

Unidad 04. Esfuerzos causados por la flexión

Diseño por flexión y esfuerzos cortantes en vigas

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b



Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Diseño de vigas por esfuerzos de flexión

Desde el punto de vista de la resistencia, buscamos la **forma** y **tamaño** de la viga tal que los esfuerzos actuantes en ella no excedan el esfuerzo admisible del material. Buscaremos el requerido módulo de la sección, según sea su simetría geométrica y comportamiento:

Caso 1: simétrico

- Secciones doblemente simétricas y con la misma resistencia a tracción que a compresión:

$$S = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{allow}}}.$$

- Debemos elegir una viga que proporcione un módulo de sección al menos tan grande como el obtenido a partir de la ecuación.

Caso 2: asimétrico

- Secciones que no son doblemente simétricas y que su resistencia a tracción y a compresión es diferente.
- Debemos calcular S para cada comportamiento, buscando cumplir con una viga que satisfaga ambos criterios.

Vigas de secciones y formas estandar

Las dimensiones y propiedades de vigas en materiales metálicos y maderas, así como su procedimiento de diseño, están regulados por diferentes instituciones de autoridad en el mundo, algunas de ellas son:

Estructuras metálicas

- *National Structural Steelwork Specification*, The British Constructional Steelwork Association, UK.
- *Steel Construction Manual*, AISC American Institute of Steel Construction, United States.
- *Eurocode 3*, Europa.
- *Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título F: estructuras metálicas.*

Estructuras de madera

- *National Design Specification for Wooden Construction*, United States.
- *Eurocode 5*, Europa.
- *Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título G: estructuras de madera y estructuras de guadua.*

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo al manual del AISC para estructuras metalicas

