Unidad 04. Esfuerzos causados por la flexión

Diseño por flexión y esfuerzos cortantes en vigas

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b

Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Diseño de vigas por esfuerzos de flexión

Desde el punto de vista de la resistencia, buscamos la forma y tamaño de la viga tal que los esfuerzos actuantes en ella no excedan el esfuerzo admisible del material. Buscaremos el requerido módulo de la sección, según sea su simetría geométrica y comportamiento:

Caso 1: simétrico

- Secciones doblemente simétricas y con la misma resistencia a tracción que a compresión:

$$S = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{allow}}}.$$

- Debemos elegir una viga que proporcione un módulo de sección al menos tan grande como el obtenido a partir de la ecuación.

Caso 2: asimétrico

- Secciones que no son doblemente simétricas y que su resistencia a tracción y a compresión es diferente.
- Debemos calcular S para cada comportamieto, buscando cumplir con una viga que satisfaga ambos criterios.

Vigas de secciones y formas estandar

Las dimensiones y propiedades de vigas en materiales metálicos y maderas, así como su procedimiento de diseño, están regulados por diferentes instituciones de autoridad en el mundo, algunas de ellas son:

Estructuras metálicas

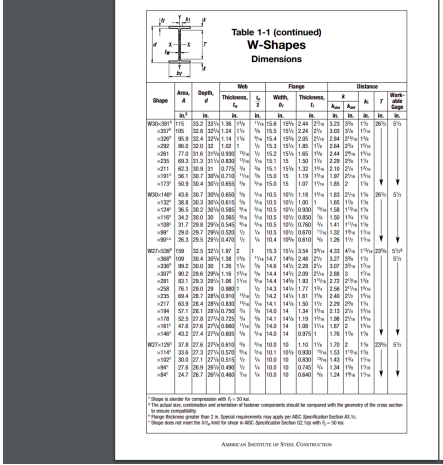
- *National Structural Steelwork Specification*, The British Constructional Steelwork Association, UK.
- *Steel Construction Manual*, AISC American Institute of Steel Construction, United States.
- *Eurocode 3*, Europa.
- *Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título F: estructuras metálicas.*

Estructuras de madera

- *National Design Specification for Wooden Construction*, United States.
- *Eurocode 5*, Europa.
- *Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título G: estructuras de madera y estructuras de guadua.*

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo al manual del AISC para estructuras metalicas



