

4100611 - Mecánica de Sólidos

Unidad 1. Repaso de esfuerzos, deformaciones infinitesimales y ley de Hooke.

Michael Heredia Pérez

Ing., Esp., MSc.

mherediap@unal.edu.co

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales

Departamento de Ingeniería Civil



2026a

Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada.



Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

Diferenciales de primer, segundo y tercer orden

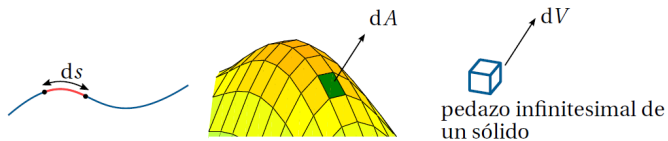


Figure: Diferenciales de línea, de área y de volumen.

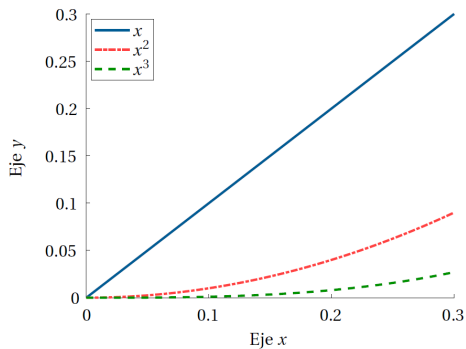


Figure: Tasa de crecimiento. Variación de las funciones x , x^2 y x^3 .

Fuerzas que actúan sobre un sólido

Fuerzas máscas

(*body forces*)

$$\mathbf{b}(x, y, z) := [X(x, y, z), Y(x, y, z), Z(x, y, z)]^T$$

Fuerzas superficiales

(*surface forces*)

$$\mathbf{f}(x, y, z) := [\bar{X}(x, y, z), \bar{Y}(x, y, z), \bar{Z}(x, y, z)]^T$$

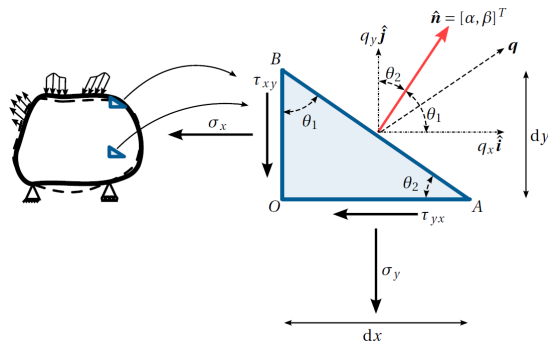
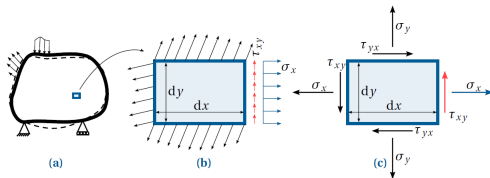
Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

Esfuerzos en 2D

Fórmula de Cauchy bidimensional

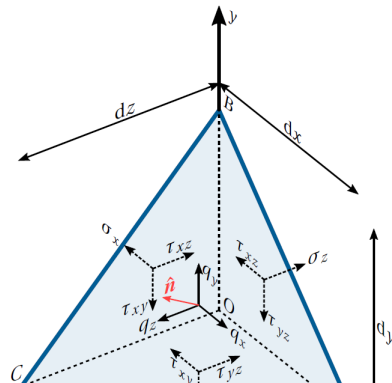
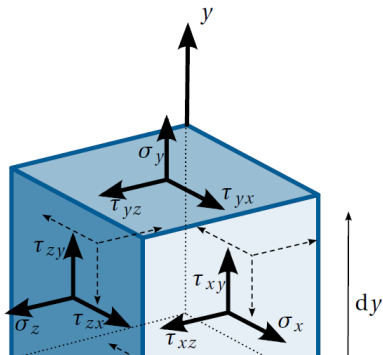
$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$



