

Unidad 04. Esfuerzos causados por la flexión

Diseño por flexión y esfuerzos cortantes en vigas

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b



Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con patines
- 5.11. Flujo de cortante

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con patines
- 5.11. Flujo de cortante

Diseño de vigas por esfuerzos de flexión

Desde el punto de vista de la resistencia, buscamos la **forma** y **tamaño** de la viga tal que los esfuerzos actuantes en ella no excedan el esfuerzo admisible del material. Buscaremos el requerido módulo de la sección, según sea su simetría geométrica y comportamiento:

Caso 1: simétrico

- Secciones doblemente simétricas y con la misma resistencia a tracción que a compresión:

$$S = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{allow}}}.$$

- Debemos elegir una viga que proporcione un módulo de sección al menos tan grande como el obtenido a partir de la ecuación.

Caso 2: asimétrico

- Secciones que no son doblemente simétricas y que su resistencia a tracción y a compresión es diferente.
- Debemos calcular S para cada comportamiento, buscando cumplir con una viga que satisfaga ambos criterios.

Vigas de secciones y formas estandar

Las dimensiones y propiedades de vigas en materiales metálicos y maderas, así como su procedimiento de diseño, están regulados por diferentes instituciones de autoridad en el mundo, algunas de ellas son:

Estructuras metálicas

- *National Structural Steelwork Specification*, The British Constructional Steelwork Association, UK.
- *Steel Construction Manual*, AISC American Institute of Steel Construction, United States.
- *Eurocode 3*, Europa.
- *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo resistente NSR-10, título F: estructuras metálicas.*

Estructuras de madera

- *National Design Specification for Wooden Construction*, United States.
- *Eurocode 5*, Europa.
- *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo resistente NSR-10, título G: estructuras de madera y estructuras de guadua.*

DIMENSIONS AND PROPERTIES

I-17

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Properties

Nom- inal WT	Compact Section Criteria			Axis X-X						Axis Y-Y						Torsional Properties		
	b_f	t_f	d	I_x	S_x	r_x	I_y	S_y	r_y	J	C_u	I_p	S_x	S_y	r_x	r_y	C_u	C_u
lb/in ²	in.	in.	in.	in. ⁴	in. ³	in.	in. ⁴	in. ³	in.	in. ⁴	in. ³	in. ⁴	in. ³	in. ³	in.	in.	in. ⁴	in. ³
391	3.19	19.7	20700	1250	13.4	460	1950	198	3.67	510	437	30.18	173	437	30.18	173	368000	
397	3.45	21.6	18700	1140	13.3	3200	1300	179	3.64	279	431	36.66	134	431	36.66	134	304000	
526	3.37	18.4	16900	1440	13.3	1190	1240	162	3.60	252	428	36.44	165	428	36.44	165	267000	
292	4.17	25.2	16000	500	13.2	1060	1100	144	3.55	223	422	30.32	75.2	422	30.32	75.2	250000	
281	4.59	26.7	13100	629	13.1	943	959	127	3.53	196	416	36.30	54.1	416	36.30	54.1	210000	
225	5.02	32.2	11700	748	13.0	867	825	114	3.51	175	413	29.88	40.3	413	29.88	40.3	180000	
211	5.34	34.5	10300	865	12.9	751	757	100	3.49	155	410	29.84	28.4	410	29.84	28.4	160000	
191	6.35	37.7	9200	600	12.8	673	673	88.5	3.46	138	408	29.5	21.0	408	29.5	21.0	140000	
173	7.04	40.8	8230	541	12.7	607	598	79.8	3.42	123	405	29.33	15.6	405	29.33	15.6	129000	
148	4.44	41.6	6990	438	12.6	500	527	43.3	3.28	98.0	277	29.5	14.5	498	29.5	14.5	48000	
132	5.27	44.8	5770	390	12.2	437	466	37.2	3.23	88.4	273	29.3	9.72	427	29.3	9.72	41000	
124	5.05	46.2	5360	355	12.1	408	481	34.4	3.23	54.0	273	29.3	7.99	388	29.3	7.99	38800	
116	6.17	47.8	4930	329	12.0	378	464	31.3	3.19	49.2	270	29.2	6.43	349	29.2	6.43	34900	
108	6.98	48.6	4470	299	11.9	348	448	27.9	3.15	43.9	267	29.0	4.96	308	29.0	4.96	30800	
90	7.68	51.9	3990	269	11.7	312	428	24.5	3.10	38.6	262	28.9	3.77	290	28.9	3.77	29000	
90	8.52	57.5	3610	245	11.7	283	415	22.1	3.09	34.7	260	28.9	2.84	249	28.9	2.84	24900	
530	2.15	12.1	29500	1570	12.7	1890	2110	277	3.65	437	441	29.0	406				443000	
538	2.86	17.3	18200	1080	12.2	1240	1310	179	3.48	279	415	27.9	170				255000	
534	3.16	18.8	16000	872	12.1	1130	1182	162	3.46	252	412	27.7	170				228000	
387	3.48	20.6	13100	1087	12.0	1030	1050	146	3.41	227	404	27.5	101				199000	
281	3.77	22.5	11900	614	12.0	908	933	133	3.39	296	406	27.4	79.5				178000	
250	4.03	24.4	10900	524	11.8	852	859	120	3.30	187	388	26.2	61.6				159000	
230	4.41	26.2	8700	677	11.4	772	790	108	3.33	168	380	27.1	47.4				141000	
217	4.71	28.7	8910	627	11.8	671	704	100	3.32	154	388	26.9	37.6				128000	
194	5.24	31.8	7890	599	11.7	631	611	88.1	3.29	139	388	26.8	22.1				111000	
176	5.90	35.6	7020	505	11.6	570	555	78.8	3.25	122	384	26.6	16.1				96400	
161	6.40	38.1	6310	458	11.5	515	507	70.9	3.23	109	379	26.5	11.1				87300	
146	7.16	38.4	5660	414	11.5	464	443	63.5	3.20	97.7	376	26.4	7.13				77200	
129	4.55	30.7	4780	345	11.2	396	384	38.8	3.21	57.6	266	26.5	11.1				32500	
114	5.41	42.5	4000	289	10.4	343	359	31.5	2.98	43.4	258	26.4	7.33				27000	
102	6.03	47.1	3620	267	11.0	305	359	27.8	2.15	43.4	256	26.3	6.28				24000	
94	6.70	49.5	3270	243	10.9	278	314	24.8	2.12	38.8	256	26.2	4.00				21000	
78	7.26	52.7	2850	213	10.7	244	306	21.2	2.07	33.2	254	26.1	2.81				17900	

