Unidad 04. Esfuerzos causados por la flexión

Diseño por flexión y esfuerzos cortantes en vigas

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b

Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Diseño de vigas por esfuerzos de flexión

Desde el punto de vista de la resistencia, buscamos la forma y tamaño de la viga tal que los esfuerzos actuantes en ella no excedan el esfuerzo admisible del material. Buscaremos el requerido módulo de la sección, según sea su simetría geométrica y comportamiento:

Caso 1: simétrico

- Secciones doblemente simétricas y con la misma resistencia a tracción que a compresión:

$$S = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{allow}}}.$$

- Debemos elegir una viga que proporcione un módulo de sección al menos tan grande como el obtenido a partir de la ecuación.

Caso 2: asimétrico

- Secciones que no son doblemente simétricas y que su resistencia a tracción y a compresión es diferente.
- Debemos calcular S para cada comportamieto, buscando cumplir con una viga que satisfaga ambos criterios.

Vigas de secciones y formas estandar

Las dimensiones y propiedades de vigas en materiales metálicos y maderas, así como su procedimiento de diseño, están regulados por diferentes instituciones de autoridad en el mundo, algunas de ellas son:

Estructuras metálicas

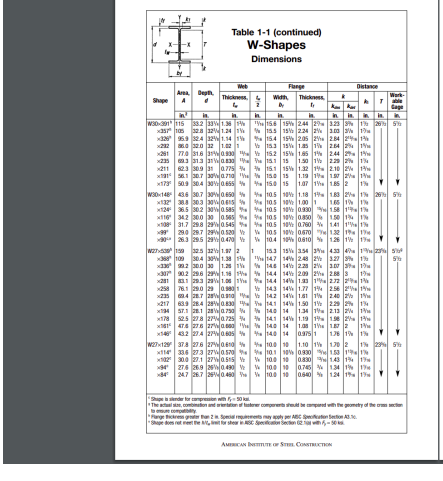
- *National Structural Steelwork Specification*, The British Constructional Steelwork Association, UK.
- *Steel Construction Manual*, AISC American Institute of Steel Construction, United States.
- *Eurocode 3*, Europa.
- *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo resistente NSR-10, título F: estructuras metálicas.*

Estructuras de madera

- *National Design Specification for Wooden Construction*, United States.
- *Eurocode 5*, Europa.
- *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo resistente NSR-10, título G: estructuras de madera y estructuras de guadua.*

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo al manual del AISC para estructuras metalicas



