

# 00. Presentación del curso

Michael Heredia Pérez  
[mherediap@unal.edu.co](mailto:mherediap@unal.edu.co)

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales  
Departamento de Ingeniería Civil  
Mecánica Tensorial

2023a





# Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada **Álvarez (2022)**.





# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias

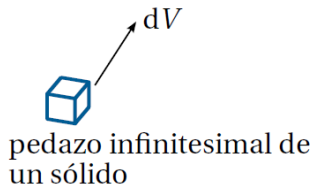
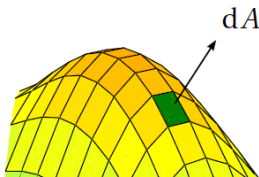
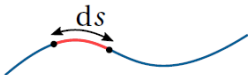


# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias



# Diferenciales de primer, segundo y tercer orden





# Fuerzas que actúan sobre un sólido

## Fuerzas másicas

(*body forces*)

$$\mathbf{b}(x, y, z) := [X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)]^T$$

## Fuerzas superficiales

(*surface forces*)

$$\mathbf{f}(x, y, z) := [\bar{X}(x, y, z), \bar{Y}(x, y, z), \bar{Z}(x, y, z)]^T$$



# Videos de YouTube

La imagen muestra una interfaz de navegador web con una lista de reproducción de YouTube. El navegador es Google Chrome, con la barra de direcciones mostrando la URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLOqelBzPCdHGRNsNqHGFy4IH-VecCOM>. El título de la lista de reproducción es "01 - Conceptos básicos" por el canal "diegoandresalvarez".

El video principal que se muestra es "Diferenciales de primer, segundo y tercer orden", con una miniatura que ilustra un sólido amarillo con líneas de contorno y una ecuación  $\sigma = \frac{F}{A}$ . Debajo del título, se indica que el video tiene 2 vistas y 432 visualizaciones, actualizado por última vez.

En la parte superior derecha, se muestran dos videos adicionales:

- 01.03 - Diferenciales de primer, segundo y tercer orden (ó diferenciales de línea, área y volumen) por diegoandresalvarez · 1263 visualizaciones · hace 2 años.
- 01.04 - Fuerzas que actúan sobre un sólido: máscas (o de cuerpo) y superficiales (o de contacto) por diegoandresalvarez · 1006 visualizaciones · hace 2 años.

En la parte inferior de la pantalla, se ve la barra de tareas de Windows con el reloj indicando 18:12 el 28/01/2023.

- Lista de reproducción: **01 - Conceptos básicos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **01. Conceptos fundamentales**



# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto**
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias

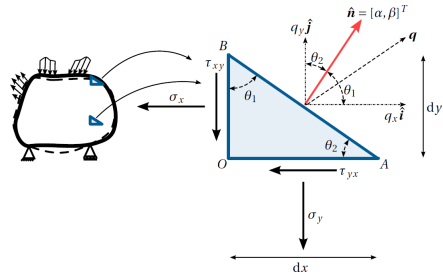
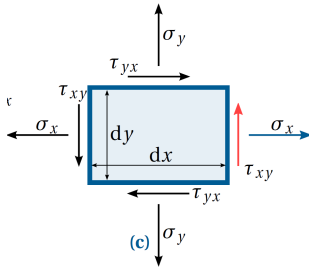




# Esfuerzos en 2D

## Fórmula de Cauchy bidimensional

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

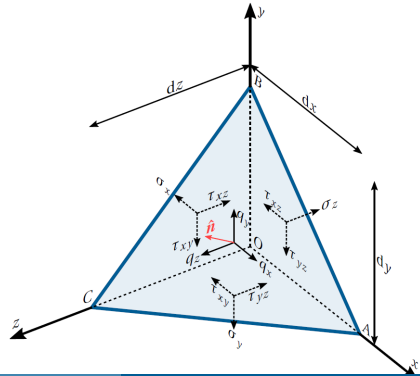
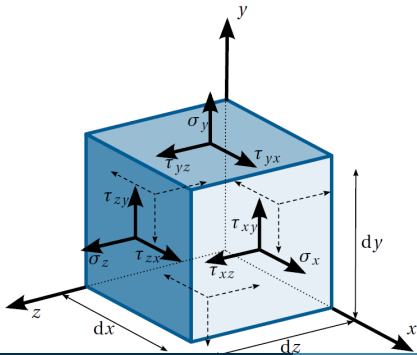