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

Figura: Recorte del Steel Construction Manual, AISC.

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo a la norma NSR-10 para estructuras metalicas

NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio			
Tabla F.5.4.7.2 Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión			
1		$p \leq 5$	$\lambda_y = \lambda_z = 5B/(1 - 0.6p^{1/3})(h/y)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.6$
2		$p \leq 5$ $1 \leq w \leq 2.5$	$\lambda_y = \lambda_z - (w-1)[2(w-1)^2 - 1.5p]$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.6$
3		$\lambda_y = 66$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.6$	
4		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 1.0$	$\lambda_y = (h/y)[4.2 + 0.5(B/D)^2] - 0.6p^{1/3}(h/y)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.6 - 0.4(1 - B/D)^2$
5		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 1.0$ $1 \leq w \leq 2.5$	$\lambda_y = \lambda_z + 1.5p(w-1) - 2(w-1)^2$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = X_y$
6		$\lambda_y = 37$ $X = 0.60$	
7		$p \leq 3.5$	$\lambda_y = 5.1B/(1 - p^{1/3})(h/y)^{1/2}$ $X = 1$
8		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 2.0$	$\lambda_y = \lambda_z = (h/y)[4.4 + 1.1(h/y)^2] - 0.7p^{1/3}(h/y)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = X_y = 1.1 - 0.3B/D$
9		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 2.0$ $1 \leq w \leq 2.5$	$\lambda_y = \lambda_z + 1.5p(w-1) - 2(w-1)^2$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = X_y$
F-493			
NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio			
Tabla F.5.4.7.2 (continuación) Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión			
10		$\lambda_y = 78$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.33$	
11		$\lambda_y = 68$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.76$	
12		$\lambda_y = 63$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.89$	
13		$0.5 \leq B/D \leq 2.0$ $p \leq 3.5$	$\lambda_y = (h/y)[1.4 + 1.5(w/y) + 1.1(h/y)] - p^{1/3}(h/y)$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 1.3 - 0.8B/D + 0.2(h/y)^2$
14		$\lambda_y = 65$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.78$	
15		$1 \leq B/D \leq 3$ $1 \leq C/B \leq 2$	$\lambda_y = (h/y)[7 + 1.5(B/D)(C/B)]$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.25B/D - 0.04(h/y)^2$ $Y = 0.14 - 0.02B/D - 0.02C/B$
16		$1 \leq B/D \leq 3$ $C/B \leq 0.4$	$\lambda_y = (h/y)[7 + 1.5(B/D) + 5(C/B)]$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.25B/D - 0.04(h/y)^2 - 0.25C/B$ $Y = 0.12 - 0.02B/D + [0.4(C/B)^2]/(B/D - 0.5)$
17		$1 \leq B/D \leq 3$ $C/B \leq 0.4$	$\lambda_y = (h/y)[7 + 1.5(B/D) + 5(C/B)]$ $\lambda = \lambda_y/\lambda_z$ $X = 0.25B/D - 0.04(h/y)^2$ $Y = 0.12 - 0.02B/D + [0.05(C/B)]/(B/D - 0.5)$
F-494			

