

Unidad 04. Esfuerzos causados por la flexión

Diseño por flexión y esfuerzos cortantes en vigas

Michael Heredia Pérez
mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
Departamento de Ingeniería Civil
Análisis Estructural Básico

2023b



Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas de sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas de sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Diseño de vigas por esfuerzos de flexión

Desde el punto de vista de la resistencia, buscamos la **forma** y **tamaño** de la viga tal que los esfuerzos actuantes en ella no excedan el esfuerzo admisible del material. Buscaremos el requerido módulo de la sección, según sea su simetría geométrica y comportamiento:

Caso 1: simétrico

- Secciones doblemente simétricas y con la misma resistencia a tracción que a compresión:

$$S = \frac{M_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{allow}}}.$$

- Debemos elegir una viga que proporcione un módulo de sección al menos tan grande como el obtenido a partir de la ecuación.

Caso 2: asimétrico

- Secciones que no son doblemente simétricas y que su resistencia a tracción y a compresión es diferente.
- Debemos calcular S para cada comportamiento, buscando cumplir con una viga que satisfaga ambos criterios.

Vigas de secciones y formas estandar

Las dimensiones y propiedades de vigas en materiales metálicos y maderas, así como su procedimiento de diseño, están regulados por diferentes instituciones de autoridad en el mundo, algunas de ellas son:

Estructuras metálicas

- *National Structural Steelwork Specification*, The British Constructional Steelwork Association, UK.
- *Steel Construction Manual*, AISC American Institute of Steel Construction, United States.
- *Eurocode 3*, Europa.
- *Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título F: estructuras metálicas.*

Estructuras de madera

- *National Design Specification for Wooden Construction*, United States.
- *Eurocode 5*, Europa.
- *Reglamento Colombia de Construcción Sismo resistente NSR-10, título G: estructuras de madera y estructuras de guadua.*

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo al manual del AISC para estructuras metalicas