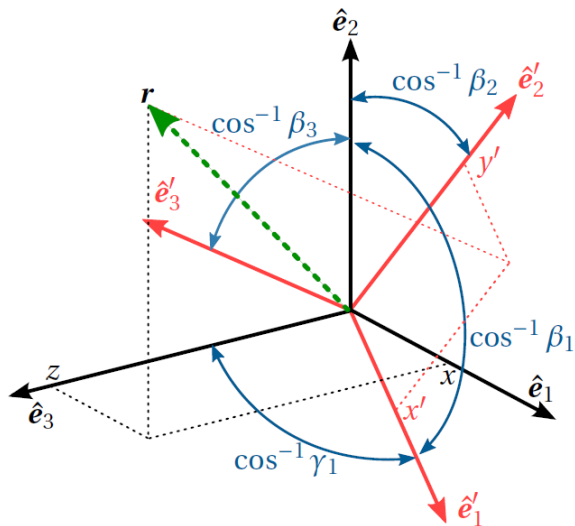
Esfuerzos en 3D

Fórmula de Cauchy tridimensional

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$



Cambio de base



Matriz de esfuerzos en otro sistema coordenado

Del sistema global al local

Incómodo al cómodo

$$\underline{\underline{\sigma'}} = T^T \underline{\underline{\sigma}} T$$

Del sistema local al global

Cómodo al incómodo

$$\underline{\underline{\sigma}} = T \underline{\underline{\sigma'}} T^T$$

Esfuerzos y direcciones principales

Se encuentran al obtener los valores y vectores propios de la matriz de esfuerzos:

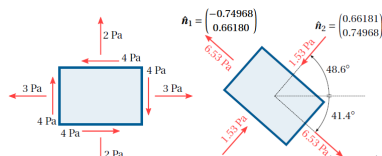
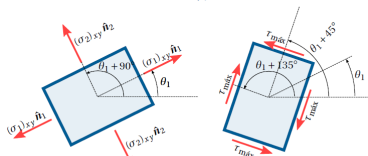
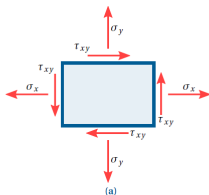
$$\underline{\underline{\sigma}} \hat{n} = \sigma_n \hat{n}$$

$$\det(\underline{\underline{\sigma}} - \sigma_n \mathbf{I}) = 0$$

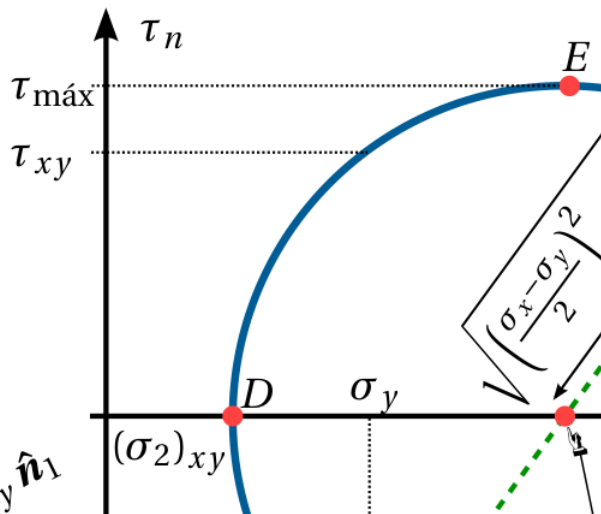
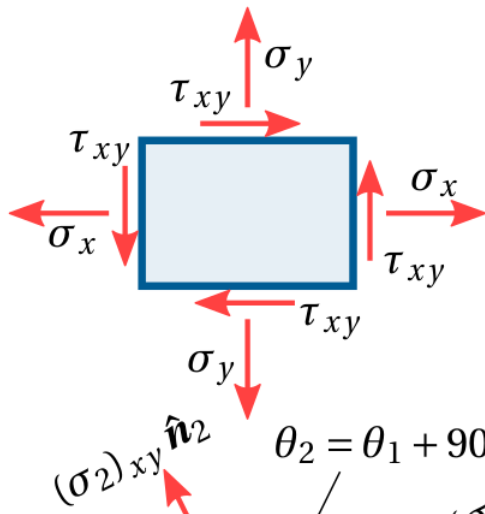
Esfuerzos y direcciones principales 2D

$$(\sigma_1)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_2)_{xy} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



