

**4100611 - Mecánica de Sólidos**

## **Unidad 1. Repaso de esfuerzos, deformaciones infinitesimales y ley de Hooke.**

**Michael Heredia Pérez**

**Ing., Esp., MSc.**

**[mherediap@unal.edu.co](mailto:mherediap@unal.edu.co)**

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales

Departamento de Ingeniería Civil



2026a

## Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



## Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

# Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

# Diferenciales de primer, segundo y tercer orden

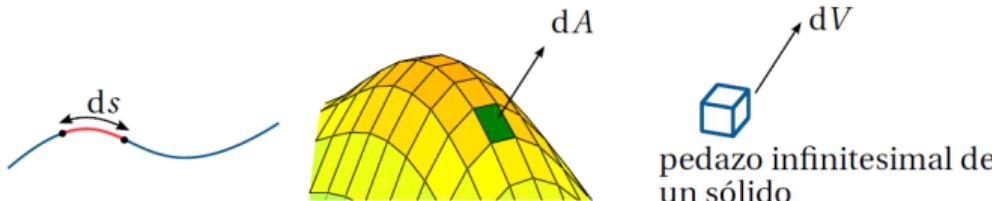


Figure: Diferenciales de línea, de área y de volumen.

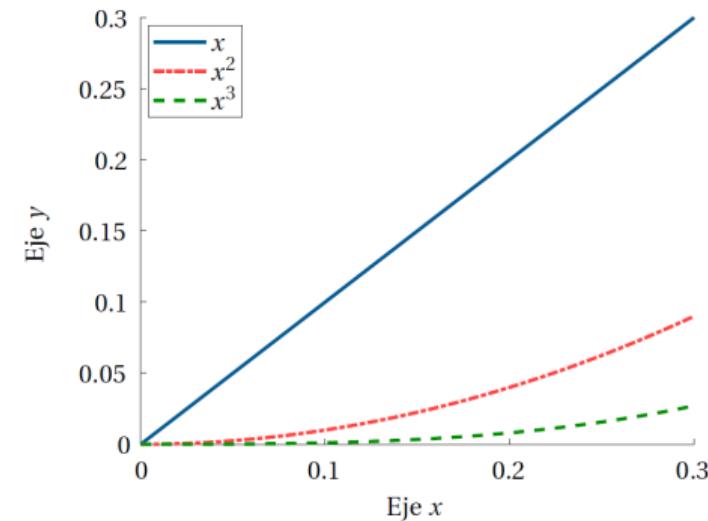


Figure: Tasa de crecimiento. Variación de las funciones  $x$ ,  $x^2$  y  $x^3$ .

## Fuerzas que actúan sobre un sólido

### Fuerzas másicas

(*body forces*)

$$\mathbf{b}(x, y, z) := [X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)]^T$$

### Fuerzas superficiales

(*surface forces*)

$$\mathbf{f}(x, y, z) := [\bar{X}(x, y, z), \bar{Y}(x, y, z), \bar{Z}(x, y, z)]^T$$

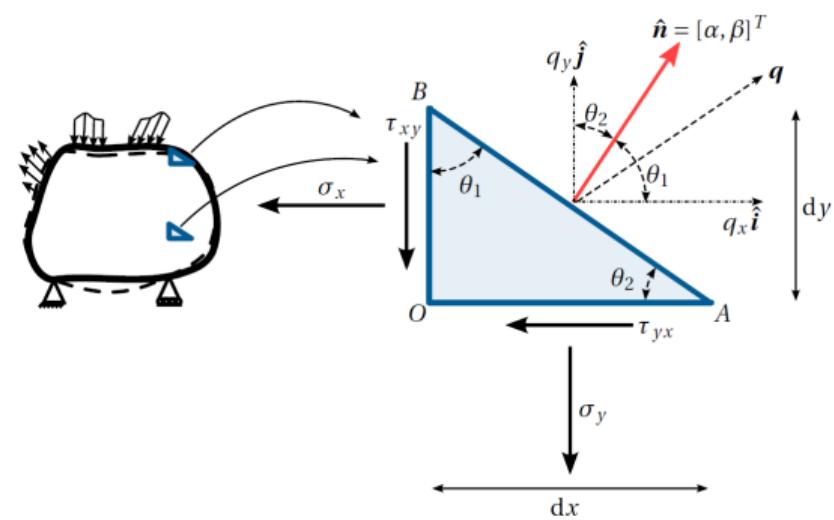
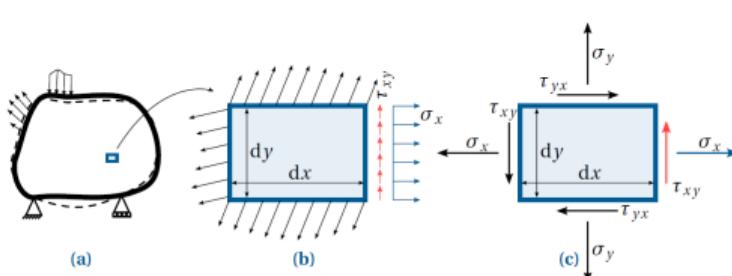
## Derrotero

- Conceptos básicos
- **Estudio de los esfuerzos en un punto**
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

