С метода на резолюцията да се докаже, че  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \models \varphi_4$ , където

$\varphi_1 = \forall y (\forall x \neg p(f(x), y) \vee \forall x \neg p(y, x)),$   
 $\varphi_2 = \exists z \forall y (\exists y \exists x \neg p(x, y) \implies (q(y, f(f(y))) \implies \forall x p(x, f(z)))),$   
 $\varphi_3 = \forall x \forall y (p(x, f(y)) \implies p(f(y), x)),$   
 $\varphi_4 = \forall z \exists x \neg (\exists y \neg p(f(x), y) \implies q(z, f(x))).$

(Тук  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи,  $f$  е едномес-тен функционален символ, а  $x, y$  и  $z$  са различни индивиду-ни променливи.) (7 точки)



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 1.VI.2013 г.

**Задача 1.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който се интерпретира така:  $\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow x + y + 1 = z$ .

а) Да се докаже, че множеството  $\{\langle x, y \rangle : x \leq y\}$  е определимо. б) Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  съществува единствен автоморфизъм. Кой е той?

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\forall x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 1.VI.2013 г.

**Задача 1.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който се интерпретира така:  $\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow x + y + 1 = z$ .

а) Да се докаже, че множеството  $\{\langle x, y \rangle : x \leq y\}$  е определимо. б) Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  съществува единствен автоморфизъм. Кой е той?

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\forall x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 1.VI.2013 г.

**Задача 1.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който се интерпретира така:  $\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow x + y + 1 = z$ .

а) Да се докаже, че множеството  $\{\langle x, y \rangle : x \leq y\}$  е определимо. б) Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  съществува единствен автоморфизъм. Кой е той?

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\forall x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 1.VI.2013 г.

**Задача 1.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който се интерпретира така:  $\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow x + y = z$ .

а) Да се докаже, че множеството  $\{\langle x, y \rangle : x \leq y\}$  е определимо. б) Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  съществува единствен автоморфизъм. Кой е той?

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\exists x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\forall x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 1.VI.2013 г.

**Задача 1.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който се интерпретира така:  $\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow x + y = z$ .

а) Да се докаже, че множеството  $\{\langle x, y \rangle : x \leq y\}$  е определимо. б) Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  съществува единствен автоморфизъм. Кой е той?

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\exists x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\forall x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Контролна работа по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 1.VI.2013 г.

**Задача 1.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който се интерпретира така:  $\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \longleftrightarrow x + y = z$ .

а) Да се докаже, че множеството  $\{\langle x, y \rangle : x \leq y\}$  е определимо. б) Да се докаже, че в  $\mathcal{A}$  съществува единствен автоморфизъм. Кой е той?

**Задача 2.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството от следните формули:

$$\exists x \exists y (p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\exists x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x))$$

$$\forall x \exists y (p(x, y) \& p(y, x))$$





вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“ и „Информатика“  
 Септемврийска сесия 2013 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека  $G$  е неориентиран граф. Множеството от върховете на  $G$  е представено със списък  $V$  от върховете, всяко ребро  $e$  е представено с двуелементен списък на краищата му, а множеството от ребрата на  $G$  е представено със списък  $E$  от ребрата.

Да се дефинира на Пролог предикат

а)  $con(V, E)$ , който разпознава дали представеният с  $V$  и  $E$  граф е свързан.

б)  $crit(V, E, X)$ , който по дадени  $V$  и  $E$  на свързан граф генерира в  $X$  списък на всички върхове, чието отстраняване води до граф, който не е свързан. (3 + 3 точки)

**Зад. 2.** Редицата  $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$  е дефинирана рекурентно така:  $a_0 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ . Да се дефинира на Пролог предикат  $p(N)$ , който по дадено число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като сума на два елемента на редицата  $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ . (4 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“ и „Информатика“  
 Септемврийска сесия 2013 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Нека  $G$  е неориентиран граф. Всяко ребро  $e$  на  $G$  е представено с двуелементен списък на краищата му, а множеството от ребрата на  $G$  е представено със списък  $E$  от ребрата.

Да се дефинира на Пролог предикат

а)  $con(E)$ , който разпознава дали представеният с  $E$  граф е свързан.

