# MSc-CNT: Τεχνολογίες Υπολογισμού & Δικτύων ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ & ΚΑΤΑΝΕΜΗΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ Άσκηση 2η - Β' Εξάμηνο 2016-17

Αθανάσιος Ροκόπουλος (16009) – Μιχαήλ Γαλλιάκης (16003) 7/6/2017

# Εκφώνηση:

#### A.

Θεωρώντας ένα παράλληλο περιβάλλον 'p' επεξεργαστών, σας ζητείται να γράψετε MPI πρόγραμμα σε C το οποίο να υλοποιεί τον πολλαπλασιασμό C=AxB δύο πινάκων A και B διάστασης NxN, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο κατανομής κατά γραμμές (row-based). Αρχικά τα στοιχεία των δύο πινάκων θεωρείστε ότι τα διαβάζει (είτε από την οθόνη είτε από αρχείο) ο επεξεργαστής '0'. Στο τέλος ο επεξεργαστής '0' θα πρέπει επίσης να συγκεντρώνει (μαζεύει) τον πίνακα αποτέλεσμα (C) και να τον εμφανίζει στην οθόνη. Για τη λεπτομερή περιγραφή του row-based αλγόριθμου μπορείτε να συμβουλευτείτε τις διαφάνειες #9-#13 του αρχείου MSc-CNT-Lecture#8.ppt (Μάθημα #8) το οποίο έχει αναρτηθεί στο Eclass. Αναπτύξτε τον κώδικά σας παραμετρικά έτσι ώστε να συμπεριφέρεται σωστά για οποιονδήποτε αριθμό πολλαπλών επεξεργαστών 'p' – θεωρώντας ότι το 'N' είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 'p'.

#### В.

Θεωρώντας ένα παράλληλο περιβάλλον 'p' επεξεργαστών, σας ζητείται να γράψετε MPI πρόγραμμα σε C το οποίο να υλοποιεί τη μέθοδο Jacobi, για την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος Ax = b (δοθέντος ενός πίνακα συντελεστών A nxn, και ενός διανύσματος σταθερών b nx1). Για τη λεπτομερή περιγραφή της μεθόδου μπορείτε να συμβουλευτείτε τις διαφάνειες #14-#19 του αρχείου MSc-CNT-Lecture#9.ppt (Μάθημα #9) το οποίο έχει αναρτηθεί στο Eclass. Ο χρήστης θα δίνει σαν είσοδο τον πίνακα A, το διάνυσμα b καθώς και το διάνυσμα αρχικών τιμών x(0). Επίσης θα παρέχει και τα όρια  $\xi$  (για τον έλεγχο σύγκλισης) και  $\lambda$  (για το μέγιστο αριθμό επαναλήψεων). Το πρόγραμμα θα επιστρέφει το διάνυσμα x (λύση του συστήματος) ή θα ανακοινώνει στο χρήστη ότι η μέθοδος δεν συγκλίνει. Αναπτύξτε τον κώδικά σας παραμετρικά έτσι ώστε να συμπεριφέρεται σωστά για οποιονδήποτε αριθμό πολλαπλών επεξεργαστών 'p' — θεωρώντας ότι το 'n' είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 'p'.

<u>Παραδοτέα:</u> κώδικας, σχολιασμός/τεκμηρίωση, ενδεικτικά τρεξίματα/αποτελέσματα

# Μέρος Α:

Μέσα στο φάκελο erot1, που βρίσκεται μέσα στο zip αρχείο μαζί με αυτό το pdf, θα βρείτε τα ακόλουθα αρχεία, που αφορούν το πρώτο ερώτημα [Τα ίδια αρχεία υπάρχουν και στο pc9...]:

- erot1.0.c (Πρώτη προσέγγιση με στατικούς 2D πίνακες [για N=p])
- erot1.1.c (Δεύτερη προσέγγιση με δείκτες [για N=p])
- erot1.2.c (Ολοκληρωμένη λύση της εκφώνησης (μαζί με σχόλια) για Ν πολλαπλάσιο του p)

#### Input matrix A:

#### 0 1 2 3 1 2 3 4 2 3 4 5 3 4 5 6

#### Input matrix B:

```
0 1 2 3
1 2 3 4
2 3 4 5
3 4 5 6
```

#### Matrix product A\*B

```
14 20 26 32
20 30 40 50
26 40 54 68
32 50 68 86
```

### Screenshots με αποτελέσματα:

```
N=4 \& p=4
```

```
erot1]$ mpiexec -n 4 erot1.2
[msc16003@mpi9
[0]
          3
          [5]
               [6]
      [20]
            [26]
                   [32]
 20
       30
            [40]
                   [50]
 261
      [40
             [54]
                   [68]
      [50]
            [68]
                  [86]
 msc16003@mpi9
                  erot11$
```

#### Input matrix A:

```
0
   1
      2
         3
             4
                5
                   6
                      7
      3
         4
             5
                6
                   7
                      8
   3
      4
         5
             6
                7
                   8
                      9
   4
         6
             7
                8
                   9 10
   5
      6
         7
             8
                9 10 11
5
   6
         8
            9 10 11 12
6
   7
      8
         9 10 11 12 13
   8
      9 10 11 12 13 14
```

#### Input matrix B:

```
5
                  6
   1
         3
            4
            5
      3
               6
                   7
                      8
         4
            6
                  8
         6
               8
                  9
                    10
               9
                 10 11
5
   6
         8
            9
              10
                 11 12
         9 10
              11 12 13
        10 11 12 13 14
```

#### Matrix product A\*B

```
140 168 196 224 252 280 308 336 168 204 240 276 312 348 384 420 196 240 284 328 372 416 460 504 224 276 328 380 432 484 536 588 252 312 372 432 492 552 612 672 280 348 416 484 552 620 688 756 308 384 460 536 612 688 764 840 336 420 504 588 672 756 840 924
```