# Esfuerzos en 2D

## Fórmula de Cauchy bidimensional

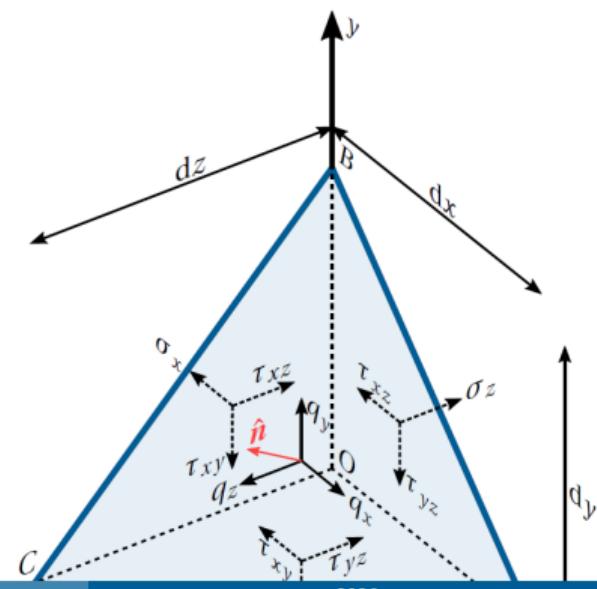
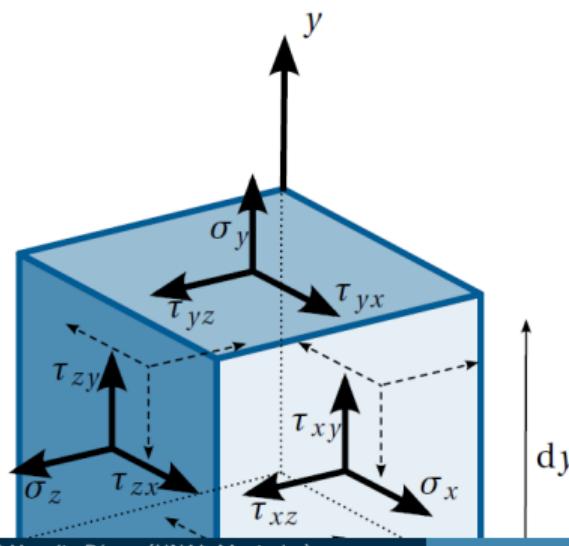
$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$



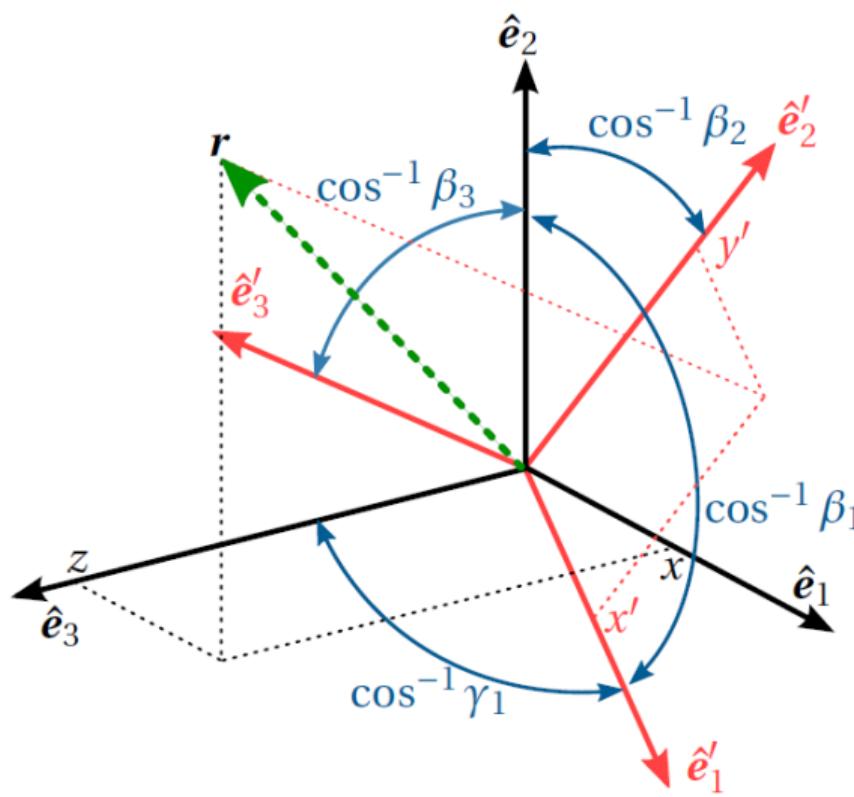
# Esfuerzos en 3D

## Fórmula de Cauchy tridimensional

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$



## Cambio de base



# Matriz de esfuerzos en otro sistema coordenado

Del sistema global al local

Incómodo al cómodo

$$\underline{\underline{\sigma}}' = T^T \underline{\underline{\sigma}} T$$

Del sistema local al global

Cómodo al incómodo

$$\underline{\underline{\sigma}} = T \underline{\underline{\sigma}}' T^T$$

## Esfuerzos y direcciones principales

Se encuentran al obtener los valores y vectores propios de la matriz de esfuerzos:

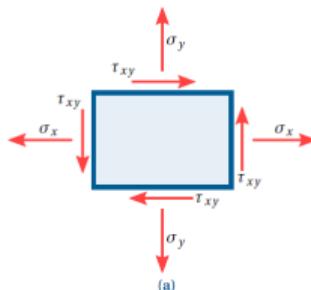
$$\underline{\underline{\sigma}} \hat{n} = \sigma_n \hat{n}$$

$$\det(\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_n \mathbf{I}) = 0$$

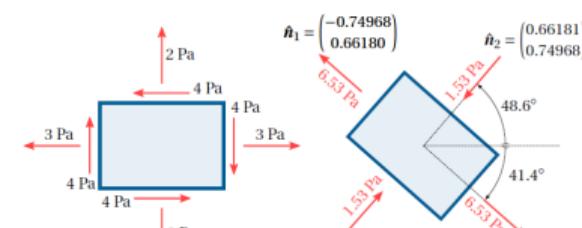
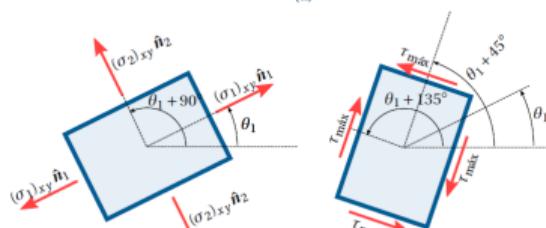
# Esfuerzos y direcciones principales 2D