1-16

DIMENSIONS AND PROPERTIES

**Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Dimensions**

Shape	Area, A in. ²	Depth, d in.	Web		Flange		Distance						Work- able Gage in.	
			Thickness, t _w in.	Thickness, t _w in.	Width, b _f in.	Thickness, t _f in.	k _{des} in.	k _{des} in.	k _{des} in.	T in.				
W30x201 [†]	115	33.2	33 1/2	1.36	1 1/2	15.6	15 1/2	2.44	2 1/4	3.23	3 1/2	1 1/2	26 1/2	5 1/2
<x201 [†]	109	32.8	32 1/2	1.24	1 1/2	15.5	15 1/2	2.24	2 1/4	3.03	3 1/2	1 1/2		
<x200 [†]	95.8	32.4	32 1/2	1.14	1 1/2	15.4	15 1/2	2.05	2 1/4	2.84	2 1/2	1 1/2		
<x200	92.0	32.0	32	1.02	1 1/2	15.3	15 1/2	1.85	2 1/4	2.64	2 1/2	1 1/2		
<x190	77.0	31.6	31 1/2	0.830	1 1/2	15.2	15 1/2	1.65	2 1/4	2.44	2 1/2	1 1/2		
<x225	69.3	31.3	31 1/2	0.830	1 1/2	15.1	15	1.50	2 1/4	2.29	2 1/2	1 1/2		
<x211	62.3	30.9	31	0.775	1 1/2	15.1	15 1/2	1.32	2 1/4	2.10	2 1/2	1 1/2		
<x191 [†]	56.1	30.7	30 1/2	0.710	1 1/2	15.0	15	1.10	2 1/4	1.87	2 1/2	1 1/2		
<x173 [†]	50.9	30.4	30 1/2	0.655	1 1/2	15.0	15	1.07	2 1/4	1.65	2 1/2	1 1/2		
W30x148 [†]	43.6	30.7	30 1/2	0.650	1 1/2	15.0	15 1/2	1.18	1.63	2.10	2 1/2	1 1/2	26 1/2	5 1/2
<x132 [†]	38.8	30.3	30 1/2	0.615	1 1/2	15.0	15 1/2	1.00	1	1.65	1 1/2	1 1/2		
<x124 [†]	36.5	30.2	30 1/2	0.585	1 1/2	15.0	15 1/2	0.930	1	1.58	1 1/2	1 1/2		
<x110 [†]	34.2	30.0	30	0.565	1 1/2	15.0	15 1/2	0.850	1	1.50	1 1/2	1 1/2		
<x108 [†]	31.7	29.9	29 1/2	0.545	1 1/2	15.0	15 1/2	0.760	1	1.41	1 1/2	1 1/2		
<x99 [†]	29.0	29.7	29 1/2	0.520	1 1/2	15.0	15 1/2	0.670	1	1.32	1 1/2	1 1/2		
<x90 [†]	26.3	29.5	29 1/2	0.470	1 1/2	15.0	15 1/2	0.610	1	1.26	1 1/2	1 1/2		
W27x200 [†]	159	32.5	32 1/2	1.97	2	15.3	15 1/2	3.54	2 1/4	4.33	4 1/2	1 1/2	22 1/2	5 1/2
<x200 [†]	159	32.4	32 1/2	1.98	2	15.4	15 1/2	3.48	2 1/4	4.28	4 1/2	1 1/2		
<x200	99.2	30.0	30	1.26	1 1/2	14.8	14 1/2	2.28	2 1/4	3.07	3 1/2	1 1/2		
<x200 [†]	90.2	29.6	29 1/2	1.16	1 1/2	14.4	14 1/2	2.09	2 1/4	2.88	3	1 1/2		
<x211	83.3	29.3	29 1/2	1.06	1 1/2	14.4	14 1/2	1.83	2 1/4	2.72	3 1/2	1 1/2		
<x207	76.1	29.0	29	0.980 [†]	1 1/2	14.3	14 1/2	1.77	2 1/4	2.56	2 1/2	1 1/2		
<x235	68.4	28.7	28 1/2	0.910	1 1/2	14.2	14 1/2	1.61	2 1/4	2.40	2 1/2	1 1/2		
<x217	63.9	28.4	28 1/2	0.830	1 1/2	14.1	14 1/2	1.50	2 1/4	2.29	2 1/2	1 1/2		
<x194 [†]	57.1	28.1	28 1/2	0.750	1 1/2	14.0	14	1.34	2 1/4	2.13	2 1/2	1 1/2		
<x178	52.5	27.8	27 1/2	0.725	1 1/2	14.1	14 1/2	1.19	2 1/4	1.98	2 1/2	1 1/2		
<x161 [†]	47.6	27.6	27 1/2	0.660	1 1/2	14.0	14	1.08	2 1/4	1.87	2 1/2	1 1/2		
<x146 [†]	43.2	27.4	27 1/2	0.615	1 1/2	14.0	14	0.975	1	1.76	2 1/2	1 1/2		
W27x129 [†]	37.8	27.6	27 1/2	0.610	1 1/2	14.0	14	1.10	1.70	2	2 1/2	1 1/2	22 1/2	5 1/2
<x114 [†]	33.6	27.3	27 1/2	0.570	1 1/2	14.0	15 1/2	0.830	1	1.53	1 1/2	1 1/2		
<x102 [†]	30.0	27.1	27 1/2	0.515	1 1/2	14.0	15 1/2	0.830	1	1.43	1 1/2	1 1/2		
<x94 [†]	27.6	26.9	26 1/2	0.490	1 1/2	14.0	15 1/2	0.745	1	1.34	1 1/2	1 1/2		
<x84 [†]	24.7	26.7	26 1/2	0.460	1 1/2	14.0	15 1/2	0.640	1	1.24	1 1/2	1 1/2		

[†] Shape is slender for compression with $F_y = 50$ ksi.

^{††} The actual size, composition and orientation of bolting components should be compared with the geometry of the cross section to ensure compatibility.


^{†††} Flange thickness greater than 2 in. Special requirements may apply per AISC Specification Section A3.3.