б)  $crit(E, X)$ , който по даден списък  $E$  от ребрата на свързан граф генерира в  $X$  списък на всички ребра, чието отстраняване води до граф, който не е свързан. (3 + 3 точки)

**Зад. 2.** Редицата  $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots$  е дефинирана рекурентно така:  $b_0 = 1, b_{n+1} = 3b_n + 2$ . Да се дефинира на Пролог предикат  $p(N)$ , който по дадено число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като сума на два елемента на редицата  $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots$ . (4 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“ и „Информатика“  
 Септемврийска сесия 2013 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите две формули?

$$\forall x \exists y \forall z p(y, z, x) \\ \forall x \forall y \forall z (p(x, y, z) \implies \neg p(z, y, x)) \quad (8 \text{ точки})$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на реалните числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$\langle a, b, c \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff 5a + 3b = c.$$

А) Да се докаже, че множеството:

$$\text{а) } \{0\}, \quad \text{б) } \{\langle a, b \rangle \mid 5a = b\}, \quad \text{в) } \{\langle a, b \rangle \mid 5b = -3a\}, \\ \text{г) } \{\langle a, b \rangle \mid a = -b\}, \quad \text{д) } \{\langle a, b \rangle \mid 2a = b\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$ .

Б) Да се докаже, че множеството  $\{\langle a, b \rangle \mid a^2 = 5b + 3\}$  не е определимо в  $\mathcal{A}$ . (8 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Компютърни науки“ и „Информатика“  
 Септемврийска сесия 2013 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Изпълнимо ли е множеството от следващите две формули?

$$\forall x \exists y \forall z p(z, y, x) \\ \forall x \forall y \forall z (p(x, y, z) \implies \neg p(x, z, y)) \quad (8 \text{ точки})$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум множеството на реалните числа и е за език без функционални символи и единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира по следния начин:

$$\langle a, b, c \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff 7a + 5b = c.$$

А) Да се докаже, че множеството:

$$\text{а) } \{0\}, \quad \text{б) } \{\langle a, b \rangle \mid b = 7a\}, \quad \text{в) } \{\langle a, b \rangle \mid 7b = -5a\}, \\ \text{г) } \{\langle a, b \rangle \mid b = -a\}, \quad \text{д) } \{\langle a, b \rangle \mid b = 2a\}$$

е определимо в  $\mathcal{A}$ .

Б) Да се докаже, че множеството  $\{\langle a, b \rangle \mid a^2 = 5b + 7\}$  не е определимо в  $\mathcal{A}$ . (8 точки)



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.04.2014 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** а) Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X, A, B)$ , който по даден списък от двойки  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$  проверява дали шахматният цар може да се придвижи с един ход от поле с координати  $[A, B]$  на поле, чиито координати не са елемент на списъка  $X$ .

б) Да се дефинира предикат  $q(X)$ , който проверява дали шахматният цар може да се придвижи от поле с координати  $[1, 1]$  на поле  $[8, 8]$ , без да преминава през полета, чиито координати са елемент на списъка  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$ .

*Забележка.* Шахматната дъска е с размер  $8 \times 8$ .

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(N, L)$ , който по дадено число  $N$  и списък от положителни числа  $L = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ , проверява дали е възможно в редицата  $a_1, a_2, \dots, a_n$  да се вмъкнат по такъв начин символи „(“, „)“ и „-“, че полученият аритметичен израз да има стойност  $N$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.04.2014 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** а) Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X, A, B)$ , който по даден списък от двойки  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$  проверява дали шахматният цар може да се придвижи с един ход от поле с координати  $[A, B]$  на поле, чиито координати не са елемент на списъка  $X$ .

б) Да се дефинира предикат  $q(X)$ , който проверява дали шахматният цар може да се придвижи от поле с координати  $[1, 1]$  на поле  $[8, 8]$ , без да преминава през полета, чиито координати са елемент на списъка  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$ .

*Забележка.* Шахматната дъска е с размер  $8 \times 8$ .