$$(\sigma_1)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

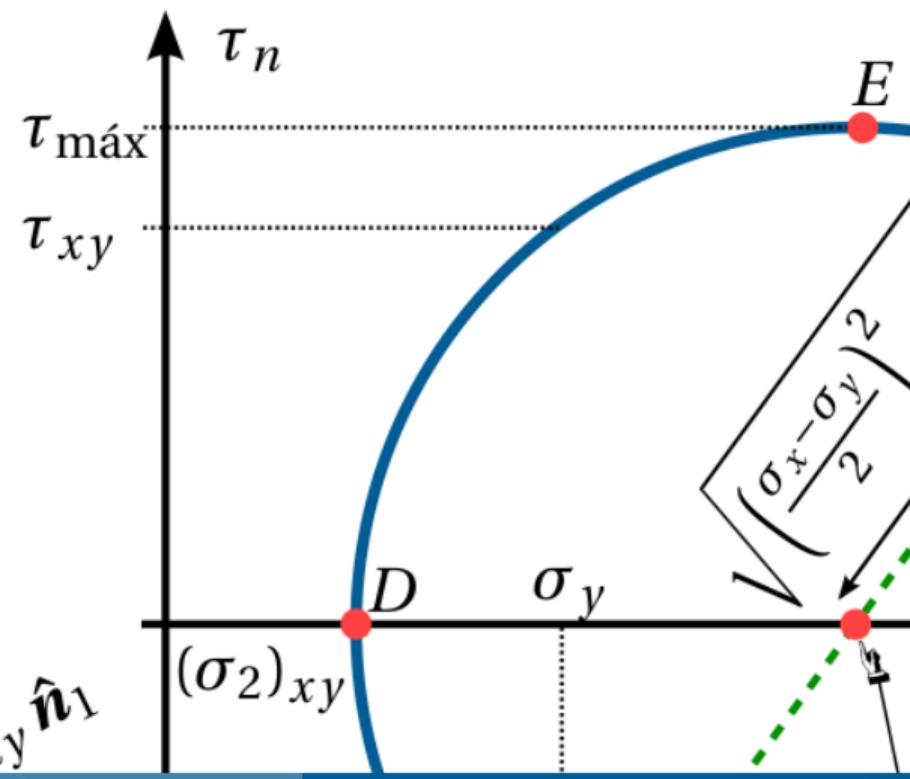
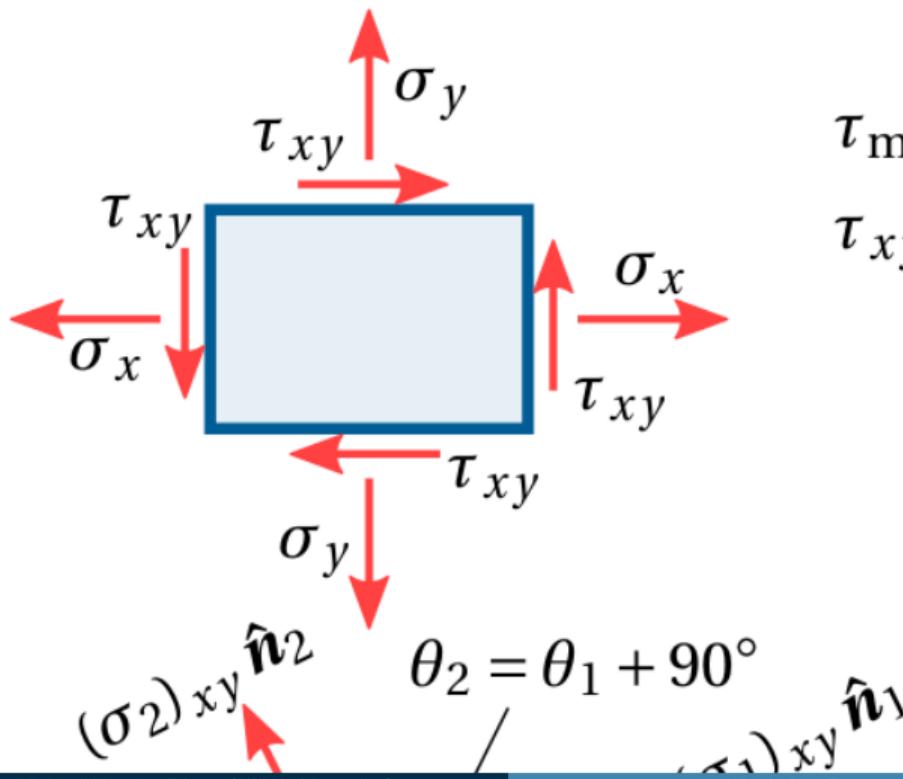
$$(\sigma_2)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



(a)



