

# 00. Presentación del curso

Michael Heredia Pérez  
[mherediap@unal.edu.co](mailto:mherediap@unal.edu.co)

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales  
Departamento de Ingeniería Civil  
Mecánica Tensorial

2023a



# Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada [Álvarez \(2022\)](#).



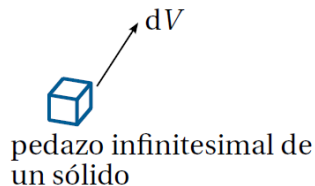
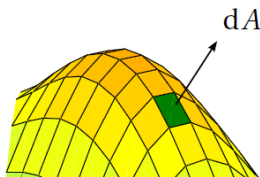
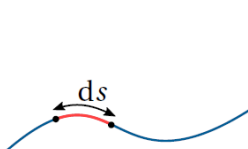
# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias

# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias

# Diferenciales de primer, segundo y tercer orden



# Fuerzas que actúan sobre un sólido

## Fuerzas másicas

(*body forces*)

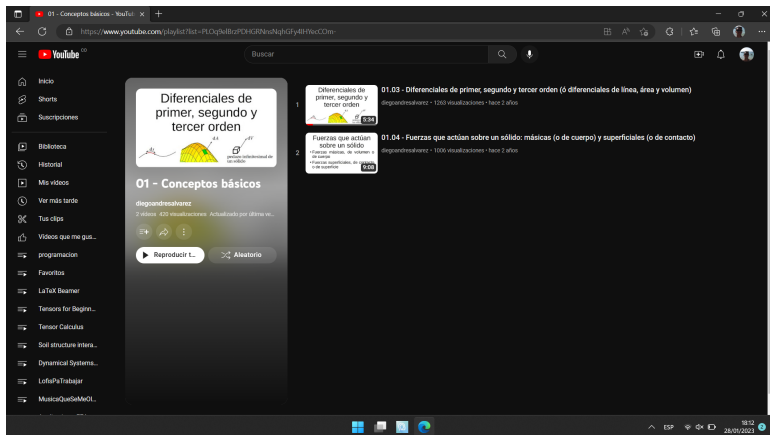
$$\mathbf{b}(x, y, z) := [X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)]^T$$

## Fuerzas superficiales

(*surface forces*)

$$\mathbf{f}(x, y, z) := [\bar{X}(x, y, z), \bar{Y}(x, y, z), \bar{Z}(x, y, z)]^T$$

# Videos de YouTube



- Lista de reproducción: **01 - Conceptos básicos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **01. Conceptos fundamentales**

# Derrotero

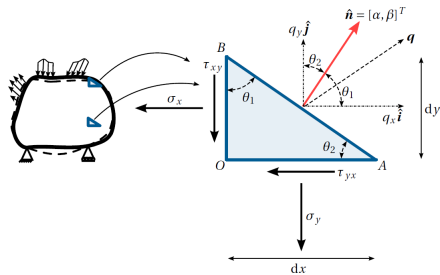
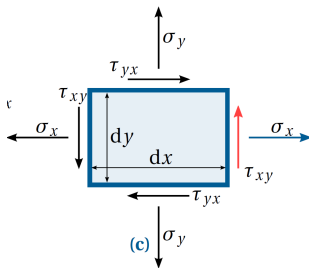
- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto**
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias



# Esfuerzos en 2D

## Fórmula de Cauchy bidimensional

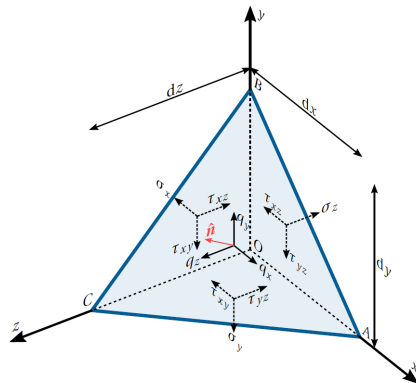
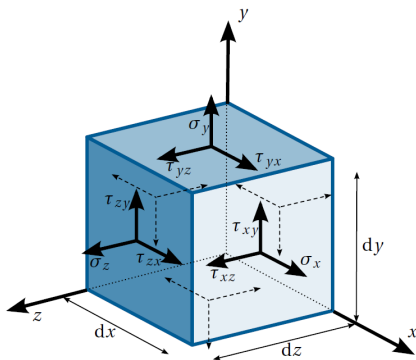
$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$