Figura: Recorte del título F de la NSR-10.

Eficiencia relativa de distintas formas de vigas

Desde el punto de vista de la resistencia, la eficiencia en vigas depende principalmente de la forma de la sección transversal. **La forma más eficiente es aquella en la cual el material está localizado lo más lejos posible del eje neutro.**

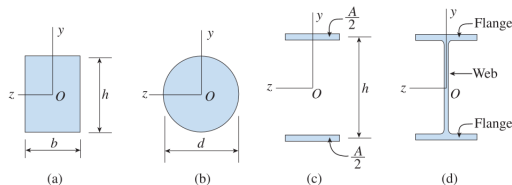


Figura: Diferentes secciones transversales de vigas.

Sección cuadrada:

$$S_{\text{cuadrado}} = \frac{h^3}{6}$$

$$= 0,1160d^3$$

Sección circular

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$= 0,0982d^3$$

Sección ideal:

$$I = 2 \frac{A}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{Ah^2}{4}$$

$$S = \frac{I}{h/2} = 0,5Ah$$

Sección tipo I:

$$S \approx 0,35Ah$$

Ejemplo de clase

Example 5-5

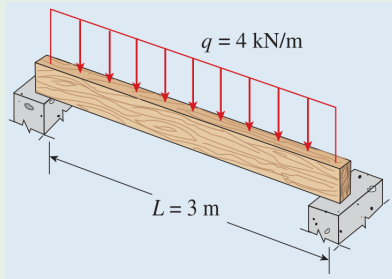


Figura: Viga de madera simplemente apoyada.

Una viga simplemente apoyada de madera tiene una luz de 3 m y soporta una carga uniformemente distribuida de 4 kN/m. El esfuerzo admisible a flexión es de 12 MPa, la madera pesa 5.4 kN/m^3 , y la viga está soportada lateralmente frente a pandeo (*buckling*) o vuelco (*tipping*). Seleccione una sección adecuada de la tabla en el apéndice F de Gere and Goodno (2012).

Estudio autónomo de la sección

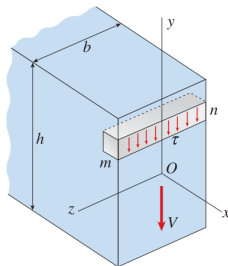
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-12
- 5.6-17

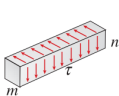
Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con patines
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes verticales y horizontales



(a)



(b)



(c)

Hipótesis de análisis

1. Los esfuerzos cortantes τ actuantes en la sección transversal son paralelos a la fuerza cortante V , es decir, paralelos a los lados de la sección transversal.
2. Los esfuerzos cortantes τ están uniformemente distribuidos en el espesor b de la sección, aunque pueden variar en la altura.
3. Las superficies superior e inferior no estarán sometidas a esfuerzos cortantes, en otras palabras, $\tau = 0$ cuando $y = \pm h/2$.

Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

Estando en un estado de flexió no uniforme, se generan fuerzas cortantes en la sección, generando esfuerzos cortantes verticales y horizontales de igual magnitud, así que calculando los horizontales se da respuesta a los verticales.