1-16

DIMENSIONS AND PROPERTIES

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Dimensions

Shape	Area, in. ²	Depth, d in.	Web		Flange		Distance							
			Thickness, t _w in.	t _z in.	Width, b _f in.	Thickness, t _f in.	k _{des} in.	k _{act} in.	h _t in.	h _b in.	Work- able Gage in.			
W30x261	115	33.2	33 1/2	1.36	1 1/2	15.6	15 1/2	2.44	2 1/4	3.23	3 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x20*	109	32.0	32 1/2	1.34	1 1/2	15.5	15 1/2	2.24	2 1/4	3.03	3 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x20*	95.9	32.4	32 1/2	1.14	1 1/2	15.4	15 1/2	2.05	2 1/4	2.84	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x20*	86.0	32.0	32	1.02	1	15.3	15 1/2	1.85	1 1/2	2.64	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x21	77.0	31.6	31 1/2	0.830	1 1/2	15.2	15 1/2	1.65	1 1/2	2.44	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x25	69.3	31.3	31 1/2	0.830	1 1/2	15.1	15	1.50	1 1/2	2.29	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x21	62.3	30.9	31	0.775	1 1/2	15.1	15 1/2	1.32	1 1/2	2.10	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x19*	56.1	30.7	30 1/2	0.710	1 1/2	15.0	15	1.19	1 1/2	1.87	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x17*	50.9	30.4	30 1/2	0.655	1 1/2	15.0	15	1.07	1 1/2	1.65	2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
W30x148	43.6	26.7	30 1/2	0.650	1 1/2	10.5	10 1/2	1.18	1 1/2	1.03	2 1/4	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x12*	38.8	26.3	30 1/2	0.615	1 1/2	10.5	10 1/2	1.00	1	1.05	1 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x12*	36.5	26.2	30 1/2	0.585	1 1/2	10.5	10 1/2	0.900	1 1/2	1.58	1 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x10*	34.2	26.0	30	0.565	1 1/2	10.5	10 1/2	0.800	1 1/2	1.50	1 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x10*	31.7	25.9	29 1/2	0.545	1 1/2	10.5	10 1/2	0.760	1 1/2	1.41	1 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x9*	29.0	25.7	29 1/2	0.520	1 1/2	10.5	10 1/2	0.670	1 1/2	1.32	1 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
<x9*	26.3	25.5	29 1/2	0.470	1 1/2	10.4	10 1/2	0.610	1	1.26	1 1/2	17 1/2	26 1/2	5 1/2
W27x230*	159	32.5	32 1/2	1.97	2	15.3	15 1/2	3.54	3 1/2	4.33	4 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x20*	159	32.4	32 1/2	1.98	2	15.4	15 1/2	3.48	3 1/2	4.28	4 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x20*	99.2	30.0	30	1.26	1 1/2	14.8	14 1/2	2.28	2 1/2	3.07	3 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x20*	90.2	29.6	29 1/2	1.16	1 1/2	14.4	14 1/2	2.09	2 1/2	2.88	3	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x21	83.3	29.3	29 1/2	1.06	1 1/2	14.4	14 1/2	1.83	2 1/2	2.72	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x20*	76.1	29.0	29	0.980	1 1/2	14.3	14 1/2	1.77	2 1/2	2.56	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x25	69.4	28.7	28 1/2	0.910	1 1/2	14.2	14 1/2	1.61	2 1/2	2.40	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x21	63.9	28.4	28 1/2	0.830	1 1/2	14.1	14 1/2	1.50	2 1/2	2.29	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x14	57.1	28.1	28 1/2	0.750	1 1/2	14.0	14	1.34	1 1/2	2.13	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x17	52.5	27.8	27 1/2	0.725	1 1/2	14.1	14 1/2	1.19	2 1/2	1.98	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x16*	47.6	27.6	27 1/2	0.660	1 1/2	14.0	14	1.08	2 1/2	1.87	2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x16*	43.2	27.4	27 1/2	0.615	1 1/2	14.0	14	0.975	1	1.76	2 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
W27x129*	97.8	27.6	27 1/2	0.610	1 1/2	10.0	10	1.10	1 1/2	1.70	2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x14*	93.6	27.3	27 1/2	0.570	1 1/2	10.1	10 1/2	0.830	1 1/2	1.53	1 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x10*	90.0	27.1	27 1/2	0.515	1 1/2	10.0	10	0.830	1 1/2	1.43	1 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x8*	77.6	26.9	26 1/2	0.490	1 1/2	10.0	10	0.745	1 1/2	1.34	1 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2
<x8*	74.7	26.7	26 1/2	0.460	1 1/2	10.0	10	0.640	1 1/2	1.24	1 1/2	17 1/2	22 1/2	5 1/2

* Shape is slender for compression with $F_y = 50$ ksi.
* The actual axis, centroid and orientation of heavier components should be compared with the geometry of the cross section to ensure compatibility.
* Flange thickness greater than 2 in. Special requirements may apply per AISC Specification Section A3.3.
* Shape does not meet the b/t_f limit for shear in AISC Specification Section G2.3.1b with $F_y = 50$ ksi.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