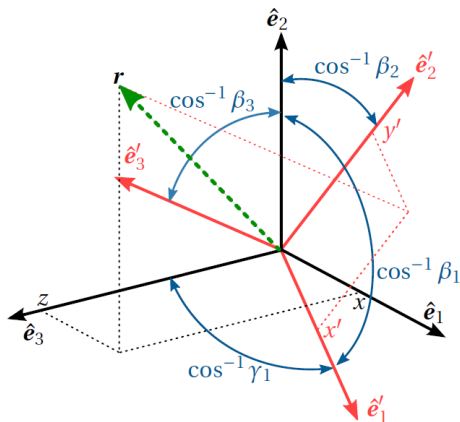
# Esfuerzos en 3D

## Fórmula de Cauchy tridimensional

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$



# Cambio de base



- Sistema de coordenadas **globales**:  $(x_i, \hat{e}_i)$
- Sistema de coordenadas **locales**:  $(x'_i, \hat{e}'_i)$

# Matriz de esfuerzos en otro sistema coordenado

Del sistema global al local

Incómodo al cómodo

$$\underline{\underline{\sigma'}} = T^T \underline{\underline{\sigma}} T$$

Del sistema local al global

Cómodo al incómodo

$$\underline{\underline{\sigma}} = T \underline{\underline{\sigma'}} T^T$$

# Esfuerzos y direcciones principales

Se encuentran al obtener los valores y vectores propios de la matriz de esfuerzos:

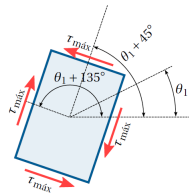
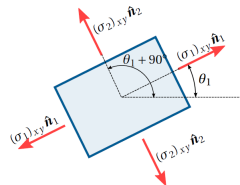
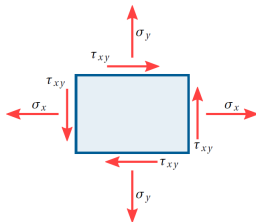
$$\underline{\underline{\sigma}} \hat{n} = \sigma_n \hat{n}$$

$$\det(\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_n \mathbf{I}) = 0$$

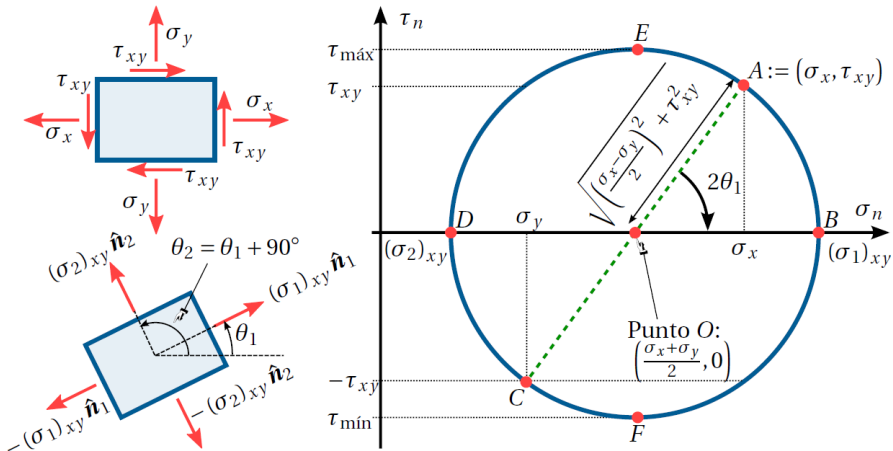
# Esfuerzos y direcciones principales 2D

$$(\sigma_1)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_2)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



