

# Unidad 05. Deformaciones causadas por flexión

## Vigas estáticamente indeterminadas

Michael Heredia Pérez  
[mherediap@unal.edu.co](mailto:mherediap@unal.edu.co)

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales  
Departamento de Ingeniería Civil  
Análisis Estructural Básico

2023b



## Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



## Derrotero

- Introducción
- 10.2. Tipos de vigas estáticamente indeterminadas
- 10.3. Análisis por la ecuación diferencial de la derivada
- 10.4. Método de la superposición

# Derrotero

- **Introducción**
- 10.2. Tipos de vigas estáticamente indeterminadas
- 10.3. Análisis por la ecuación diferencial de la derivada
- 10.4. Método de la superposición

## Consideraciones en el análisis de vigas estáticamente indeterminadas

1. **Vigas estáticamente indeterminadas** son aquellas que no pueden ser analizadas simplemente por la estática.
2. Asumimos que las vigas tienen un comportamiento elástico-lineal (ley de Hooke).
3. Es una introducción al análisis de estructuras estáticamente indeterminadas.

# Derrotero

- Introducción
- 10.2. Tipos de vigas estáticamente indeterminadas
- 10.3. Análisis por la ecuación diferencial de la derivada
- 10.4. Método de la superposición

## Vigas estáticamente indeterminadas

### 3 tipos usuales de vigas

1. Viga en voladizo con un apoyo.
2. Viga doblemente empotrada.
3. Viga continua.

### 3 definiciones

1. **Grado de indeterminación:** número de reacciones que exceden el número de ecuaciones de equilibrio.
2. **Redundancia estática:** reacciones que sobran. Se seleccionan buscando la estabilidad de la estructura.
3. **Estructura liberada o primaria:** la estructura cuando se remueven las redundancias estáticas. Debe ser estable y estáticamente determinada.

### Objetivo

Determinar las reacciones redundantes, una vez conocidas, todas las reacciones y fuerzas pueden ser calculadas mediante las ecuaciones de equilibrio.

## Viga en voladizo con un apoyo

*Propped cantilever beam*

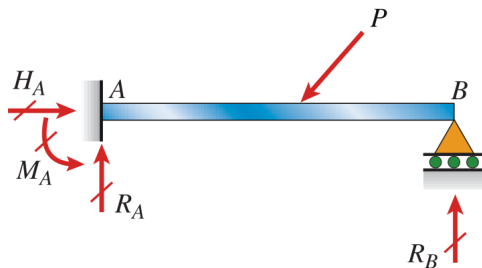


Figura: Viga en voladizo con un apoyo.

2 escenarios:

- $R_B$  redundante: viga en voladizo.
- $M_A$  redundante: viga simplemente apoyada.
- Condición de carga: sin cargas horizontales.



## Viga doblemente empotrada

*Fixed-end beam*

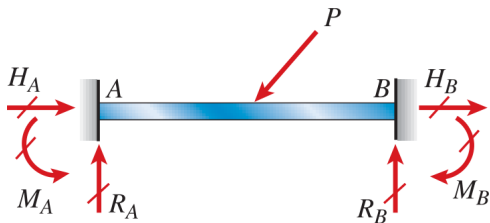


Figura: Viga en voladizo con un apoyo.

2 escenarios:

- $R_B$ ,  $H_B$  y  $M_B$  redundantes: viga en voladizo.
- $R_A$ ,  $H_A$  y  $M_A$  redundantes: viga en voladizo.
- Sin cargas horizontales.

## Viga continua

### Continuous beam

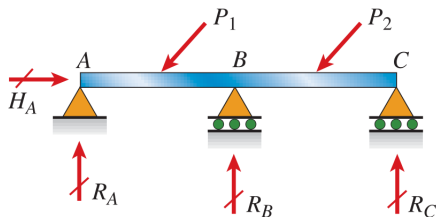


Figura: Viga continua.

2 escenarios.

- $R_C$  redundante.
- $R_B$  redundante.
- Solo fuerzas verticales.

## Derrotero

- Introducción
- 10.2. Tipos de vigas estáticamente indeterminadas
- 10.3. Análisis por la ecuación diferencial de la derivada
- 10.4. Método de la superposición

## Deflexiones por integración de la ecuación momento-curvatura

### Procedimiento:

1. Planteamos una de las ecuaciones diferenciales, por ejemplo,  $EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = M(x)$ .
2. Las incógnitas del problema serán:
  - Constantes de integración.
  - Redundancias.
3. Soluciones simbólicas serán posibles siempre que el problema sea de complejidad baja.

## Ejemplo de clase

### Example 10-1

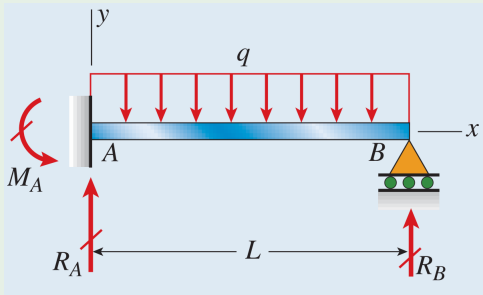


Figura: Viga en voladizo con apoyo con una carga uniformemente distribuida.

Una viga en voladizo con apoyo  $AB$  de longitud  $L$  soporta una carga uniformemente distribuida de intensidad  $q$ . Analice la viga solucionando la ecuación diferencial de segundo orden de la deformada. Determine las reacciones, fuerzas cortantes, momentos flectores, pendientes y deflexiones en la viga.

## Estudio autónomo de la sección

### Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 10.3-1
- 10.3-5
- 10.3-9a
- 10.3-11

# Derrotero

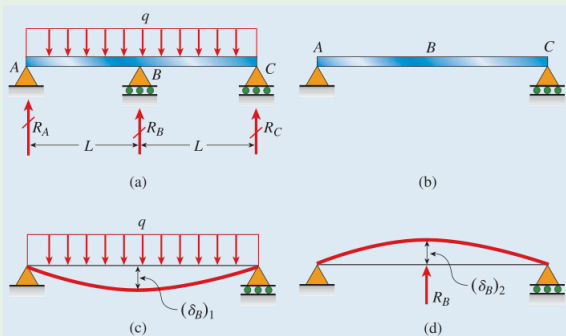
- Introducción
- 10.2. Tipos de vigas estáticamente indeterminadas
- 10.3. Análisis por la ecuación diferencial de la derivada
- 10.4. Método de la superposición

## Aplicación del método de la superposición



## Ejemplo de clase

### Example 10-3



Una viga continua de dos luces  $ABC$  soporta una carga uniformemente distribuida de intensidad  $q$ , cada luz tiene longitud  $L$ . Usando el método de la superposición, determine todas las reacciones para la viga.

Figura: Viga continua de dos luces con una carga uniformemente distribuida.

## Deflexiones por integración de la fuerza cortante y ecuaciones de carga

### Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 10.4-1
- 10.4-3
- 10.4-12
- 10.4-20

## Referencias