# Esfuerzos en 3D

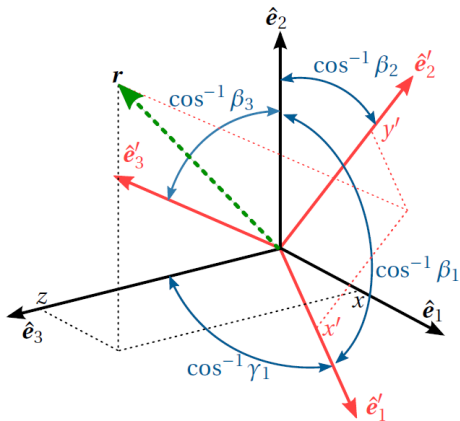
## Fórmula de Cauchy tridimensional

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$





# Cambio de base



- Sistema de coordenadas **globales**:  $(x_i, \hat{e}_i)$
- Sistema de coordenadas **locales**:  $(x'_i, \hat{e}'_i)$



# Matriz de esfuerzos en otro sistema coordenado

Del sistema global al local

Incómodo al cómodo

$$\underline{\underline{\sigma'}} = T^T \underline{\underline{\sigma}} T$$

Del sistema local al global

Cómodo al incómodo

$$\underline{\underline{\sigma}} = T \underline{\underline{\sigma'}} T^T$$



# Esfuerzos y direcciones principales

Se encuentran al obtener los valores y vectores propios de la matriz de esfuerzos:

$$\underline{\underline{\sigma}} \hat{n} = \sigma_n \hat{n}$$

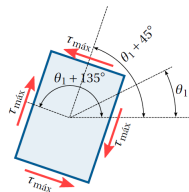
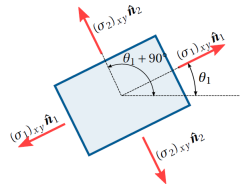
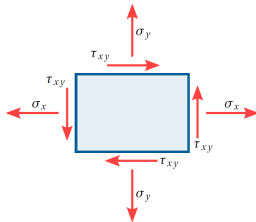
$$\det(\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_n \mathbf{I}) = 0$$



# Esfuerzos y direcciones principales 2D

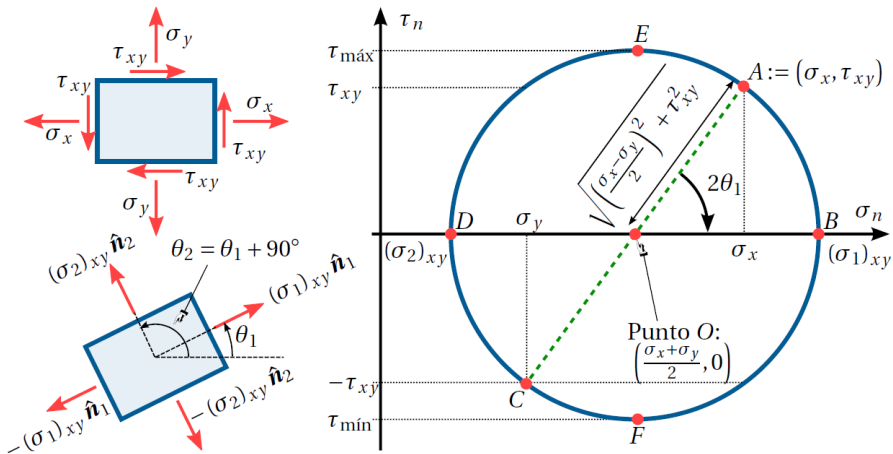
$$(\sigma_1)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_2)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$