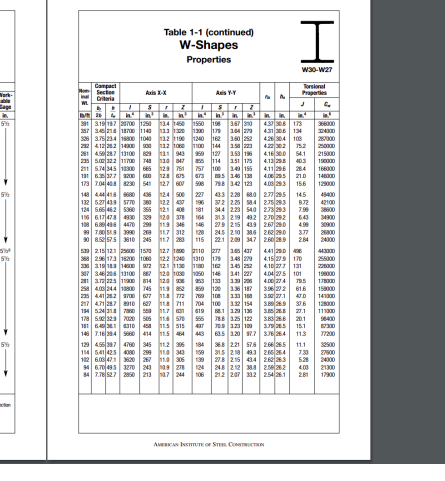
1–16 DIMENSIONS AND PROPERTIES

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Dimensions

Shape	Area, A	Depth, d	Web Thickness, t_w	Web Thickness, t_w	Flange Width, b_f	Flange Width, b_f	Flange Thickness, t_f	Flange Thickness, t_f	Distance a	Distance a	Distance h_1	Distance T	Workable Gage
	in.²	in.	in.		in.	in.	in.		in.	in.	in.	in.	in.
W36×300[1]	115	36.2	0.870	7/8	16½	16.6	1.680	1 11/16	3.23	3⅜	1½	26⅞	5½
×370[1]	105	32.8	0.870	7/8	16½	16.5	1.510	1½	2.94	2¾	1 7/16		
×328[2]	95.9	32.4	0.775	1 1/16	16	15.4	1.575	1 9/16	2.84	2 13/16	1⅜		
×292[2]	86.0	32.0	0.710	1	15	15.3	1.415	1 7/16	2.66	2½	1 5/16		
×261	77.0	31.6	0.710	0.830	15	15.2	1.315	1 5/16	2.44	2 3/16	1 5/16		
×235	69.1	31.2	0.650	0.830	15	15.1	1.205	1 1/16	2.29	2⅛	1⅛		
×211	62.3	30.9	0.615	¾	15	15.1	1.125	1 1/16	2.19	2 1/16	1 1/16		
×187[1]	56.1	30.7	0.710	0.830	11	11.5	1.190	1 1/16	1.97	2 1/16	1 1/16		
×173[1]	50.9	30.4	0.655	¾	11	11.5	1.065	1 1/16	1.85	2	1⅛		
W36×148[1]	43.6	36.0	0.625	0.655	12	12.0	1.020	1 1/16	1.83	2 1/16	1⅛	26⅞	5½
×135[1]	39.8	35.8	0.600	0.615	12	12.0	0.960	1	1.65	1 15/16	1⅛		
×124[1]	36.5	36.2	0.570	0.585	12	12.0	0.930	15/16	1.58	1 13/16	1⅛		
×116[1]	34.2	36.0	0.560	0.565	12	12.0	0.850	⅞	1.50	1¾	1 1/16		
×108[1]	31.7	35.8	0.510	0.545	12	12.0	0.760	¾	1.41	1 11/16	1⅛		
×97[1]	29.0	35.7	0.500	0.530	½	12	0.710	0.830	1.32	1 9/16	1 1/16		
×90[1]	26.3	35.5	0.470	½	½	10.4	0.870	0.610	1.26	1½	1⅛		
W27×539[2]	159	32.5	1.310	1 3/8	1	15.3	1.515	3.54	3.19	4.33	4⅞	1 11/16	23⅞	5½[3]
×368[2]	109	30.4	0.870	0.930	1	14.7	1.410	2.48	2½	3.27	3⅝	1½		5½
×336[2]	99.2	30.0	0.830	1.26	1 1/16	14.8	1.410	2.28	2¼	3.07	3 3/16	1 5/16		
×307[1]	90.2	29.6	0.910	1.16	1 1/16	14.4	1.415	2.09	2 1/16	2.88	3	1 5/16		
×281	83.1	29.3	0.870	1.06	1 1/16	14.4	1.405	1.93	1 15/16	2.72	2 13/16	1⅜		
×258	76.1	29.0	0.830	0.980	1	14.3	1.405	1.77	1¾	2.56	2 11/16	1 3/16		
×235	69.4	28.7	0.830	0.910	1 1/16	14.2	1.410	1.61	1 5/16	2.40	2½	1 1/16		
×217	63.8	28.4	0.810	0.830	1 1/16	14.1	1.410	1.50	1½	2.29	2⅜	1 1/16		
×194	57.1	28.1	0.750	0.750	½	14.0	1.410	1.34	1 3/16	2.13	2¼	1 1/16		
×178	52.3	27.8	0.725	0.725	½	14.1	1.415	1.19	1 1/16	1.98	2 1/16	1 1/16		
×161[1]	47.6	27.6	0.710	0.660	1 1/16	10.0	1.420	1.08	1 1/16	1.87	2	1 1/16		
×146[1]	43.2	27.4	0.710	0.605	⅝	10.0	1.400	0.975	1	1.76	1 15/16	1 1/16		
W27×129[1]	37.9	27.6	0.670	0.610	⅝	10.0	1.100	1.10	1 1/16	1.79	2	1 1/16	23⅞	5½
×114[1]	33.6	27.3	0.570	0.570	⅝	10.0	1.100	0.930	15/16	1.63	1 15/16	1⅛		
×102[1]	30.0	27.1	0.515	0.515	½	10.0	1.100	0.830	13/16	1.53	1 13/16	1⅛		
×94[1]	27.6	26.9	0.490	0.490	½	10.0	1.100	0.745	¾	1.34	1 9/16	1 1/16		
×84[1]	24.7	26.7	0.460	0.460	½	10.0	1.100	0.640	⅝	1.24	1 5/16	1 1/16		

[1] Shape is slender for compression with $F_y = 50$ ksi.
[2] The actual size, combination and orientation of fastener components should be compared with the geometry of the cross section to ensure compatibility.
[3] Flange thickness greater than 2 in. Special requirements may apply per AISC Specification Section A3.1c.
[4] Shape does not meet the h/t_w limit for shear in AISC Specification Section G2 for with $F_y = 50$ ksi.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION



DIMENSIONS AND PROPERTIES 1–17

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Properties

W30–W27

Nominal Wt.	Compact Section Criteria	Axis X-X					Axis Y-Y					r_T	h_o	Torsional Properties	
	b_f	t_w	I	S	r	Z	I	S	r	Z	I_x			J	C_w
lb/ft	2t	h/t_w	in.⁴	in.³	in.	in.³	in.⁴	in.³	in.	in.³	in.	in.	in.	in.⁴	in.⁶
391	3.18	10.7	20700	1250	13.4	1450	7660	1108	1.67	1710	4.37	30.8	173	366000	
357	3.45	11.8	18700	1140	13.3	1320	7000	1010	1.66	1559	4.31	30.6	134	324000	
326	3.75	13.4	16800	1040	13.2	1190	7240	162	3.60	252	4.26	30.4	103	287000	
292	4.12	15.2	14900	930	13.2	1060	1100	144	3.58	223	4.22	30.2	75.2	250000	
261	4.58	28.7	13100	829	13.1	943	959	127	3.53	196	4.16	30.0	54.1	215000	
235	5.02	32.2	11700	748	13.0	847	855	114	3.51	175	4.13	29.8	40.3	186000	
211	5.74	34.5	10300	665	12.9	751	757	100	3.49	155	4.11	29.6	28.4	160000	
191	6.35	37.7	9200	600	12.8	675	673	88.5	3.46	138	4.08	29.5	21.0	140000	
173	7.04	40.8	8230	541	12.7	607	598	78.8	3.42	123	4.05	29.3	15.6	129000	
148	4.44	41.8	9680	436	12.4	500	227	43.3	2.28	68.0	2.77	29.5	14.5	49400	
132	5.07	43.9	8770	380	12.2	437	196	37.2	2.25	58.4	2.75	29.3	9.72	42100	
124	5.65	46.2	5360	355	12.1	406	181	34.4	2.23	54.0	2.73	29.3	7.99	38600	
116	6.17	47.8	4930	329	12.0	378	164	31.3	2.19	49.2	2.70	29.2	6.43	34900	
108	6.89	49.8	4470	299	11.9	346	146	27.9	2.15	43.9	2.67	29.0	4.99	30900	
99	7.65	51.9	3990	269	11.7	312	128	24.5	2.10	38.6	2.62	29.0	3.77	26900	
90	8.52	57.5	3610	245	11.7	283	115	22.1	2.09	34.7	2.60	28.9	2.84	24000	
539	2.15	12.1	25600	1570	12.7	1690	2110	277	3.65	437	4.41	29.0	496	443000	
368	2.96	17.3	16500	1060	12.2	1240	1310	179	3.48	279	4.15	27.9	170	253000	
336	3.18	18.9	14600	972	12.1	1130	1180	162	3.45	252	4.10	27.7	131	228000	
307	3.46	20.6	13100	887	12.0	1020	1050	146	3.41	227	4.04	27.5	101	199000	
281	3.72	22.5	11900	814	12.0	938	953	133	3.39	206	4.00	27.4	79.5	178000	
258	4.03	24.4	10800	745	11.9	852	859	120	3.36	187	3.96	27.2	61.6	159000	
235	4.45	26.2	9700	677	11.8	772	769	108	3.33	169	3.92	27.1	47.0	141000	
217	4.77	27.7	8910	627	11.8	711	704	100	3.32	154	3.88	26.9	37.6	128000	
194	5.24	31.8	7860	559	11.7	631	619	88.1	3.29	136	3.85	26.8	27.1	111000	
178	5.92	32.9	7020	505	11.6	570	555	78.8	3.25	122	3.82	26.6	20.1	98400	
161	6.48	36.1	6310	458	11.5	515	497	70.9	3.23	109	3.79	26.5	15.1	87300	
146	7.16	39.4	5680	414	11.5	464	443	63.5	3.20	97.7	3.76	26.4	11.3	77200	
129	4.56	38.7	4580	345	11.2	395	194	36.8	2.21	57.6	2.66	26.5	11.1	32500	
114	5.41	42.5	4080	299	11.0	343	159	31.5	2.18	49.3	2.65	26.4	7.33	27600	
102	6.05	47.1	3600	267	11.0	305	139	27.8	2.15	43.4	2.62	26.3	5.28	24000	
94	6.70	49.5	3270	243	10.9	278	124	24.8	2.12	38.8	2.58	26.2	4.03	21300	
84	7.79	52.7	2890	213	10.7	244	106	21.2	2.07	33.2	2.54	26.1	2.81	17900	

