Множества

* Aксиоми
  + За обема: a(aA => aB) => A = B
  + За отделянето: { x| xM, x } e множество
  + За степента: 2м={M’ | M’M } е множество
* Операции
  + Обединение: А B = { x | xA или xB }
  + Сечение: А B = { x | xA и xB }
  + Разлика: А \ B = { x | xA и xB}
  + Симетрична разлика: А B = { x | ( xA и xB ) или ( xА и xB ) }
* Свойства (трябва да се докажат )
  + Идемпотентност: А А = А; А А = А
  + Комутативност: А B = B А // A B = B A // A B = B A
  + Aсоциативност: ( АB )C = А ( BC ) // ( АB )C = А ( BC ) // ( АB )C = А ( BC )
  + Дистрибутивност: ( АB )C = (АC) (BC) // ( АB ) C = ( АC ) ( BC )
  + Св-ва на празното и универсалното: А = А // А = // А = // А =
  + Св-во на допълнението: А = // А = // =
  + Закони на Де Морган: = // =
* Други свойства:
  + А А B // ( A B ) A // ( A B ) B
  + A ( A B ) = A // A ( A B ) = A
  + ( AB ) ( A ) = A // ( AB ) ( A ) = A
* Mатематическа индукция – аксиома: P – предикат , к,n
  + p[P(0) (к)[P(к) –> P(к+1)] =>(n) (P(n)) ]
* Наредена двойка: (а,b) = { a,{a,b}}
* Декартово произведение: АxB = { (a,b)| aA, bB }
* Принцип на математическата индукция за множества. Нека М0 –непразно, F-множество от операции

Индуктивно дефинираме М:

* + - 1. Включваме в М елементите на М0
      2. Нека в М вече са включени някакви елементи
      3. Включваме в М всички елементи, който е резултат от операциите от F изпълнени върху ел. Вече включени в М.
      4. В М няма други елементи освен базисните и включените чрез индукция
* Аксиома за индукцията М = <M0,F> e множество
* Обобщено декартово произведение и n-орки дефинират се индуктивно:
  + База: n=2 (a1,a2)={a1,{a1,a2}}
  + ИП: нека (а2,...аn-1) e n-1-орка
  + ИС: (а1, (а2,...аn) e n-1-орка

А1 x ....... x Аn = { (а1,...аn) aiAi }

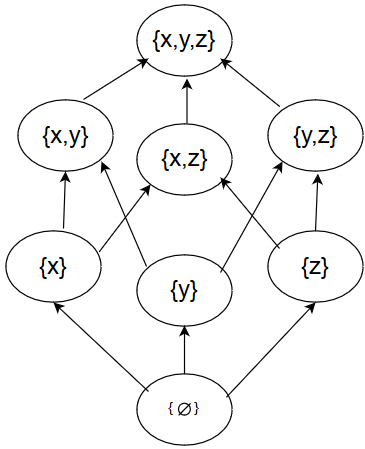
Деф: Разбиваме R = { Si |Si A, , } на А:

1. i Si ≠
2. I ( i ≠ 🡺 Si Sj =

Релации

* Релация над n домейна: R A1 x …. X An
* Свойства на бинарните релации: нека R A x A
  + Рефлексивност: aA, (a,a) R
  + Симетрична: ако a,bA, a ≠ b, (a,b) R => (b,a) R
  + Транзитивна: ако a,b,c A от (а,b) R и (b,c) R 🡺 (a,c) R
  + Антирефлексивна: А (а,а) R
  + Антисиметрична: a,bA, a ≠ b, от (а,b) R => (b,a) R //или// (а,b) R и (b,a) R 🡺a=b
  + Силно антисиметрична: a,bA, ако a ≠ b => или (а,b) R или (b,a) R
* R A x A e релация на еквивалентност, ако:
  1. Рефлексивна
  2. Симетрична
  3. Транзитивна
* Класове на еквивалентност: Нека RAxA и аА и [a] = {b | bA и (а,b)R }

P = {[ai] | i } се състои от различни множества [ ai ] => [ai] са класове на еквивалентност (може доказателство, че P e разбиване на А)

* R A частична наредва ако е:
  1. Рефлексивна.
  2. Транзитивна.
  3. Антисисметрична.
* Диаграма на Хосе: RAxA

За a A слагаме връх.

За (а,b) R слагаме ребро сочещо от а към b

Пример: М = {x,y,z}, 2M= {, {x}, {y}, {z}, {x,y}, {x,z}, {y,z}, {x,y,z}}

R 2M x 2M, да е релацията включване за множества =>

* Пълна наредба: R А x A – 1) Рефлексивна

2) Силно антисиметрична

3) Транзитивна

* Минимален елемент а bA: aRb
* Mаксимален елемент а: не bA: aRb
* Топологично сортиране : Kahn’s algorithm:

L 🡨

S – множество от всички върхове към които не сочат ребро

While ( S ≠ )

{ Махаме връх n oт S

Добавяме n към опашката на L

За връх m към който сочи връх излизащ от n махаме реброто между тях

Ако в m не влизат други върхове вкарваме ги в S

}

С –топологично сортиран

* X x Y e частична функция, ако аX не повече от едно bY: (a,b)
* X x Y e тотална функция ако за аX точно едно bY: (а,b)
* X x Y :
  1. f(x1) ≠ f(x2) за x1 ≠ x2 -инекция
  2. y Y xX: f(x) = y => сюрекция
  3. инекция + сюрекция = биекция т.е за различни стойности на x, трябва f да има различни стойности, ако x1,x2: x1 ≠ x2 и f(x1) = f(x2) => не е инекция
* А е крайно множество ако:

1. А =
2. n : n≥1 и f: fA 🡪

Aко А = = > |A|= 0 , ако 2) = > |A|= n

|A| e кардиналността ( бр. ел.) на А

* А е изброимо безкрайно, ако f – биекция f: A->
* Принцип на Дирихле: Нека X и Y са кратни и |X|>|Y|. Tогава за тотална функция f: X->Y такава, че

a1≠a2X f(a1)= f(a2)