Círculo de Mohr bidimensional

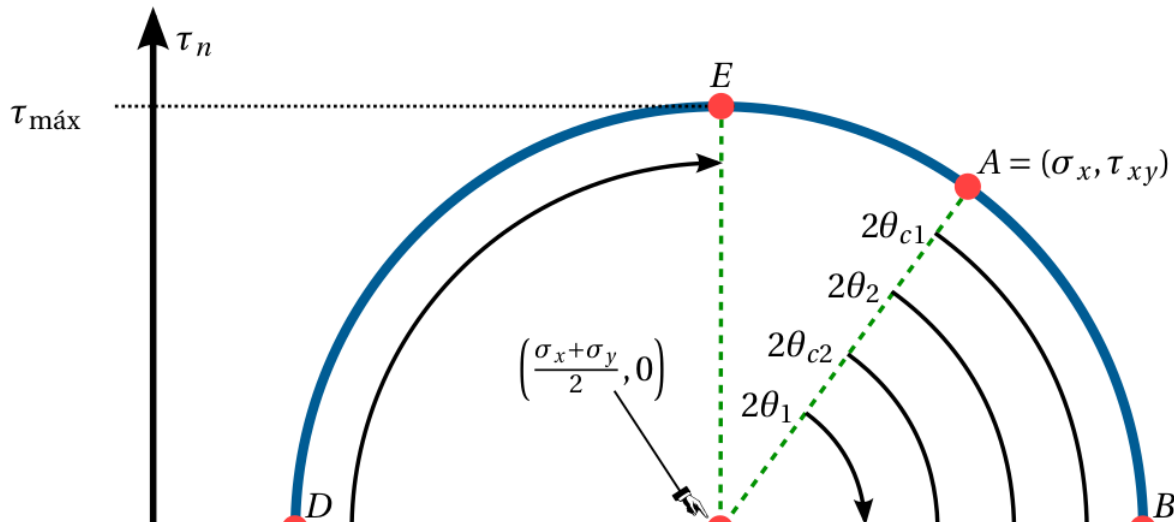


Círculo de Mohr bidimensional

Se construye con:

$$\sigma_n(\theta) = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$
$$\tau_n(\theta) = \tau_{xy} \cos 2\theta - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta$$

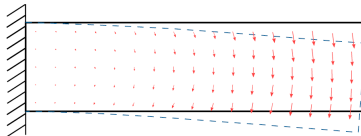
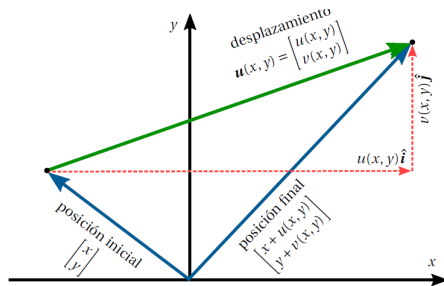
Círculo de Mohr bidimensional



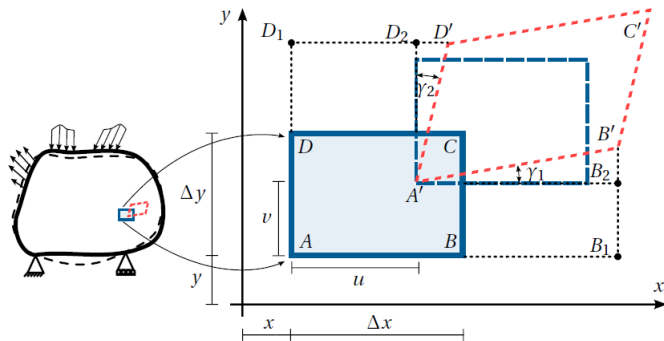
Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- Material de apoyo

Campo vectorial de desplazamientos



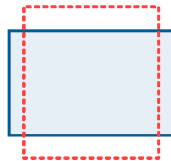
Deformaciones



Deformaciones longitudinales



$\varepsilon_x > 0$ (estiramiento en dirección x)
 $\varepsilon_y < 0$ (contracción en dirección y)