## Círculo de Mohr bidimensional

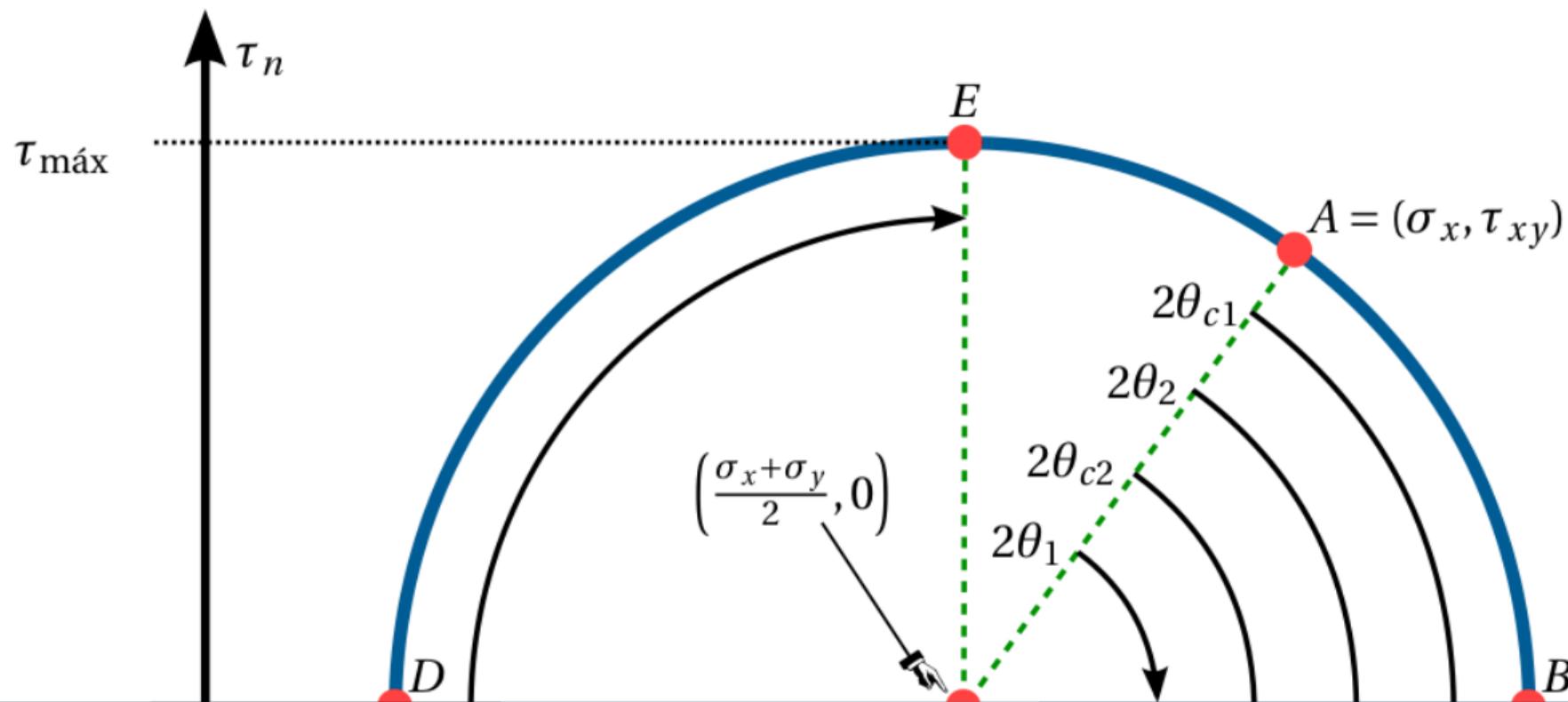


## Círculo de Mohr bidimensional

Se construye con:

$$\sigma_n(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$
$$\tau_n(\theta) = \tau_{xy} \cos 2\theta - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta$$

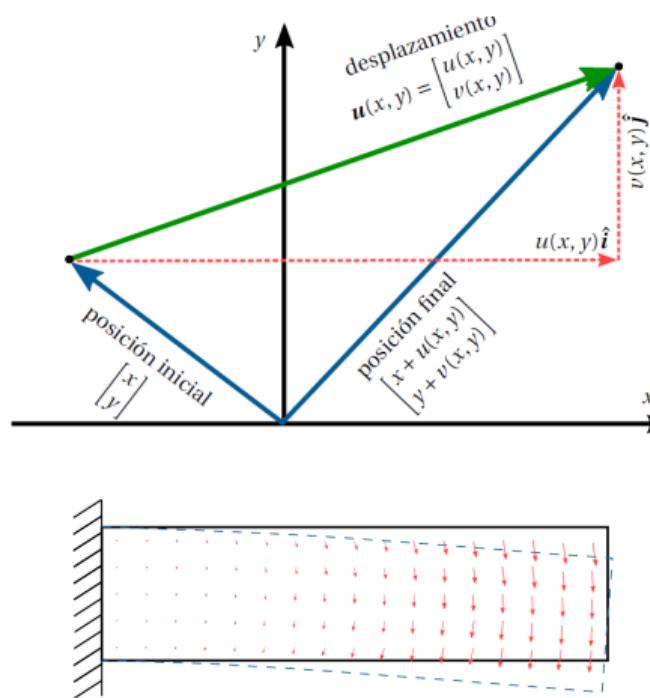
## Círculo de Mohr bidimensional



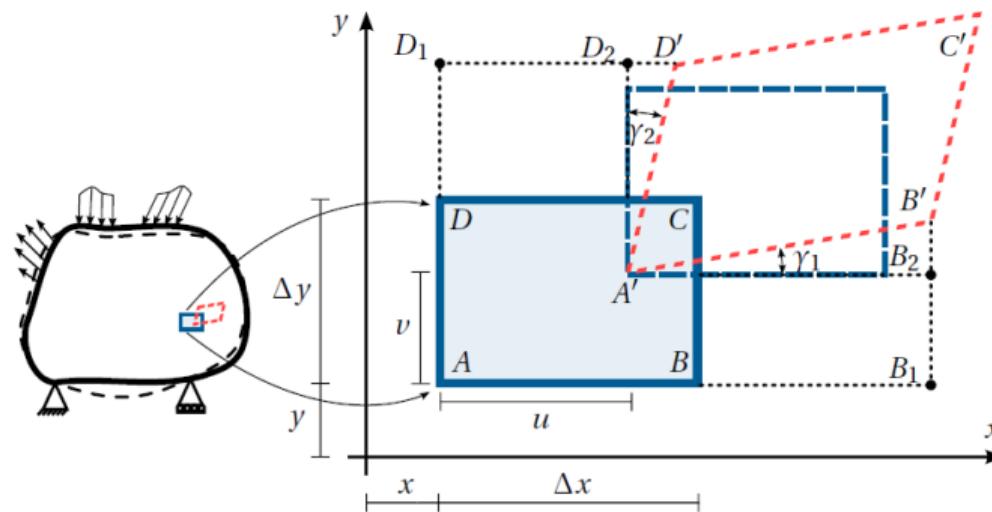
## Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- **Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto**
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