1-17

DIMENSIONS AND PROPERTIES

Table 1-1 (continued)
W-Shapes
Properties

Nom- inal WT	Compact Section Dimensions				Axis X-X				Axis Y-Y				Torsional Properties	
	b_f in.	t_f in.	d in.	t_w in.	I_x in. ⁴	S_x in. ³	r_x in.	Z_x in. ³	I_y in. ⁴	S_y in. ³	r_y in.	Z_y in. ³	J in. ⁴	C_w in. ⁶
381	31.9	19.7	207.0	1.250	13.4	1450	1550	198	3.67	310	4.57	30.8	173	360000
357	34.6	21.6	187.0	1.140	13.3	1320	1360	179	3.64	279	4.31	26.6	134	240000
326	37.5	23.4	169.0	1.040	13.2	1190	1240	162	3.60	252	4.26	26.4	105	267000
292	41.2	26.2	149.0	0.93	13.2	1060	1100	144	3.58	223	4.22	20.2	75.2	250000
261	43.9	28.7	131.0	0.89	13.1	943	959	127	3.53	196	4.16	20.0	54.1	215000
235	45.7	32.2	117.0	0.84	13.0	847	855	114	3.51	175	4.13	20.8	46.3	180000
211	57.4	34.5	103.0	0.65	12.9	751	757	100	3.49	155	4.11	20.6	28.4	168000
191	62.5	37.7	93.0	0.60	12.8	675	673	89.5	3.46	138	4.06	20.5	21.0	146000
173	73.6	46.8	82.0	0.54	12.7	607	596	79.8	3.42	123	4.03	20.3	15.6	129000
144	44.4	41.6	66.0	0.36	12.4	500	227	43.3	2.39	68.0	2.77	28.5	14.5	49400
132	52.7	43.9	57.0	0.30	12.2	437	196	37.2	2.35	58.4	2.75	29.3	9.72	42100
124	65.6	46.2	53.0	0.35	12.1	408	181	34.4	2.23	54.0	2.73	29.3	7.99	38600
116	67.1	47.8	49.0	0.29	12.0	378	164	31.3	2.19	49.2	2.70	29.2	6.43	34900
109	69.8	49.6	44.0	0.29	11.9	346	146	27.9	2.15	43.9	2.67	29.0	4.99	30900
99	7.86	51.9	39.0	0.29	11.7	312	126	24.5	2.10	38.6	2.62	29.0	3.77	26800
90	8.52	57.5	36.0	0.25	11.7	283	115	22.1	2.09	34.7	2.60	28.9	2.84	24000
539	21.5	123	259.0	1.570	12.7	1806	2110	277	3.60	437	4.41	29.0	496	440000
569	23.6	17.3	162.0	1.620	12.2	1640	1710	346	3.46	429	4.15	27.9	170	265000
536	31.9	18.9	149.0	0.92	12.1	1330	1180	162	3.45	252	4.10	27.7	131	201000
507	34.6	20.6	131.0	0.87	12.0	1030	1050	146	3.41	227	4.04	27.5	101	199000
481	37.2	22.5	119.0	0.84	12.0	936	953	123	3.39	206	4.02	27.4	78.5	178000
458	40.2	24.4	109.0	0.75	11.9	852	859	120	3.38	187	3.96	27.2	61.6	158000
435	44.1	26.2	87.0	0.71	11.8	772	769	108	3.33	168	3.92	27.1	47.0	143000
417	47.1	28.7	81.0	0.67	11.8	711	704	100	3.32	154	3.89	26.9	37.6	128000
394	52.6	31.8	78.0	0.63	11.7	631	619	88.1	3.29	136	3.85	26.8	27.1	113000
378	55.2	32.9	70.0	0.56	11.6	570	555	78.8	3.25	122	3.83	26.6	20.1	96400
361	60.6	36.1	63.0	0.48	11.5	515	497	70.9	3.23	109	3.79	26.5	15.1	87300
346	71.6	34.4	59.0	0.44	11.5	464	443	63.5	3.20	97.7	3.76	26.4	11.5	77200
329	45.5	36.7	47.0	0.45	11.2	395	194	56.8	3.21	57.6	3.66	26.5	11.1	52500
314	54.1	42.5	40.0	0.39	11.0	343	159	31.5	2.18	49.3	2.62	26.4	7.33	27600
292	63.0	47.1	36.0	0.27	11.0	305	139	27.8	2.15	43.4	2.62	26.3	5.28	24000
274	67.0	49.5	32.0	0.23	10.9	278	124	24.8	2.12	38.8	2.56	26.2	4.02	21300
24	7.70	52.7	25.0	0.13	9.07	344	106	21.2	2.07	33.2	2.54	26.1	2.81	17900

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION

Figura: Recorte del Steel Construction Manual, AISC.