# N=8 & p=4

```
[msc16003@mpi9
                   erot1]$ mpiexec -n 4 erot1.2
                          [5]
                                [6]
          [3]
                      5]
                          [6]
                 4]
[2]
     [3]
          [4]
                [5]
                     [6]
                                [8]
                           [7]
[3]
          [5]
     [4]
                [6]
                           [8]
                                [9]
[4]
      51
          [6]
                           [9]
                     [8]
                                [10]
                [8]
[5]
     [6]
                     [9]
                          [10]
          [8]
                [9]
                     [10]
                            [11]
                                  [12]
                             [12]
                                   [13]
          [9]
                [10]
                      [11]
Result:
 1401
        [168]
                [196]
                        [224]
                                [252]
                                        [280]
                                                [308]
                                                        [336]
        [204]
                [240]
                        [276]
                                [312]
                                        [348]
                                                [384]
 1681
                                                        [420]
                                                         504
 1961
        [240]
                [284]
                        [328]
                                [372]
                                        [416]
                                                [460]
                                4321
                                                 5361
 2241
        [276]
                [328]
                        [380]
                                        [484]
                                                         588
                                [492]
252]
                                        [552]
                                                 612]
        [312]
                [372]
                        [432]
                                                        [672]
 2801
        [348]
                [416]
                        [484]
                                5521
                                        [620]
                                                [688]
                                                         756
[308]
        [384]
                [460]
                        [536]
                                [612]
                                        [688]
                                                [764]
                                                        [840]
[336]
        [420]
                [504]
                        [588]
                                [672]
                                        [756]
                                                [840]
                                                        [924]
[msc16003@mpi9 erot1]$
```

```
N=12 \& p=4
                          6
7
8
9
                                                     msc16003@mpi9
                                 10
11
                                           13
14
                   6
7
8
9
                                                                [2]
[3]
                                                          [1]
                                                                       [3]
                                                                             [4]
                                                                                   [5]
                                                                                                            [9] [10]
                                                                                          [6]
                                                                                                      [8]
                                                          [2]
[3]
[4]
[5]
[6]
[7]
                                                                             [5]
                         10
11
                            11
12
                                12
13
                                                                       [4]
                      9
                                                                                   [6]
                                                                                                [8]
                                                                                                      [9]
                                                                                                            [10] [11] [12]
                     10
                                           16
                                                    [2]
[3]
[4]
                                                                 [4]
[5]
                                                                      [5]
[6]
                                                                                               [9]
[10]
                                                                             [6]
                                                                                   [7]
[8]
                                                                                         [8]
                                                                                                      [10]
                 10
11
12
13
14
                     11
12
13
14
15
                         12
13
                            13
14
                                14
15
                                    15
16
                                           17
18
                                                                                         [9]
                                                                                                               [12]
                                                                                                       [11]
              10
          10
11
12
              11
12
13
                        14
15
16
                            15
16
17
                                16
17
18
                                    17
18
19
                                           19
20
                                                                 [6]
                                                                       [7]
                                                                             [8]
                                                                                   [9]
                                                                                         [10]
                                                                                                 [11]
                                                    [5]
[6]
                                                                       [8]
[9]
      10
                                       19
                                                                 [7]
                                                                             [9]
                                                                                   [10]
                                                                                                  [12]
                                                                                          [11]
                                                                                                         [13]
                                                                                                                  [14]
                                                                                                                         [15]
                                                                 [8]
                                                                             [10]
                                                                                    [11]
                                                                                            [12]
              14
                     16
                            18 19
                                                                       [10]
                                                                                             [13]
                                                                 [9]
                                                                              [11]
                                                                                                      [14]
                                                    [7]
                                                                                                             [15]
                                                                                                                     [16] [17]
                                                                                     [12]
                                                    [8]
                                                          [9]
                                                                                       [13] [14] [15]
                                                                 [10]
                                                                       [11]
                                                                               [12]
                                                                                                              [16] [17]
                                                                                                                              [18] [19]
                                                    [9]
                                                          [10]
                                                                 [11] [12] [13]
                                                                                        [14]
                                                                                                 [15] [16] [17]
                                                                                                                        [18] [19] [20]
                                                    [10]
                                                           [11]
[12]
                                                                   [12] [13] [14] [15] [16]
[13] [14] [15] [16] [17]
                                                                                                          [17] [18] [19] [20]
[18] [19] [20] [21]
Input matrix B:
                                                    [11]
                                                    Result
                                    9
10
11
                                8
9
10
                                       10 11
                              7
8
9
                   4
5
6
7
8
                          6
7
8
9
                                                             [572]
[650]
                                                                                                            [902] [968] [1034] [1100] [1166] [1232] [1040] [1118] [1196] [1274] [1352] [1430]
                                                    [506]
                                                                                          [770]
                                                                                                   [836]
                                           12
13
                                                                                                   [962]
                                                                                          [884]
                                                    [572]
                                                                       [728]
                                                                                [806]
                                11
12
                                    12
13
                                       13
14
                                                                                                  [1088] [1178] [1268] [1358] [1448] [1538] [1628]
                                                    [638]
                                                             [728]
                                                                       [818]
                                                                                [908]
                                                                                         [998]
                         10
                             11
                                           15
                                                                                                     [1214]
[1340]
                                                    [704]
                                                             [806]
                                                                       [908]
                                                                                                               [1316] [1418] [1520] [1454] [1568] [1682]
                                                                                          [1112]
[1226]
                                                                                                                                                [1622]
[1796]
                                13
14
                                                                                [1010]
                         11
           8
                            13
14
                 10
11
                     11
12
                         12
13
                                    15
                                           17
                                       16
                                                    [770]
                                                              [884]
                                                                       [998]
                                                                                [1112]
              10
                                15
                                    16
                                                                       [1088]
                                                                                [1214] [1340] [1466] [1592] [1718]
                                                                                                                                        [1844] [1970]
                                                                                                                                                             [2096]
                                                    [836]
                                                              [962]
             10 11 12 13
11 12 13 14
12 13 14 15
13 14 15 16
14 15 16 17
                            15
16
                                16
17
                                    17
18
                                       18
19
          10
                                           19
                                                                                   [1316]
                                                                                              [1454]
                                                                                                         [1592]
                                                                                                                                         [2006]
          11
                                           20
                                                    [902]
                                                              [1040]
                                                                        [1178]
                                                                                                                   [1730]
                                                                                                                              [1868]
                                                                                                                                                    [2144]
                                                                                                                                                               [2282]
   10 11 12
11 12 13
                            17 18 19 20 21
18 19 20 21 22
                                                    [968]
                                                             [1118]
                                                                        [1268]
                                                                                   [1418]
                                                                                              [1568]
                                                                                                         [1718]
                                                                                                                    [1868]
                                                                                                                              [2018]
                                                                                                                                         [2168]
                                                                                                                                                    [2318]
                                                                                                                                                               [2468]
                                                                                                                                                                          [2618]
                                                                                                                                [2168]
[2318]
                                                                                                                                                                [2654]
                                                                          [1358]
                                                                                     [1520]
                                                                                                [1682]
                                                                                                          [1844]
                                                     [1034]
                                                               [1196]
                                                                                                                     [2006]
                                                                                                                                           [2330]
                                                                                                                                                      [2492]
                                                    [1100]
                                                               [1274]
                                                                                     [1622]
                                                                                                [1796]
                                                                                                          [1970]
                                                                                                                     [2144]
                                                                                                                                           [2492]
                                                                                                                                                      [2666]
                                                                                                                                                                [2840]
                                                                          [1448]
                                                                                                                                                                            [3014]
                                                                                    [1724]
[1826]
                                                                                                                                [2468]
[2618]
                                                                                                                                           [2654]
                                                                         [1538]
[1628]
                                                                                                [1910]
                                                               [1352]
                                                                                                                     [2282]
                                                                                                                                                     [2840]
[3014]
                                                                                                                                                                [3026]
                                                    [1166]
                                                                                                          [2096]
                                                                                                                                                                            [3212]
                                                                                                                                                                           [3410]
                                                               [1430]
                                                                                               [2024]
                                                                                                          [2222]
                                                                                                                     [2420]
                                                                                                                                          [2816]
                                                                                                                                                                [3212]
                                                    [1232]
                                                    [msc16003@mpi9 erot1
```

