Unidad 04. Esfuerzos causados por la flexión Diseño por flexión y esfuerzos cortantes en vigas

Michael Heredia Pérez mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales Departamento de Ingeniería Civil Análisis Estructural Básico

2023b



Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.

5.6. Design of beams for bending stresses 5.8. Shear stresses in beams of rectangular cross section 5.9. Shear stresses in beams of circular cross section 5.10. Shear stresses in the webs of beams wi



- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Diseño de vigas por esfuerzos de flexión

Desde el punto de vista de la resistencia, buscamos la forma y tamaño de la viga tal que los esfuerzos actuantes en ella no excedan el esfuerzo admisible del material. Buscaremos el requerido módulo de la sección, según sea su simetría geométrica y comportamiento:

Caso 1: simétrico

 Secciones doblemente simétricas y con la misma resistencia a tracción que a compresión:

$$S = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{allow}}}.$$

 Debemos elegir una viga que proporcione un módulo de sección al menos tan grande como el obtenido a partir de la ecuación.

Caso 2: asimétrico

- Secciones que no son doblemente simétricas y que su resistencia a tracción y a compresión es diferente.
- Debemos calcular S para cada comportamieto, buscando cumplir con una viga que satisfaga ambos criterios.

Vigas de secciones y formas estandar

Las dimensiones y propiedades de vigas en materiales metálicos y maderas, así como su procedimiento de diseño, están regulados por diferentes instituciones de autoridad en el mundo, algunas de ellas son:

Estructuras metálicas

- National Structural Steelwork Specification, The British Constructional Steelwork Association, UK.
- Steel Construction Manual, AISC American Institute of Steel Construction, United States.
- Eurocode 3, Europa.
- Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título F: estructuras metálicas.

Estructuras de madera

- National Design Specification for Wooden Construction, United States.
- Eurocode 5, Europa.
- Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título G: estructuras de madera y estructuras de guadua.

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo al manual del AISC para estructuras metalicas

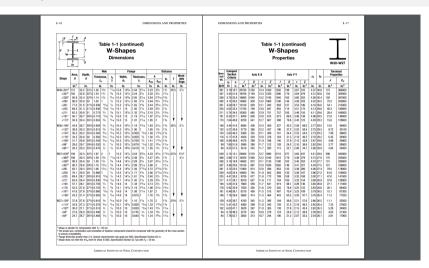


Figura: Recorte del Steel Construction Manual, AISC.

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo a la norma NSR-10 para estructuras metalicas

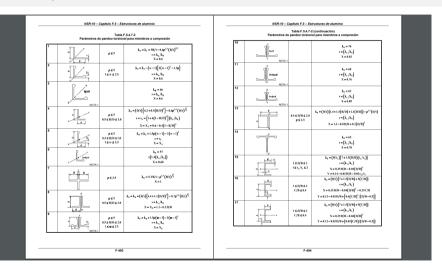


Figura: Recorte del título F de la NSR-10.

2023b

Eficiencia relativa de distintas formas de vigas

Desde el punto de vista de la resistencia, la eficiencia en vigas depende principalmente de la forma de la sección transversal. La forma más eficiente es aquella en la cual el material está localizado lo más lejos posible del eie neutro.

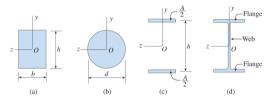


Figura: Diferentes secciones transversales de vigas.

Sección cuadrada:

$$S_{\text{cuadrado}} = \frac{h^3}{6}$$
$$= 0.1160d^3$$

Sección circular

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32}$$
 $I = 2\frac{A}{2} \left(\frac{h}{2}\right)^2 = 3$
= 0,0982 d^3 $S = \frac{1}{h/2} = 0,5Ah$

Sección ideal:

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32}$$
 $I = 2\frac{A}{2} \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{Ah^2}{4}$
= 0.0982 d^3 $I = 2\frac{A}{2} \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{Ah^2}{4}$

Sección tipo I:

$$S \approx 0.35Ah$$

Ejemplo de clase

Example 5-5

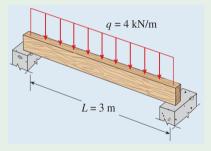


Figura: Viga de madera simiplemente apovada.