^{††††} Shape does not meet the A_{t1}/A_{t2} limit for shear in AISC Specification Section G2.3.1b with $F_y = 50$ ksi.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

1-17

DIMENSIONS AND PROPERTIES



**Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Properties**

Nom- inal WT	Compact Section Coeffs		Axis X-X						Axis Y-Y						Torsional Properties	
	I_x in. ⁴	S_x in. ³	I_y in. ⁴	S_y in. ³	r_x in.	r_y in.	J in. ⁴	C_w in. ⁶	I_x in. ⁴	S_x in. ³	I_y in. ⁴	S_y in. ³	r_x in.	r_y in.	J in. ⁴	C_w in. ⁶
381	3,159,197	20700	1250	134	1450	1550	198	3.67	310	4.57	30.8	173	360000			
357	3,462,216	18700	1140	133	1320	1390	179	3.64	279	4.31	26.6	134	340000			
326	3,755,234	16800	1040	132	1190	1240	162	3.60	252	4.26	26.4	105	267000			
292	4,122,262	14800	930	132	1080	1100	144	3.58	223	4.22	26.2	75.2	250000			
261	4,598,257	13100	829	131	943	959	127	3.53	196	4.16	26.0	54.1	215000			
235	5,057,522	11700	748	130	847	855	114	3.51	175	4.13	25.8	46.3	180000			
211	5,743,545	10300	665	129	751	757	100	3.49	155	4.11	25.6	26.4	168000			
191	6,253,277	9300	600	128	675	673	89.5	3.46	138	4.06	25.5	21.0	146000			
173	7,044,468	8250	541	127	607	596	79.8	3.42	123	4.03	25.3	15.6	129000			
144	4,444,416	6600	436	124	500	227	43.3	2.39	68.0	2.77	28.5	14.5	49400			
132	5,272,419	5770	380	122	437	196	37.2	2.35	58.4	2.75	28.3	9.72	42100			
124	5,655,462	5390	355	121	408	181	34.4	2.23	54.0	2.73	28.3	7.99	38600			
116	6,174,678	4830	329	120	378	164	31.3	2.18	49.2	2.70	28.2	6.43	34900			
109	6,684,666	4470	299	119	346	146	27.9	2.15	43.9	2.67	28.0	4.99	30900			
99	7,884,519	3990	269	117	312	126	24.5	2.10	38.6	2.62	28.0	3.77	26800			
90	8,552,575	3610	245	117	283	115	22.1	2.09	34.7	2.60	28.9	2.84	24000			
539	2,151,123	25900	1570	127	1690	2110	277	3.60	437	4.41	29.0	496	440000			
560	2,586,173	16200	1620	122	1540	1710	346	3.46	429	4.15	27.9	170	263000			
336	3,119,189	14000	927	121	1130	1180	162	3.45	252	4.10	27.7	131	190000			
387	3,482,206	13100	887	120	1030	1050	146	3.41	227	4.04	27.5	101	169000			
281	2,212,255	11900	814	120	936	853	123	3.39	206	4.02	27.4	76.5	178000			
258	4,032,244	10300	745	119	852	859	120	3.38	187	3.96	27.2	61.6	158000			
235	4,412,262	9700	677	118	772	769	108	3.33	168	3.92	27.1	47.0	143000			
217	4,771,287	8910	627	118	711	704	100	3.32	154	3.89	26.9	37.6	128000			
194	5,261,118	7980	563	117	634	631	89.1	3.29	138	3.85	26.8	27.1	113000			
178	5,932,329	7020	505	116	570	555	78.8	3.25	122	3.83	26.6	20.1	96400			
161	6,469,363	6310	458	115	515	497	70.9	3.23	109	3.79	26.5	15.1	87300			
146	7,146,364	5660	414	115	464	443	63.5	3.20	97.7	3.76	26.4	11.5	77200			
129	4,555,367	4700	345	112	395	384	56.8	3.21	57.6	3.66	26.5	11.1	52500			
114	5,414,225	4090	299	110	343	339	31.5	2.18	49.3	2.62	26.4	7.33	27600			
102	6,035,471	3620	267	110	305	339	27.8	2.15	43.4	2.62	26.3	5.28	24000			
94	6,710,495	3270	243	109	278	324	24.8	2.12	38.8	2.56	26.2	4.00	21300			
84	7,730,527	2850	213	107	244	306	21.2	2.07	33.2	2.54	26.1	2.81	17900			

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

Figura: Recorte del Steel Construction Manual, AISC.