Vigas de secciones y formas estandar

Un vistazo a la norma NSR-10 para estructuras metalicas

NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio			
Tabla F.5.4.7-2 Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión			
1		$p \leq 5$	$\lambda_0 = \lambda_1 = 5B/(1 - 0.6p^{1/2})(H/\lambda_1)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
2		$p \leq 5$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 - (u-1)[2(u-1)^2 - 1.5p]$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
3		$p = 1$	$\lambda_0 = 66$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6$
4		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 1.0$	$\lambda_0 = (H/\lambda_1)[4.1 + 0.5(B/D)^2] - 0.6p^{1/2}(H/\lambda_1)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.6 - 0.4(1 - B/D)^2$
5		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 1.0$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 + 1.5p(u-1) - 2(u-1)^2$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_1$
6		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 1.0$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = 37$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.60$
7		$p \leq 3.5$	$\lambda_0 = 5.1B/(1 - p^{1/2})(H/\lambda_1)^{1/2}$ $X = 1$
8		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 2.0$	$\lambda_0 = \lambda_1 = (H/\lambda_1)[4.4 + 1.1(B/D)^2] - 0.7p^{1/2}(H/\lambda_1)^{1/2}$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_1 = 1.1 - 0.3B/D$
9		$p \leq 5$ $0.5 \leq B/D \leq 2.0$ $1 \leq u \leq 2.5$	$\lambda_0 = \lambda_1 + 1.5p(u-1) - 2(u-1)^2$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = X_1$
F-493			
NSR-10 – Capítulo F.5 – Estructuras de aluminio			
Tabla F.5.4.7-2 (continuación) Parámetros de pandeo torsional para miembros a compresión			
10		$p \leq 5$	$\lambda_0 = 78$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.33$
11		$p \leq 5$	$\lambda_0 = 68$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.76$
12		$p \leq 5$	$\lambda_0 = 63$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.89$
13		$8.5 \leq B/D \leq 2.0$ $p \leq 3.5$	$\lambda_0 = (H/\lambda_1)[1.4 + 1.5(B/D) + 1.1(B/D)^2] - p^{1/2}(H/\lambda_1)^{1/2}$ $X = 1.3 - 0.8B/D + 0.2(B/D)^2$
14		$p \leq 5$	$\lambda_0 = 65$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.78$
15		$1 \leq B/H \leq 3$ $1 \leq C/H \leq 2$	$\lambda_0 = (H/\lambda_1)[7 + 1.5(B/H)(C/H)]$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.25B/H - 0.04(B/H)^2$ $Y = 0.14 - 0.02B/H - 0.02C/H$
16		$1 \leq B/H \leq 3$ $C/H \leq 0.4$	$\lambda_0 = (H/\lambda_1)[7 + 1.5(B/H) + 5(C/H)^2]$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.25B/H - 0.04(B/H)^2 - 0.25C/H$ $Y = 0.12 - 0.02B/H + [0.4(C/H)^2]/(B/H - 0.5)$
17		$1 \leq B/H \leq 3$ $C/H \leq 0.4$	$\lambda_0 = (H/\lambda_1)[7 + 1.5(B/H) + 5(C/H)^2]$ $\lambda = \lambda_1/\lambda_0$ $X = 0.35B/H - 0.04(B/H)^2$ $Y = 0.12 - 0.02B/H + [0.05(C/H)]/(B/H - 0.5)$
F-494			

Figura: Recorte del título F de la NSR-10.

Eficiencia relativa de distintas formas de vigas

Desde el punto de vista de la resistencia, la eficiencia en vigas depende principalmente de la forma de la sección transversal. **La forma más eficiente es aquella en la cual el material está localizado lo más lejos posible del eje neutro.**

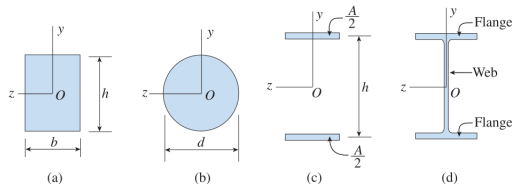


Figura: Diferentes secciones transversales de vigas.

Sección cuadrada:

$$S_{\text{cuadrado}} = \frac{h^3}{6} \\ = 0,1160d^3$$

Sección circular

$$S_{\text{circulo}} = \frac{\pi d^3}{32} \\ = 0,0982d^3$$

Sección ideal:

$$I = 2 \frac{A}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{Ah^2}{4} \\ S = \frac{1}{h/2} = 0,5Ah$$

Sección tipo I:

$$S \approx 0,35Ah$$

Ejemplo de clase

Example 5-5

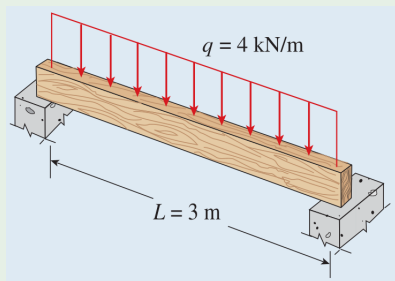


Figura: Viga de madera simplemente apoyada.