# Círculo de Mohr bidimensional



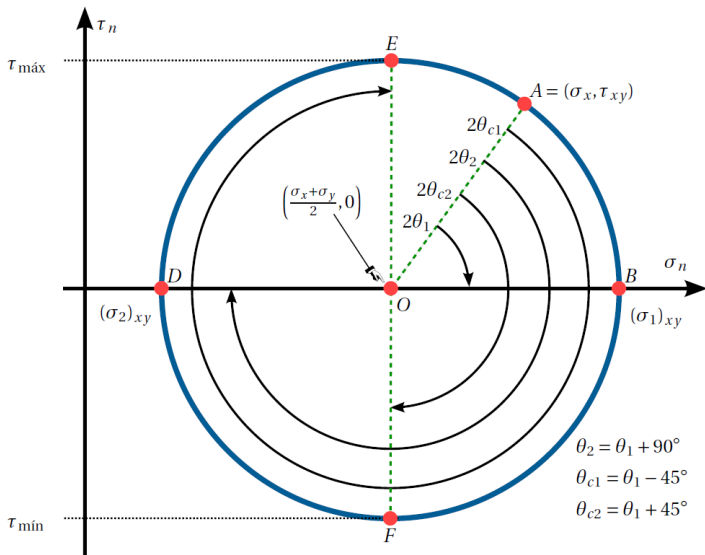
# Círculo de Mohr bidimensional

Se construye con:

$$\sigma_n(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$
$$\tau_n(\theta) = \tau_{xy} \cos 2\theta - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta$$



# Círculo de Mohr bidimensional



# Videos de YouTube

02 - Esfuerzos o tensiones

diegoandresalvarez

11 videos • 3870 visualizaciones • Actualizado por...

Reproducir... Aleatorio

En el curso de resistencia de materiales se estudió cómo se podían calcular los esfuerzos en vigas y columnas sometidas a tracción, compresión, flexión o torsión. En mecánica de sólidos se estudian los esfuerzos y las deformaciones unitarias en objetos de geometría más complicada. En esta lista de reproducción se hará una revisión de los conceptos vistos en el curso de resistencia de materiales con respecto a esfuerzos, esfuerzos principales, círculo de Mohr, entre otros temas de interés, pero tratados desde un

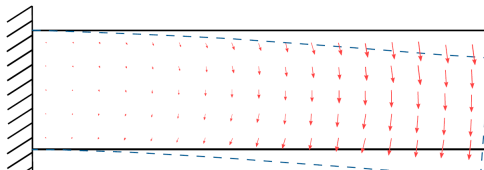
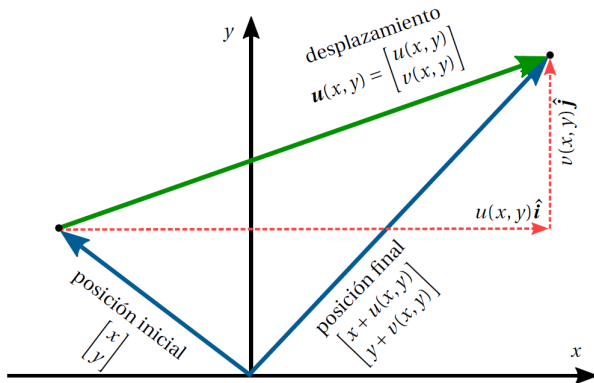
1. ¿Qué es un esfuerzo o tensión? 04:45
2. 02.01 - ¿Qué es la tensión o el esfuerzo? 15:10
3. 02.02.01 - Análisis de los esfuerzos en un elemento rectangular infinitesimal de espesor  $t$  1:20
4. 02.02.02 - Análisis de los esfuerzos en un elemento triangular infinitesimal de espesor  $t$  1:21
5. 02.03.01 - Esfuerzos en un paralelepípedo infinitesimal 1:17
6. 02.03.02 - Análisis de un elemento tetraédrico infinitesimal 1:44
7. 02.09 - Circulo de Mohr en 2D (Parte 1/3) - Deducción del círculo de Mohr para tensión plana 16:34
8. 02.09 - Circulo de Mohr en 2D (Parte 2/3) - Esfuerzos normales y cortantes máximos y mínimos 21:25