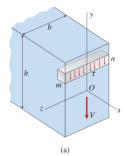
Una viga simplemente apoyada de madera tiene una luz de 3 m y soporta una carga uniformemente distribuida de 4 kN/m. El esfuerzo admisible a flexión es de 12 MPa, la madera pesa $5.4 \, \mathrm{kN/m^3}$, y la viga está soportada lateralmente frente a pandeo (buckling) o vuelco (tipping). Seleccione una sección adecuada de la tabla en el apéndice F de Gere and Goodno (2012).

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-12
- 5.6-17

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante



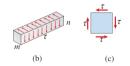


Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Hipótesis de análisis

- 1. Los esfuerzos cortantes τ actuantes en la sección transversal son parelelos a la fuerza cortante V, es decir, paralelos a los lados de la sección transversal.
- 2. Los esfuerzos cortantes τ están uniformemente distribuidos en el espesor b de la sección, aunque pueden variar en la altura.
- 3. Las superficies superior e inferior no estarán sometidas a esfuerzos cortantes, en otras palabras, $\tau = 0$ cuando $y = \pm h/2$.

Fórmula del cortante

Estando en un estado de flexió no uniforme, se generan fuerzas cortantes en la sección, generando esfuerzos cortantes verticales y horizontales de igual magnitud, así que calculando los horizontales se da respuesta a los verticales.

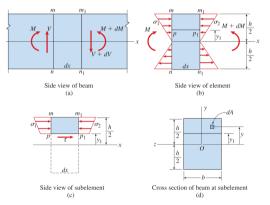


Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

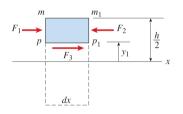


Figura: Diagrama de cuerpo libre parcial de subelemento mostrando todas las fuerzas horizontales

Análisis:

• Las resustantes de los esfuerzos normales por flexión en el elemento:

$$F_1 = \int \frac{My}{I} dA$$
 $F_2 = \int \frac{(M+dM)y}{I} dA$.

• Del equilibrio horizontal en la sección transversal:

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y dA.$$

• Bajo la hipótesis de que τ está uniformemente distribuido en el espesor:

$$F_3 = \tau b dx$$

• Igualando, y sabiendo que dM(x)/dx = V(x):

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int y dA.$$

• La integral es el primer momento de área del trozo de sección transversal sobre el nivel al cual se guiere calcular el esfuerzo cortante:

$$Q = \int y dA.$$

La fórmula del cortante:

$$\tau = \frac{VQ}{Ih}$$
.

Observación: el primer momento de área Q varía con la distancia y_1 desde el eje neutro, igualmente lo hará el esfuerzo cortante τ .

Figura: Subelemento en la sección transversal

analizada de una viga.

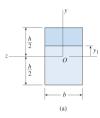




Figura: Distribución de los esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular: (a) sección transversal de la viga y (b) diagrama que muestra la distribución parabólica de esfuezos cortantes en la altura de la viga.

• Si lo calculamos por "geometría de bloques":

$$Q = b\left(\frac{h}{2} - y_1\right)\left(y_1 + \frac{h/2 - y_1}{2}\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y_1^2\right).$$

• Si lo calculamos resolviendo la integral:

$$Q = \int_{y_1}^{h/2} yb \ dy = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

• En todo caso, reemplazando en la fórmula de cortante:

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

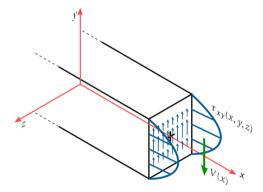


Figura: Los esfuerzos cortantes, en el caso de una viga de sección rectangular, varían de forma parabólica con respecto al eje y. La fuerza cortante es positiva cuando la resultante de los esfuerzos cortantes τ_{xy} mostrados apunta en la dirección contraria al eje y. Tomado de Álvarez (2024).