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(N, L)$ , който по дадено число  $N$  и списък от положителни числа  $L = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ , проверява дали е възможно в редицата  $a_1, a_2, \dots, a_n$  да се вмъкнат по такъв начин символи „(“, „)“ и „-“, че полученият аритметичен израз да има стойност  $N$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.04.2014 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** а) Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X, A, B)$ , който по даден списък от двойки  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$  проверява дали шахматният кон може да се придвижи с един ход от поле с координати  $[A, B]$  на поле, чиито координати не са елемент на списъка  $X$ .

б) Да се дефинира предикат  $q(X)$ , който проверява дали шахматният кон може да се придвижи от поле с координати  $[1, 1]$  на поле  $[8, 8]$ , без да преминава през полета, чиито координати са елемент на списъка  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$ .

*Забележка.* Шахматната дъска е с размер  $8 \times 8$ .

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(N, L)$ , който по дадено число  $N$  и списък от положителни числа  $L = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ , проверява дали е възможно в редицата  $a_1, a_2, \dots, a_n$  да се вмъкнат по такъв начин символи „(“, „)“ и „/“, че полученият аритметичен израз да има стойност  $N$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Първо контролно по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 12.04.2014 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** а) Да се дефинира на Пролог предикат  $p(X, A, B)$ , който по даден списък от двойки  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$  проверява дали шахматният кон може да се придвижи с един ход от поле с координати  $[A, B]$  на поле, чиито координати не са елемент на списъка  $X$ .

б) Да се дефинира предикат  $q(X)$ , който проверява дали шахматният кон може да се придвижи от поле с координати  $[1, 1]$  на поле  $[8, 8]$ , без да преминава през полета, чиито координати са елемент на списъка  $X = [[a_1, b_1], [a_2, b_2], \dots, [a_n, b_n]]$ .

*Забележка.* Шахматната дъска е с размер  $8 \times 8$ .

**Зад. 2.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(N, L)$ , който по дадено число  $N$  и списък от положителни числа  $L = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ , проверява дали е възможно в редицата  $a_1, a_2, \dots, a_n$  да се вмъкнат по такъв начин символи „(“, „)“ и „/“, че полученият аритметичен израз да има стойност  $N$ .

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>I.1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 07.07.2014 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(A)$ , който при преудовлетворяване генерира в  $A$  всички крайни строго монотонно растящи аритметични прогресии от естествени числа. (8 точки)

**Зад. 2.** Ще казваме, че списъкът  $C = [c_1, c_2, \dots, c_n]$  сливане на списъците  $A$  и  $B$ , ако съществуват такива редици  $i_1 < i_2 < \dots < i_k$  и  $1 = j_1 < j_2 < \dots < j_m$ , че  $n = k + m$ ,  $\{1, 2, \dots, n\} = \{i_1, i_2, \dots, i_k\} \cup \{j_1, j_2, \dots, j_m\}$ ,  $A = [c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_k}]$  и  $B = [c_{j_1}, c_{j_2}, \dots, c_{j_m}]$ . Да се дефинира на Пролог предикат  $q(A, B, C)$ , който по дадени списъци  $A$  и  $B$  при преудовлетворяване генерира в  $C$  всевъзможните сливания на  $A$  и  $B$ . (8 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>I.2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 07.07.2014 г.

**Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!**

**Зад. 1.** Да се дефинира на Пролог предикат  $p(G)$ , който при преудовлетворяване генерира в  $G$  всички крайни строго монотонно растящи геометрични прогресии от естествени числа с цяло частно. (8 точки)

**Зад. 2.** Ще казваме, че списъкът  $C = [c_1, c_2, \dots, c_n]$  сливане на списъците  $A$  и  $B$ , ако съществуват такива редици  $1 = i_1 < i_2 < \dots < i_k$  и  $j_1 < j_2 < \dots < j_m$ , че  $n = k + m$ ,  $\{1, 2, \dots, n\} = \{i_1, i_2, \dots, i_k\} \cup \{j_1, j_2, \dots, j_m\}$ ,  $A = [c_{i_1}, c_{i_2}, \dots, c_{i_k}]$  и  $B = [c_{j_1}, c_{j_2}, \dots, c_{j_m}]$ . Да се дефинира на Пролог предикат  $q(A, B, C)$ , който по дадени списъци  $A$  и  $B$  при преудовлетворяване генерира в  $C$  всевъзможните сливания на  $A$  и  $B$ . (8 точки)