#### Matrix product A\*B

```
836
                                               968 1034
                                                                 1352
1538
 572
       650
728
              728
                    806
                           884
                                  962
                                       1040
                                              1118
                                                    1196
1358
                                                           1274
                                                                        1430
              818
                     908
                           998
                                 1088
                                       1178
                                              1268
                                                           1622
1796
                                                                 1724
1910
 704
       806
              908
                   1010
                          1112
                                 1214
                                       1316
                                              1418
                                                    1520
                                                                        1826
       884
              998
                   1112
                          1226
                                1340
                                              1568
                                                    1682
                                       1454
                                                                        2024
 836
902
      962
1040
                   1214
1316
                         1340
1454
                                1466
1592
                                       1592
1730
                                             1718
1868
                                                    1844
2006
                                                          1970
2144
             1088
                                                                 2096
                                                                        2222
             1178
                                                                 2282
                                                                        2420
 968
      1118
             1268
                   1418
                          1568
                                1718
1844
                                       1868
                                              2018
                                                    2168
                                                           2318
2492
                                                                 2468
                                                                        2618
1034
      1196
                                                    2330
                                                                 2654
                                                                        2816
            1358
                   1520
                         1682
                                       2006
                                              2168
1100
      1274
            1448
                   1622
                          1796
                                1970
                                       2144
                                              2318
                                                    2492
                                                           2666
                                                                 2840
                                                                        3014
                                2096
                                       2282
                                              2468
                                                           2840
1166
      1352
             1538
                   1724
                         1910
                                                    2654
                                                                 3026
                                                                        3212
                                              2618
                                                    2816
```

N=12 & p=2

```
msc16003@mpi9
                   erot1]
                            $
                              mpiexec
          [2]
[3]
                [3]
                     [4]
[5]
                           [5]
     [1]
[2]
[3]
[4]
[5]
[6]
                                [6]
                                      [7]
                                          [8]
                                                [9] [10]
                [4]
                           [6]
                                [7]
                                      [8]
                                          [9]
                                                [10] [11] [12]
          [4]
[5]
[6]
[7]
                     [6]
                                [8]
[2]
[3]
[4]
[5]
                [5]
                           [7]
                                      [9]
                                          [10]
                                                 [11]
                                                        [12] [13]
                     [7]
[8]
                [6]
                           [8]
                                      [10]
                                            [11]
                                [9]
                                                  [12]
                                [10]
                           [9]
                                      [11]
                                            [12]
                                                    [13]
                [8]
                     [9]
                                                     [14]
                           [10]
                                [11]
                                        [12]
                                              [13]
                                         [13]
     [7]
[8]
           [8]
                                                             [16] [17
                [9]
                     [10]
                                  [12]
                [10]
                                    [13]
                                                        [16]
                                          [14]
                                                 [15]
                      [11]
                             [12]
                [11]
                       [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19]
                        [13] [14] [15] [16] [17]
     [10]
           [11]
                  [12]
                                                           [18]
                                                                 [19] [20]
            [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] [19] [20]
[13] [14] [15] [16] [17] [18] [19] [20] [21]
      [11]
[12]
[11]
Result:
        [572]
[650]
                                                [902] [968] [1034] [1100] [1166] [1232] [1040] [1118] [1196] [1274] [1352] [143
[506]
                [638]
                        [704]
                                        [836]
[572]
                                [884]
                [728]
                        [806]
                                        [962]
[638]
        [728]
                [818]
                        [908]
                                [998]
                                        [1088] [1178]
                                                           [1268] [1358] [1448]
                                                             [1418]
[1568]
                                                    [1316]
[1454]
                                                                      [1520]
[1682]
                        [1010]
[1112]
                                 [1112]
[1226]
                                          [1214]
[1340]
                                                                                [1622]
[1796]
[704]
                [908]
        [806]
                [998]
                                                                        [1844]
.
[836]
                [1088]
                                  [1340] [1466] [1592]
                                                               [1718]
                                                                                  [1970]
                                                                                           [2096]
        [962]
                         [1214]
                 [1178]
                                    [1454]
                                                                                   [2144]
[902]
        [1040]
                           [1316]
                                             [1592]
                                                       [1730]
                                                                [1868]
                                                                          [2006]
                                                                                             [2282]
                                                                                                      [2420]
                                                                                             [2468]
 968]
        [1118]
                 [1268]
                           [1418]
                                    [1568]
                                             [1718]
                                                       [1868]
                                                                [2018]
                                                                          [2168]
                                                                                   [2318]
                                                                                                      [2618]
                                                                  [2168]
[2318]
                                                                           [2330]
                                                                                     [2492]
                                                                                              [2654]
[1034]
         [1196]
                  [1358]
                            [1520]
                                      [1682]
                                               [1844]
                                                        [2006]
                                                                                                        [2816]
                                                        [2144]
                                                                                     [2666]
         [1274]
                   [1448]
                            [1622]
                                      [1796]
                                               [1970]
                                                                           [2492]
                                                                                              [2840]
                                                                                                        [3014]
         [1352]
                                                         [2282]
                                                                            [2654]
                                                                                     [2840]
                                                                                              [3026]
                                                                                                        [3212]
                   [1538]
                            [1724]
                                      [1910]
                                               [2096]
                                                                  [2468]
                            [1826]
                                                        [2420]
                                                                           [2816]
         [1430]
                  [1628]
                                     [2024]
                                               [2222]
                                                                  [2618]
                                                                                     [3014]
                                                                                              [3212]
[msc16003@mpi9 erot1
```