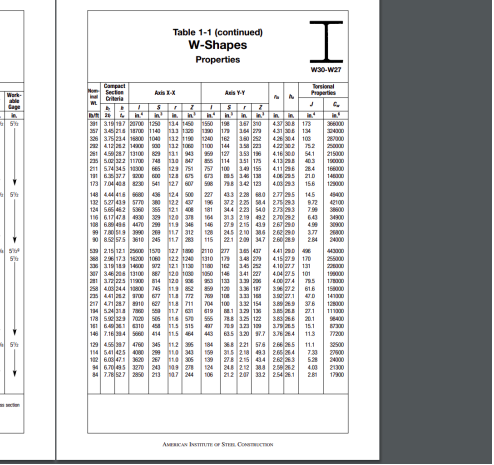
1–16 DIMENSIONS AND PROPERTIES

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Dimensions

Shape	Area, A	Depth, d	Web Thickness, t_w		Flange Thickness, t_f		Flange Width, b_f		Distance k		k_{des}	k_{det}	k_1	T	Workable Gage
	in.[1]	in.	in.		in.		in.	in.	in.		in.	in.	in.	in.	
W36×397	115	39.2	1.88	1 3/8	1 7/16	1 5/8	15.8	15 7/8	2.44	2 7/8	3.23	3 3/8	1 7/8	26 5/8	5 1/2
×357	105	38.2	1.77	1 3/4	1 3/8	1 1/2	15.5	15 1/2	2.24	2 1/2	3.03	3 1/4	1 7/8		
×328[2]	95.9	37.4	1.71	1 1/4	1 1/8	1 3/8	15.4	15 3/8	2.05	2 1/4	2.84	2 7/8	1 5/8		
×292	86.0	37.0	1.57	1	1	1	15.3	15 1/4	1.85	1 7/8	2.64	2 5/8	1 1/2		
×261	77.0	36.7	1.47	15/16	0.930	15/16	15.2	15 1/8	1.65	1 5/8	2.44	2 3/8	1 3/8		
×235	69.1	36.3	1.37	15/16	0.830	15/16	15.1	15	1.50	1 1/2	2.29	2 1/8	1 3/8		
×211	62.3	36.0	1.31	0.775	3/4	15/16	15.1	15 1/8	1.32	1 3/8	2.10	2 1/8	1 1/8		
×187	56.1	35.7	1.26	0.710	11/16	15/16	15.0	15	1.19	1 1/8	1.97	2 1/8	1 1/8		
×170[3]	50.9	36.4	1.10	0.655	5/8	15/16	15.0	15	1.07	1 1/8	1.85	2	1 1/8		
W36×148[3]	43.6	36.0	0.940	0.650	5/8	15/16	10.5	10 1/2	1.18	1 1/8	1.83	2 1/8	1 1/8	26 5/8	5 1/2
×135[3]	39.8	35.7	0.870	0.615	5/8	15/16	10.5	10 1/2	1.00	1	1.65	1 7/8	1 1/8		
×124[3]	36.5	36.2	0.915	0.585	9/16	15/16	10.5	10 1/2	0.930	15/16	1.58	1 13/16	1 1/8		
×116[3]	34.2	36.0	.30	0.565	9/16	15/16	10.5	10 1/2	0.850	7/8	1.50	1 3/4	1 1/8		
×108[3]	31.7	35.8	0.945	0.545	9/16	15/16	10.5	10 1/2	0.760	3/4	1.41	1 11/16	1 1/8		
×97[3]	29.6	35.7	0.900	0.530	1/2	15/16	10.5	10 1/2	0.670	11/16	1.32	1 5/8	1 1/8		
×90[3]	26.3	36.5	0.810	0.470	1/2	15/16	10.4	10 3/8	0.610	5/8	1.26	1 1/2	1 1/8		
W27×539[3]	159	32.5	1.93	1 7/8	1	1	15.3	15 1/8	3.54	3 5/8	4.33	4 7/8	1 11/16	23 5/8	5 1/2[6]
×368[3]	109	30.4	1.38	1 3/8	15/16	1 1/16	14.7	14 3/4	2.48	2 1/2	3.27	3 3/8	1 1/2		5 1/2
×336[3]	99.2	30.0	.30	1.26	1 1/8	15/16	14.6	14 1/2	2.28	2 1/4	3.07	3 1/4	1 1/2		
×307[3]	90.2	29.6	1.19	1.15	1 1/8	15/16	14.4	14 1/2	2.09	2 1/8	2.88	3	1 1/2		
×281	83.1	29.3	1.10	1.06	1 1/16	15/16	14.4	14 1/2	1.93	1 15/16	2.72	2 7/8	1 5/8		
×258	76.1	29.0	.29	0.980	1	15/16	14.3	14 3/8	1.77	1 3/4	2.56	2 7/16	1 5/8		
×235	69.4	28.7	1.02	0.910	15/16	15/16	14.2	14 1/4	1.61	1 5/8	2.40	2 1/2	1 5/8		
×217	63.8	28.4	0.930	0.850	15/16	15/16	14.1	14 1/8	1.50	1 1/2	2.29	2 3/8	1 5/8		
×194	57.1	28.1	0.830	0.750	3/4	15/16	14.0	14	1.34	1 3/8	2.13	2 1/4	1 5/8		
×178	52.5	27.8	0.790	0.725	3/4	15/16	14.1	14 1/8	1.19	1 1/4	1.98	2 1/16	1 5/8		
×161[3]	47.6	27.6	0.750	0.660	11/16	15/16	14.0	14	1.08	1 1/8	1.87	2	1 5/8		
×146[3]	43.2	27.4	0.710	0.605	5/8	15/16	14.0	14	0.975	1	1.76	1 15/16	1 5/8		
W27×129[3]	37.9	27.6	0.670	0.610	5/8	15/16	10.0	10	1.10	1 1/8	1.79	2	1 1/8	23 5/8	5 1/2
×114[3]	33.6	27.3	0.570	0.570	9/16	15/16	10.1	10 1/8	0.930	15/16	1.63	1 13/16	1 1/8		
×102[3]	30.0	27.1	0.515	0.515	1/2	15/16	10.0	10	0.830	13/16	1.43	1 5/8	1 1/8		
×94[3]	27.6	26.9	0.490	0.490	1/2	15/16	10.0	10	0.745	3/4	1.34	1 9/16	1 1/8		
×84[3]	24.7	26.7	0.460	0.460	7/16	15/16	10.0	10	0.640	5/8	1.24	1 9/16	1 1/8		