# Campo vectorial de desplazamientos



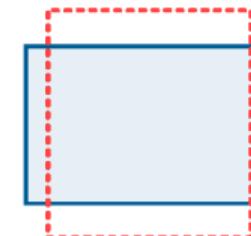
# Deformaciones



# Deformaciones longitudinales



$\varepsilon_x > 0$  (estiramiento en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y < 0$  (contracción en dirección  $y$ )



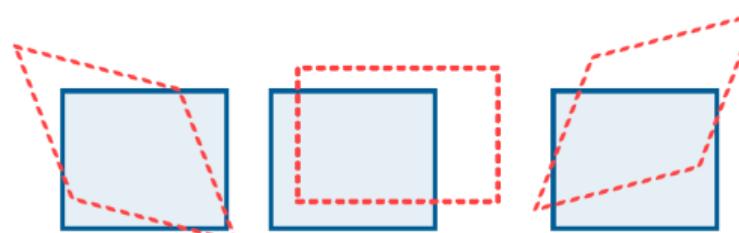
$\varepsilon_x < 0$  (contracción en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y > 0$  (estiramiento en dirección  $y$ )

$$\varepsilon_x(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) := \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z(x, y, z) := \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial z}$$

## Deformaciones angulares



(a)  $\gamma_{xy} < 0$

(b)  $\gamma_{xy} = 0$

(c)  $\gamma_{xy} > 0$

$$\gamma_{xy}(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial x}$$

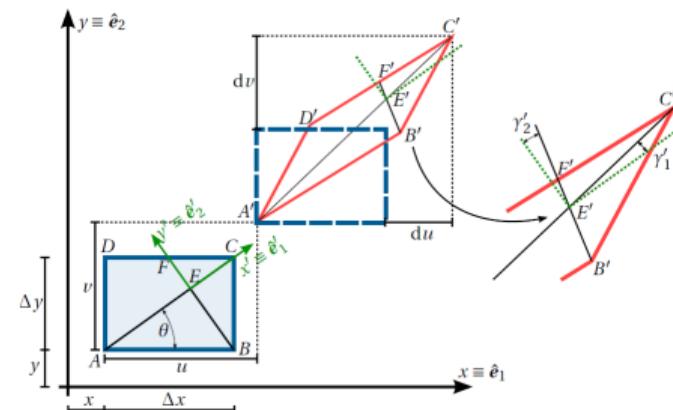
$$\gamma_{xz}(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz}(x, y, z) := \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y}$$

# Deformaciones angulares: matemáticas vs ingenieriles

$$\underbrace{\varepsilon_{xy}(x, y)}_{\text{Def. matemáticas}} := \underbrace{\frac{\gamma_{xy}(x, y)}{2}}_{\text{Def. ingenieriles}}$$

# Deformaciones en otras direcciones



$$\epsilon'_x(\theta) = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta + \epsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\epsilon'_{x'y'}(\theta) = \epsilon_{xy} \cos 2\theta - \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \sin 2\theta + \epsilon_{xy} \sin 2\theta$$

## Deformaciones en otras direcciones

- En términos de deformaciones matemáticas:

$$\underline{\varepsilon}' = T_{\sigma} \underline{\varepsilon}$$

- En términos de deformaciones ingenieriles:

$$\underline{\varepsilon}' = T_{\varepsilon} \underline{\varepsilon}$$

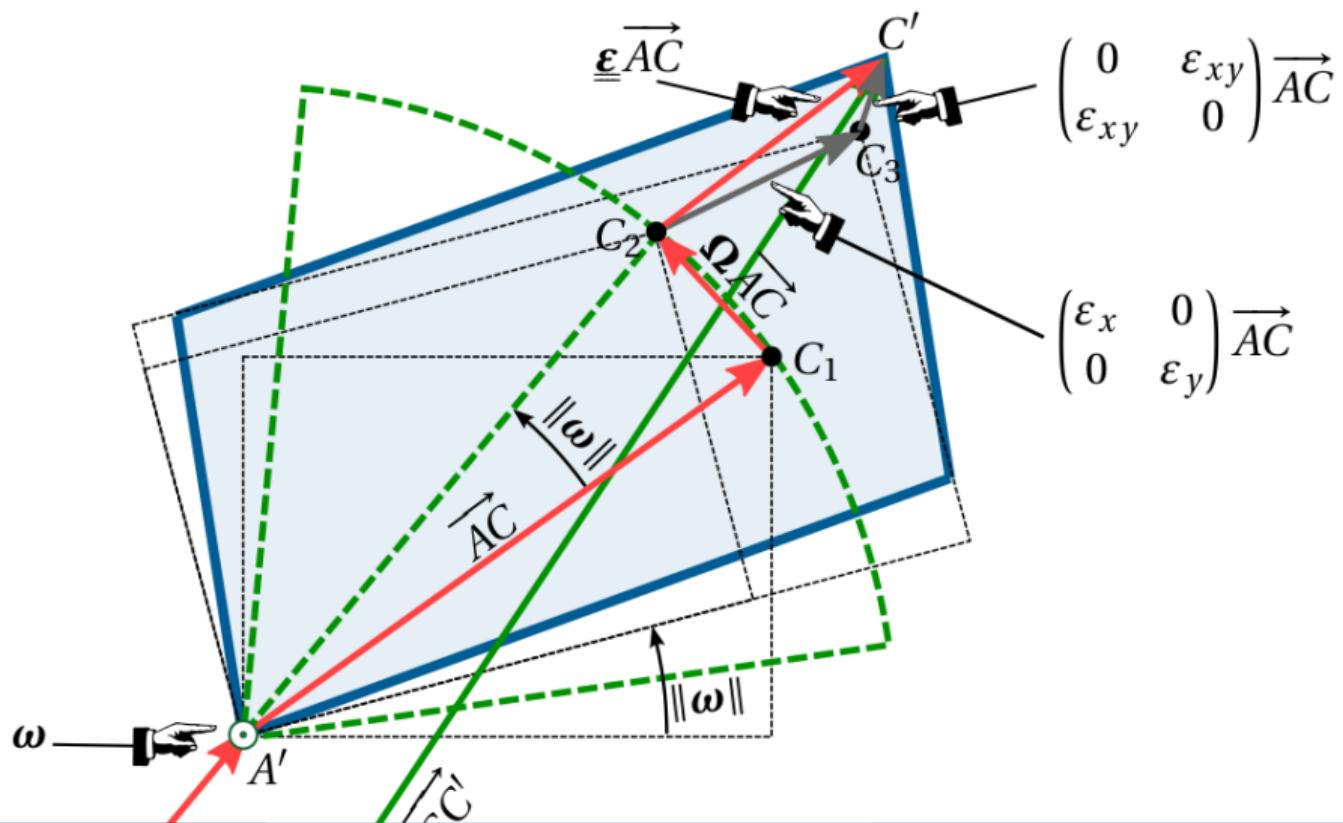
Con la relación

$$T_{\sigma}^{-1} = T_{\varepsilon}^T$$

y

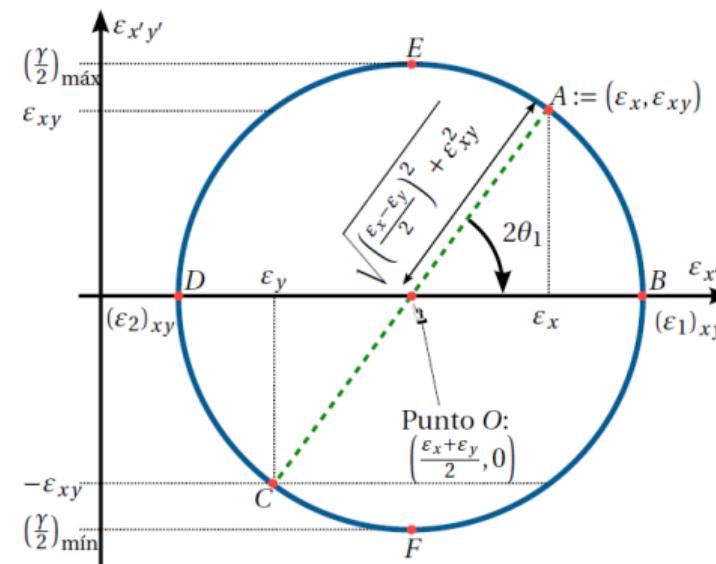
$$\underline{\underline{\varepsilon}} = T \underline{\varepsilon}' T^T$$

## Rotación



# Deformaciones principales

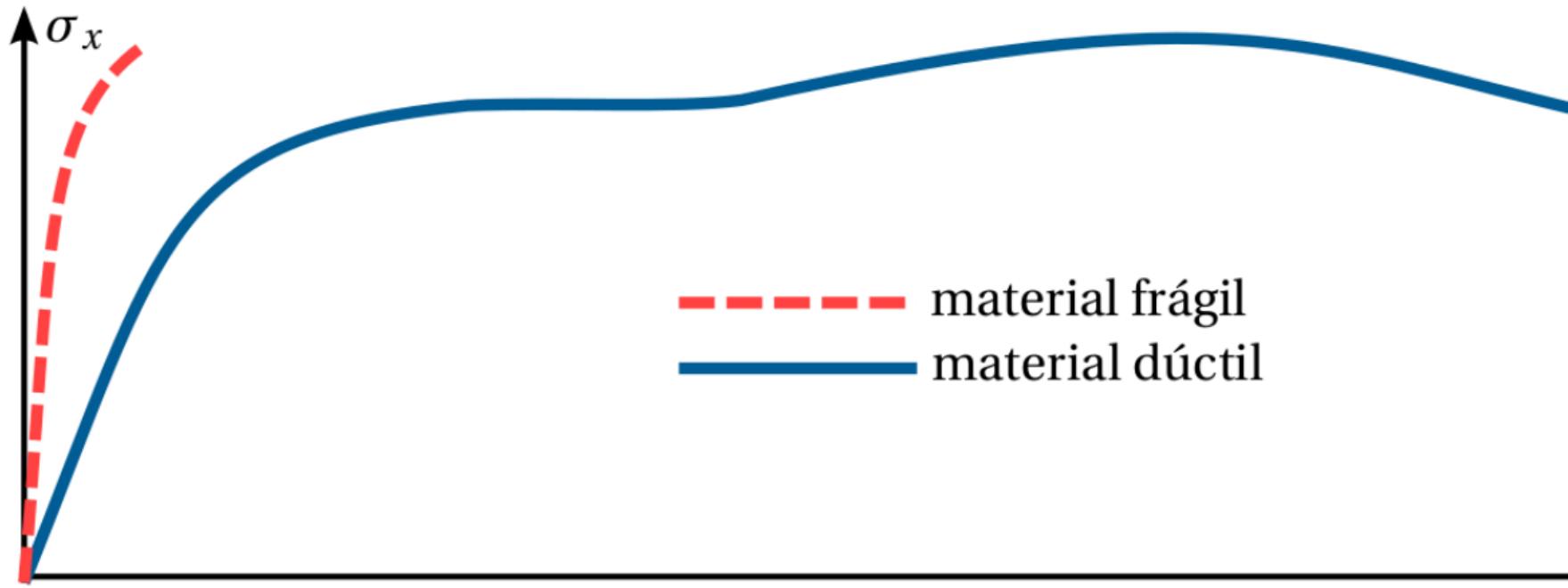
Círculo de Mohr para deformaciones.