# Círculo de Mohr bidimensional





# Círculo de Mohr bidimensional

Se construye con:

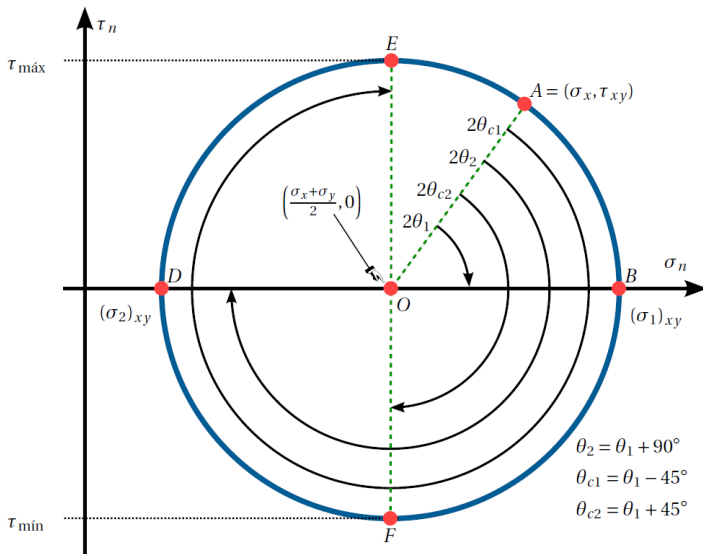
$$\sigma_n(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_n(\theta) = \tau_{xy} \cos 2\theta - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta$$





# Círculo de Mohr bidimensional





# Videos de YouTube

**02 - Esfuerzos o tensiones**

diegoandresalvarez

11 videos · 3870 visualizaciones · Actualizado por...

Reproducir... Aleatorio

En el curso de resistencia de materiales se estudió cómo se podían calcular los esfuerzos en vigas y columnas sometidas a tracción, compresión, flexión o torsión. En mecánica de sólidos se estudian los esfuerzos y las deformaciones unitarias en objetos de geometría más complicada. En esta lista de reproducción se hará una revisión de los conceptos vistos en el curso de resistencia de materiales con respecto a esfuerzos, esfuerzos principales, círculo de Mohr, entre otros temas de interés, pero tratados desde un...

- 02.01 - Qué es la tensión o el esfuerzo? · 1510 visualizaciones · hace 2 años
- 02.02.01 - Análisis de los esfuerzos en un elemento rectangular infinitesimal de espesor  $t$  · 1200 visualizaciones · hace 2 años
- 02.02.02 - Análisis de los esfuerzos en un elemento triangular infinitesimal de espesor  $t$  · 1210 visualizaciones · hace 2 años
- 02.03.01 - Esfuerzos en un paralelepípedo infinitesimal · 1172 visualizaciones · hace 2 años
- 02.03.02 - Análisis de un elemento tetraédrico infinitesimal · 1444 visualizaciones · hace 2 años
- 02.09 - Circulo de Mohr en 2D (Parte 1/3) - Deducción del círculo de Mohr para tensión plana · 3165 visualizaciones · hace 2 años
- 02.09 - Circulo de Mohr en 2D (Parte 2/3) - Esfuerzos normales y cortantes máximos y mínimos · 2343 visualizaciones · hace 2 años

- Lista de reproducción: **02 - Esfuerzos o Tensiones**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **02. Estudio de los esfuerzos en un punto**

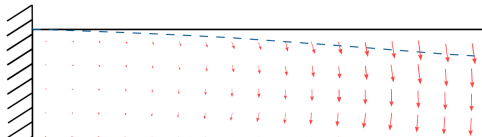
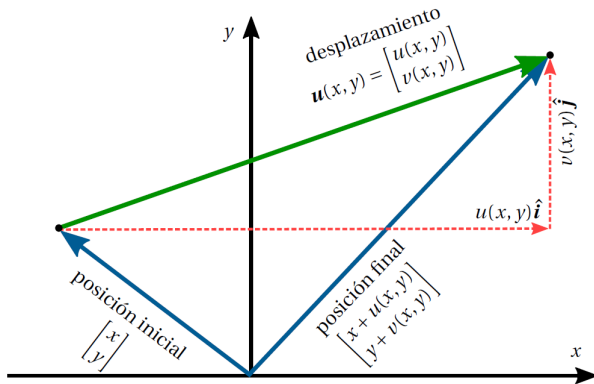


# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto**
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias

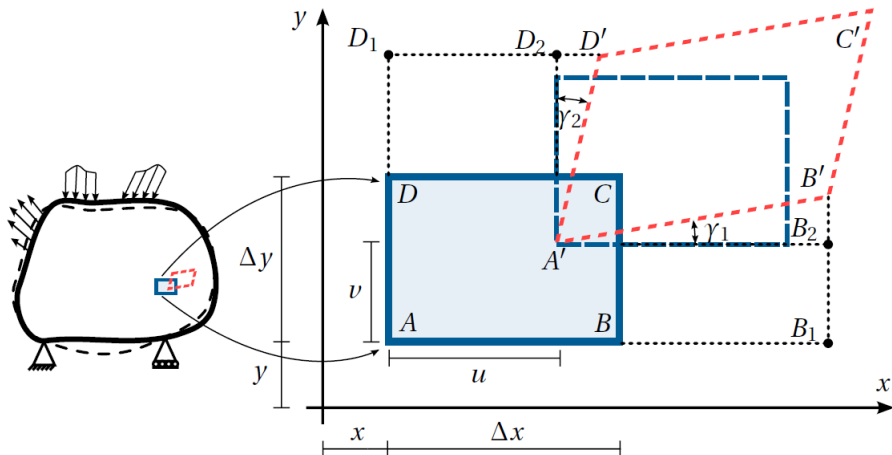


# Campo vectorial de desplazamientos





# Deformaciones

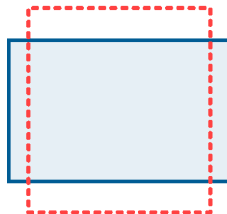




# Deformaciones longitudinales



$\varepsilon_x > 0$  (estiramiento en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y < 0$  (contracción en dirección  $y$ )



$\varepsilon_x < 0$  (contracción en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y > 0$  (estiramiento en dirección  $y$ )

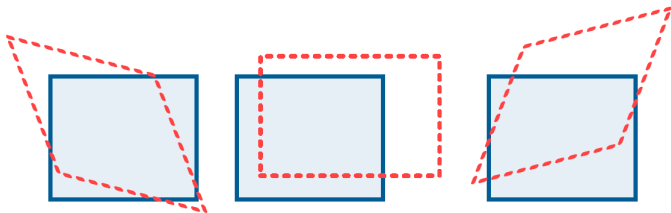
$$\varepsilon_x(x, y, z) := - \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) := - \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z(x, y, z) := - \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial z}$$



# Deformaciones angulares

(a)  $\gamma_{xy} < 0$ (b)  $\gamma_{xy} = 0$ (c)  $\gamma_{xy} > 0$ 

$$\gamma_{xy}(x, y, z) := -\frac{\partial u(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\gamma_{xz}(x, y, z) := -\frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz}(x, y, z) := -\frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y}$$



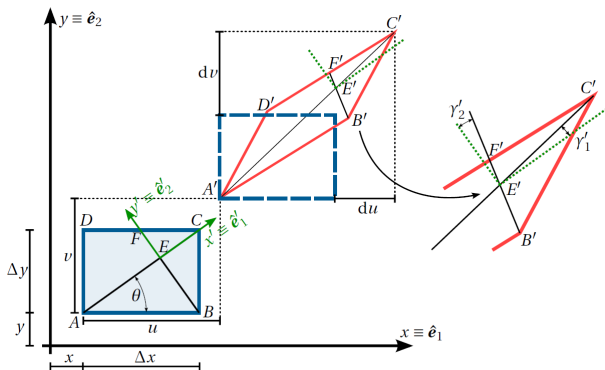
# Deformaciones angulares: matemáticas vs ingenieriles

$$\underbrace{\varepsilon_{xy}(x, y)}_{\text{Def. matemáticas}} \quad :- \quad \underbrace{\frac{\gamma_{xy}(x, y)}{2}}_{\text{Def. ingenieriles}}$$