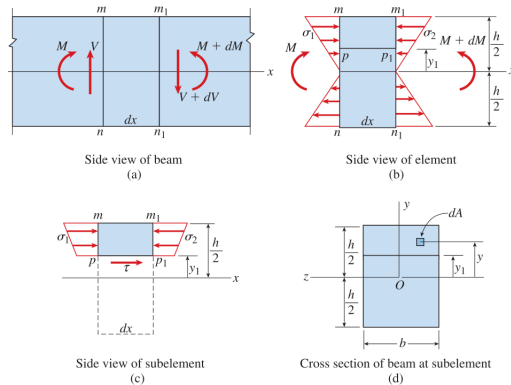


Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

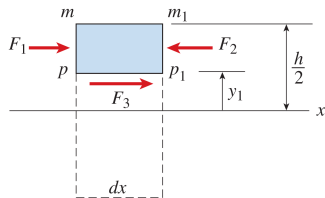


Figura: Diagrama de cuerpo libre parcial de un subelemento mostrando todas las fuerzas horizontales.

Análisis:

- Las resultantes de los esfuerzos normales por flexión en el elemento:

$$F_1 = \int \frac{My}{I} dA \quad F_2 = \int \frac{(M + dM)y}{I} dA.$$

- Del equilibrio horizontal en la sección transversal:

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y dA.$$

- Bajo la hipótesis de que τ está uniformemente distribuido en el espesor:

$$F_3 = \tau b dx$$

- Igualando, y sabiendo que $dM(x)/dx = V(x)$:

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int y dA.$$

Fórmula del cortante

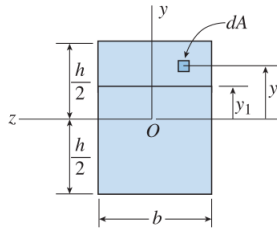


Figura: Subelemento en la sección transversal analizada de una viga.

- La integral es el primer momento de área del trozo de sección transversal sobre el nivel al cual se quiere calcular el esfuerzo cortante:

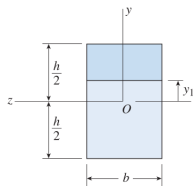
$$Q = \int y dA.$$

- La fórmula del cortante:

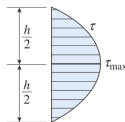
$$\tau = \frac{VQ}{Ib}.$$

Observación: el primer momento de área Q varía con la distancia y_1 desde el eje neutro, igualmente lo hará el esfuerzo cortante τ .

Cálculo del primer momento de área Q



(a)



(b)

- Si lo calculamos por “geometría de bloques”:

$$Q = b \left(\frac{h}{2} - y_1 \right) \left(y_1 + \frac{h/2 - y_1}{2} \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

- Si lo calculamos resolviendo la integral:

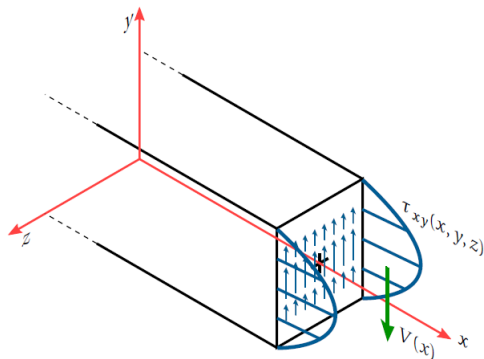
$$Q = \int_{y_1}^{h/2} yb \, dy = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

- En todo caso, reemplazando en la fórmula de cortante:

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

Figura: Distribución de los esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular: (a) sección transversal de la viga y (b) diagrama que muestra la distribución parabólica de esfuerzos cortantes en la altura de la viga.

Interpretación de las ecuaciones derivadas



- El esfuerzo cortante es nulo en $y_1 = \pm h/2$.
- El máximo esfuerzo cortante ocurre en el eje neutro ($y_1 = 0$) donde Q alcanza su máximo, así:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}.$$

Figura: Los esfuerzos cortantes, en el caso de una viga de sección rectangular, varían de forma parabólica con respecto al eje y . La fuerza cortante es positiva cuando la resultante de los esfuerzos cortantes τ_{xy} mostrados apunta en la dirección contraria al eje y . Tomado de [Álvarez \(2024\)](#).

Limitaciones en el cálculo del esfuerzo cortante con la formulación planteada

Fórmula del cortante (*Shear formula*)

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

1. Ecuaciones válidas para vigas de material elástico lineal con pequeñas deflexiones.
2. En el caso de secciones rectangulares, la precisión de la fórmula del cortante depende de la relación altura-ancho de la sección. Cuando $h/b \rightarrow 1$ la fórmula del cortante sobreestima el esfuerzo cortante.
3. No es aplicable a secciones circulares o semicirculares. La fórmula del cortante aplica solamente a vigas prismáticas.