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

Figura: *Recorte del Steel Construction Manual, AISC.*

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo a la norma NSR-10 para estructuras metalicas

NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio

Tabla F.5.4.7-2
Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión

1		$\rho \le 5$	$\lambda_0 = \lambda_1 = 58/(1-0.6\rho^{1/2})(B/t)^{1/2}$ $\kappa = \lambda_0/\lambda_0$ $X = 0.6$
2		$\rho \le 5$ $1 \le \kappa \le 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 - (\kappa - 1)\{2(\kappa - 1)^2 - 1.5\rho\}$ $\kappa = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
3	NOTA 1		$\lambda_0 = 66$ $\kappa = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
4		$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 1.0$	$\lambda_0 = (B/t)\{0.2 + 0.5(B/D)^2\} - 0.6\rho^{1/2}(B/t)^{1/2}$ $\kappa = \kappa_1 = \{1 + 4(1 - B/D)^2\}(\lambda_0/\lambda_0)$ $X = X_0 = 0.6 - 0.4(1 - B/D)^2$
5		$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 1.0$ $1 \le \kappa \le 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 + 1.5\rho(\kappa - 1) - 2(\kappa - 1)^2$ $\kappa = \kappa_1$ $X = X_1$
6	NOTA 1		$\lambda_0 = 57$ $\kappa\{1.4(\lambda_0/\lambda_0)\}$ $X = 0.60$
7		$\rho \le 3.5$	$\lambda_0 = 5.1B/t - \rho^{1/2}(B/t)^{1/2}$ $X = 1$
8		$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 2.0$	$\lambda_0 = \lambda_1 = (B/t)\{4.4 + 1.5(B/D)^2\} - 0.7\rho^{1/2}(B/t)^{1/2}$ $\kappa = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_0 = 1.1 - 0.3B/B$
9	NOTA 1	$\rho \le 5$ $0.5 \le B/D \le 2.0$ $1 \le \kappa \le 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 = 1.5\rho(\kappa - 1) - 2(\kappa - 1)^2$ $\kappa = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_1$

F-493

NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio

Tabla F.5.4.7-2 (continuación)
Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión

10	NOTA 1		$\lambda_0 = 70$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.82$
11	NOTA 1		$\lambda_0 = 68$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.76$
12	NOTA 1		$\lambda_0 = 63$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.89$
13		$0.5 \le B/B \le 2.0$ $\rho \le 3.5$	$\lambda_0 = (B/t)\{1.4 + 1.5(B/B) + 1.1(B/B)\} - \rho^{1/2}(B/t)$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 1.3 - 0.8B/B + 0.3(B/B)^2$
14			$\lambda_0 = 65$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.78$
15		$1 \le B/B \le 3$ $1 \le t_1/t_1 \le 2$	$\lambda_0 = (B/t_1)\{7 + 1.5(B/B)(t_1/t_1)\}$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.25B/B - 0.04(B/B)^2$ $Y = 0.14 - 0.02B/B + 0.02t_1/t_1$
16		$1 \le B/B \le 3$ $C/B \le 0.4$	$\lambda_0 = (B/t)\{7 + 1.5(B/B) + 5(C/B)\}$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.25B/B - 0.04(B/B)^2$ $Y = 0.12 - 0.02B/B + \{0.6(C/B)^2/(B/B - 0.5)\}$
17		$1 \le B/B \le 3$ $C/B \le 0.4$	$\lambda_0 = (B/t)\{7 + 1.5(B/B) + 5(C/B)\}$ $\kappa = (\lambda_1/\lambda_0)$ $X = 0.25B/B - 0.04(B/B)^2$ $Y = 0.12 - 0.02B/B + \{0.05(C/B)/(B/B - 0.5)\}$

F-494

Figura: *Recorte del título F de la NSR-10.*

Eficiencia relativa de distintas formas de vigas

Desde el punto de vista de la resistencia, la eficiencia en vigas depende principalmente de la forma de la sección transversal. **La forma más eficiente es aquella en la cual el material está localizado lo más lejos posible del eje neutro**.