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>П.1</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 07.07.2014 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека

- $$\begin{aligned}\varphi_1 & \text{ е } \forall x \neg p(x, x), \\ \varphi_2 & \text{ е } \exists x \forall y (x \neq y \implies (p(y, x) \& \exists z (p(y, z) \& p(z, x))), \\ \varphi_3 & \text{ е } \forall x \exists y \exists z (y \neq z \& p(y, x) \& \neg p(y, z) \& \neg p(z, y)).\end{aligned}$$

- а) Да се покаже, че множеството  $\{\varphi_1, \varphi_2\}$  е изпълнимо.  
 б) Да се покаже, че множеството  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$  е изпълнимо.

Зад. 2. Нека  $\mathcal{A}$  е следната структура за езика без формално равенство с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ. Универсумът на  $\mathcal{A}$  е множеството на крайните, непразни отворени интервали от рационални числа  $\mathcal{I} = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a < b\}$  и за произволни  $i, j \in \mathcal{I}$

$$\langle i, j \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \text{десният край на } i \text{ е левият край на } j$$

Да се докаже, че следните множества са определими:

- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, i \text{ и } j \text{ имат общ ляв край}\};$
- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, i = j\};$
- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, \text{ левият край на } i \text{ е по-малко число от левия край на } j\};$
- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, i \cap j \neq \emptyset, i \setminus j \neq \emptyset, j \setminus i \neq \emptyset\}.$

Зад. 3. Да се докаже, че множеството от следните предикатни дизюнкти е неизпълнимо.

$$\{\neg q(c, x), \neg q(a, x)\}, \quad \{q(b, g(x))\}, \quad \{p(g(y), x), q(y, x)\}, \\ \{q(c, f(x)), \neg q(b, x)\}, \quad \{\neg p(x, f(x)), \neg q(b, x)\}.$$

Тук  $x$  и  $y$  са различни индивидуни променливи,  $a, b$  и  $c$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи, а  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>П.2</b>					
Име:					

Писмен изпит по „Логическо програмиране“  
 спец. „Информатика“  
 07.07.2014 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

Зад. 1. Нека

- $$\begin{aligned}\varphi_1 & \text{ е } \forall x \neg q(x, x), \\ \varphi_2 & \text{ е } \exists x \forall y (x \neq y \implies (q(x, y) \& \exists z (q(x, z) \& q(z, y))), \\ \varphi_3 & \text{ е } \forall x \exists y \exists z (y \neq z \& q(x, y) \& \neg q(y, z) \& \neg q(z, y)).\end{aligned}$$

- а) Да се покаже, че множеството  $\{\varphi_1, \varphi_2\}$  е изпълнимо.  
 б) Да се покаже, че множеството  $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$  е изпълнимо.

Зад. 2. Нека  $\mathcal{A}$  е следната структура за езика без формално равенство с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ. Универсумът на  $\mathcal{A}$  е множеството на крайните, непразни отворени интервали от рационални числа  $\mathcal{I} = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}, a < b\}$  и за произволни  $i, j \in \mathcal{I}$

$$\langle i, j \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff \text{десният край на } i \text{ е левият край на } j.$$

Да се докаже, че следните множества са определими:

- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, i \text{ и } j \text{ имат общ десен край}\};$
- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, i \neq j\};$
- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, \text{ десният край на } i \text{ е по-голямо число от десния край на } j\};$
- $\{\langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathcal{I}, \text{ краищата на } i \text{ принадлежат на } j\}.$

Зад. 3. Да се докаже, че множеството от следните предикатни дизюнкти е неизпълнимо.

$$\{p(b, x), p(c, x)\}, \quad \{\neg p(a, g(x))\}, \quad \{q(g(x), y), \neg p(x, y)\}, \\ \{\neg p(b, f(x)), p(a, x)\}, \quad \{\neg q(x, f(x)), p(a, x)\}.$$