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo a la norma NSR-10 para estructuras metalicas

NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio			
Tabla F.5.4.7-2 Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión			
1		$p \leq 5$	$\lambda_0 = \lambda_1 = 50 \sqrt{1 - 0.6p^{0.5}} (h/y)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_1 / \lambda_0$ $X = 0.6$
2		$p \leq 5$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 - (u-1) [2(u-1)^2 - 1.5p]$ $\lambda = \lambda_1 / \lambda_0$ $X = 0.6$
3			$\lambda_0 = 66$ $\lambda = \lambda_1 / \lambda_0$ $X = 0.6$
4		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/h \leq 1.0$	$\lambda_0 = (h/y) \{ 4.1 + 0.5(B/h)^2 \} - 0.6p^{0.5} (h/y)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_1 = \{ 1 + \epsilon(1 - B/h)^2 \} (\lambda_0 / \lambda_0)$ $X = X_1 = 0.6 - 0.4(1 - B/h)^2$
5		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/h \leq 1.0$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 + 1.5p(u-1) - 2(u-1)^2$ $\lambda = \lambda_1$ $X = X_1$
6			$\lambda_0 = 37$ $\lambda = \{ 1.4(\lambda_1 / \lambda_0) \}$ $X = 0.60$
7		$p \leq 3.5$	$\lambda_0 = 5.1 B / (1 - p^{0.5}) (h/y)^{1/2}$ $X = 1$
8		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/h \leq 2.0$	$\lambda_0 = \lambda_1 = (h/y) \{ 4.4 + 1.1(h/y)^2 \} - 0.7p^{0.5} (h/y)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_1 / \lambda_0$ $X = X_1 = 1.1 - 0.3 B/h$
9		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/h \leq 2.0$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 + 1.5p(u-1) - 2(u-1)^2$ $\lambda = \lambda_1 / \lambda_0$ $X = X_1$
F-493			
NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio			
Tabla F.5.4.7-2 (continuación) Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión			
10			$\lambda_0 = 78$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.93$
11			$\lambda_0 = 68$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.76$
12			$\lambda_0 = 63$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.89$
13		$0.5 \leq B/h \leq 2.0$ $p \leq 3.5$	$\lambda_0 = (h/y) \{ 1.4 + 1.5(u/h) + 1.1(h/y) \} - p^{0.5} (h/y)^{1/2}$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 1.3 - 0.8 B/h + 0.2 (h/y)^2$
14			$\lambda_0 = 65$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.78$
15		$1 \leq B/h \leq 3$ $1 \leq t_1/t_2 \leq 2$	$\lambda_0 = (h/y) \{ 7 + 1.5(B/h)(t_1/t_2) \}$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.25 B/h - 0.04 (h/y)^2$ $Y = 0.14 - 0.02 B/h - 0.02 t_1/t_2$
16		$1 \leq B/h \leq 3$ $C/B \leq 0.4$	$\lambda_0 = (h/y) \{ 7 + 1.5(B/h) + 5(C/B) \}$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.25 B/h - 0.04 (h/y)^2 - 0.25 C/B$ $Y = 0.12 - 0.02 B/h + \{ 0.4(C/B)^2 / (h/y - 0.5) \}$
17		$1 \leq B/h \leq 3$ $C/B \leq 0.4$	$\lambda_0 = (h/y) \{ 7 + 1.5(B/h) + 5(C/B) \}$ $\lambda = \{ \lambda_1 / \lambda_0 \}$ $X = 0.25 B/h - 0.04 (h/y)^2$ $Y = 0.12 - 0.02 B/h + \{ 0.05(C/B) / (h/y - 0.5) \}$
F-494			

Figura: Recorte del título F de la NSR-10.

Eficiencia relativa de distintas formas de vigas

Desde el punto de vista de la resistencia, la eficiencia en vigas depende principalmente de la forma de la sección transversal. **La forma más eficiente es aquella en la cual el material está localizado lo más lejos posible del eje neutro.**

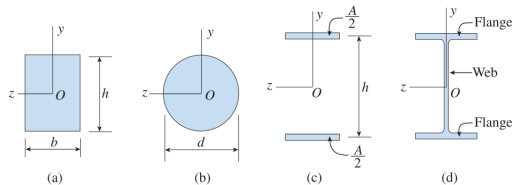


Figura: Diferentes secciones transversales de vigas.