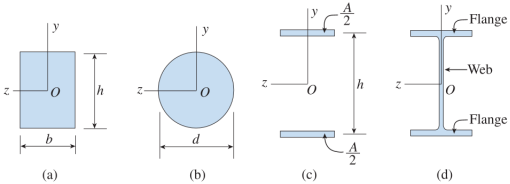


Figura: *Diferentes secciones transversales de vigas.*

Sección cuadrada:

$$S_{\text{cuadrado}} = \frac{h^3}{6} = 0{,}1160d^3$$

Sección circular

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32} = 0{,}0982d^3$$

Sección ideal:

$$I = 2\frac{A}{2}\left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{Ah^2}{4}$$

$$S = \frac{1}{h/2} = 0{,}5Ah$$

Sección tipo I:

$$S \approx 0{,}35Ah$$

Ejemplo de clase

Example 5-5

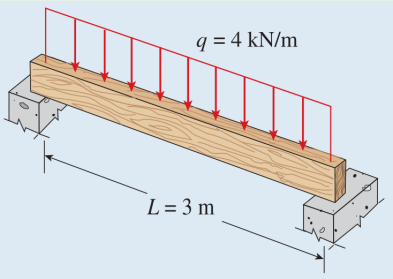


Figura: *Viga de madera simiplemente apoyada.*

Una viga simplemente apoyada de madera tiene una luz de 3 m y soporta una carga uniformemente distribuida de 4 kN/m. El esfuerzo admisible a flexión es de 12 MPa, la madera pesa 5.4 kN/m^3, y la viga está soportada lateralmente frente a pandeo (*buckling*) o vuelco (*tipping*). Seleccione una sección adecuada de la tabla en el apéndice F de Gere and Goodno (2012).

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-12
- 5.6-17

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes verticales y horizontales

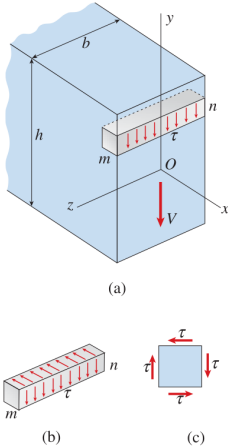


Figura: *Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular*

Hipótesis de análisis

1. Los esfuerzos cortantes τ actuantes en la sección transversal son parelelos a la fuerza cortante V, es decir, paralelos a los lados de la sección transversal.
2. Los esfuerzos cortantes τ están uniformemente distribuidos en el espesor b de la sección, aunque pueden variar en la altura.
3. Las superficies superior e inferior no estarán sometidas a esfuerzos cortantes, en otras palabras, $\tau = 0$ cuando $y = \pm h/2$.

Fórmula del cortante

Estando en un estado de flexió no uniforme, se generan fuerzas cortantes en la sección, generando esfuerzos cortantes verticales y horizontales de igual magnitud, así que calculando los horizontales se da respuesta a los verticales.

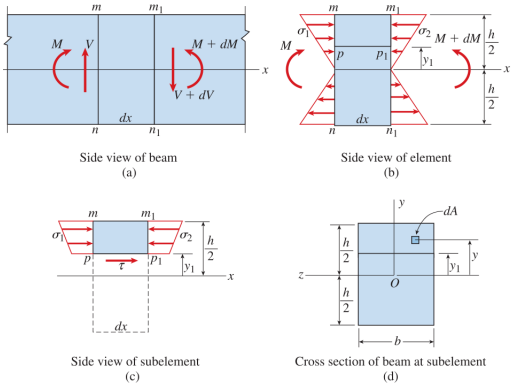


Figura: *Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular*

Fórmula del cortante

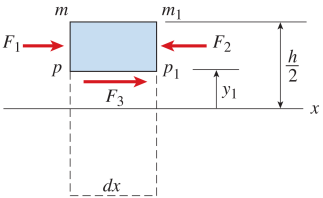


Figura: *Diagrama de cuerpo libre parcial de un subelemento mostrando todas las fuerzas horizontales.*

Análisis:

- Las resultantes de los esfuerzos normales por flexión en el elemento:

$$F_1 = \int \frac{My}{I} dA \qquad F_2 = \int \frac{(M + dM)y}{I} dA.$$

- Del equilibrio horizontal en la sección transversal:

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y dA.$$

- Bajo la hipótesis de que τ está uniformemente distribuido en el espesor:

$$F_3 = \tau b dx$$

- Igualando, y sabiendo que $dM(x)/dx = V(x)$:

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int y dA.$$

Fórmula del cortante

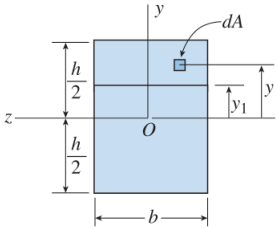


Figura: *Subelemento en la sección transversal analizada de una viga.*

- La integral es el primer momento de área del trozo de sección transversal sobre el nivel al cual se quiere calcular el esfuerzo cortante:

$$Q = \int y dA.$$

- La **fórmula del cortante**:

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}.$$

Observación: el primer momento de área Q varía con la distancia y_1 desde el eje neutro, igualmente lo hará el esfuerzo cortante τ.