# Deformaciones en otras direcciones



$$\varepsilon'_x(\theta) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{x'y'}(\theta) = \varepsilon_{xy} \cos 2\theta - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$



# Deformaciones en otras direcciones

- En términos de deformaciones matemáticas:

$$\underline{\underline{\epsilon}}' = \underline{\underline{T}}_{\sigma} \underline{\underline{\epsilon}}$$

- En términos de deformaciones ingenieriles:

$$\underline{\underline{\epsilon}}' = \underline{\underline{T}}_{\epsilon} \underline{\underline{\epsilon}}$$

Con la relación

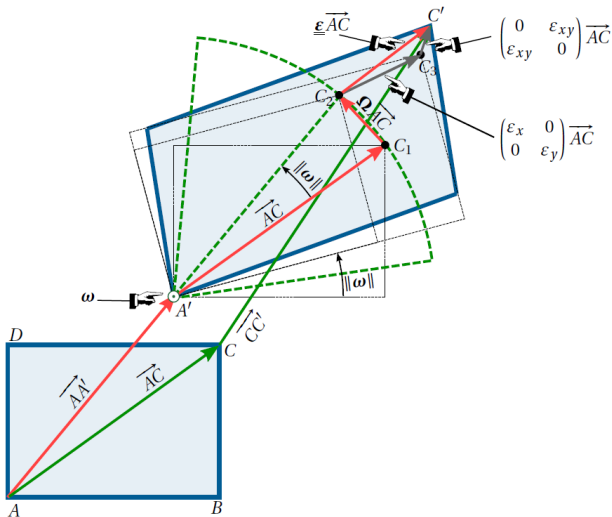
$$\underline{\underline{T}}_{\sigma}^{-1} = \underline{\underline{T}}_{\epsilon}^T$$

y

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{\epsilon}}' \underline{\underline{T}}^T$$



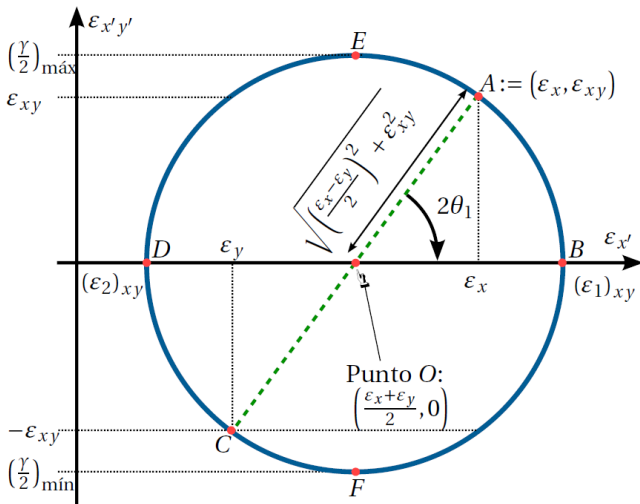
# Rotación





# Deformaciones principales

Círculo de Mohr para deformaciones.