[1] Shape is slender for compression with $F_y = 50$ ksi.
[2] The actual size, combination and orientation of fastener components should be compared with the geometry of the cross section to ensure adequate clearance.
[3] Flange thickness greater than 2 in. Special requirements may apply per AISC Specification Section A3.1c.
[4] Shape does not meet the h/t_w limit for shear in AISC Specification Section G2; fab with $F_y = 50$ ksi.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION



DIMENSIONS AND PROPERTIES 1–17

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Properties

W30–W27

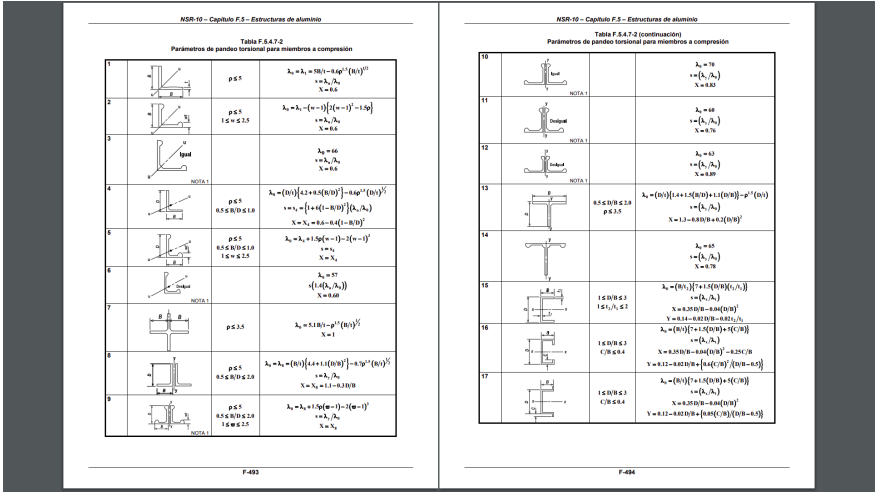
Nominal Wt.	Compact Section Criteria		Axis X-X					Axis Y-Y					r_T	h_o	Torsional Properties	
	b_f	t	I	S	r	Z	I/I_y	I	S	r	Z	I/I_y			J	C_w
lb/ft	2t	h/t_w	in.[4]	in.[3]	in.	in.[3]	in.[6]	in.[4]	in.[3]	in.	in.[3]	in.[6]	in.	in.	in.[4]	in.[6]
397	3.18 19.7	20700	9250	13.4	3.49	2950	108	1147	151	4.37	90.8	173		39870		
357	3.45 21.8	18700	1140	13.3	3.520	1390	179	3.64	219	4.31	50.6	134		324000		
328	3.75 23.4	16800	1040	13.2	1.190	1240	162	3.60	252	4.26	30.4	103		287000		
292	4.12 26.2	14900	930	13.2	1.060	1100	144	3.58	223	4.22	30.2	75.2		256000		
261	4.58 28.7	13100	829	13.1	.943	959	127	3.53	196	4.16	30.0	54.1		215000		
235	5.00 32.2	11700	748	13.0	.847	855	114	3.51	175	4.13	29.8	40.3		186000		
211	5.74 34.5	10300	665	12.9	.751	757	100	3.49	155	4.11	29.6	28.4		160000		
191	6.35 37.7	9200	600	12.8	.675	673	88.5	3.46	138	4.08	29.5	21.0		140000		
173	7.04 40.8	8230	541	12.7	.607	598	78.8	3.42	123	4.05	29.3	15.6		129000		
148	4.44 41.8	9680	436	12.4	.506	227	43.3	2.28	68.0	2.77	29.5	14.5		49400		
132	5.21 48.9	5770	380	12.2	.437	196	37.2	2.25	58.4	2.75	29.3	9.72		42100		
124	5.65 46.2	5360	355	12.1	.406	181	34.4	2.23	54.0	2.73	29.3	7.99		38600		
116	6.17 47.8	4930	329	12.0	.378	164	31.3	2.19	49.2	2.70	29.2	6.43		34900		
108	6.89 49.6	4470	299	11.9	.346	146	27.9	2.15	43.9	2.67	29.0	4.99		30900		
99	7.80 51.9	3990	269	11.7	.312	128	24.5	2.10	38.6	2.62	29.0	3.77		26900		
90	8.52 57.5	3610	245	11.7	.283	115	22.1	2.09	34.7	2.60	28.9	2.84		24000		
539	2.15 12.1	25600	1570	12.7	1.890	2110	277	3.65	437	4.41	29.0	496		443000		
368	2.96 17.3	16500	1060	12.2	1.240	1310	179	3.48	279	4.15	27.9	170		253000		
336	3.18 18.9	14600	972	12.1	1.130	1180	162	3.45	252	4.10	27.7	131		226000		
307	3.46 20.6	13100	887	12.0	1.030	1050	146	3.41	227	4.04	27.5	101		199000		
281	3.72 22.5	11900	814	12.0	.938	953	133	3.39	206	4.00	27.4	79.5		178000		
258	4.00 24.4	10800	745	11.9	.852	859	120	3.36	187	3.96	27.2	61.6		159000		
235	4.45 26.2	9700	677	11.8	.772	769	108	3.33	169	3.92	27.1	47.0		141000		
217	4.71 28.0	8910	627	11.8	.711	704	100	3.32	154	3.88	26.9	37.6		128000		
194	5.24 31.8	7860	559	11.7	.631	619	88.1	3.29	136	3.85	26.8	27.1		111000		
178	5.92 32.9	7020	505	11.6	.570	555	78.8	3.25	122	3.82	26.6	20.1		98400		
161	6.48 36.1	6310	458	11.5	.515	497	70.9	3.23	109	3.79	26.5	15.1		87300		
146	7.16 39.4	5680	414	11.5	.464	443	63.5	3.20	97.7	3.76	26.4	11.3		77200		
129	4.56 38.7	4700	345	11.2	.395	194	36.8	2.21	57.6	2.66	26.5	11.1		32500		
114	5.41 42.5	4080	299	11.0	.343	159	31.5	2.18	49.3	2.65	26.4	7.33		27600		
102	6.05 47.1	3600	267	11.0	.305	139	27.8	2.15	43.4	2.62	26.3	5.28		24000		
94	6.70 49.5	3270	243	10.9	.278	124	24.8	2.12	38.8	2.58	26.2	4.03		21300		
84	7.78 52.7	2890	213	10.7	.244	106	21.2	2.07	33.2	2.54	26.1	2.81		17900		