Sección cuadrada:

$$S_{\text{cuadrado}} = \frac{h^3}{6}$$

$$= 0,1160d^3$$

Sección circular

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$= 0,0982d^3$$

Sección ideal:

$$I = 2 \frac{A}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{Ah^2}{4}$$

$$S = \frac{1}{h/2} = 0,5Ah$$

Sección tipo I:

$$S \approx 0,35Ah$$

Ejemplo de clase

Example 5-5

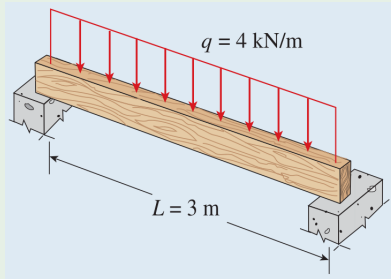


Figura: Viga de madera simplemente apoyada.

Una viga simplemente apoyada de madera tiene una luz de 3 m y soporta una carga uniformemente distribuida de 4 kN/m. El esfuerzo admisible a flexión es de 12 MPa, la madera pesa 5.4 kN/m^3 , y la viga está soportada lateralmente frente a pandeo (*buckling*) o vuelco (*tipping*). Seleccione una sección adecuada de la tabla en el apéndice F de Gere and Goodno (2012).

Estudio autónomo de la sección

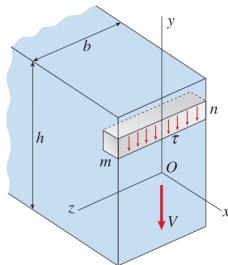
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-12
- 5.6-17

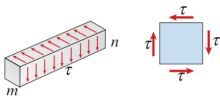
Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes verticales y horizontales



(a)



(b)



(c)

Hipótesis de análisis

1. Los esfuerzos cortantes τ actuantes en la sección transversal son paralelos a la fuerza cortante V , es decir, paralelos a los lados de la sección transversal.
2. Los esfuerzos cortantes τ están uniformemente distribuidos en el espesor b de la sección, aunque pueden variar en la altura.
3. Las superficies superior e inferior no estarán sometidas a esfuerzos cortantes, en otras palabras, $\tau = 0$ cuando $y = \pm h/2$.

Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

Estando en un estado de flexión no uniforme, se generan fuerzas cortantes en la sección, generando esfuerzos cortantes verticales y horizontales de igual magnitud, así que calculando los horizontales se da respuesta a los verticales.

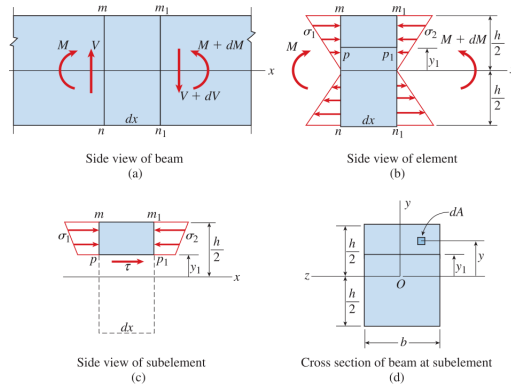


Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

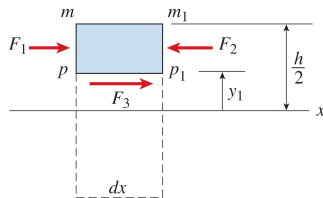


Figura: Diagrama de cuerpo libre parcial de un subelemento mostrando todas las fuerzas horizontales.

Análisis:

- Las resusltantes de los esfuerzos normales por flexión en el elemento:

$$F_1 = \int \frac{My}{I} dA \quad F_2 = \int \frac{(M + dM)y}{I} dA.$$

- Del equilibrio horizontal en la sección transversal:

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y dA.$$

- Bajo la hipótesis de que τ está uniformemente distribuido en el espesor:

$$F_3 = \tau b dx$$

- Igualando, y sabiendo que $dM(x)/dx = V(x)$:

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int y dA.$$

Fórmula del cortante

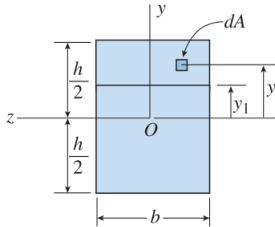


Figura: Subelemento en la sección transversal analizada de una viga.

