

Unidad 04. Esfuerzos causados por flexión

Centro de cortante y flexión elastoplástica

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b



Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



Derrotero

- El centro de cortante
- Flexión elastoplástica

Derrotero

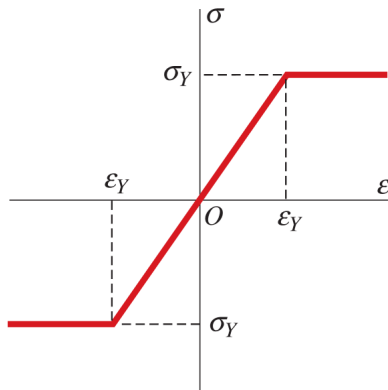
- El centro de cortante
- Flexión elastoplástica

El centro de cortante

Derrotero

- El centro de cortante
- Flexión elastoplástica

Flexión elastoplástica



Hipótesis de análisis:

- Consideramos la flexión en vigas elastoplásticas cuando el material se deforma más allá de la región lineal. La distribución de los esfuerzos variará con la forma del diagrama esfuerzo-deformación.
- Asumiremos que el material tiene el mismo esfuerzo σ_y y deformación ϵ_y , de fluencia, tanto a compresión como a tracción.

Figura: Idealización del diagrama esfuerzo-deformación para un material elastoplástico.

Flexión de una viga hecha de material elastoplástico: distribución de esfuerzos

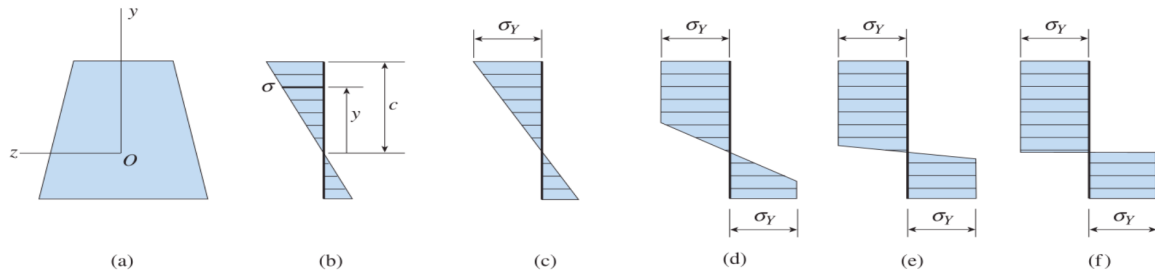
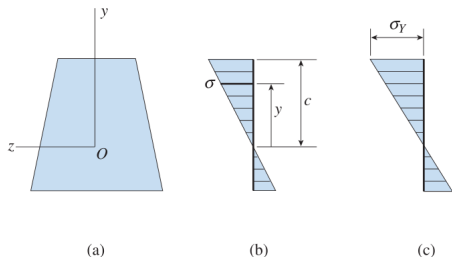


Figura: Distribución de esfuerzos en una viga hecha de material elastoplástico: (a) sección generalizada de la viga con el eje y de simetría, (b) comportamiento elástico lineal, (c) comportamiento inicial en fluencia, (d) y (e) comportameiento parcialmente plástico y (f) comportamiento plástico.

Momento de fluencia



Comportamiento elástico lineal:

- El eje neutro pasa a través del centroide de la sección transversal y los esfuerzos normales son obtenidos por la fórmula de la flexión:

$$\sigma = -My/I.$$

Comportamiento inicial de fluencia:

- El momento de fluencia, cuando el esfuerzo máximo alcanza el esfuerzo de fluencia del material:

$$M_y = \frac{\sigma_y I}{c} = \sigma_y S.$$

Figura: Distribución de esfuerzos en una viga hecha de material elastoplástico: (a) sección generalizada de la viga con el eje y de simetría, (b) comportamiento elástico lineal, (c) comportamiento inicial en fluencia

Momento plástico y eje neutro

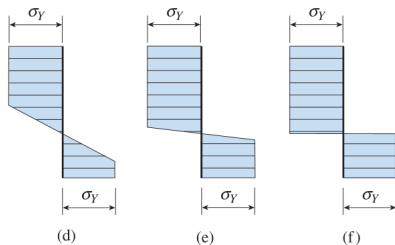


Figura: Distribución de esfuerzos en una viga hecha de material elastoplástico: (d) y (e) comportamiento parcialmente plástico y (f) comportamiento plástico.

Comportamiento parcialmente plástico:

- Deformaciones ε mayores a la deformación de fluencia ε_y .
- Región plástica con esfuerzo máximo de fluencia.
- Núcleo central o *núcleo elástico*.
- Desplazamiento del eje neutro cuando el eje z no es un eje de simetría (sección unisimétricas) al superarse el esfuerzo de fluencia.