Efectos de las deformaciones angulares

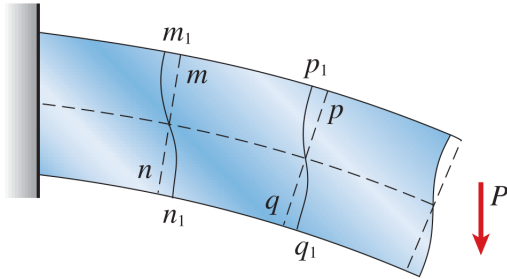


Figura: Alabeo de la sección transversal de una viga debido a las deformaciones angulares.

1. Como resultado de las deformaciones angulares, la sección transversal que antes era plana ahora se alabea. Deformación angular máxima en el eje neutro y mínima (nula) en las superficies externas, donde las curvas son perpendiculares a las mismas.
2. Elongación/contracción de los elementos longitudinales debidas a la flexión no se afectan por las deformaciones angulares, y la distribución de esfuerzos normales es la misma que en flexión pura.
3. En la mayoría de casos, es confiable usar la fórmula de la flexión para condiciones de flexión no uniforme.

Ejemplo de clase

Example 5-11

Una viga simplemente apoyada de metal con luz de 1 m soportada en los puntos A y B . La carga en la viga incluye su peso propio y tiene una intensidad de 28 kN/m . La sección transversal de la viga es rectangular de $25 \times 100 \text{ mm}$. Desprecie el pandeo lateral. Determine el esfuerzo normal y esfuerzo cortante en el punto C , a 25 mm por debajo de la parte superior de la viga y a 200 mm del apoyo en B . Muestre estos esfuerzos dibujados en un elemento de esfuerzos en el punto dado.

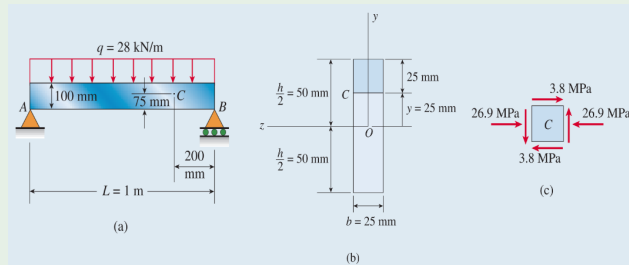


Figura: (a) Viga simple con carga uniformemente distribuida, (b) sección transversal de la viga y (c) elemento de esfuerzo mostrando los esfuerzos en el punto C .

Estudio autónomo de la sección

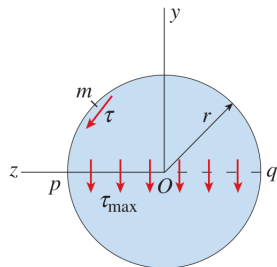
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.8-1
- 5.8-5
- 5.8-8
- 5.8-9

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con patines
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular



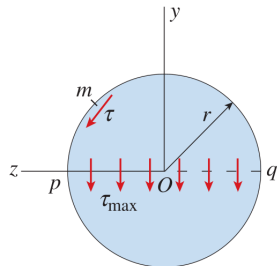
Podemos calcular los esfuerzos cortantes en el eje neutro. Asumimos:

1. En el eje neutro están los esfuerzos máximos.
2. Allí los esfuerzos cortantes actúan paralelos al eje y y son de intensidad constante en el espesor de la viga.
3. Por 2. podemos aplicar la fórmula del cortante $\tau = VQ/Ib$ en el eje neutro.

Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Para una sección circular sólida



Conocemos el momento de inercia I , el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad Q = A\bar{y} = \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) \left(\frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{2r^3}{3} \quad b = 2r.$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\max} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{V(3r^3/3)}{(\pi r^4/4)(2r)} = \frac{4}{3} \frac{V}{A}.$$

Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular

Para una sección circular hueca

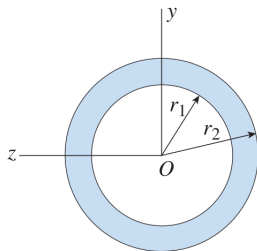


Figura: Sección circular hueca, un tubo.