- La integral es el primer momento de área del trozo de sección transversal sobre el nivel al cual se quiere calcular el esfuerzo cortante:

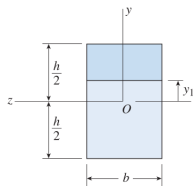
$$Q = \int y dA.$$

- La fórmula del cortante:

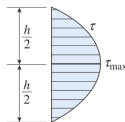
$$\tau = \frac{VQ}{Ib}.$$

Observación: el primer momento de área Q varía con la distancia y_1 desde el eje neutro, igualmente lo hará el esfuerzo cortante τ .

Cálculo del primer momento de área Q



(a)



(b)

- Si lo calculamos por “geometría de bloques”:

$$Q = b \left(\frac{h}{2} - y_1 \right) \left(y_1 + \frac{h/2 - y_1}{2} \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

- Si lo calculamos resolviendo la integral:

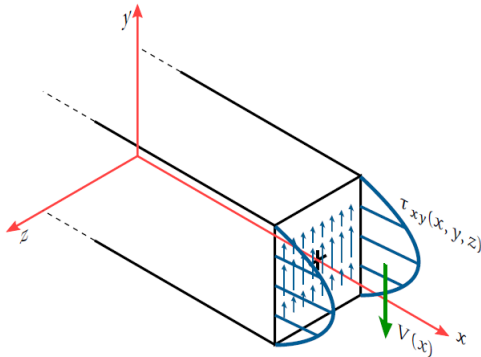
$$Q = \int_{y_1}^{h/2} y b \, dy = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

- En todo caso, reemplazando en la fórmula de cortante:

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

Figura: Distribución de los esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular: (a) sección transversal de la viga y (b) diagrama que muestra la distribución parabólica de esfuerzos cortantes en la altura de la viga.

Interpretación de las ecuaciones derivadas



- El esfuerzo cortante es nulo en $y_1 = \pm h/2$.
- El máximo esfuerzo cortante ocurre en el eje neutro ($y_1 = 0$) donde Q alcanza su máximo, así:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}.$$

Figura: Los esfuerzos cortantes, en el caso de una viga de sección rectangular, varían de forma parabólica con respecto al eje y . La fuerza cortante es positiva cuando la resultante de los esfuerzos cortantes τ_{xy} mostrados apunta en la dirección contraria al eje y . Tomado de [Álvarez \(2024\)](#).

Limitaciones en el cálculo del esfuerzo cortante con la formulación planteada

Fórmula del cortante (*Shear formula*)

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

1. Ecuaciones válidas para vigas de material elástico lineal con pequeñas deflexiones.
2. En el caso de secciones rectangulares, la precisión de la fórmula del cortante depende de la relación altura-ancho de la sección. Cuando $h/b \rightarrow 1$ la fórmula del cortante sobreestima el esfuerzo cortante.
3. No es aplicable a secciones circulares o semicirculares. La fórmula del cortante aplica solamente a vigas prismáticas.

Efectos de las deformaciones angulares

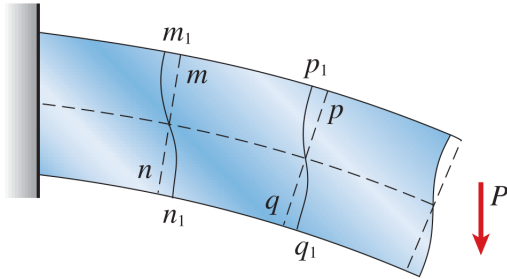


Figura: Alabeo de la sección transversal de una viga debido a las deformaciones angulares.

1. Como resultado de las deformaciones angulares, la sección transversal que antes era plana ahora se alabea. Deformación angular máxima en el eje neutro y mínima (nula) en las superficies externas, donde las curvas son perpendiculares a las mismas.
2. Elongación/contracción de los elementos longitudinales debidas a la flexión no se afectan por las deformaciones angulares, y la distribución de esfuerzos normales es la misma que en flexión pura.
3. En la mayoría de casos, es confiable usar la fórmula de la flexión para condiciones de flexión no uniforme.