Una viga simplemente apoyada de madera tiene una luz de 3 m y soporta una carga uniformemente distribuida de 4 kN/m. El esfuerzo admisible a flexión es de 12 MPa, la madera pesa 5.4 kN/m^3 , y la viga está soportada lateralmente frente a pandeo (*buckling*) o vuelco (*tipping*). Seleccione una sección adecuada de la tabla en el apéndice F de Gere and Goodno (2012).

Estudio autónomo de la sección

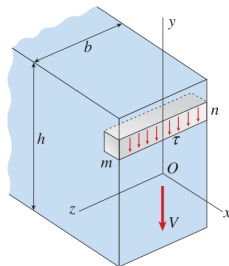
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.6-5
- 5.6-12
- 5.6-17

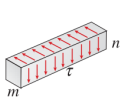
Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas de sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes verticales y horizontales



(a)



(b)



(c)

Hipótesis de análisis

1. Los esfuerzos cortantes τ actuantes en la sección transversal son paralelos a la fuerza cortante V , es decir, paralelos a los lados de la sección transversal.
2. Los esfuerzos cortantes τ están uniformemente distribuidos en el espesor b de la sección, aunque pueden variar en la altura.
3. Las superficies superior e inferior no estarán sometidas a esfuerzos cortantes, en otras palabras, $\tau = 0$ cuando $y = \pm h/2$.

Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

Estando en un estado de flexión no uniforme, se generan fuerzas cortantes en la sección, generando esfuerzos cortantes verticales y horizontales de igual magnitud, así que calculando los horizontales se da respuesta a los verticales.

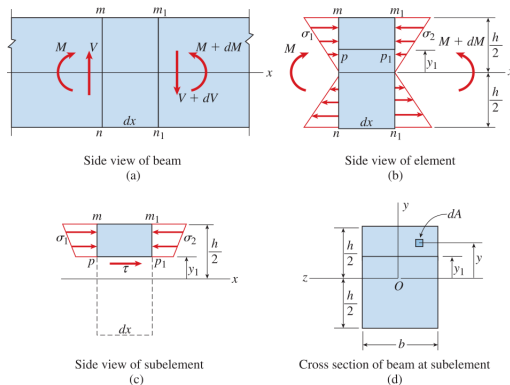


Figura: Esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular

Fórmula del cortante

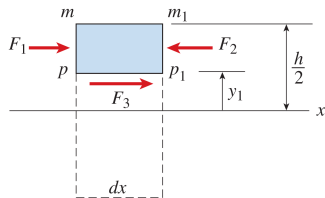


Figura: Diagrama de cuerpo libre parcial de un subelemento mostrando todas las fuerzas horizontales.

Análisis:

- Las resusltantes de los esfuerzos normales por flexión en el elemento:

$$F_1 = \int \frac{My}{I} dA \quad F_2 = \int \frac{(M + dM)y}{I} dA.$$

- Del equilibrio horizontal en la sección transversal:

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y dA.$$

- Bajo la hipótesis de que τ está uniformemente distribuido en el espesor:

$$F_3 = \tau b dx$$

- Igualando, y sabiendo que $dM(x)/dx = V(x)$:

$$\tau = \frac{V}{Ib} \int y dA.$$

Fórmula del cortante

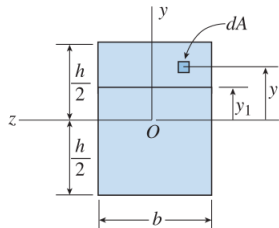


Figura: Subelemento en la sección transversal analizada de una viga.

- La integral es el primer momento de área del trozo de sección transversal sobre el nivel al cual se quiere calcular el esfuerzo cortante:

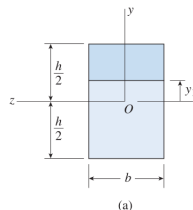
$$Q = \int y dA.$$

- La fórmula del cortante:

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}.$$

Observación: el primer momento de área Q varía con la distancia y_1 desde el eje neutro, igualmente lo hará el esfuerzo cortante τ .