Cálculo del primer momento de área Q

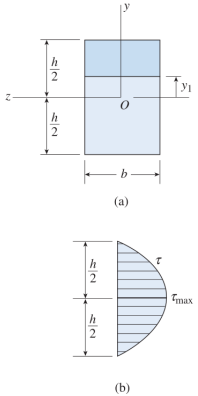


Figura: *Distribución de los esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular: (a) sección transversal de la viga y (b) diagrama que muestra la distribución parabólica de esfuezos cortantes en la altura de la viga.*

- Si lo calculamos por "geometría de bloques":

$$Q = b\left(\frac{h}{2} - y_1\right)\left(y_1 + \frac{h/2 - y_1}{2}\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y_1^2\right).$$

- Si lo calculamos resolviendo la integral:

$$Q = \int_{y_1}^{h/2} yb\, dy = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y_1^2\right).$$

- En todo caso, reemplazando en la fórmula de cortante:

$$\tau = \frac{V}{2I}\left(\frac{h^2}{4} - y_1^2\right)$$

Interpretación de las ecuaciones derivadas

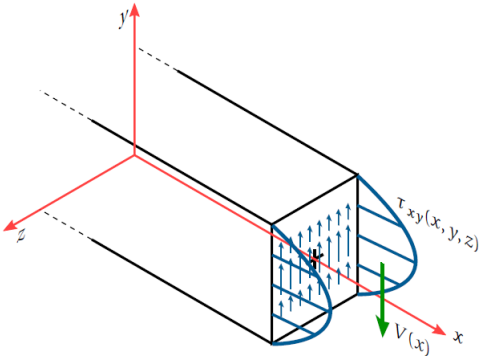


Figura: *Los esfuerzos cortantes, en el caso de una viga de sección rectangular, varían de forma parabólica con respecto al eje y. La fuerza cortante es positiva cuando la resultante de los esfuerzos cortantes τ_{xy} mostrados apunta en la dirección contraria al eje y. Tomado de Álvarez (2024).*

- El esfuerzo cortante es nulo en $y_1 = \pm h/2$.
- El máximo esfuerzo cortante ocurre en en el eje neutro ($y_1 = 0$) donde Q alcanza su máximo, así:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}.$$

Limitaciones en el cálculo del esfuerzo cortante con la formulación planteada

Fórmula del cortante (*Shear formula*)

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

1. Ecuaciones válidas para vigas de material elástico lineal con pequeñas deflexiones.
2. En el caso de secciones rectangulares, la precisión de la fórmula del cortante depende de la relación altura-ancho de la sección. Cuando $h/b \to 1$ la fórmula del cortante sobreestima el esfuerzo cortante.
3. No es aplicable a secciones circulares o semicirculares. La fórmula del cortante aplica solamente a vigas prismáticas.

Efectos de las deformaciones angulares

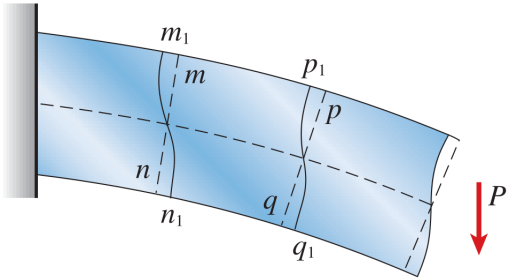


Figura: *Alabeo de la sección transversal de una viga debido a las deformaciones angulares.*

1. Como resultado de las deformaciones angulares, la sección transversal que antes era plana ahora se alabea. Deformación angular máxima en el eje neutro y mínima (nula) en las superficies externas, donde las curvas son perpendiculares a las mismas.
2. Elongación/contracción de los elementos longitudinales debidas a la flexión no se afectan por las deformaciones angulares, y la distribución de esfuerzos normales es la misma que en flexión pura.
3. En la mayoría de casos, es confiable usar la fórmula de la flexión para condiciones de flexión no uniforme.

