

Programmation scientifique en Python

v2.1



Programmation scientifique en Python de [Dr Michaël GUEDJ](#) est mis à disposition selon les termes de la [licence Creative Commons Attribution 4.0 International](#).

Fondé(e) sur une œuvre à https://github.com/michaelguedj/ens_prog_sci_python.

Table des matières

TP – Utilisation de fonctions mathématiques.....	3
Sujet d'étude 1 : opérations binaires.....	6
Sujet d'étude 2 : audiences.....	8
Sujet d'étude 3 : tournoi de jeu vidéo.....	10
Sujet d'étude 4 : fibre optique.....	11
Sujet d'étude 5 : triplet pythagoricien.....	13

TP – Utilisation de fonctions mathématiques

Exercice 1

Calculer en Python :

- $\sin \pi - \cos \pi$
- $\sin(\pi/2) - \cos(\pi/2)$
- $\cos(\pi)$
- $\cos(\pi + 2\pi)$
- $\cos 5$
- $\cos \sqrt{5}$

Exercice 2

Implanter la fonction : $f(x, y) = \sin x - \cos y$.

Mathématiquement, $f(\pi, \pi) = 1$ et $f(\pi, 0) = -1$.

Exercice 3

Calculer en Python :

- $2\sqrt{2} + 2$
- $2\sqrt{2+2}$
- $\frac{3^3 + 3^5}{2} + \sqrt{3}$

Exercice 4

Implanter la fonction :

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + \sqrt{y+2} + \cos z}{3}$$

Mathématiquement, $f(2, -2, \pi) = 1$.

Exercice 5

Calculer en Python :

- $2 \ln 2 + 3$
- $2 \log 2 + 3$
- $2 \log_2 2 + 3$

Exercice 6

Implémenter la fonction :

$$f(x) = \frac{2 \log x + 3}{5}$$

Vérifiez que $f(10) = 1$.

Exercice 7

Implémenter la fonction :

$$g(x, y) = \frac{5 \log x}{5} + y$$

Vérifiez que :

- $g(10, 7) = 8$
- $g(10, 8) = 9$
- $g(10, 501) = 502$

Exercice 8

Calculer en Python :

- e^3
- $e^{\frac{3}{2}}$
- $e^{\ln 301}$
- $10^{\log 501}$

Rappel : mathématiquement on a :

- $e^{\ln 301} = 301$
- $10^{\log 501} = 501$

Exercice 9

Soit l'équation $y = 3 \ln \frac{x+2}{5}$ (pour $x > -2$).

Nous avons les équivalences :

$$y = 3 \ln \frac{x+2}{5} \Leftrightarrow \frac{y}{3} = \ln \frac{x+2}{5} \Leftrightarrow e^{\frac{y}{3}} = e^{\ln \frac{x+2}{5}} \Leftrightarrow e^{\frac{y}{3}} = \frac{x+2}{5} \Leftrightarrow 5 \cdot e^{\frac{y}{3}} = x+2 \Leftrightarrow 5 \cdot e^{\frac{y}{3}} - 2 = x$$

1. Implémenter la fonction : $toto(x) = 3 \ln \frac{x+2}{5}$
2. Implémenter la fonction : $tata(y) = 5 \cdot e^{\frac{y}{3}} - 2$

Mathématiquement, pour tout k réel positif, $toto(tata(k)) = tata(toto(k)) = k$.

3. L'égalité est elle vérifiée pour $k=5$? Et pour $k=101$?

Sujet d'étude 1 : opérations binaires

Nous nous intéressons dans un premier temps aux opérations binaires ; puis étendons ces opérations pour gérer les opérations bits à bits sur les octets.

Opérations binaires

- La négation binaire NON est définie par : $\text{NON}(0)=1$ et $\text{NON}(1)=0$.
- La disjonction binaire OU est définie par : $1 \text{ OU } 1 = 1$, $1 \text{ OU } 0 = 1$, $0 \text{ OU } 1 = 1$ et $0 \text{ OU } 0 = 0$.
- La conjonction binaire ET est définie par : $1 \text{ ET } 1 = 1$, $1 \text{ ET } 0 = 0$, $0 \text{ ET } 1 = 0$ et $0 \text{ ET } 0 = 0$.

Exemple d'opérations bits à bits sur octets

- $\text{NON}(00110000) = 11001111$
- $00110000 \text{ OU } 11000011 = 11110011$
- $00110011 \text{ ET } 11000011 = 00000011$

Partie A : Algorithmique

1-- Opérations binaires

Fonctions

- 1- Réaliser la fonction `non()` qui prend en argument un bit et retourne sa négation.
- 2- Réaliser la fonction `ou()` qui prend en argument deux bits et retourne leur disjonction.
- 3- Réaliser la fonction `et()` qui prend en argument deux bits et retourne leur conjonction.