Comportamiento plástico:

- El momento plástico, cuando se excede la capacidad de la sección de un material elastoplástico:

$$M_p = ?.$$

Momento plástico y eje neutro

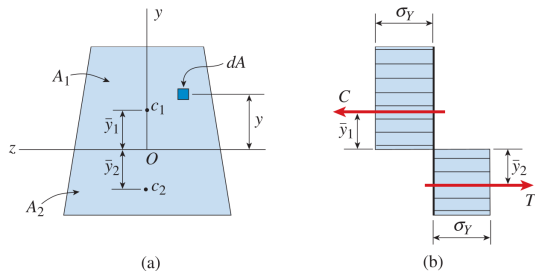


Figura: Localización del eje neutro y cálculo del momento plástico bajo condiciones de plastificación total.

El momento plástico:

- Condición de equilibrio en la sección $\sum F_x = 0$:

$$T = C \quad A_1 = A_2,$$

vemos que $A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$.

- M_p por integración en la sección transversal:

$$M_p = - \int_A \sigma y dA = \sigma_y \frac{A}{2} (\bar{y}_1 + \bar{y}_2).$$

- M_p por evaluación de momentos.

$$M_p = C \bar{y}_1 + T \bar{y}_2 = \sigma_y \frac{A}{2} (\bar{y}_1 + \bar{y}_2).$$

Módulo plástico y factor de forma

Módulo plástico

- Reescribiendo el momento plástico como $M_p = \sigma_y Z$, donde

$$Z = \frac{A}{2}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2).$$

- Geométricamente, es el primer momento (evaluado con respecto al eje neutro) del área de la sección transversal por encima del eje neutro más el primer momento del área por debajo del eje neutro.

Factor de forma

- La relación entre el momento plástico y el de fluencia es una función de la forma de la sección transversal:

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S}.$$

- Es una medida de la reserva de rigidez de la viga luego de comenzar la fluencia.
- Aumenta mientras más material haya cerca del eje neutro.

Análisis en vigas de sección rectangular

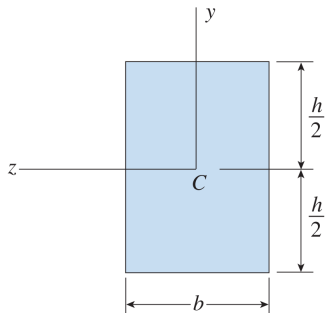


Figura: Sección transversal rectangular.

- Momento de fluencia, siendo $S = bh^2/6$:

$$M_y = \sigma_y \frac{bh^2}{6}.$$

- Momento plástico, siendo $Z = bh^2/4$:

$$M_p = \sigma_y \frac{bh^2}{4}.$$

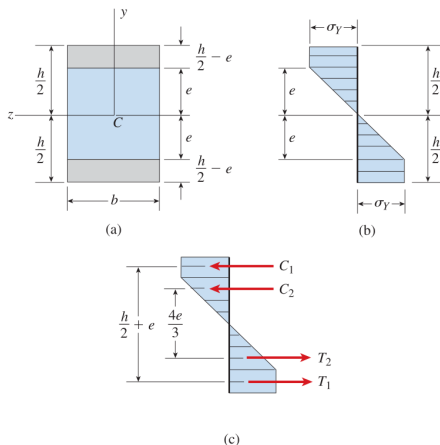
- Factor de forma:

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S} = \frac{3}{2}.$$

Interpretación: el momento plástico para una sección rectangular es 50 % más grande que el momento de fluencia.

Análisis en vigas de sección rectangular

Comportamiento parcialmente plástico, $M_y \leq M \leq M_p$



- Resultantes de esfuerzo en la zona plastificada:

$$C_1 = T_1 = \sigma_y b \left(\frac{h}{2} - e \right).$$

- Resultantes de esfuerzo en el núcleo elástico:

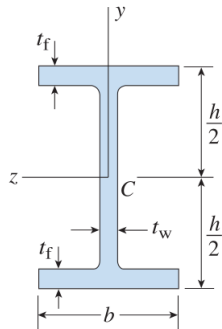
$$C_2 = T_2 = \frac{\sigma_y e}{2} b.$$

- Condición de equilibrio $\sum M = 0$:

$$M = C_1 \left(\frac{h}{2} + e \right) + C_2 \left(\frac{4e}{3} \right) = M_y \left(\frac{3}{2} - \frac{2e^2}{h^2} \right).$$

Figura: Distribución de esfuerzos en una viga de sección rectangular con núcleo elástico.

Análisis en vigas de patín ancho (*wide-flange shape*)



- El módulo plástico Z se calcula tomando el primer momento alrededor del eje neutro del área de un ala más la mitad superior del alma y multiplicándolo por 2. El resultado es:

$$Z = \frac{1}{4} \left[\frac{bh^2}{4} - (b - t_w)(h - 2t_f)^2 \right].$$

- El momento plástico como $M_p = \sigma_y Z$.
 - El factor de forma para elementos comerciales ronda entre 1.1 a 1.2.
- Observación:** estas propiedades de la sección se toman del manual del distribuidor del producto.

Figura: Sección transversal de viga de patín ancho.

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 6.10-2
- 6.10-3
- 6.10-4

Referencias