# Videos de YouTube

03 - Deformaciones y desplazamientos

diegoandresalvarez

9 videos • 2301 visualizaciones • Actualizado por último

Reproducir... Aleatorio

La deformación es el cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por las fuerzas másicas y superficiales que actúan sobre este, o por la ocurrencia de dilatación térmica. En esta lista de reproducción estudiaremos la naturaleza de la deformación bajo la exposición básica de que "las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son pequeñas", de lo contrario, tendríamos que aplicar una teoría de deformación no lineal mucho más elaborada que, generalmente, se presenta en los tratados

03.01 - Campo vectorial de desplazamientos

diegoandresalvarez • 1545 visualizaciones • hace 2 años

03.02 - Deformaciones longitudinales o unitarias

diegoandresalvarez • 2827 visualizaciones • hace 2 años

03.02 - Deformaciones angulares

diegoandresalvarez • 2300 visualizaciones • hace 2 años

03.03 - Galgas extensiométricas

diegoandresalvarez • 2313 visualizaciones • hace 2 años

03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 1/2)

diegoandresalvarez • 332 visualizaciones • hace 2 años

03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 2/2)

diegoandresalvarez • 354 visualizaciones • hace 2 años

03.05 - Descomposición del movimiento de un punto: traslación rígida, rotación rígida y deformaciones

diegoandresalvarez • 408 visualizaciones • hace 2 años

- Lista de reproducción: 03 - Deformaciones y desplazamientos
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): 03. Estudio de los desplazamientos y deformaciones en un punto

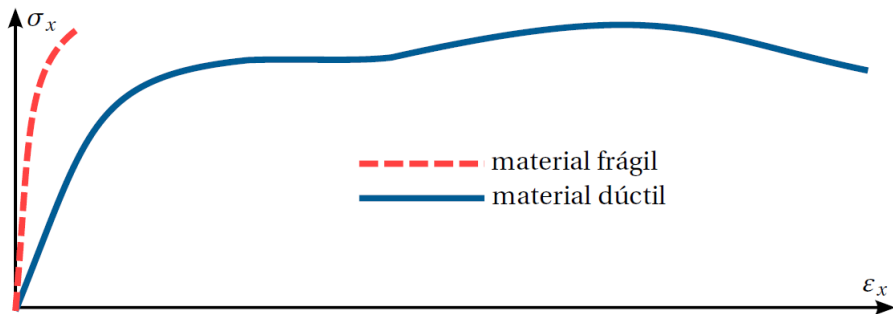


# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones**
- 5 Referencias

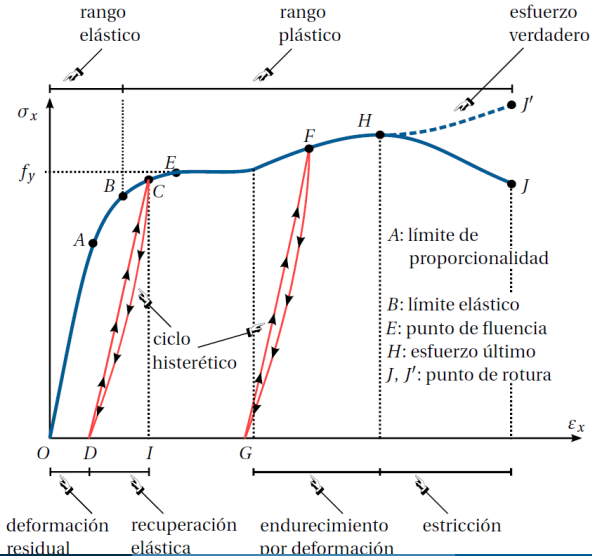


# Materiales frágiles y materiales dúctiles





# Comportamiento de los materiales dúctiles







# Ley de Hooke generalizada para materiales isótropos



# Ley de Hooke generalizada para materiales isótropos



# Dilatación cúbica



# Teorema de la divergencia



# Módulo de compresibilidad



# Videos de YouTube

- No hay :(
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): [04. Relaciones entre los esfuerzos y las deformaciones](#)



# Derrotero

- 1 Conceptos básicos
- 2 Esfuerzos en un punto
- 3 Desplazamientos y deformaciones en un punto
- 4 Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- 5 Referencias**



# Referencias I

Álvarez, D. A. (2022). *Teoría de la elasticidad*. Universidad Nacional de Colombia.





## Enlaces de interés

Repositorio de GitHub: [github.com/michaelherediaperez/medio\\_continuo](https://github.com/michaelherediaperez/medio_continuo)