#### Παρατηρήσεις:

- Το output δείχνει στην αρχή τον πίνακα A (ο οποίος είναι ίδιος με τον πίνακα B) και σαν αποτέλεσμα, εμφανίζει τον πίνακα C.
- Στα δύο τελευταία screenshots φαίνεται η περίπτωση που λύνουν το "πρόβλημα" 4 και 2 υπολογιστές (Όπου N(12) είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του p (2 & 4 αντίστοιχα)...

#### Ακολουθούν 2 screenshots από την ενδεικτική λύση (erot1.2.c):

```
erot1.2.c
   .nclude <stdio.h>
.nclude <stdlib.h>
.nclude "mpi.h"
              N 12
ROOT 0
               N 12 //Σταθερά Ν για τις διαστάσεις των πινάκων.(Το Ν πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του p)
ROOT 0 //Σταθερή τιμή για το rank του 0 ώστε να αναφερόμαστε σε αυτόν με το όνομα ROOT
TAGI 100 //Σταθερή τιμή για το TAG που χρειάζεται για τα send-receive...
int main(int argc, char** argv)
       //Δηλώνουμε τους 3 πίνακες: int *matrixA;
       int *matrixB
       int *matrixC ;
       int rank,size,root;
       MPI_Init(&argc, &argv);
       //Παίρνει ο κάθε επεξεργαστής-υπολογιστής το rank του MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
       MPI_Comm_size(MPI_COMM_WORLD, &size);
                 t int LAST = size-1;
       MPI_Status status ;
int k,j,i ;
int rowIndex ;
        if (rank == ROOT) //0 "0" μόνο
               //Δημιουργεί 3 πίνακες N x N
matrixA = malloc(N * N *sizeof(int));
matrixB = malloc(N * N *sizeof(int));
matrixC = malloc(N * N *sizeof(int));
                                                   ια τους καταχωρεί τιμές, της μορφής: //0,1,2,3
+) //1,2,3,4
//2,3,4,5
                       (k=0; k<N; k++)
                       rowIndex = k*N ;
for (j=0; j<N; j++) {
   matrixA[rowIndex+j] = k+j;
   matrixB[rowIndex+j] = k+j;</pre>
                                printf("[%d] ", matrixA[rowIndex+j]);
//printf("mB[%d][%d]=%d | ", k,j, matrixB[rowIndex+j]);
                       printf("\n");
       int quota = N/size ; //Υπολογίζεται το μερίδιο που θα έχει ο κάθε επεξεργαστής
int quotaCrowd = quota*N ; //Υπολογίζεται το πλήθος αριθμών που θα έχει ο κάθε επεξεργαστής
       int q,w;
       //Δημιουργεί κάθε επεξεργαστής 3 πίνακες μεγέθους quota X N
int *matrixA_quotaRows = malloc(quotaCrowd*sizeof(int));
int *matrixB_quotaRows = malloc(quotaCrowd*sizeof(int));
int *matrixC_quotaRows = malloc(quotaCrowd*sizeof(int));
       //O "O" μοιράζει τα περιεχόμενα του matrixA και matrixB στους τοπικούς πίνακες του κάθε επεξεργαστή...
MPI_Scatter(matrixA, quotaCrowd, MPI_INT, matrixA_quotaRows, quotaCrowd, MPI_INT, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Scatter(matrixB, quotaCrowd, MPI_INT, matrixB_quotaRows, quotaCrowd, MPI_INT, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
       int rowIndexAandC, rowIndexB;
```

### Συνέχεια:

- Θα μπορούσαμε να διαβάζουμε από αρχείο τους όποιους πίνακες, αλλά λόγω του ότι έχουμε και άλλες εργασίες, μας απασχόλησε κυρίως το καθαρά κομμάτι του αλγορίθμου (row-based)...
- Επίσης, η υλοποίηση είναι ενδεικτική και έγινε με βάση τα βήματα του αλγορίθμου όπως αναφέρονται στις διαφάνειες. Που σημαίνει, ότι ενώ λειτουργεί σωστά, θα μπορούσε πιθανόν να γραφτεί καλύτερα ο κώδικας (Ισχύει και εδώ το γεγονός ότι "τρέχουν" και άλλες εργασίες)...