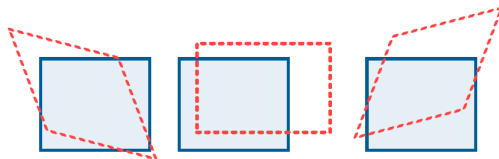
$\varepsilon_x < 0$ (contracción en dirección x)
 $\varepsilon_y > 0$ (estiramiento en dirección y)

$$\varepsilon_x(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) := \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z(x, y, z) := \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial z}$$

Deformaciones angulares

(a) $\gamma_{xy} < 0$ (b) $\gamma_{xy} = 0$ (c) $\gamma_{xy} > 0$

$$\gamma_{xy}(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial x}$$

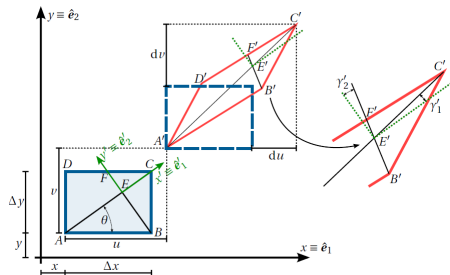
$$\gamma_{xz}(x, y, z) := \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz}(x, y, z) := \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial z} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial y}$$

Deformaciones angulares: matemáticas vs ingenieriles

$$\underbrace{\varepsilon_{xy}(x, y)}_{Def. matemáticas} := \underbrace{\frac{\gamma_{xy}(x, y)}{2}}_{Def. ingenieriles}$$

Deformaciones en otras direcciones



$$\varepsilon'_x(\theta) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{x'y'}(\theta) = \varepsilon_{xy} \cos 2\theta - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

Deformaciones en otras direcciones

- En términos de deformaciones matemáticas:

$$\underline{\underline{\epsilon}}' = \mathbf{T}_{\sigma} \underline{\underline{\epsilon}}$$

- En términos de deformaciones ingenieriles:

$$\underline{\underline{\epsilon}}' = \mathbf{T}_{\epsilon} \underline{\underline{\epsilon}}$$

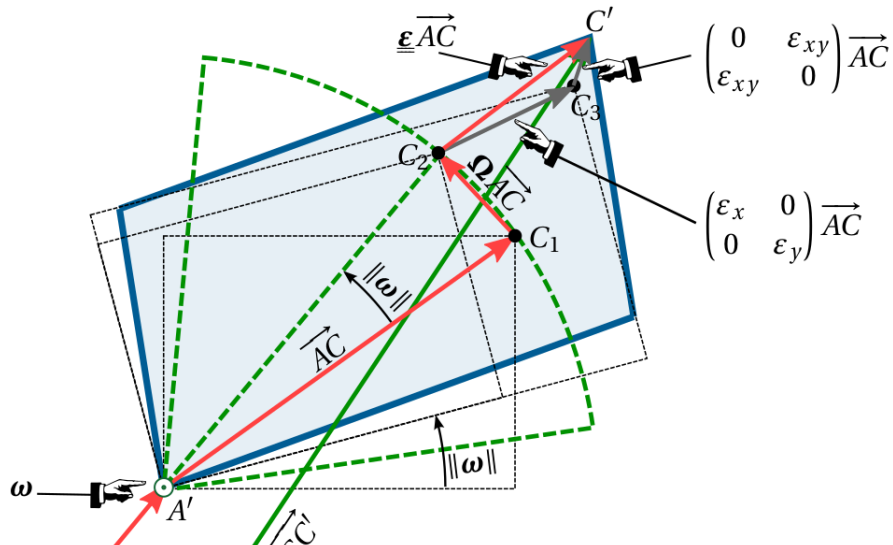
Con la relación

$$\mathbf{T}_{\sigma}^{-1} = \mathbf{T}_{\epsilon}^T$$

y

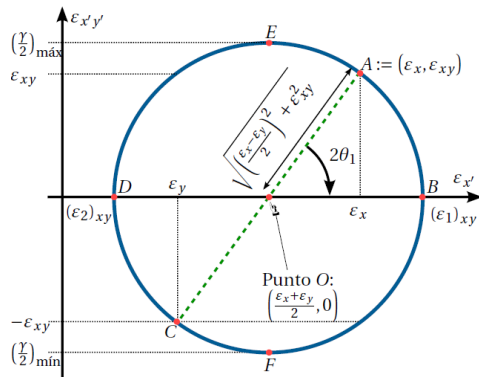
$$\underline{\underline{\epsilon}} = \mathbf{T} \underline{\underline{\epsilon}}' \mathbf{T}^T$$