Conocemos el momento de inercia I , el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4) \quad Q = \frac{2}{3}(r_2^3 - r_1^3) \quad b = 2(r_2 - r_1).$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{4}{3} \frac{V}{A} \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right),$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2).$$

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con patines
- 5.11. Flujo de cortante

Vigas con patines

beams with flanges, vigas con alas, aletas o patines

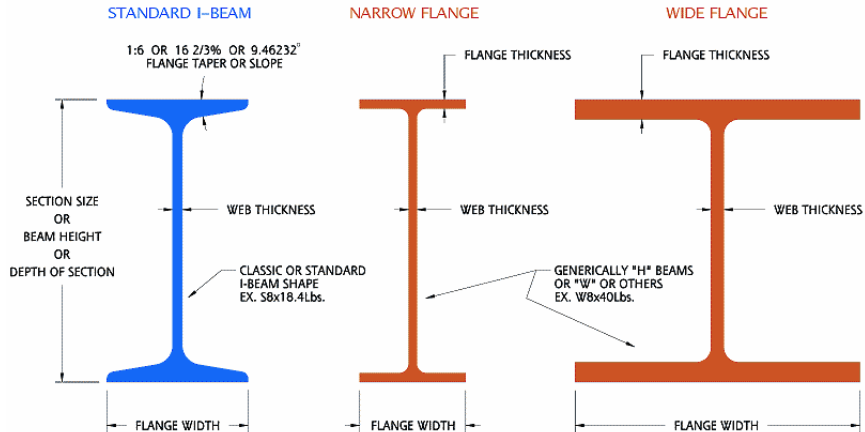
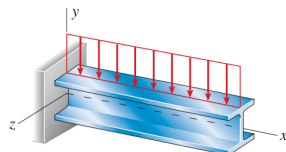


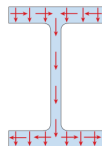
Figura: Diferentes tipos de vigas con patín, [link](#).

Vigas con patines

beams with flanges, vigas con alas, aletas o patines



(a)



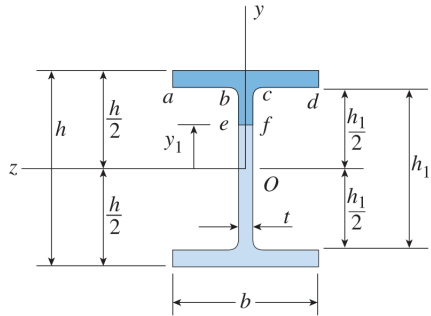
(b)

Comportamiento

- Los esfuerzos cortantes en las alas actúan en la dirección vertical y horizontal (ejes y y z).
- En las alas, los esfuerzos horizontales son mucho mayores que los verticales (se estudiará luego).
- Los esfuerzos cortantes en el alma solo actúan en la dirección vertical y son mayores que los calculados en las alas.

Figura: (a) Viga de sección alada ancha y (b) direcciones del esfuerzo cortante actuando en la sección transversal

Esfuerzos cortantes en el alma de la viga con patin



Hipótesis de análisis

1. El esfuerzo cortante actúa paralelo al eje y , y es uniformemente distribuido en el espesor del alma.
2. Aplica la fórmula del cortante:

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

Figura: Esfuerzo cortante en el alma de la viga wide-flange: (a) sección transversal.

Esfuerzos cortantes en el alma de la viga con patin

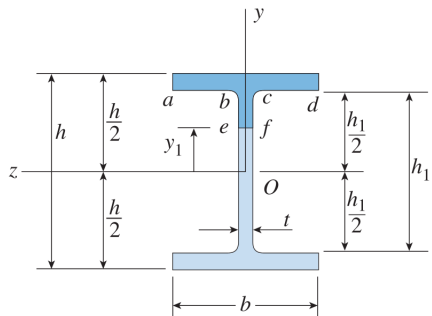


Figura: Esfuerzo cortante en el alma de la viga wide-flange: (a) sección transversal.