Ejemplo de clase

Example 5-11

Una viga simplemente apoyada de metal con luz de 1 m soportada en los puntos A y B . La carga en la viga incluye su peso propio y tiene una intensidad de 28 kN/m . La sección transversal de la viga es rectangular de $25 \times 100 \text{ mm}$. Desprecie el pandeo lateral. Determine el esfuerzo normal y esfuerzo cortante en el punto C , a 25 mm por debajo de la parte superior de la viga y a 200 mm del apoyo en B . Muestre estos esfuerzos dibujados en un elemento de esfuerzos en el punto dado.

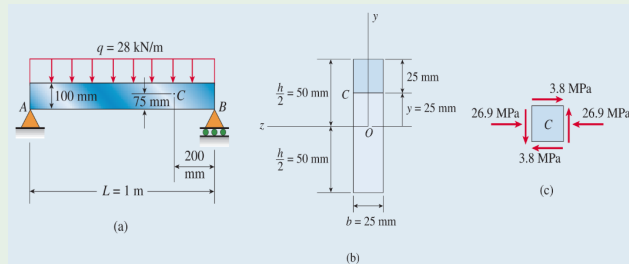


Figura: (a) Viga simple con carga uniformemente distribuida, (b) sección transversal de la viga y (c) elemento de esfuerzo mostrando los esfuerzos en el punto C .

Estudio autónomo de la sección

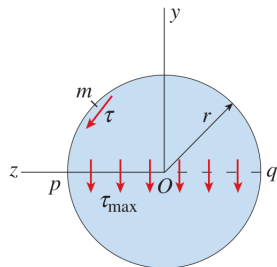
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.8-1
- 5.8-5
- 5.8-8
- 5.8-9

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular



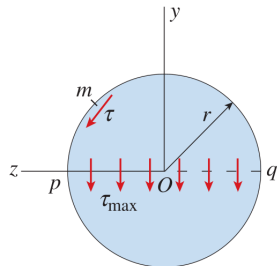
Podemos calcular los esfuerzos cortantes en el eje neutro. Asumimos:

1. En el eje neutro están los esfuerzos máximos.
2. Allí los esfuerzos cortantes actúan paralelos al eje y y son de intensidad constante en el espesor de la viga.
3. Por 2. podemos aplicar la fórmula del cortante $\tau = VQ/Ib$ en el eje neutro.

Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Para una sección circular sólida



Conocemos el momento de inercia I , el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad Q = A\bar{y} = \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) \left(\frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{2r^3}{3} \quad b = 2r.$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{V(3r^3/3)}{(\pi r^4/4)(2r)} = \frac{4}{3} \frac{V}{A}.$$

Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Para una sección circular hueca

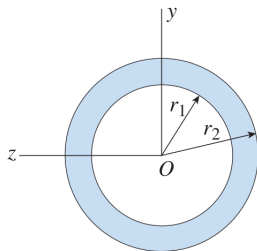


Figura: Sección circular hueca, un tubo.

Conocemos el momento de inercia I , el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4) \quad Q = \frac{2}{3}(r_2^3 - r_1^3) \quad b = 2(r_2 - r_1).$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{4}{3} \frac{V}{A} \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right),$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2).$$

Estudio autónomo de la sección

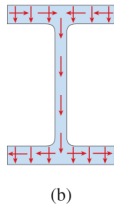
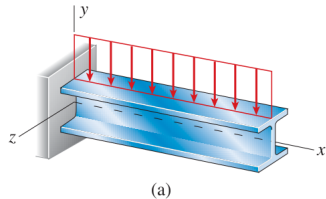
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Vigas de sección I y sus variaciones



Configuración:

Figura: (a) Viga de sección alada ancha y (b) direcciones del esfuerzo cortante actuando en la sección transversal

Esfuerzos en el alma de la viga tipo I y sus variaciones

Fuerza cortante en el alma

Limitaciones de las ecuaciones desarrolladas

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.10-4
- 5.10-7
- 5.10-12

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Flujo de cortante

Estudio autónomo de la sección

Lectura

Flujo de cortante, wikipedia, [link](#).

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). *Mechanics of materials*. Cengage learning.

Álvarez, D. A. (2024). *Teoría de la elasticidad usando Matlab y Maxima. Volumen 3: Vigas, Losas y Estabilidad elástica*. Universidad Nacional de Colombia.