- Lista de reproducción: 02 - Esfuerzos o Tensiones
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): 02. Estudio de los esfuerzos en un punto

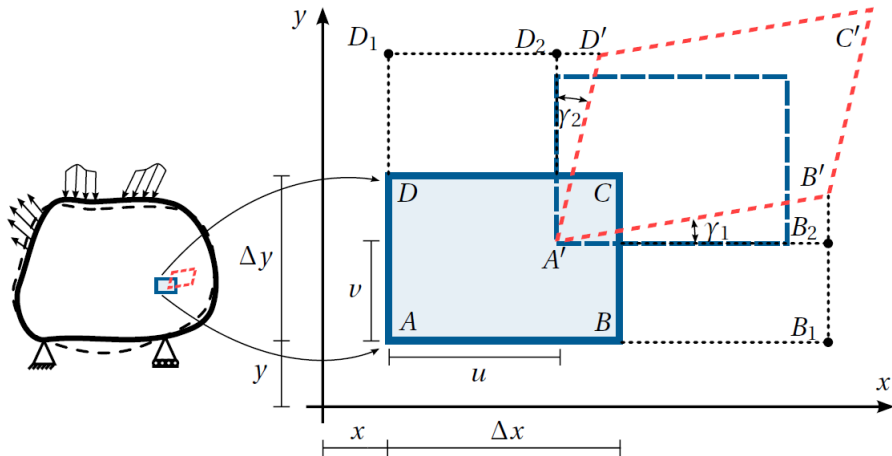
# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto**
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias

# Campo vectorial de desplazamientos



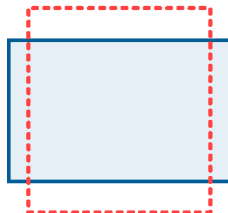
# Deformaciones



# Deformaciones longitudinales



$\varepsilon_x > 0$  (estiramiento en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y < 0$  (contracción en dirección  $y$ )



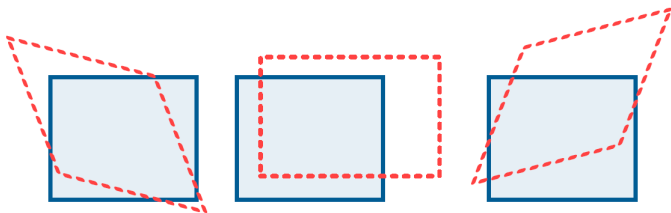
$\varepsilon_x < 0$  (contracción en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y > 0$  (estiramiento en dirección  $y$ )

$$\varepsilon_x(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) := \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z(x, y, z) := \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial z}$$

# Deformaciones angulares

(a)  $\gamma_{xy} < 0$ (b)  $\gamma_{xy} = 0$ (c)  $\gamma_{xy} > 0$ 

$$\gamma_{xy}(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz}(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial x}$$

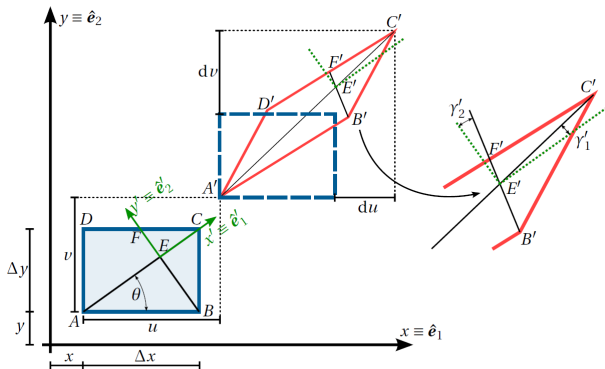
$$\gamma_{yz}(x, y, z) := \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y}$$