Тук  $x$  и  $y$  са различни индивидуни променливи,  $a, b$  и  $c$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи, а  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 януари 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \neg p(x, x) \\ &\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x)) \\ &\exists x \forall y (x \neq y \implies p(x, y)) \\ &\exists x \forall y (x \neq y \implies p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 = km + 1$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$  и  $\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 януари 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \neg p(x, x) \\ &\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x)) \\ &\exists x \forall y (x \neq y \implies p(x, y)) \\ &\exists x \forall y (x \neq y \implies p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 = km + 1$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$  и  $\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 януари 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \neg p(x, x) \\ &\forall x \forall y (p(x, y) \implies \neg p(y, x)) \\ &\exists x \forall y (x \neq y \implies p(x, y)) \\ &\exists x \forall y (x \neq y \implies p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 = km + 1$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$  и  $\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 януари 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x p(x, x) \\ &\forall x \forall y (p(x, y) \vee p(y, x)) \\ &\exists x \forall y (p(x, y) \implies x = y) \\ &\exists x \forall y (p(y, x) \implies x = y) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $q$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in q^{\mathcal{A}} \iff nk + 1 = m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$  и  $\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 януари 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x p(x, x) \\ &\forall x \forall y (p(x, y) \vee p(y, x)) \\ &\exists x \forall y (p(x, y) \implies x = y) \\ &\exists x \forall y (p(y, x) \implies x = y) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $q$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in q^{\mathcal{A}} \iff nk + 1 = m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$  и  $\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 януари 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x p(x, x) \\ &\forall x \forall y (p(x, y) \vee p(y, x)) \\ &\exists x \forall y (p(x, y) \implies x = y) \\ &\exists x \forall y (p(y, x) \implies x = y) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $q$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in q^{\mathcal{A}} \iff nk + 1 = m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$  и  $\{\langle n, n \rangle : n \in \mathbb{N}\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!







вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 май 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$\forall x(p(x) \implies \forall y p(y))$   
 $\forall x \forall y (q(y, y) \vee \neg q(x, y))$   
 $\exists x \neg q(x, x)$   
 $\exists x \forall y q(y, x)$   
 $\forall x \forall y \forall z ((p(x) \iff r(x, y, z)) \iff q(y, z))$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n = k + m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{-2\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 май 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$\forall x(p(x) \implies \forall y p(y))$   
 $\forall x \forall y (q(y, y) \vee \neg q(x, y))$   
 $\exists x \neg q(x, x)$   
 $\exists x \forall y q(y, x)$   
 $\forall x \forall y \forall z ((p(x) \iff r(x, y, z)) \iff q(y, z))$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n = k + m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{-2\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 май 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$\forall x(p(x) \implies \forall y p(y))$   
 $\forall x \forall y (q(y, y) \vee \neg q(x, y))$   
 $\exists x \neg q(x, x)$   
 $\exists x \forall y q(y, x)$   
 $\forall x \forall y \forall z ((p(x) \iff r(x, y, z)) \iff q(y, z))$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n = k + m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{-2\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 май 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$\forall x(p(x) \implies \forall y p(y))$   
 $\forall x \forall y (q(x, y) \vee \neg q(x, x))$   
 $\exists x q(x, x)$   
 $\exists x \forall y \neg q(x, y)$   
 $\forall x \forall y \forall z ((p(z) \iff q(x, y)) \iff r(x, y, z))$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 + k = m$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{-1\}$ ,  $\{3\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 май 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$\forall x(p(x) \implies \forall y p(y))$   
 $\forall x \forall y (q(x, y) \vee \neg q(x, x))$   
 $\exists x q(x, x)$   
 $\exists x \forall y \neg q(x, y)$   
 $\forall x \forall y \forall z ((p(z) \iff q(x, y)) \iff r(x, y, z))$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 + k = m$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{-1\}$ ,  $\{3\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Втора контролна работа по ЛП  
10 май 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$\forall x(p(x) \implies \forall y p(y))$   
 $\forall x \forall y (q(x, y) \vee \neg q(x, x))$   
 $\exists x q(x, x)$   
 $\exists x \forall y \neg q(x, y)$   
 $\forall x \forall y \forall z ((p(z) \iff q(x, y)) \iff r(x, y, z))$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 + k = m$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{-1\}$ ,  $\{3\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се дефинира предикат  $p(L, N)$ , който по даден списък от положителни цели числа  $L$  и положително цяло число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като произведение на няколко (не непременно различни) елемента на  $L$ .

