

Unidad 05. Deformaciones causadas por flexión

Deflexiones en vigas

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b



Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



Derrotero

- Introducción
- 9.2. Ecuación diferencial de la deformada
- 9.3. Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura
- 9.4. Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga
- Método de Macaulay

Derrotero

- Introducción
- 9.2. Ecuación diferencial de la deformada
- 9.3. Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura
- 9.4. Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga
- Método de Macaulay

Video: Understanding the Deflection of Beams

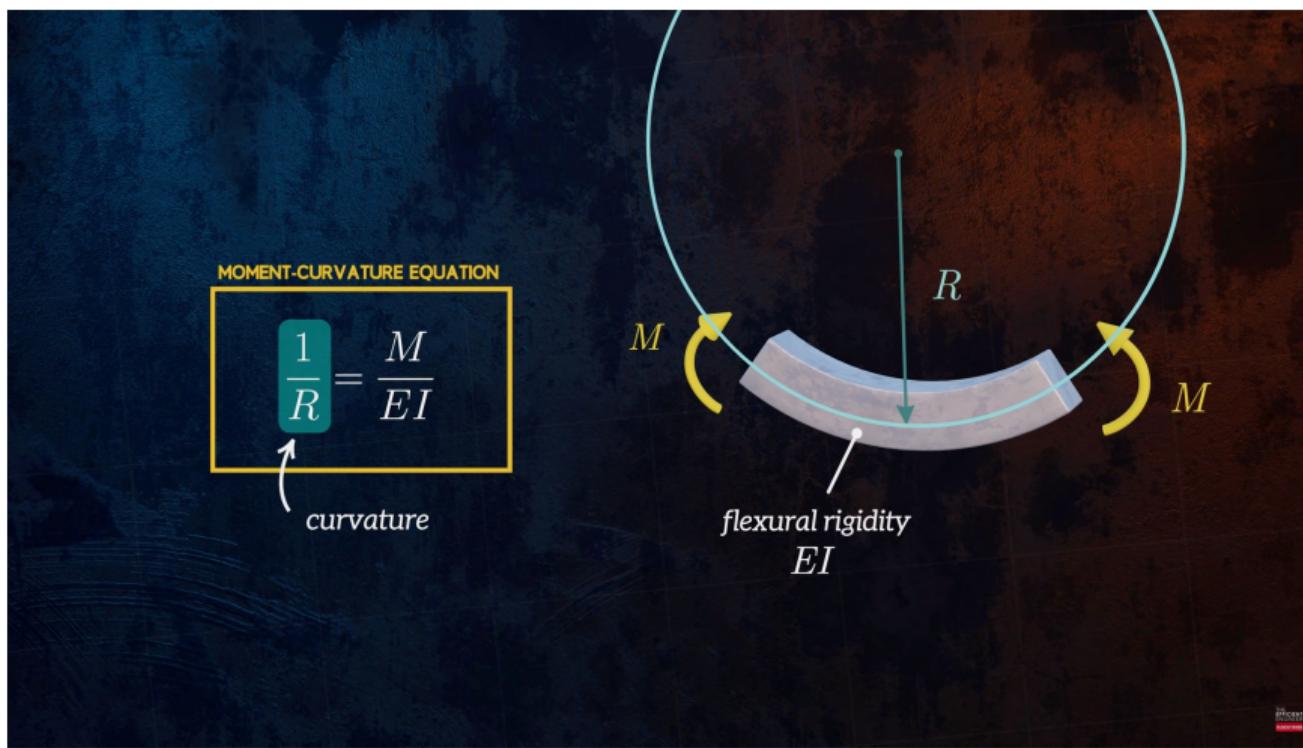


Figura: Understanding the Deflection of Beams, The Efficient Engineer, [link](#).

¿Por qué calcular la deformada de la viga?

1. Para solucionar vigas estáticamente indeterminadas.
2. Para hacer análisis dinámicos: vibraciones y respuesta por sismos.
3. Para verificar que se encuentren dentro de los límites permisibles (*NSR-10*).

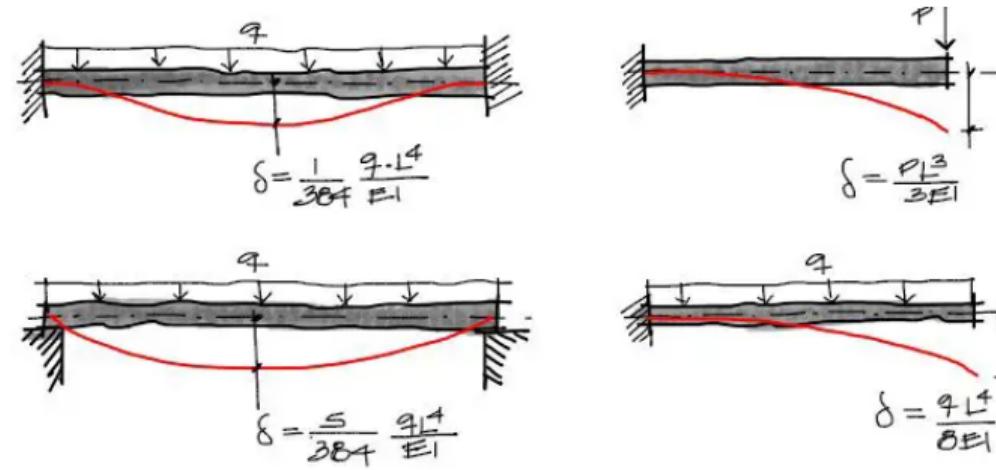


Figura: Lectura: ¿Cuánto se deforman una viga? de Marcelo Pardo, [link](#).