2-- Opérations bits à bits sur les octets

Structure de données

Déterminer un type de donnée nécessaire pour stocker un octet (8 bits).

Fonctions

- 4- Réaliser la fonction `non_oct()` qui prend en argument un octet et retourne sa négation bit à bit.
- 5- Réaliser la fonction `ou_oct()` qui prend en argument deux octets et retourne leur disjonction bit à bit.
- 6- Réaliser la fonction `et_oct()` qui prend en argument deux octets et retourne leur conjonction bit à bit.

Intéressez-vous à l'extension de vos résultats, pour gérer des opérations bit à bit, sur des données binaires composées de 4 octets.

Partie B : Implémentation

Implanter en Python les fonctions de la Partie A.

Définir un jeu de test qui vous servira à tester la bonne implantation des fonctions demandées.

Sujet d'étude 2 : audiences

L'audience d'un média définit l'ensemble des individus exposés ; elle fait l'objet de mesures : l'audiométrie qui relève de sondages.

La part d'audience (ou part de marché)

C'est l'indicateur le plus utilisé. Il s'agit du pourcentage des personnes ayant suivi un support (chaîne de télévision, station de radio, site Web) par rapport à l'audience globale du média (télévision, radio, Web).

Cet indicateur peut être calculé pour une émission ou une tranche horaire, et par cible.

Ci-dessous, le top 5 des audiences de la soirée du jeudi 31 décembre 2015 (source : www.ozap.com).

Chaîne	Programme	Part de marché	Télespectateurs
	LE PLUS GRAND CABARET DU MONDE (VARIETES)	28.2 %	4 015 000
	LE 31 TOUT EST PERMIS AVEC Arthur (HUMOUR)	25.5 %	3 772 000
	HUGO CABRET (FILM)	10.6 %	1 722 000
	SCENES DE MENAGES (SERIE)	7.7 %	1 249 000
	LES 30 ANS DU TOP 50 (VARIETES)	4.1 %	663 000

Ci-dessous, un extrait issu d'un article du site www.ozap.com.

Audiences : France 2 remporte d'un rien le match du réveillon, France 3 en forme avec "Hugo Cabret"

Comme en 2010, 2011, 2012, 2013 et en 2014, France 2 est arrivée hier soir en tête des audiences de la dernière soirée de l'année 2015. Selon Médiamétrie, plus de 4 millions de téléspectateurs ont regardé hier, entre 20h55 et 1h00, "Le Grand cabaret sur son 31", la soirée de réveillon présentée par Patrick Sébastien (...). La part de marché sur le public de quatre ans et plus s'élève à 28,2% (et 13% sur les ménagères de moins de cinquante ans). (...)

En face, près de 3,8 millions de téléspectateurs ont choisi de passer en 2016 en regardant Arthur sur TF1, entre 21h05 et 0h35. (...)

France 3 est troisième avec la première diffusion de "Hugo Cabret". Le long-métrage américain de Martin Scorsese (...) a attiré plus de 1,7 million de cinéphiles, soit 10,6% du public.

Le soir du jeudi 31 décembre 2015,

- LES ANIMAUX DU ZOO, un documentaire sur France 4 a fait 1,3% de part de marché ;
- LA LEGENDE DE SARILA, un téléfilm sur Gulli a fait 1,5% de part de marché.

En outre,

- LUNE, un documentaire sur France 5 a réuni 368 000 téléspectateurs ;
- LE CHATEAU DE MA MERE, un film sur HD1 a réuni 210 000 téléspectateurs.

Dans ce qui suit, nous nous plaçons dans le contexte de la soirée du jeudi 31 décembre 2015.

Sachant que :

- 1% de part de marché correspond à environ 161707,317 téléspectateurs ;
- 1 téléspectateur correspond à environ $6,184 \times 10^{-6}$ % de part de marché.

Nous obtenons les formules :

- $Nb_telespectateurs(X) = 161707,317 \times X$ (X est un pourcentage de part de marché) ;

- $\text{part_de_marché}(Y) = 6,184 \times 10^{-5} \times Y$ (Y est nombre de téléspectateurs).

Nous nous intéressons à l'évaluation du nombre de téléspectateurs pour une suite de parts de marché, permettant de représenter les parts de marché d'un ensemble de chaînes de télévision.

Exemple : $\langle \text{part_de_marché_de_TMC}, \text{part_de_marché_de_France2}, \text{part_de_marché_de_NT1} \rangle$.

Partie A : Algorithmique

Dans ce qui suit, nous nous plaçons dans le contexte de la soirée du 31-12-2015.

Type de donnée

Déterminer un type de donnée permettant de stocker une suite de parts de marché.