Cálculo del primer momento de área Q



- Si lo calculamos por “geometría de bloques”:

$$Q = b \left(\frac{h}{2} - y_1 \right) \left(y_1 + \frac{h/2 - y_1}{2} \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

- Si lo calculamos resolviendo la integral:

$$Q = \int_{y_1}^{h/2} y b \, dy = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right).$$

- En todo caso, reemplazando en la fórmula de cortante:

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

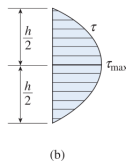
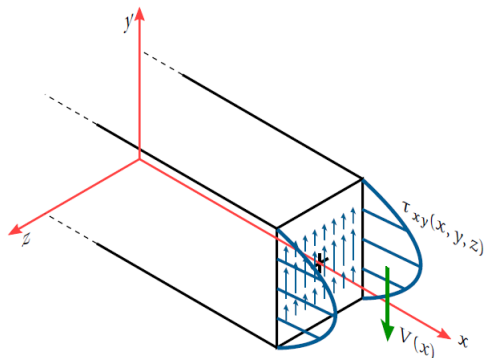


Figura: Distribución de los esfuerzos cortantes en una viga de sección rectangular: (a) sección transversal de la viga y (b) diagrama que muestra la distribución parabólica de esfuerzos cortantes en la altura de la viga.

Interpretación de las ecuaciones derivadas



- El esfuerzo cortante es nulo en $y_1 = \pm h/2$.
- El máximo esfuerzo cortante ocurre en el eje neutro ($y_1 = 0$) donde Q alcanza su máximo, así:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}.$$

Figura: Los esfuerzos cortantes, en el caso de una viga de sección rectangular, varían de forma parabólica con respecto al eje y . La fuerza cortante es positiva cuando la resultante de los esfuerzos cortantes τ_{xy} mostrados apunta en la dirección contraria al eje y . Tomado de [Álvarez \(2024\)](#).

Limitaciones en el cálculo del esfuerzo cortante con la formulación planteada

Fórmula del cortante (*Shear formula*)

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

1. Ecuaciones válidas para vigas de material elástico lineal con pequeñas deflexiones.
2. En el caso de secciones rectangulares, la precisión de la fórmula del cortante depende de la relación altura-ancho de la sección. Cuando $h/b \rightarrow 1$ la fórmula del cortante sobreestima el esfuerzo cortante.
3. No es aplicable a secciones circulares o semicirculares. La fórmula del cortante aplica solamente a vigas prismáticas.

Efectos de las deformaciones angulares

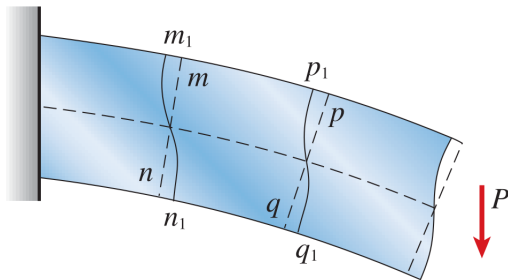


Figura: Alabeo de la sección transversal de una viga debido a las deformaciones angulares.

1. Como resultado de las deformaciones angulares, la sección transversal que antes era plana ahora se alabea. Deformación angular máxima en el eje neutro y mínima (nula) en las superficies externas, donde las curvas son perpendiculares a las mismas.
2. Elongación/contracción de los elementos longitudinales debidas a la flexión no se afectan por las deformaciones angulares, y la distribución de esfuerzos normales es la misma que en flexión pura.
3. En la mayoría de casos, es confiable usar la fórmula de la flexión para condiciones de flexión no uniforme.

Ejemplo de clase

Example 5-11

Una viga simplemente apoyada de metal con luz de 1 m soportada en los puntos A y B . La carga en la viga incluye su peso propio y tiene una intensidad de 28 kN/m . La sección transversal de la viga es rectangular de $25 \times 100 \text{ mm}$. Desprecie el pandeo lateral. Determine el esfuerzo normal y esfuerzo cortante en el punto C , a 25 mm por debajo de la parte superior de la viga y a 200 mm del apoyo en B . Muestre estos esfuerzos dibujados en un elemento de esfuerzos en el punto dado.