- El esfuerzo cortante es nulo en $y_1 = \pm h/2$.
- ullet El máximo esfuerzo cortante ocurre en en el eje neutro $(y_1=0)$ donde Q alcanza su máximo, así:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}.$$

Limitaciones en el cálculo del esfuerzo cortante con la formulación planteada

Fórmula del cortante (Shear formula)

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

- Ecuaciones válidas para vigas de material elástico lineal con pequeñas deflexiones.
- 2. En el caso de secciones rectangulares, la precisión de la fórmula del cortante depende de la relación altura-ancho de la sección. Cuando $h/b \to 1$ la fórmula del cortante sobreestima el esfuerzo cortante.
- No es aplicable a secciones circulares o semicirculares. La fórmula del cortante aplica solamente a vigas prismáticas.

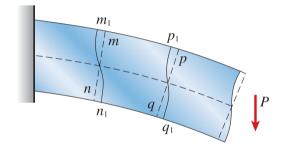


Figura: Alabeo de la sección transversal de una viga debido a las deformaciones angulares.

- 1. Como resultado de las deformaciones angulares, la sección transversal que antes era plana ahora se alabea. Deformación angular máxima en el eje neutro y mínima (nula) en las superficies externas, donde las curvas son perpendiculares a las mismas.
- 2. Elongación/contracción de los elementos longitudinales debidas a la flexión no se afectan por las deformaciones angulares, y la distribución de esfuerzos normales es la misma que en flexión pura.
- 3. En la mayoría de casos, es confiable usar la fórmula de la flexión para condiciones de flexión no uniforme

Ejemplo de clase

Example 5-11

Una viga simplemente apoyada de metal con luz de 1 m soportada en los puntos A y B. La carga en la viga incluye su peso propio y tiene una intensidad de 28 kN/m. La sección transversal de la viga es rectangular de 25×100 mm. Desprecie el pandeo lateral. Determine el esfuerzo normal y esfuerzo cortante en el punto C, a 25 mm por debajo de la parte superior de la viga y a 200 mm del apoyo en B. Muestre estos esfuerzos dibujados en un elemento de esfuerzos en el punto dado.

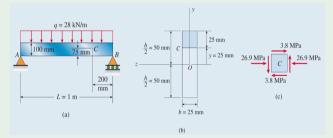


Figura: (a) Viga simple con carga uniformemente distribuida, (b) sección transversal de la viga y (c) elemento de esfuerzo mostrando los esfuerzos en el punto C.

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.8-1
- 5.8-5
- 5.8-8
- 5.8-9

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

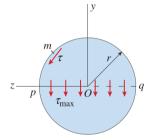


Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Hipótesis de análisis:

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

• Todos los ejemplos de la sección

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Vigas tipo I y su uso en la construcción

- 1. Vigas de perfiles metálicos.
- 2. Prefabricados para postensados
- 3. Alta rigidez a flexión (momento de inercia I_x)

Ejercicio

Calcule la inercia de la sección transversal de las siguientes vigas, ¿cuál ofrece mayor rigidez frente a una carga q uniformemente distribuida?

5.6. Design of beams for bending stresses 5.8. Shear stresses in beams of rectangular cross section 5.9. Shear stresses in beams of circular cross section 5.10. Shear stresses in the webs of beams with

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-17

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Flujo de cortante

Estudio autónomo de la sección

Lectura

Flujo de cortante, wikipedia, link.

Ejercicios recomendados

• Todos los ejemplos de la sección

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). Mechanics of materials. Cengage learning.

Álvarez, D. A. (2024). Teoría de la elasticidad usando Matlab y Maxima. Volumen 3: Vigas, Losas y Estabilidad elástica. Universidad Nacional de Colombia.