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

Figura: *Recorte del Steel Construction Manual, AISC.*

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo a la norma NSR-10 para estructuras metalicas



NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio

Tabla F.5.4.7-2
Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión

1	NOTA 1	$\rho \le 5$	$\lambda_0 = \lambda_1 = 58/(1-0.6\rho^{1/2})(B/t)^{1/2}$ $s = \lambda_0/\lambda_0$ $X = 0.6$
2	NOTA 1	$\rho \le 5$ $1 \le w \le 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 - (w-1)\{2(w-1)^2 - 1.5\rho\}$ $s = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
3	NOTA 1		$\lambda_0 = 66$ $s = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
4	NOTA 1	$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 1.0$	$\lambda_0 = (B/t)\{0.2+0.5(B/D)^2\} - 0.6\rho^{1/2}(B/t)^{1/2}$ $s = s_1 = \{1+5(1-B/D)^2\}(\lambda_1/\lambda_0)$ $X = X_1 = 0.6-0.4(1-B/D)^2$
5	NOTA 1	$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 1.0$ $1 \le w \le 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 + 1.5\rho(w-1) - 2(w-1)^2$ $s = s_1$ $X = X_1$
6	NOTA 1		$\lambda_0 = 57$ $s\{1.4(\lambda_1/\lambda_0)\}$ $X = 0.60$
7		$\rho \le 3.5$	$\lambda_0 = 5.1B/t - \rho^{1/2}(B/t)^{1/2}$ $X = 1$
8		$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 1.0$	$\lambda_0 = \lambda_1 = (B/t)\{4.4+1.1(B/D)^2\} - 0.7\rho^{1/2}(B/t)^{1/2}$ $s = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_0 = 1.1-0.31B/B$
9	NOTA 1	$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 2.0$ $1 \le w \le 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 = 1.5\rho(w-1) - 2(w-1)^2$ $s = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_0$