Fonctions et procédures

- Réaliser une fonction `nb_telespectateurs()` prenant en paramètre un pourcentage de part de marché, et retournant le nombre de téléspectateurs correspondant.
- Réaliser une fonction `part_de_marché()` prenant en paramètre un nombre de téléspectateurs, et retournant le pourcentage de part de marché correspondant.

Procédures sur la structure de donnée demandée

- Réaliser une procédure `afficher()` prenant en argument la structure de donnée permettant de stocker une suite de parts de marché, et affichant cette structure de donnée.
- Réaliser une procédure prenant en argument la structure de donnée permettant de stocker une suite de parts de marché, et affichant le nombre de téléspectateurs correspondant à chaque part de marché.
- Réaliser une procédure prenant en argument la structure de donnée permettant de stocker une suite de parts de marché, et affichant la part de marché la plus haute ainsi que le nombre de téléspectateurs correspondant.
- Réaliser une procédure prenant en argument la structure de donnée permettant de stocker une suite de parts de marché, et affichant le nombre de téléspectateurs correspondant à l'ensemble de ces parts de marché (c.-à-d. la somme des téléspectateurs relatifs à chaque part de marché).

Partie B : Implémentation

- Planter en Python, les fonctions/procédures de la Partie A.
- Définir un jeu de test qui vous servira à tester la bonne implantation des fonctions/procédures demandées.

Sujet d'étude 3 : tournoi de jeu vidéo

Contexte d'un tournoi de jeu vidéo.

1. Comment stocker les scores des joueurs d'une équipe ?
2. Fonction prenant en argument les scores d'une équipe, et retournant le nombre de joueurs d'une équipe ?
3. Fonction prenant en argument les scores d'une équipe, et retournant Vrai si l'équipe n'a pas de joueurs ; et Faux sinon ?
4. Procédure prenant en argument les scores d'une équipe, et affichant les scores qui sont strictement positifs.
5. Procédure prenant en argument les scores d'une équipe, ainsi qu'un certain score x, et affichant les scores supérieurs ou égaux au score x.
6. Fonction prenant en argument les scores d'une équipe, et retournant la moyenne des scores.

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} scores[i]$$

7. Fonction prenant en argument les scores d'une équipe, et retournant la variance des scores.

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (scores[i] - \mu)^2$$

Sujet d'étude 4 : fibre optique

Une fibre optique est un fil en verre ou en plastique très fin qui a la propriété d'être un conducteur de la lumière et sert dans la transmission de données et de lumière. Elle offre un débit d'information nettement supérieur à celui des câbles coaxiaux et peut servir de support à un réseau « large bande » par lequel transitent aussi bien la télévision, le téléphone, la visioconférence ou les données informatiques.

Ci-dessous l'extrait d'un article du Figaro datant du 17/07/2015.

2016, année de l'accélération pour la fibre en France

En France, la fibre optique va se généraliser à partir de 2016 par la mise en place de « réseaux d'initiative publique ».

La fibre optique s'apprête à sortir des plus grandes villes de France. D'ici à la fin de l'année, plusieurs dizaines de milliers de lignes auront été activées dans de nouveaux «réseaux d'initiative publique» détenus par les collectivités territoriales.

«Nous atteindrons notre rythme de croisière fin 2016, avec un million de nouvelles prises raccordables chaque année. Ce sera une lame de fond», explique Antoine Darodes, qui pilote le plan France Très Haut Débit.

L'atténuation caractérise l'affaiblissement du signal au cours de la propagation. Le principal atout des fibres optiques est une atténuation extrêmement faible.

Le coefficient d'atténuation A , exprimée en dB/km, est donné par la relation :

$$A = \frac{1}{L} \cdot 10 \cdot \log \frac{P_e}{P_s}$$

Où L est la longueur de la fibre optique (en km), P_e (ici en milliwatt ou mW) est la puissance lumineuse d'entrée et P_s (ici en milliwatt ou mW) est la puissance lumineuse de sortie.

Nous souhaitons connaître les coefficients d'atténuation pour des fibres optiques dont les références sont FO1, FO2 et FO3.

Un technicien mesure une puissance lumineuse d'entrée sur chaque fibre (FO1, FO2 et FO3) de 5 mW.

Chaque fibre a une longueur de 5 km.

Des techniciens mesurent les puissances lumineuses de sortie sur chaque fibre, et notent leurs résultats via leur tablettes-pc, dans une application dédiée, au sein du tableau ci-dessous.

Référence de la fibre optique	FO1	FO2	FO3
L (Longueur de la fibre) (en km)	5	5	5
P _e (puissance lumineuse d'entrée) (en mW)	5	5	5
P _s (puissance lumineuse de sortie) (en mW)	0.8891	1.7741	3.7495

Dans ce qui suit nous considérerons que toute fibre est de longueur $L=5$ km, et que la puissance lumineuse d'entrée P_e est fixée à 5 mW.