Verificación de deflexiones en vigas segú normativa NSR-10

TABLA C.9.5(b) — Deflexión máxima admisible calculada

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Límite de deflexión
Cubiertas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	$\ell/180^*$
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	$\ell/360$
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional) [†]	$\ell/480^{\ddagger}$
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		$\ell/240^{\$}$

* Este límite no tiene por objeto constituirse en un resguardo contra el empozamiento de aguas. Este último se debe verificar mediante cálculos de deflexiones adecuados, incluyendo las deflexiones debidas al agua estancada, y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas permanentes, la contraflecha, las tolerancias de construcción y la confiabilidad en las medidas tomadas para el drenaje.

[†] Las deflexiones a largo plazo deben determinarse de acuerdo con C.9.5.2.5 ó C.9.5.4.3, pero se pueden reducir en la cantidad de deflexión calculada que ocurría antes de unir los elementos no estructurales. Esta cantidad se determina basándose en datos de ingeniería aceptables correspondiente a las características tiempo-deflexión de elementos similares a los que se están considerando.

[‡] Este límite se puede exceder si se toman medidas adecuadas para prevenir daños en elementos apoyados o unidos.

[§] Pero no mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales. Este límite se puede exceder si se proporciona una contraflecha de modo que la deflexión total menos la contraflecha no exceda dicho límite.

Figura: NSR-10, Título C TABLA C.9.5(b) — Deflexión máxima admisible calculada

Derrotero

- Introducción
- 9.2. Ecuación diferencial de la deformada
- 9.3. Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura
- 9.4. Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga
- Método de Macaulay

Ecuación diferencial de la deformada

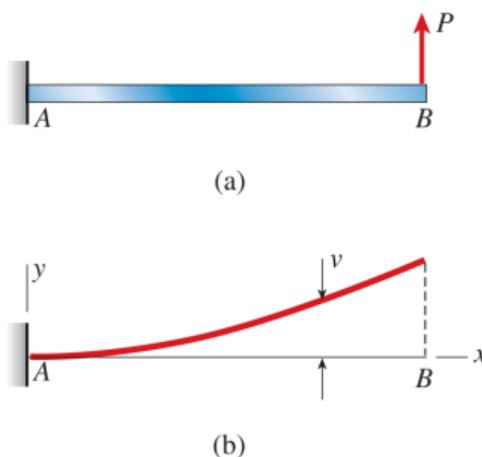


Figura: Deformada de una viga en voladizo.

Hipótesis y nomenclatura

1. Asumimos que el plano xy es un plano de simetría de la viga, y que todas las cargas actúan en dicho plano.
2. El eje y es positivo hacia arriba, las deflexiones siguen esta regla.
3. Los desplazamientos en las direcciones x , y y z (coordenadas) se simbolizan u , v y w , respectivamente.

Ecuación diferencial de la deformada

- Ecuaciones conocidas:

$$\rho d\theta = ds \quad \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds}.$$

- La pendiente de la curva deformada es

$$\frac{dv}{dx}$$

- dv y dx son infinitesimalmente pequeños, iguales a la pendiente del ángulo de rotación:

$$\tan \theta = \frac{dv}{dx} \quad \sin \theta = \frac{dv}{ds} \quad \cos \theta = \frac{dx}{ds}.$$

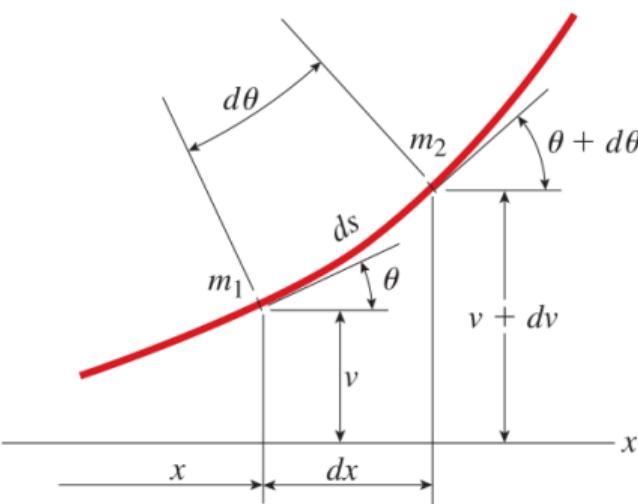


Figura: Esquema de la deformada de la viga.

Observación: estas ecuaciones solo tienen consideraciones geométricas y no tienen limitaciones en el material, comportamiento o magnitud de la pendiente.

Vigas con pequeños ángulos de rotación

La deformada de la mayoría de vigas y columnas tienen pequeños ángulos de rotación, deflexión y curvaturas

Vigas no prismáticas

Vigas prismáticas

Ecuación exacta de la curvatura

Derrotero

- Introducción
- 9.2. Ecuación diferencial de la deformada
- **9.3. Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura**
- 9.4. Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga
- Método de Macaulay

Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 9.3-1
- 9.3-2
- 9.3-3
- 9.3-10
- 9.3-14
- 9.3-15

Derrotero

- Introducción
- 9.2. Ecuación diferencial de la deformada
- 9.3. Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura
- 9.4. Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga
- Método de Macaulay

Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga

Esta sección será de estudio auónomo

- Estudiar: 9.4. *Deflections by integration of the shear-force and load equations* de Gere and Goodno (2012)

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 9.4-3
- 9.4-4
- 9.4-7

Derrotero

- Introducción
- 9.2. Ecuación diferencial de la deformada
- 9.3. Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura
- 9.4. Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga
- Método de Macaulay

Funciones de Macaulay

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). *Mechanics of materials*. Cengage learning.