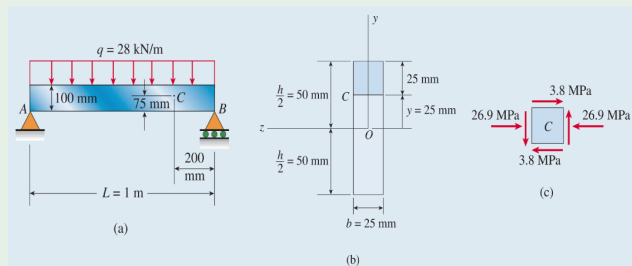


Figura: (a) Viga simple con carga uniformemente distribuida, (b) sección transversal de la viga y (c) elemento de esfuerzo mostrando los esfuerzos en el punto C .

Estudio autónomo de la sección

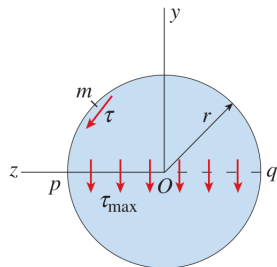
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.8-1
- 5.8-5
- 5.8-8
- 5.8-9

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas de sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular



Podemos calcular los esfuerzos cortantes en el eje neutro. Asumimos:

1. En el eje neutro están los esfuerzos máximos.
2. Allí los esfuerzos cortantes actúan paralelos al eje y y son de intensidad constante en el espesor de la viga.
3. Por 2. podemos aplicar la fórmula del cortante $\tau = VQ/Ib$ en el eje neutro.

Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular

Para una sección circular sólida

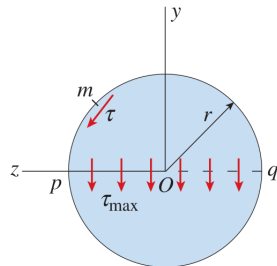


Figura: Esfuerzo cortante actuando en la sección transversal de una viga circular.

Conocemos el momento de inercia I , el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad Q = A\bar{y} = \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) \left(\frac{4r}{3\pi} \right) = \frac{2r^3}{3} \quad b = 2r.$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{V(3r^3/3)}{(\pi r^4/4)(2r)} = \frac{4}{3} \frac{V}{A}.$$

Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular

Para una sección circular hueca

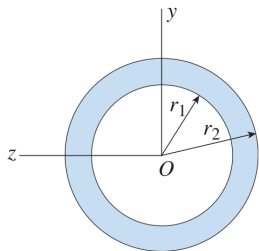


Figura: Sección circular hueca, un tubo.

Conocemos el momento de inercia I , el primer momento de área Q y el diámetro b por notación:

$$I = \frac{\pi}{4}(r_2^4 - r_1^4) \quad Q = \frac{2}{3}(r_2^3 - r_1^3) \quad b = 2(r_2 - r_1).$$

Reemplazando en la fórmula del cortante (esfuerzo cortante máximo):

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{4}{3} \frac{V}{A} \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 + r_1^2} \right),$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2).$$

Estudio autónomo de la sección

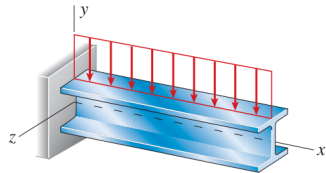
Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

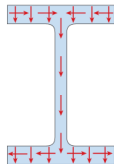
Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas de sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Vigas de sección I y sus variaciones



(a)



(b)

Configuración:

Figura: (a) Viga de sección alada ancha y (b) direcciones del esfuerzo cortante actuando en la sección transversal

Esfuerzos en el alma de la viga tipo I y sus variaciones

Fuerza cortante en el alma

Limitaciones de las ecuaciones desarrolladas

Estudio autónomo de la sección

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección
- 5.10-4
- 5.10-7
- 5.10-12

Derrotero

- 5.6. Diseño de vigas por esfuerzos de flexión
- 5.8. Esfuerzos cortantes en vigas de sección rectangular
- 5.9. Esfuerzos cortantes en vigas de sección circular
- 5.10. Esfuerzos cortantes en el alma de vigas con alas
- 5.11. Flujo de cortante

Flujo de cortante

Estudio autónomo de la sección

Lectura

Flujo de cortante, wikipedia, [link](#).

Ejercicios recomendados

- Todos los ejemplos de la sección

Referencias

Gere, J. M. and Goodno, B. J. (2012). *Mechanics of materials*. Cengage learning.

Álvarez, D. A. (2024). *Teoría de la elasticidad usando Matlab y Maxima. Volumen 3: Vigas, Losas y Estabilidad elástica*. Universidad Nacional de Colombia.