Partie A : Algorithmique

Type de donnée

1- Déterminer un type de donnée permettant de stocker les puissances de sortie de l'ensemble des fibres FO1, FO2 et FO3.

2- Déterminer un type de données permettant de stocker les puissances de sortie d'un ensemble de fibres optiques.

Fonctions

3- Réaliser la fonction `coefficient_attenuation()` prenant en paramètre une puissance de sortie mesurée sur une fibre optique, et retournant le coefficient d'atténuation correspondant.

Procédures traitantes des fibres FO1, FO2 et FO3

4- Réaliser la procédure `afficher()` prenant en paramètre les puissances de sortie des fibres FO1, FO2 et FO3, et affichant ces puissances de sortie (on affichera une puissance par ligne).

5- Réaliser une procédure prenant en paramètre les puissances de sortie des fibres FO1, FO2 et FO3, et affichant les coefficients d'atténuations correspondants à ces puissances de sortie.

Procédures traitantes d'un ensemble de fibres

6- Réaliser la procédure `afficher2()` prenant en paramètre les puissances de sortie d'un ensemble de fibres, et affichant ces puissances de sortie (on affichera une puissance par ligne).

7- Réaliser une procédure prenant en paramètre les puissances de sortie d'un ensemble de fibres, et affichant les coefficients d'atténuations correspondants à ces puissances de sortie.

Partie B : Implémentation

Planter en Python les fonctions/procédures de la Partie A.

Définir un jeu de test qui vous servira à tester la bonne implantation des fonctions/procédures demandées.

Sujet d'étude 5 : triplet pythagoricien

En arithmétique, un triplet pythagoricien est un triplet (x,y,z) d'entiers naturels non nuls vérifiant la relation de Pythagore : $x^2 + y^2 = z^2$. (z est appelée hypoténuse).

Les triplets pythagoriciens interviennent en cryptographie.

Pgcd

Le plus grand commun diviseur, abrégé en général pgcd (ou gcd en anglais), de deux nombres entiers naturels non nuls est le plus grand entier qui divise simultanément ces deux entiers.

Exemple :

$$14 = 7 \times 2$$

$$70 = 7 \times 5 \times 2. \quad \text{On a } \text{pgcd}(14,70) = 2 \times 7 = 14.$$

Utilisation du pgcd dans Python sur le même exemple :

```
>>> import fractions
>>> fractions.gcd(14,70)
14
```

Entiers premiers entre eux

On dit que des entiers a et b sont premiers entre eux, si leur plus grand commun diviseur est égal à 1.

Exemple : $\text{pgcd}(5,14) = 1$.

Pgcd de trois entiers

Le pgcd de trois entiers x,y et z , noté $\text{pgcd}(x,y,z)$, est défini par la relation :

$$\text{pgcd}(x,y,z) = \text{pgcd}(\text{pgcd}(x,y),z).$$

Triplet pythagoricien primitif

Un triplet pythagoricien (x,y,z) est dit primitif si $\text{pgcd}(x,y,z) = 1$.

Partie A : Algorithmique

Type de donnée

- 1- Déterminer un type de donnée permettant de stocker un triplet d'entiers.

Fonctions

2- Réaliser une fonction pgcd() prenant en paramètre deux entiers et retournant leur pgcd.

3- Réaliser une fonction pgcd3() prenant en paramètre trois entiers et retournant leur pgcd.

Procédure et Fonction sur triplets d'entiers

4- Réaliser une fonction est_pythagoricien() prenant en paramètre la structure donnée permettant de stocker un triplet d'entiers, et retournant Vrai si le triplet est pythagoricien et Faux sinon.

5- Réaliser une fonction est_primitif() prenant en paramètre la structure de donnée permettant de stocker un triplet d'entiers, et retournant Vrai si le triplet est pythagoricien primitif et Faux sinon.

Procédures générant des triplets pythagoriciens primitifs

6- Réaliser une procédure generer1() affichant tous les triplets de la forme :

$$(i, i, \sqrt{2 \cdot i^2})$$

Où $1 \leq i \leq n-1$.

7- Réaliser une procédure generer2() prenant en argument un entier n et affichant tous les triplets pythagoriciens de la forme :

$$(i, j, \sqrt{i^2 + j^2})$$

Où $1 \leq i, j \leq n-1$.

8- Réaliser une procédure generer3() prenant en argument un entier n et affichant tous les triplets pythagoriciens primitifs de la forme :

$$(i, j, \sqrt{i^2 + j^2})$$

Où $1 \leq i, j \leq n-1$.

Partie B : Implémentation

Planter en Python les fonctions/procédures de la Partie A.

Définir un jeu de test qui vous servira à tester la bonne implantation des fonctions/procédures demandées.