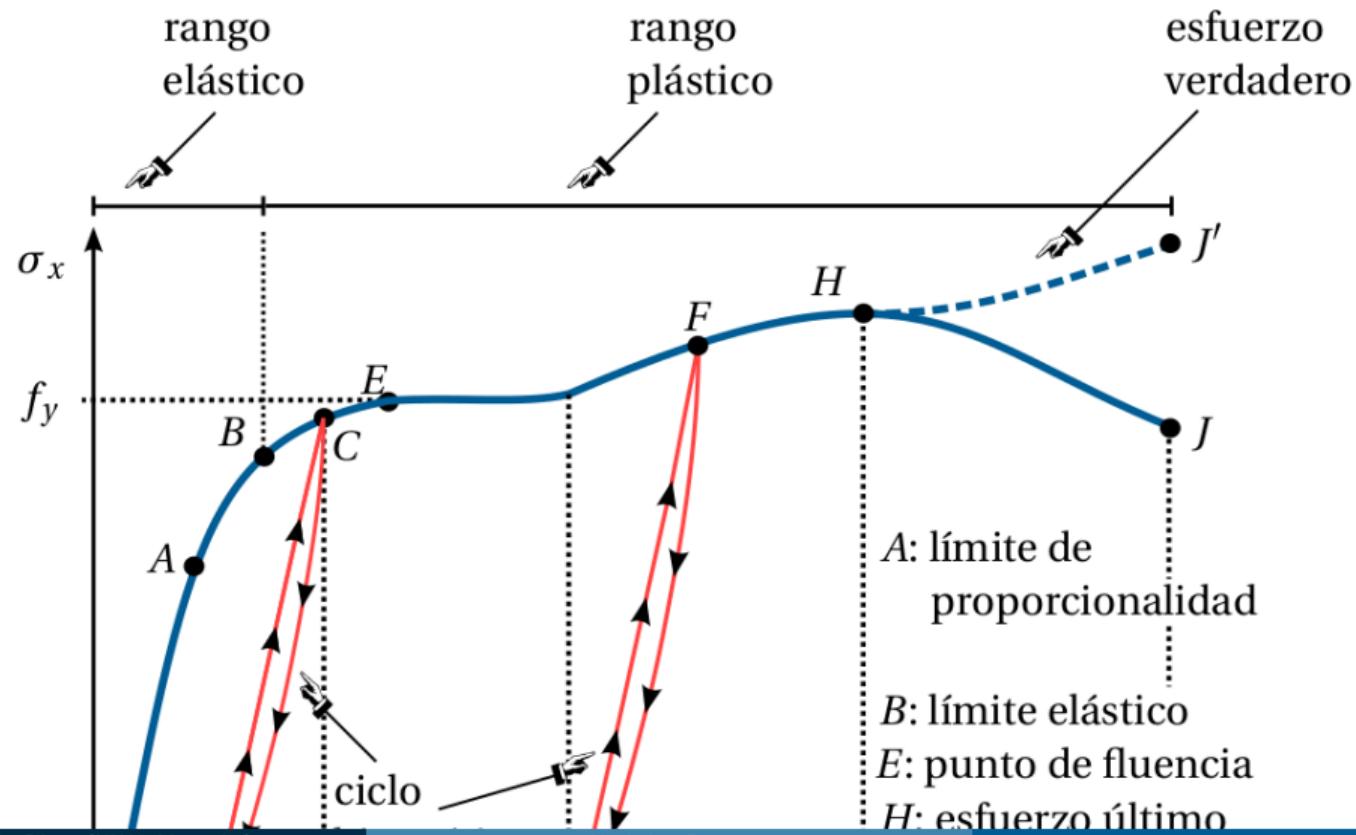
## Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

## Materiales frágiles y materiales dúctiles



## Comportamiento de los materiales dúctiles



## Ley de Hooke generalizada para materiales isótropos

## Ley de Hooke generalizada para materiales isótropos

## Dilatación cúbica

## Teorema de la divergencia

## Módulo de compresibilidad

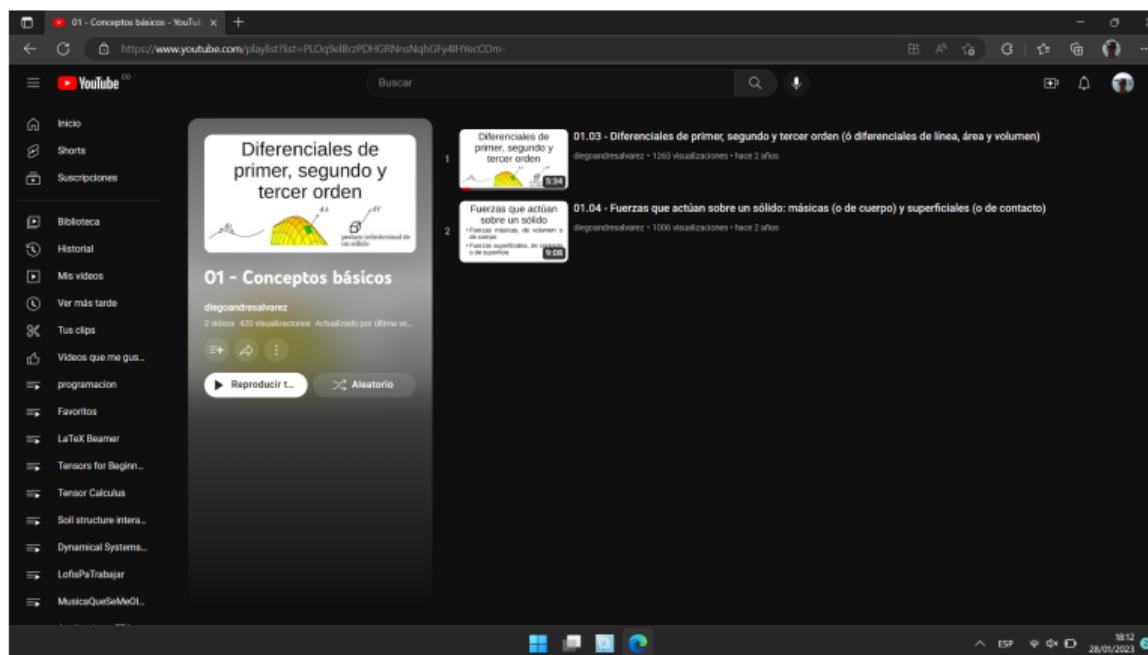
## Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