# Μέρος Β:

Μέσα στο φάκελο erot2, που βρίσκεται μέσα στο zip αρχείο μαζί με αυτό το pdf, θα βρείτε τα ακόλουθα αρχεία, που αφορούν το πρώτο ερώτημα [Τα ίδια αρχεία υπάρχουν και στο pc9...]:

- erot2.c (Ολοκληρωμένη λύση της εκφώνησης (μαζί με σχόλια) για Ν πολλαπλάσιο του p)
- jacobiInput.txt (Input παράδειγμα που συγκλίνει με την μέθοδο Jacobi)
- jacobiInput2.txt (Input παράδειγμα που συγκλίνει με την μέθοδο Jacobi)
- jacobiInput3.txt (Input παράδειγμα που δεν συγκλίνει με την μέθοδο Jacobi)

# Screenshots με output του προγράμματος:

# Input το jacobiInput.txt

```
[msc16003@mpi9 erot2]$ cat jacobiInput.txt
4
20
0.000001
10 -1 2 0
-1 11 -1 3
2 -1 10 -1
0 3 -1 8
6 25 -11 15
0 0 0 0
```

#### Another example [edit]

Suppose we are given the following linear system:

$$egin{array}{l} 10x_1-x_2+2x_3=6, \ -x_1+11x_2-x_3+3x_4=25, \ 2x_1-x_2+10x_3-x_4=-11, \ 3x_2-x_3+8x_4=15. \end{array}$$

If we choose (0,0,0,0) as the initial approximation, the

$$egin{aligned} x_1 &= (6+0-0)/10 = 0.6, \ x_2 &= (25-0-0)/11 = 25/11 = 2.2727, \ x_3 &= (-11-0-0)/10 = -1.1, \ x_4 &= (15-0-0)/8 = 1.875. \end{aligned}$$

Using the approximations obtained, the iterative proce

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0.6	2.27272	-1.1	1.875
1.04727	1.7159	-0.80522	0.88522
0.93263	2.05330	-1.0493	1.13088
1.01519	1.95369	-0.9681	0.97384
0.98899	2.0114	-1.0102	1.02135

The exact solution of the system is (1, 2, -1, 1).

```
[msc16003@mpi9 erot2]$ mpiexec -n 4 erot2.2
Βρέθηκε το αρχείο και ξεκινάμε να το διαβάζουμε!
n=4, l=20, ex=0.00000100
* * * Matrix A * * *
[10.000000][-1.000000][2.000000][0.000000]
[-1.000000][11.000000][-1.000000][3.000000]
[2.000000][-1.000000][10.000000][-1.000000]
[0.000000][3.000000][-1.000000][8.000000]
          * Vector b *
[6.000000][25.000000][-11.000000][15.000000]
           * Vector X
 [0.000000][0.000000][0.000000][0.000000]
[0.000000][0.000000][0.000000][1.000000][1.000000]

Tέλος αρχικοποίησης
k=0, Rank=0, Norma_loc=0.36000001, Norma_all=3.20170474, Ex=0.00000100
k=0, Rank=0[0.600000] [2.272727] [-1.100000] [1.875000]
k=1, Rank=0, Norma_loc=0.20005283, Norma_all=1.25564337, Ex=0.00000100
k=1, Rank=0[1.047273] [1.715909] [-0.805227] [0.885227]
       2, Rank=0, Norma_loc=0.01314148, Norma_all=0.49690536,
2, Rank=0[0.932636] [2.053306] [-1.049341] [1.130881]
3, Rank=0, Norma_loc=0.00681654, Norma_all=0.21908499,
3, Rank=0[1.015199] [1.953696] [-0.968109] [0.973843]
                                                                                                                                                    Ex=0.00000100
                                                                                                                                                    Ex=0.00000100
k=4, Rank=0, Norma_loc=0.00068682, Norma_all=0.08974510, Ex=0.00000100 k=4, Rank=0[0.988991] [2.011415] [-1.010286] [1.021351] k=5, Rank=0, Norma_loc=0.00020185, Norma_all=0.03927436, Ex=0.00000100 k=5, Rank=0[1.003199] [1.992241] [-0.994521] [0.994434]
k=6, Rank=0, Norma_loc=0.00002571, Norma_all=0.01632333,
k=6, Rank=0[0.998129] [2.002307] [-1.001972] [1.003594]
k=7, Rank=0, Norma_loc=0.00000623, Norma_all=0.00708720,
k=7, Rank=0[1.000625] [1.998670] [-0.999036] [0.998888]
                                                                                                                                                    Ex=0.00000100
                                                                                                                                                   Ex=0.00000100
k=8, Rank=0, Norma loc=0.00000090, Norma all=0.00297279,
k=8, Rank=0[0.999674] [2.000448] [-1.000369] [1.000619]
                                                                                                                                                    Ex=0.00000100
k=9, Rank=0, Norma_loc=0.00000020, Norma_all=0.00128318, Ex=0.00000100
k=9, Rank=0[1.000119] [1.999768] [-0.999828] [0.999786]
k=10, Rank=0, Norma_loc=0.00000003, Norma_all=0.00054142, Ex=0.00000100
k=10, Rank=0[0.999942] [2.000085] [-1.000068] [1.000108]
k=11, Rank=0, Norma_loc=0.00000001, Norma_all=0.00023273, Ex=0.00000100 k=11, Rank=0[1.000022] [1.999959] [-0.999969] [0.999960] k=12, Rank=0, Norma_loc=0.00000000, Norma_all=0.00009858, Ex=0.00000100
```

```
k=10, Rank=0, Norma_loc=0.00000003, Norma_all=0.00054142, Ex=0.00000100
k=10, Rank=0[0.999942] [2.000085] [-1.000068] [1.000108] k=11, Rank=0, Norma_loc=0.00000001, Norma_all=0.00023273, Ex=0.00000100 k=11, Rank=0[1.000072] [1.999959] [-0.999969] [0.999960]
k=12, Rank=0, Norma_loc=0.00000000, Norma_all=0.00009858, Ex=0.00000100
k=12, Rank=0[0.999990] [2.000016] [-1.000013] [1.000019]
k=13, Rank=0, Norma loc=0.00000000, Norma all=0.00004229, Ex=0.00000100
k=13, Rank=0[1.000004] [1.999993] [-0.999994] [0.999992]
k=14, Rank=0, Norma loc=0.00000000, Norma all=0.00001795, Ex=0.00000100
k=14, Rank=0[0.999998] [2.000003] [-1.000002] [1.000003]
k=15, Rank=0, Norma loc=0.00000000, Norma all=0.00000778, Ex=0.00000100
k=15, Rank=0[1.000001] [1.999999] [-0.999999] [0.9999999]
k=16, Rank=0, Norma loc=0.00000000, Norma all=0.00000334, Ex=0.00000100
k=16, Rank=0[1.000000] [2.000000] [-1.000000] [1.000001]
k=17, Rank=0, Norma loc=0.00000000, Norma all=0.00000139, Ex=0.00000100
k=17, Rank=0[1.000000] [2.000000] [-1.000000] [1.000000]
k=18, Rank=0, Norma loc=0.00000000, Norma all=0.00000054, Ex=0.00000100
k=18, Rank=0[1.000000] [2.000000] [-1.000000] [1.000000]
Υπάρχει σύγκλιση! και η λύση του συστήματος είναι:
[1.000000] [2.000000] [-1.000000] [1.000000]
```