**Зад. 2.** Списък от три числа  $[X, Y, R]$  ще интерпретираме като окръжност с център  $\langle X, Y \rangle$  и радиус  $R$ . Да се дефинира генератор  $\text{circles}(X, Y, R, Z, T, S)$ , който по дадена окръжност  $[X, Y, R]$  при преудовлетворяване генерира в  $Z, T$  и  $S$  окръжностите, които съдържат окръжността  $[X, Y, R]$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се дефинира предикат  $p(L, N)$ , който по даден списък от положителни цели числа  $L$  и положително цяло число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като произведение на няколко (не непременно различни) елемента на  $L$ .

**Зад. 2.** Списък от три числа  $[X, Y, R]$  ще интерпретираме като окръжност с център  $\langle X, Y \rangle$  и радиус  $R$ . Да се дефинира генератор  $\text{circles}(X, Y, R, Z, T, S)$ , който по дадена окръжност  $[X, Y, R]$  при преудовлетворяване генерира в  $Z, T$  и  $S$  окръжностите, които съдържат окръжността  $[X, Y, R]$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се дефинира предикат  $p(L, N)$ , който по даден списък от положителни цели числа  $L$  и положително цяло число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като произведение на няколко (не непременно различни) елемента на  $L$ .

**Зад. 2.** Списък от три числа  $[X, Y, R]$  ще интерпретираме като окръжност с център  $\langle X, Y \rangle$  и радиус  $R$ . Да се дефинира генератор  $\text{circles}(X, Y, R, Z, T, S)$ , който по дадена окръжност  $[X, Y, R]$  при преудовлетворяване генерира в  $Z, T$  и  $S$  окръжностите, които съдържат окръжността  $[X, Y, R]$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се дефинира предикат  $p(L, N)$ , който по даден списък от естествени числа  $L$  и естествено число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като сума на няколко (не непременно различни) елемента на  $L$ .

**Зад. 2.** Списък от три числа  $[X, Y, A]$  ще интерпретираме като квадрат с долен десен ъгъл  $\langle X, Y \rangle$  и страна  $A$ . Да се дефинира генератор  $\text{squares}(X, Y, A, Z, T, B)$ , който по даден квадрат  $[X, Y, A]$  при преудовлетворяване генерира в  $Z, T$  и  $B$  квадратите, които съдържат квадрата  $[X, Y, A]$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се дефинира предикат  $p(L, N)$ , който по даден списък от естествени числа  $L$  и естествено число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като сума на няколко (не непременно различни) елемента на  $L$ .

**Зад. 2.** Списък от три числа  $[X, Y, A]$  ще интерпретираме като квадрат с долен десен ъгъл  $\langle X, Y \rangle$  и страна  $A$ . Да се дефинира генератор  $\text{squares}(X, Y, A, Z, T, B)$ , който по даден квадрат  $[X, Y, A]$  при преудовлетворяване генерира в  $Z, T$  и  $B$  квадратите, които съдържат квадрата  $[X, Y, A]$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се дефинира предикат  $p(L, N)$ , който по даден списък от естествени числа  $L$  и естествено число  $N$  разпознава дали  $N$  може да се представи като сума на няколко (не непременно различни) елемента на  $L$ .