## Material de apoyo

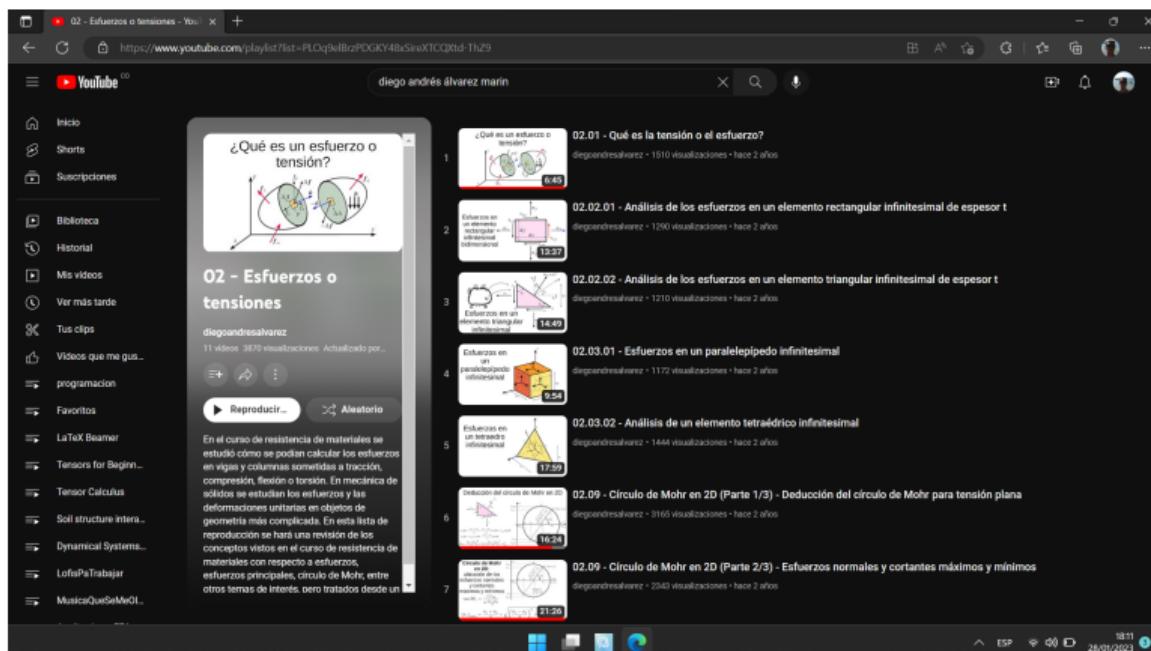
Repositorio de GitHub: [https://github.com/michaelherediaperez/medio\\_continuo](https://github.com/michaelherediaperez/medio_continuo)

# Videos de YouTube



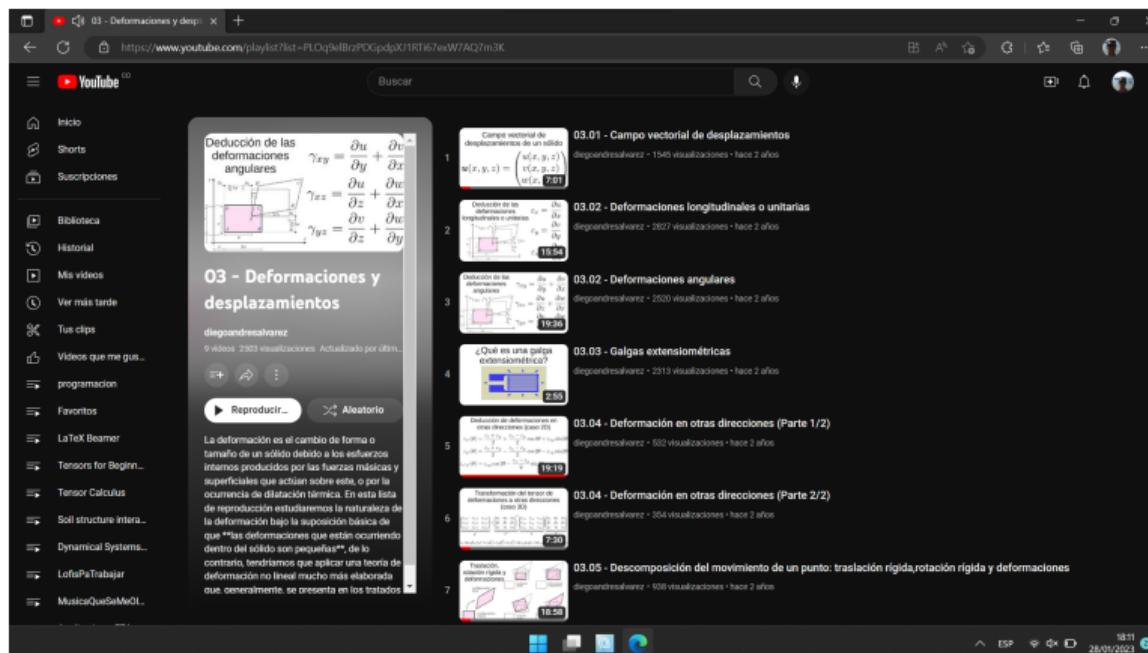
- Lista de reproducción: **01 - Conceptos básicos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **01. Conceptos fundamentales**

# Videos de YouTube



- Lista de reproducción: **02 - Esfuerzos o Tensiones**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **02. Estudio de los esfuerzos en un punto**

# Videos de YouTube



- Lista de reproducción: **03 - Deformaciones y desplazamientos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **03. Estudio de los desplazamientos y deformaciones en un punto**