## Input to jacobiInput2.txt

```
[msc16003@mpi9 erot2]$ cat jacobiInput2.txt
3
20
0.000005
8 1 1
1 8 1
  1 8
10 10 10
0 0 0
```

Διακρίνεται (με πράσινο) ότι πρέπει το η να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του ρ όπως ορίζει η εκφώνηση!

# Input το jacobiInput3.txt (Δεν συγκλίνει)

```
[msc16003@mpi9 erot2]$ cat jacobiInput3.txt
3
30
0.000001
8 2 5
2 2 3
1 4 5
2 6 3
0 0 0
```

```
[msc16003@mpi9 erot2]$ mpiexec -n<mark>[3</mark>/erot2.2
Βρέθηκε το αρχείο και ξεκινάμε να το διαβάζουμε!
n=3, l=20, ex=0.00000500
* * * Matrix A * * *
[8.000000][1.000000][1.000000]
[1.000000][8.000000][1.000000]
[1.000000][1.000000][8.000000]
       * Vector b *
[10.000000][10.000000][10.000000]
* * * Vector X * * *
[0.000000][0.000000][0.000000]
Τέλος αρχικοποίησης
k=0, Rank=0, Norma_loc=1.56250000, Norma_all=2.16506362, Ex=0.00000500
k=0, Rank=0[1.250000] [1.250000] [1.250000]
k=1, Rank=0, Norma_loc=0.09765625, Norma_all=0.54126590, Ex=0.00000500
k=1, Rank=0[0.937500] [0.937500] [0.937500]
        Rank=0, Norma_loc=0.00610352, Norma_all=0.13531648, Ex=0.00000500
Rank=0[1.015625] [1.015625] [1.015625]
Rank=0, Norma_loc=0.00038147, Norma_all=0.03382912, Ex=0.00000500
Rank=0[0.996094] [0.996094]
k=2,
k=3,
k=3,
        Rank=0, Norma_loc=0.00002384, Norma_all=0.00845728, Ex=0.00000500
Rank=0[1.000977] [1.000977] [1.000977]
k=4,
k=4,
       Rank=0, Norma_loc=0.00000149, Norma_all=0.00211432, Ex=0.00000500
Rank=0[0.999756] [0.999756] [0.999756]
Rank=0, Norma_loc=0.00000009, Norma_all=0.00052858, Ex=0.00000500
Rank=0[1.000061] [1.000061]
k=5,
k=5,
k=6,
k=6,
k=7,
        Rank=0, Norma_loc=0.00000001, Norma_all=0.00013214, Ex=0.00000500 Rank=0[0.999985] [0.999985]
k=8, Rank=0, Norma_loc=0.000000000, Norma_all=0.00003304, Ex=0.00000500 k=8, Rank=0[1.000004] [1.000004] [1.000004] k=9, Rank=0, Norma_loc=0.00000000, Norma_all=0.00000826, Ex=0.00000500 k=9, Rank=0[0.999999] [0.999999]
k=10, Rank=0, Norma_loc=0.000000000, Norma_all=0.00000206, Ex=0.00000500
k=10, Rank=0[1.000000] [1.000000] [1.000000]
Υπάρχει σύγκλιση! και η λύση του συστήματος είναι:
[1.000000] [1.000000] [1.000000]
[msc16003@mpi9 erot2]$
```