# Deformaciones angulares: matemáticas vs ingenieriles

$$\underbrace{\varepsilon_{xy}(x, y)}_{\text{Def. matemáticas}} := \underbrace{\frac{\gamma_{xy}(x, y)}{2}}_{\text{Def. ingenieriles}}$$



# Deformaciones en otras direcciones



$$\varepsilon'_x(\theta) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{x'y'}(\theta) = \varepsilon_{xy} \cos 2\theta - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

# Deformaciones en otras direcciones

- En términos de deformaciones matemáticas:

$$\underline{\underline{\epsilon}}' = \mathbf{T}_{\sigma} \underline{\underline{\epsilon}}$$

- En términos de deformaciones ingenieriles:

$$\underline{\underline{\epsilon}}' = \mathbf{T}_{\epsilon} \underline{\underline{\epsilon}}$$

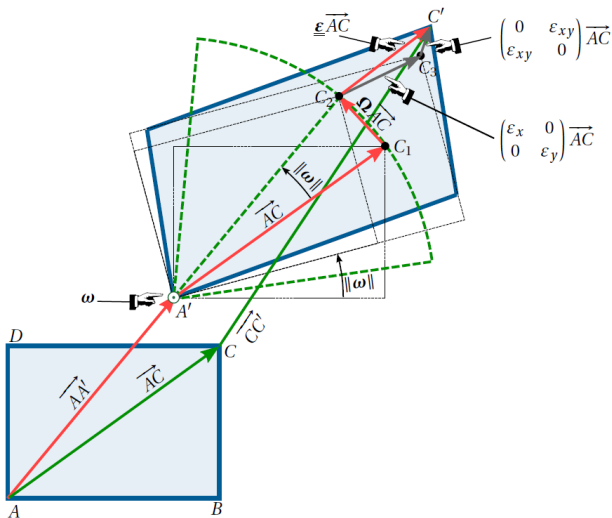
Con la relación

$$\mathbf{T}_{\sigma}^{-1} = \mathbf{T}_{\epsilon}^T$$

y

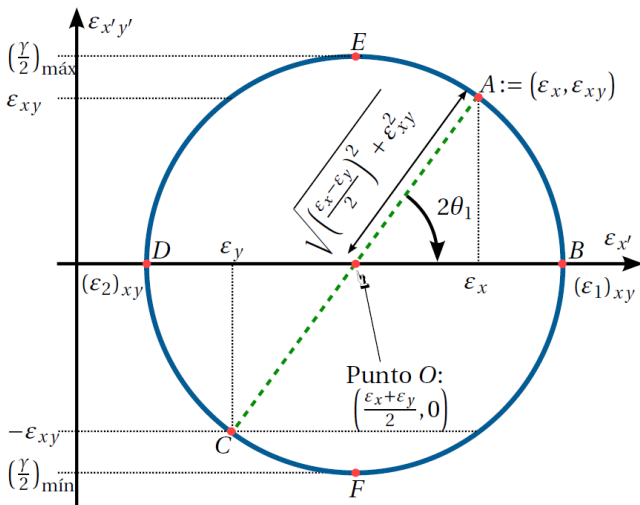
$$\underline{\underline{\epsilon}} = \mathbf{T} \underline{\underline{\epsilon}}' \mathbf{T}^T$$