F-493

NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio

Tabla F.5.4.7-2 (continuación)
Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión

10	NOTA 1		$\lambda_0 = 70$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.82$
11	NOTA 1		$\lambda_0 = 68$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.76$
12	NOTA 1		$\lambda_0 = 63$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.89$
13		$0.5 \le B/B \le 2.0$ $\rho \le 3.5$	$\lambda_0 = (B/t)\{1.4+1.5(B/B)+1.1(B/B)^2\} - \rho^{1/2}(B/t)$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 1.3-0.81(B/B+0.3(B/B)^2$
14			$\lambda_0 = 65$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.78$
15		$1 \le B/B \le 3$ $1 \le t_1/t_2 \le 2$	$\lambda_0 = (B/t_1)\{7+1.5(B/B)(t_1/t_2)\}$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.25(D/B-0.04(B/B)^2$ $Y = 0.14-0.02(B/B+0.02t_1/t_2$
16		$1 \le B/B \le 3$ $C/B \le 0.4$	$\lambda_0 = (B/t)\{7+1.5(B/B)+5(C/B)\}$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.25(D/B-0.04(B/B)^2-0.25C/B$ $Y = 0.12-0.02(B/B+\{0.6(C/B)^2/(B/B-0.5)\}$
17		$1 \le B/B \le 3$ $C/B \le 0.4$	$\lambda_0 = (B/t)\{7+1.5(B/B)+5(C/B)\}$ $s = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.25(D/B-0.04(B/B)^2$ $Y = 0.12-0.02(B/B+\{0.05(C/B)\}/(B/B-0.5)\}$

F-494

Figura: *Recorte del título F de la NSR-10.*

Eficiencia relativa de distintas formas de vigas

Desde el punto de vista de la resistencia, la eficiencia en vigas depende principalmente de la forma de la sección transversal. **La forma más eficiente es aquella en la cual el material está localizado lo más lejos posible del eje neutro**.

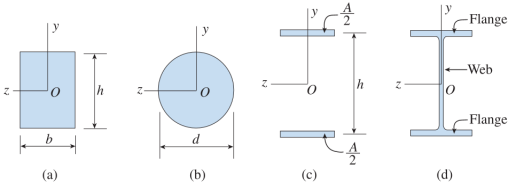


Figura: *Diferentes secciones transversales de vigas.*

Sección cuadrada:

$$S_{\text{cuadrado}} = \frac{h^3}{6} = 0{,}1160d^3$$

Sección circular

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32} = 0{,}0982d^3$$

Sección ideal:

$$I = 2\frac{A}{2}\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{Ah^2}{4}$$

$$S = \frac{1}{h/2} = 0{,}5Ah$$

Sección tipo I:

$$S \approx 0{,}35Ah$$

Ejemplo de clase

Example 5-5

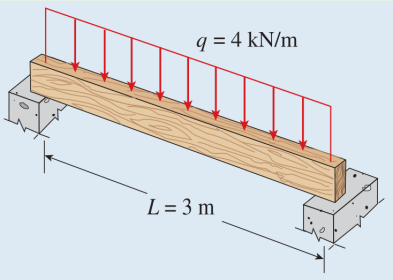


Figura: *Viga de madera simiplemente apoyada.*

Una viga simplemente apoyada de madera tiene una luz de 3 m y soporta una carga uniformemente distribuida de 4 kN/m. El esfuerzo admisible a flexión es de 12 MPa, la madera pesa 5.4 kN/m^3, y la viga está soportada lateralmente frente a pandeo (*buckling*) o vuelco (*tipping*). Seleccione una sección adecuada de la tabla en el apéndice F de Gere and Goodno (2012).

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-12
- 5.6-17

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-17

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-17

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Vigas tipo I y su uso en la construcción

1. Vigas de perfiles metálicos.
2. Prefabricados para postensados
3. Alta rigidez a flexión (momento de inercia I_x)

Ejercicio

Calcule la inercia de la sección transversal de las siguientes vigas, ¿cuál ofrece mayor rigidez frente a una carga q uniformemente distribuida?

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-17

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Flujo de cortante

Lectura

Flujo de cortante, wikipedia, link.

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-17

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). *Mechanics of materials*. Cengage learning.