# συνέχεια από το δίπλα:

```
| K=12, Rank=0[32.279778] | 80.306030] | [25.882206] | k=13, Rank=0, Norma loc=4662.52197266, Norma all=189.47431946, Ex=0.00000100 | k=13, Rank=0| A. Norma loc=9426.78710938, Norma all=268.33813477, Ex=0.00000100 | k=14, Rank=0| (10.88760] [144.154053] | [62.283043] | k=15, Rank=0| (10.88760] [144.154053] | [62.283043] | k=15, Rank=0| (74.715416) | (-151.513321) | [-126.340994] | k=15, Rank=0| (74.715416) | (-151.513321) | [-126.940994] | k=16, Rank=0| (Norma loc=36933.86328125, Norma all=531.57006836, Ex=0.00000100 | k=16, Rank=0| (Norma loc=36933.86328125, Norma all=531.57006836, Ex=0.00000100 | k=16, Rank=0| (Norma loc=27484.46875000, Norma all=747.09777832, Ex=0.00000100 | k=17, Rank=0| (Norma loc=27484.46875000, Norma all=1053.64062500, Ex=0.00000100 | k=18, Rank=0| (-152.252808) | (-319.597046) | (-237.394821) | k=18, Rank=0| (-306.791382) | (-655.613342) | (-454.180237) | k=20, Rank=0| (Norma loc=26569734.18750000, Norma all=1482.32812500, Ex=0.00000100 | k=19, Rank=0| (-306.791382) | (-655.613342) | (-454.180237) | k=20, Rank=0| (Norma loc=569734.18750000, Norma all=2089.06250000, Ex=0.00000100 | k=21, Rank=0| (-306.791382) | (-655.613342) | (-454.180237) | k=20, Rank=0| (A) (-15991) | 991.061768) | (586.448914) | k=21, Rank=0| (-164.046021) | (-1324.689331) | (-881.852661) | k=21, Rank=0| (-164.046021) | (-1324.689331) | (-881.852661) | k=22, Rank=0| (-148.61641) | (-264.32445.00000000, Norma all=2940.50805664, Ex=0.00000100 | k=22, Rank=0| (-164.046021) | (-1324.689331) | (-881.852661) | k=23, Rank=0| (-164.046021) | (-1324.689331) | (-881.852661) | k=23, Rank=0| (-164.06021) | (-1324.689331) | (-186.0645) | k=23, Rank=0| (-164.06021) | (-1324.689331) | (-166.00000000, Norma all=216.029.95312500, Ex=0.00000100 | k=24, Rank=0| (-164.06021) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.68407) | (-1324.
   Βρέθηκε το αρχείο και ξεκινάμε να το διαβάζουμε!
n=3, l=30, ex=0.00000100
* * * Matrix A * * *
   [8.000000][2.000000][5.000000]
[2.000000][2.000000][3.000000]
[1.000000][4.000000][5.000000]
     [2.000000][6.000000][3.000000]
     [0.000000][0.000000][0.000000]
   Τέλος αρχικοποίησης
k=0, Rank=0, Norma_loc=0.06250000, Norma_all=3.06960893, Ex=0.00000100
   k=0, Rank=0, Norma loc=0.06250000, Norma all=3.06960893, Ex=0.00000100 k=0, Rank=0[0.250000] [3.000000] [0.600000] [0.600000] k=1, Rank=0, Norma loc=1.26562500, Norma all=2.93097687, Ex=0.00000100 k=1, Rank=0[-0.875000] [1.850000] [-1.850000] k=2, Rank=0, Norma loc=3.30785155, Norma all=5.25917101, Ex=0.00000100 k=2, Rank=0[0.943750] [6.650000] [-0.705000] k=3, Rank=0, Norma loc=3.66961956, Norma all=5.81774855, Ex=0.00000100 k=3, Rank=0[-0.971875] [3.113750] [-4.908750] k=4, Rank=0[-0.971875] [11.335000] [-1.696625] k=4, Rank=0[2.539531] [11.335000] [-1.696625] k=5. Rank=0. Norma loc=16.50707626. Norma all=11.78461361. Ex=0.0000100 k=5. Rank=0. Norma loc=16.50707626. Norma all=11.78461361. Ex=0.00000100
k=4, Rank=0[2.539531] [11.335000] [-1.696625]
k=5, Rank=0, Norma loc=16.50707626, Norma all=11.78461361, Ex=0.00000100
k=5, Rank=0[-1.523359] [3.005407] [-8.975906]
k=6, Rank=0[S.108590] [17.987219] [-1.499654]
k=7, Rank=0[S.108590] [17.987219] [-1.499654]
k=7, Rank=0, Norma loc=70.86457062, Norma_all=23.80254173, Ex=0.00000100
k=7, Rank=0[-3.309521] [0.140893] [-14.811493]
k=8, Rank=0[, Norma loc=163.36625671, Norma_all=34.98381424, Ex=0.00000100
k=8, Rank=0[, 471960] [28.526760] [1.149191]
k=9, Rank=0, Norma loc=291.44961548, Norma_all=47.73166656, Ex=0.00000100
k=9, Rank=0[, Norma_loc=291.44961548, Norma_all=47.7316656, Ex=0.00000100
k=9, Rank=0[, Norma_loc=623.56304932, Norma_all=68.70616150, Ex=0.00000100
k=10, Rank=0[, Norma_loc=1172.21240234, Norma_all=95.23617554, Ex=0.00000100
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      Δεν υπάρχει σύγκλιση!
[msc16003@mpi9 erot2]$
```

#### Ακολουθούν 5 screenshots (3 της main + 2 μιας συνάρτησης) από την ενδεικτική λύση (erot2.c):

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include "mpi.h"
#define ROOT 0 //Σταθερή τιμή για το rank του 0 ώστε να αναφερόμαστε σε αυτόν με το όνομα ROOT
 //Συνάρτηση για να γεμίσουμε με αρχικές τιμές τα l,n,ex,A,b,x, είτε από αρχείο είτε με default.
void fillInitialValues(const char[],int*, int*, float*,float *[],float *[], float *[]) ;
//Συναρτήσεις για διάφορα print:
void printFinalVector(float[], int);
void printVector(float[], int, float);
void printVectorDebug(int, int, float[], int);
void printNorma(int, int, float, float, float);
 int main(int argc, char** argv)
        int rank, size;
       MPI_Init(&argc, &argv);
       //Παίρνει ο κάθε επεξεργαστής-υπολογιστής το rank του MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
       MPI Comm size(MPI COMM WORLD, &size);
       //Δηλώνουμε τους 6 πίνακες που χρειαζόμαστε: float *matrix_A ; float *matrix_A_RowsLoc ;
        float *vector_b ;
        float *vector_b_elements ;
        float *vector x ;
        float *vector_x_new ;
       int k,i,j,q ; //Διάφοροι μετρητές που χρειάζονται
int l,n ; //Το λ και n του Jacobi αλγορίθμου
float ex ; //Το "ξ" του Jacobi αλγορίθμου
        if (rank == ROOT) //0 "0" μόνο
               //Δηλώνουμε όνομα αρχείου για να διαβάσουμε από εκεί τις αρχικοποιήσεις const char path[] = "jacobiInput.txt";
//Αρχικοποιεί τα n,l,ex,matrix A,vector b,vector x
               fillInitialValues(path,&n, &l, &ex, &matrix_A, &vector_b, &vector_x);
       //0 "0" στέλνει σε όλους τις τιμές του l,ex,n
MPI_Bcast(&l, 1, MPI_INT, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Bcast(&ex, 1, MPI_REAL, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Bcast(&n, 1, MPI_INT, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
        if(rank!=R00T) //Κάθε επεξεργαστής, εκτός του "0"
  vector_x = malloc(n *sizeof(float)); //Δεσμεύει μνήμη για το διάνυσμα vector_x
```

### Συνέχεια της main:

```
MPI_Bcast(&l, 1, MPI_INT, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Bcast(&ex, 1, MPI_REAL, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Bcast(&n, 1, MPI_INT, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
if(rank!=ROOT) //Κάθε επεξεργαστής, εκτός του "0"
| vector_x = malloc(n *sizeof(float)); //Δεσμεύει μνήμη για το διάνυσμα vector_x
MPI_Bcast(vector_x, n, MPI_REAL, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
int quota = n/size ; //Υπολογίζεται το μερίδιο που θα έχει ο κάθε επεξεργαστής
int quotaCrowd = quota*n ; //Υπολογίζεται το πλήθος αριθμών που θα έχει ο κάθε επεξεργαστής
//Δεσμεύετε μνήμη για το τοπικό διάνυσμα vector_x_new για κάθε επεξεργαστή vector_x_new = malloc(quota *sizeof(float)) ;
//Δεσμεύετε μνήμη για τον πίνακα matrix A RowsLoc (που είναι τοπικός [υπο]πίνακας του matrix_A για κάθε επεξεργαστή...) matrix_A_RowsLoc = malloc(quotaCrowd *sizeof(float)) ;
//Ο "Θ" μοιράζει τα περιεχόμενα του matrixA στους τοπικούς [υπο]πίνακες του κάθε επεξεργαστή...
MPI_Scatter(matrix_A, quotaCrowd, MPI_REAL, matrix_A_RowsLoc, quotaCrowd, MPI_REAL, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
//Δεσμέυετε μνήμη για το διάνυσμα vector_b_elements (που είναι τοπικό [υπο]διάνυσμα του vector_b vector_b_elements = malloc(quota *sizeof(float)); //ο "0" μοιράζει τα περιεχόμενα του vector b στα τοπικά [υπο]διανύσματα του κάθε επεξεργαστή... MPI_Scatter(vector_b, quota, MPI_REAL, vector_b_elements, quota, MPI_REAL, ROOT, MPI_COMM_WORLD);
int rowIndex ;
float norma_loc, norma_all ;
for (k=0;k<l;k++)</pre>
      norma_loc = 0 ; //Μηδενίζει στην αρχή της κάθε επανάληψης η τοπική νόρμα for (q=0;q<quota;q++) // Για όσο είναι το "μερίδιο" του κάθε επεξεργαστή
             rowIndex = q*n ; //Υπολογίζετε ο δείκτης της κάθε γραμμής για τον πίνακα matrix_A_RowsLoc
             sum = -matrix_A_RowsLoc[rowIndex+(q+(rank*quota))] * vector_x[q+(rank*quota)];
             for(j=0;j<n;j++)
sum += matrix_A_RowsLoc[rowIndex+j] * vector_x[j];
vector_x_new[q] = (vector_b_elements[q]-sum)/matrix_A_RowsLoc[rowIndex+q+(rank*quota)];</pre>
             norma_loc += pow((vector_x_new[q]-vector_x[q+(rank*quota)]),2) ; //powe
      MPI_Allgather(vector_x_new, quota, MPI_REAL, vector_x, quota, MPI_REAL,MPI_COMM_WORLD);
      MPI_Allreduce(&norma_loc, &norma_all, 1, MPI_REAL, MPI_SUM,MPI_COMM_WORLD);
```

```
//Με την Allgather, γίνεται gather και broadcast, ώστε κάθε επεξεργαστής να έχει
//το νέο πίνανα χ, με τις νέςς υπολογισμένες τιμές που έχει Βρει ο κάθε επεξεργαστής,
//ώστε αν έχουμε βρει την λύση, να εμφανιστεί το διάνυσμα στον χρήστη και αν όχι
//ακόμη, να χρησιμοποιηθεί αυτό το νέο διάνυσμα χ στην επόμενη επανάληση του βρόζου.
MPI_Allgather(vector_x_new, quota, MPI_REAL, vector_x, quota, MPI_REAL,MPI_COMM_WORLD);

//Με την Allreduce, γίνεται reduce και broadcast, ώστε κάθε επεξεργαστής να έχει
//την συνολική νόρμα (χωρίς να έχει υπολογιστεί ακόμη η ρίζα...)

MPI_Allreduce(Śnorma_loc, śnorma_all, ], MPI_REAL, MPI_SUM,MPI_COMM_WORLD);

//Κάθε επεξεργαστής βρίσκει την ρίζα της συνολικής νόρμας
norma_all = sqrt(norma_all);

if(rank==R00T){//Για λόγους επαλήθευσης, ο "0" μόνο, εμφανίζει κάποια μηνύματα
//printVector(vector_x,n,norma_all);
printNorma(k,rank,norma_loc,norma_all);

printNorma(k,rank,norma_loc,norma_all);
}

//Εάν η νόρμα είναι μικρότερη από το "ξ" που έχει δοθεί, σημαίνει ότι υπάρχει σύγκλιση
if (norma_all<=ex)

break;//Εάν υπάρχει σύγκλιση, τότε κάνουν όλοι οι επεξεργαστές break για να βγουν από το loop

if (rank==R00T) //ο "0" μόνο

{
//Εμφανίζει αν υπάρχει ή δεν υπάρχει σύγκλιση και εφόσον υπάρχει
//Εμφανίζει και τον διάνυσμα χ με τη λύση του γραμμικού συστήματος
if(k==l) //Αν k=l, σημαίνει ότι δεν έγινε κάποιο break μέσα στο loop...
printf("Δεν υπάρχει σύγκλιση! και η λύση του συστήματος είναι:\n");
printFinalVector(vector_x,n);
}

MPI_Finalize(); //Τερματίζει το MPI
return 0;</pre>
```

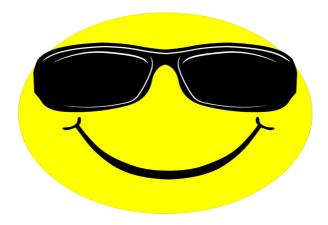
#### Συνάρτηση για να φορτώσουμε αρχικές τιμές από αρχείο...

## Σημείωση:

Για να γίνει compile, χρειάζεται και η παράμετρος "-lm"

msc16003@mpi9 erot2]\$ mpicc -o erot2.2 erot2.2.c -lm msc16003@mpi9 erot2]\$ mpiexec -n 4 erot2.2

Επειδή υπάρχει χώρος στην τελευταία σελίδα, ακολουθεί & μια χαμογελαστή φατσούλα



Τέλος