Ejemplo de clase

Example 5-11

Una viga simplemente apoyada de metal con luz de 1 m soportada en los puntos A y B. La carga en la viga incluye su peso propio y tiene una intensidad de 28 kN/m. La sección transversal de la viga es rectangular de 25x100 mm. Desprecie el pandeo lateral. Determine el esfuerzo normal y esfuerzo cortante en el punto C, a 25 mm por debajo de la parte superior de la viga y a 200 mm del apoyo en B. Muestre estos esfuerzos dibujados en un elemento de esfuerzos en el punto dado.

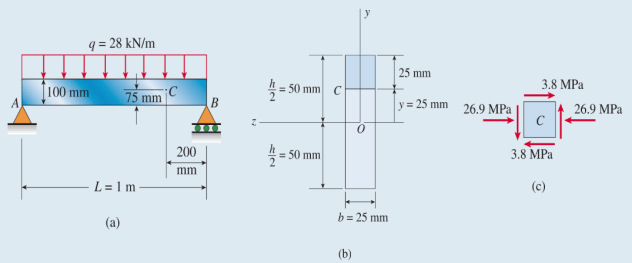


Figura: *(a) Viga simple con carga uniformemente distribuida, (b) sección transversal de la viga y (c) elemento de esfuerzo mostrando los esfuerzos en el punto C.*

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.8-1
- 5.8-5
- 5.8-8
- 5.8-9

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

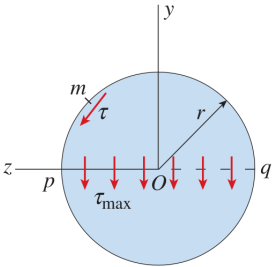


Figura: *Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.*

Podemos calcular los esfuerzos cortantes en el eje neutro. Asumimos:

1. En el eje neutro están los esfuerzos máximos.
2. Allí los esfuerzos cortantes actúan paralelos al eje y y son de intensidad constante en el espesor de la viga.
3. Por 2. podemos aplicar la fórmula del cortante $\tau = VQ/Ib$ en el eje neutro.

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Para una sección circular sólida

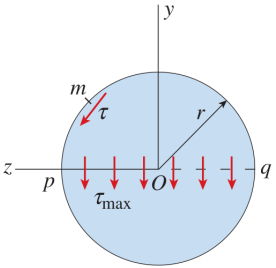


Figura: *Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.*

Conocemos el momento de inercia I, el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \qquad Q = A\bar{y} = \left(\frac{\pi r^2}{2}\right)\left(\frac{4r}{3\pi}\right) = \frac{2r^3}{3} \qquad b = 2r.$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{V(3r^3/3)}{(\pi r^4/4)(2r)} = \frac{4}{3}\frac{V}{A}.$$

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Para una sección circular hueca

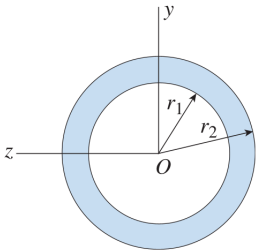


Figura: *Sección circular hueca, un tubo.*

Conocemos el momento de inercia I, el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4) \qquad Q = \frac{2}{3}(r_2^3 - r_1^3) \qquad b = 2(r_2 - r_2).$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{4}{3}\frac{V}{A}\left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2}\right),$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2).$$

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Vigas de sección I y sus variaciones

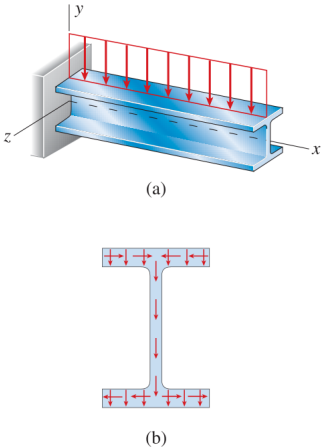


Figura: *(a) Viga de sección alada ancha y (b) direcciones del esfuerzo cortante actuando en la sección transversal*

Configuración:

Esfuerzos en el alma de la viga tipo I y sus variaciones

Fuerza cortante en el alma

Limitaciones de las ecuaciones desarrolladas

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.10-4
- 5.10-7
- 5.10-12

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Flujo de cortante

Estudio autónomo de la sección

Lectura

Flujo de cortante, wikipedia, link.

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). *Mechanics of materials*. Cengage learning.

Álvarez, D. A. (2024). *Teoría de la elasticidad usando Matlab y Maxima. Volumen 3: Vigas, Losas y Estabilidad elástica*. Universidad Nacional de Colombia.