**Зад. 2.** Списък от три числа  $[X, Y, A]$  ще интерпретираме като квадрат с долен десен ъгъл  $\langle X, Y \rangle$  и страна  $A$ . Да се дефинира генератор  $\text{squares}(X, Y, A, Z, T, B)$ , който по даден квадрат  $[X, Y, A]$  при преудовлетворяване генерира в  $Z, T$  и  $B$  квадратите, които съдържат квадрата  $[X, Y, A]$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x p(x, x) \\ &\forall x \exists y \exists z (\neg p(z, x) \wedge \neg p(x, y)) \\ &\exists x \exists y (x \neq y \wedge p(x, y) \wedge p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n = k + m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{-2\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x p(x, x) \\ &\forall x \exists y \exists z (\neg p(z, x) \wedge \neg p(x, y)) \\ &\exists x \exists y (x \neq y \wedge p(x, y) \wedge p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n = k + m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{-2\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x p(x, x) \\ &\forall x \exists y \exists z (\neg p(z, x) \wedge \neg p(x, y)) \\ &\exists x \exists y (x \neq y \wedge p(x, y) \wedge p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n = k + m^2$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{-2\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \neg p(x, x) \\ &\forall x \exists y \exists z (p(z, x) \wedge p(x, y)) \\ &\exists x \exists y (x \neq y \wedge \neg p(x, y) \wedge \neg p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 + k = m$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{-1\}$ ,  $\{3\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \neg p(x, x) \\ &\forall x \exists y \exists z (p(z, x) \wedge p(x, y)) \\ &\exists x \exists y (x \neq y \wedge \neg p(x, y) \wedge \neg p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 + k = m$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{-1\}$ ,  $\{3\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
16 юни 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \neg p(x, x) \\ &\forall x \exists y \exists z (p(z, x) \wedge p(x, y)) \\ &\exists x \exists y (x \neq y \wedge \neg p(x, y) \wedge \neg p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{Z}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е триместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k, m \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff n^2 + k = m$ .  
Да се докаже, че са определими  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{-1\}$ ,  $\{3\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!



вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
6 септември 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, f(f(y))) \implies \neg p(y, f(x))) \\ &\forall x \forall y (x = y \vee p(x, f(y)) \vee p(y, f(f(x)))) \\ &\forall x (x = f(f(x))) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff x + y \geq 3$ . Да се докаже, че са определими  $\{0, 1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
6 септември 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, f(f(y))) \implies \neg p(y, f(x))) \\ &\forall x \forall y (x = y \vee p(x, f(y)) \vee p(y, f(f(x)))) \\ &\forall x (x = f(f(x))) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff x + y \geq 3$ . Да се докаже, че са определими  $\{0, 1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
6 септември 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, f(f(y))) \implies \neg p(y, f(x))) \\ &\forall x \forall y (x = y \vee p(x, f(y)) \vee p(y, f(f(x)))) \\ &\forall x (x = f(f(x))) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff x + y \geq 3$ . Да се докаже, че са определими  $\{0, 1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
6 септември 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, f(f(y))) \implies \neg p(y, f(x))) \\ &\forall x \forall y (x = y \vee p(x, f(y)) \vee p(y, f(f(x)))) \\ &\forall x (x = f(f(x))) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff x + y \geq 3$ . Да се докаже, че са определими  $\{0, 1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>1</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
6 септември 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, f(f(y))) \implies \neg p(y, f(x))) \\ &\forall x \forall y (x = y \vee p(x, f(y)) \vee p(y, f(f(x)))) \\ &\forall x (x = f(f(x))) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff x + y \geq 3$ . Да се докаже, че са определими  $\{0, 1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
<b>2</b>					
Име:					

Писмен изпит по ЛПП  
6 септември 2015 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, f(f(y))) \implies \neg p(y, f(x))) \\ &\forall x \forall y (x = y \vee p(x, f(y)) \vee p(y, f(f(x)))) \\ &\forall x (x = f(f(x))) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с носител  $\mathbb{N}$  и е за език с единствен нелогически символ  $p$ , който е двуместен предикатен символ и се интерпретира така:  $\langle n, k \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff x + y \geq 3$ . Да се докаже, че са определими  $\{0, 1\}$ ,  $\{2\}$ ,  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ .

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

















вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
II.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране  
03 септември 2016 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, y) \iff q(y, x)) \\ &\forall x \exists y (p(x, y) \iff q(x, y)) \\ &\forall x \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \implies p(x, z)) \\ &\exists x \exists y (\neg q(x, y) \& \neg q(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум  $\{0, 1\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира така:

$$\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff z = 1 - \min(x, y).$$

Да се определят в  $\mathcal{A}$  множествата  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \min(x, y)\}$  и  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \max(x, y)\}$ .