# Rotación

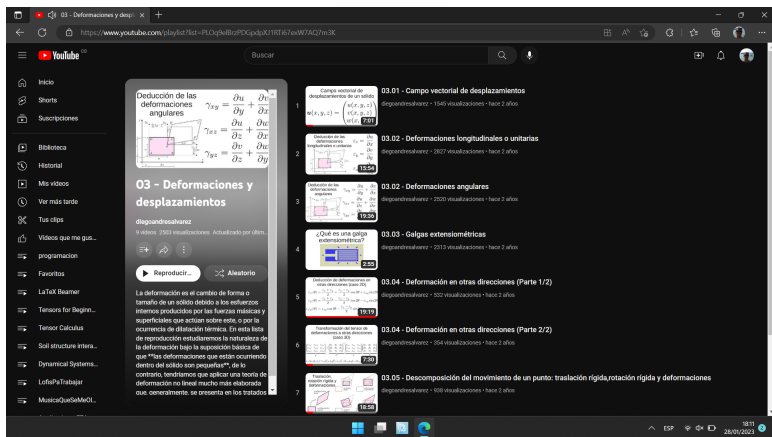


# Deformaciones principales

Círculo de Mohr para deformaciones.



# Videos de YouTube

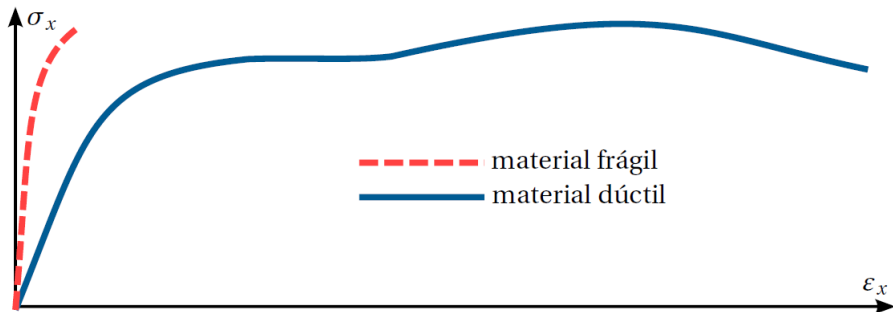


- Lista de reproducción: **03 - Deformaciones y desplazamientos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **03. Estudio de los desplazamientos y deformaciones en un punto**

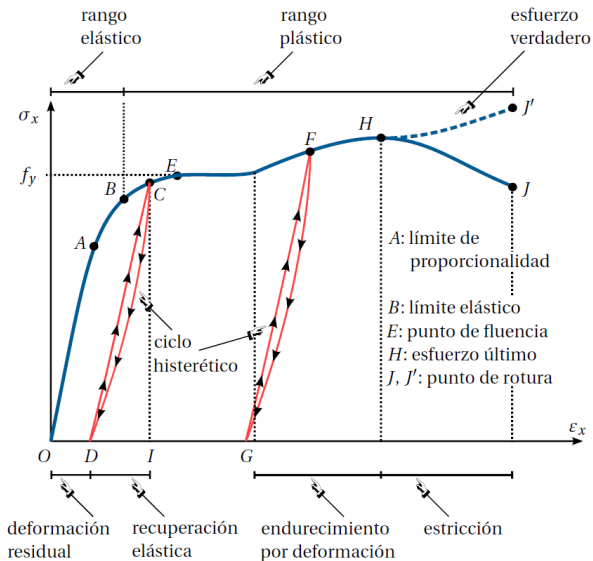
# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones**
- 5 Referencias

# Materiales frágiles y materiales dúctiles



# Comportamiento de los materiales dúctiles





# Ley de Hooke generalizada para materiales isótropos

# Ley de Hooke generalizada para materiales isótropos

# Dilatación cúbica

# Teorema de la divergencia

# Módulo de compresibilidad

# Videos de YouTube

- No hay :(
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): [04. Relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones](#)

# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias**

# Referencias I

Álvarez, D. A. (2022). *Teoría de la elasticidad*. Universidad Nacional de Colombia.



## Enlaces de interés

Repositorio de GitHub: [github.com/michaelherediaperez/medio\\_continuo](https://github.com/michaelherediaperez/medio_continuo)