Cálculo del primer momento de área

1. Se considera el área por encima del punto de análisis, despreciando los filetes de unión alma-ala.
2. El área se puede dividir en dos figuras:

$$A_1 = b \left(\frac{h}{2} - \frac{h_1}{2} \right) \quad A_2 = t \left(\frac{h_1}{2} - y_1 \right).$$

3. Se evalúa el primer momento de área con respecto al eje neutro z :

$$\begin{aligned} Q &= \sum_i^n \bar{Y}_i A_i \\ &= A_1 \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h/2 - h_1/2}{2} \right) + A_2 \left(y_1 + \frac{h_1/2 - y_1}{2} \right) \\ &= \frac{b}{8} (h^2 - h_1^2) + \frac{t}{8} (h_1^2 - 4y_1^2) \end{aligned}$$

Esfuerzos cortantes en el alma de la viga con patin

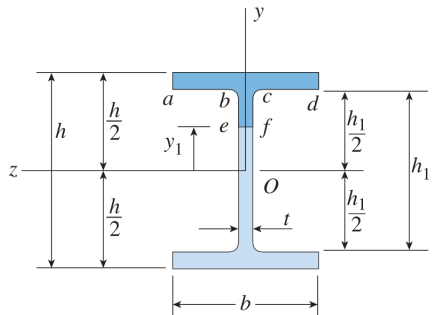


Figura: Esfuerzo cortante en el alma de la viga wide-flange: (a) sección transversal.

Fórmula del cortante

- Se reemplaza el primer momento de área Q :

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V}{8It} [b(h^2 - h_1^2) + t(h_1^2 - 4y_1^2)] .$$

- El momento de inercia de la sección:

$$I = \frac{1}{12}(bh^3 - bh_1^3 + th_1^3).$$

Limitación: esta ecuación no puede ser utilizada para determinar el esfuerzo cortante vertical en la alas de la viga.

Esfuerzos cortantes en el alma de la viga con patin

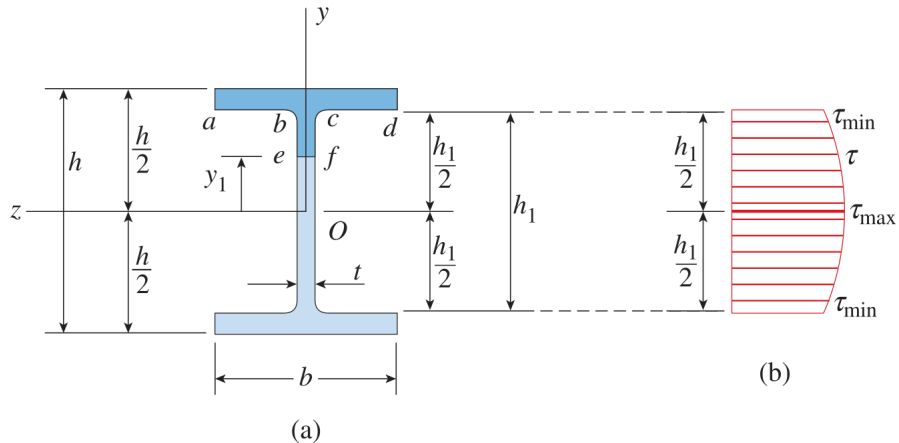
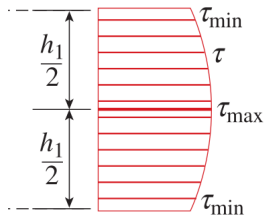


Figura: Esfuerzo cortante en el alma de la viga wide-flange: (a) sección transversal y (b) distribución del esfuerzo cortante en el alma.

Esfuerzos cortantes máximos y mínimos



(b)

Figura: Esfuerzo cortante en el alma de la viga wide-flange: (b) distribución del esfuerzo cortante en el alma.

- $\tau(y_1 = 0) = \tau_{\text{máx}}:$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{V}{8It} (bh^2 - bh_1^2 + yh_1^2).$$

Es el máximo esfuerzo cortante en TODA la sección.

- $\tau(y_1 = \pm h_1/2) = \tau_{\text{mín}}:$

$$\tau_{\text{mín}} = \frac{Vb}{8It} (h^2 - h_1^2).$$

- Para una viga típica de patín ancho (*wide-flange beam*), el esfuerzo cortante máximo en el alma es entre 10 % y 60 % más grande que el mínimo.

Fuerza cortante en el alma

Limitaciones de las ecuaciones desarrolladas

Ecuaciones desarrolladas

1.

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.10-4
- 5.10-7
- 5.10-12

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas se sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas se sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con patines
- 5.11. Flujo de cortante

Flujo de cortante

Estudio autónomo de la sección

Lectura

Flujo de cortante, wikipedia, [link](#).

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). *Mechanics of materials*. Cengage learning.

Álvarez, D. A. (2024). *Teoría de la elasticidad usando Matlab y Maxima. Volumen 3: Vigas, Losas y Estabilidad elástica*. Universidad Nacional de Colombia.