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните предикатни дизюнкти е неизпълнимо.

$$\{\neg q(c, x), \neg q(a, x)\}, \quad \{q(b, g(x))\}, \quad \{p(g(y), x), q(y, x)\},$$

$\{q(c, f(x)), \neg q(b, x)\}, \quad \{\neg p(x, f(x)), \neg q(b, x)\}.$   
Тук  $x$  и  $y$  са различни индивидуни променливи,  $a$ ,  $b$  и  $c$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи, а  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
II.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране  
03 септември 2016 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, y) \iff q(y, x)) \\ &\forall x \exists y (p(x, y) \iff q(x, y)) \\ &\forall x \forall z (q(x, y) \& q(y, z) \implies q(x, z)) \\ &\exists x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум  $\{0, 1\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $q$ , който е триместен и се интерпретира така:

$$\langle x, y, z \rangle \in q^{\mathcal{A}} \iff z = 1 - \max(x, y).$$

Да се определят в  $\mathcal{A}$  множествата  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \min(x, y)\}$  и  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \max(x, y)\}$ .

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните предикатни дизюнкти е неизпълнимо.

$$\{p(b, x), p(c, x)\}, \quad \{\neg p(a, g(x))\}, \quad \{q(g(x), y), \neg p(x, y)\},$$

$\{\neg p(b, f(x)), p(a, x)\}, \quad \{\neg q(x, f(x)), p(a, x)\}.$   
Тук  $x$  и  $y$  са различни индивидуни променливи,  $a$ ,  $b$  и  $c$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи, а  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
II.1					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране  
03 септември 2016 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, y) \iff q(y, x)) \\ &\forall x \exists y (p(x, y) \iff q(x, y)) \\ &\forall x \forall z (p(x, y) \& p(y, z) \implies p(x, z)) \\ &\exists x \exists y (\neg q(x, y) \& \neg q(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум  $\{0, 1\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $p$ , който е триместен и се интерпретира така:

$$\langle x, y, z \rangle \in p^{\mathcal{A}} \iff z = 1 - \min(x, y).$$

Да се определят в  $\mathcal{A}$  множествата  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \min(x, y)\}$  и  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \max(x, y)\}$ .

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните предикатни дизюнкти е неизпълнимо.

$$\{\neg q(c, x), \neg q(a, x)\}, \quad \{q(b, g(x))\}, \quad \{p(g(y), x), q(y, x)\},$$

$\{q(c, f(x)), \neg q(b, x)\}, \quad \{\neg p(x, f(x)), \neg q(b, x)\}.$   
Тук  $x$  и  $y$  са различни индивидуни променливи,  $a$ ,  $b$  и  $c$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи, а  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
II.2					
Име:					

Писмен изпит по логическо програмиране  
03 септември 2016 г.

Да няма лист, на който е писано по повече от една задача!

**Зад. 1.** Да се докаже, че е изпълнимо множеството, съставено от следните формули:

$$\begin{aligned} &\forall x \forall y (p(x, y) \iff q(y, x)) \\ &\forall x \exists y (p(x, y) \iff q(x, y)) \\ &\forall x \forall z (q(x, y) \& q(y, z) \implies q(x, z)) \\ &\exists x \exists y (\neg p(x, y) \& \neg p(y, x)) \end{aligned}$$

**Зад. 2.** Структурата  $\mathcal{A}$  е с универсум  $\{0, 1\}$  и е за език с единствен предикатен символ  $q$ , който е триместен и се интерпретира така:

$$\langle x, y, z \rangle \in q^{\mathcal{A}} \iff z = 1 - \max(x, y).$$

Да се определят в  $\mathcal{A}$  множествата  $\{0\}$ ,  $\{1\}$ ,  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \min(x, y)\}$  и  $\{\langle x, y, z \rangle \in \{0, 1\}^3 \mid z = \max(x, y)\}$ .

**Зад. 3.** Да се докаже, че множеството от следните предикатни дизюнкти е неизпълнимо.

$$\{p(b, x), p(c, x)\}, \quad \{\neg p(a, g(x))\}, \quad \{q(g(x), y), \neg p(x, y)\},$$

$\{\neg p(b, f(x)), p(a, x)\}, \quad \{\neg q(x, f(x)), p(a, x)\}.$   
Тук  $x$  и  $y$  са различни индивидуни променливи,  $a$ ,  $b$  и  $c$  са различни индивидуни константи,  $f$  и  $g$  са едноместни функционални символи, а  $p$  и  $q$  са двуместни предикатни символи.

Пожелаваме ви приятна и успешна работа!