Rotación



Deformaciones principales

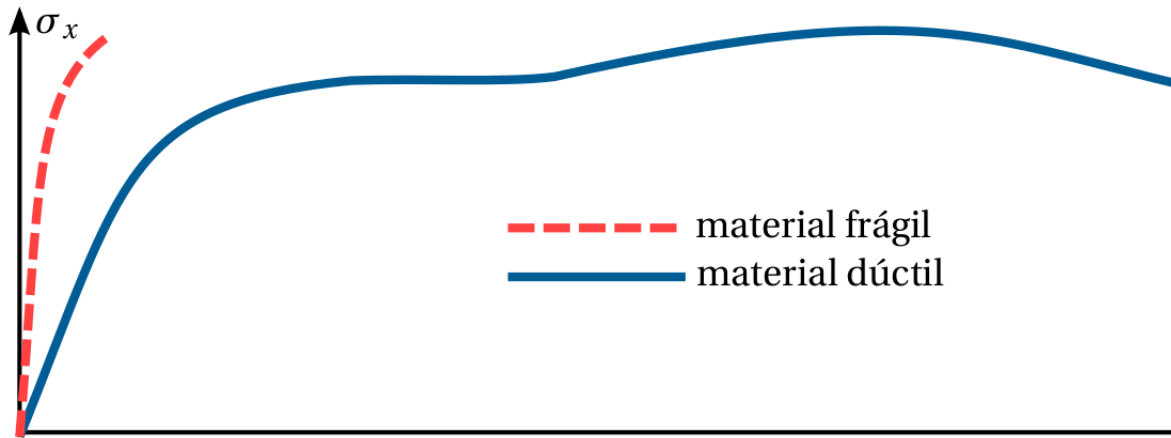
Círculo de Mohr para deformaciones.



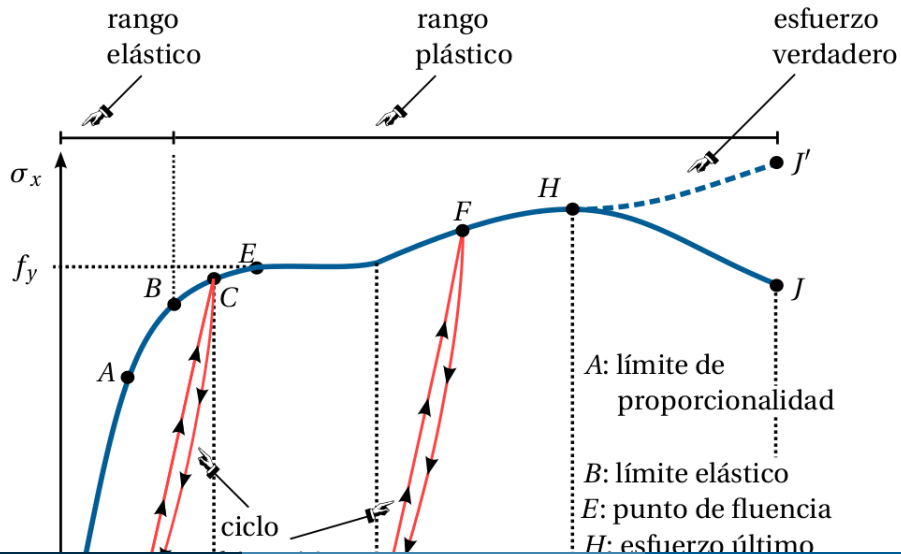
Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- **Relaciones entre esfuerzos y deformaciones**
- Material de apoyo

Materiales frágiles y materiales dúctiles



Comportamiento de los materiales dúctiles



Ley de Hooke generalizada para materiales isotrópicos

Ley de Hooke generalizada para materiales isotrópicos

Dilatación cúbica

Teorema de la divergencia

Módulo de compresibilidad

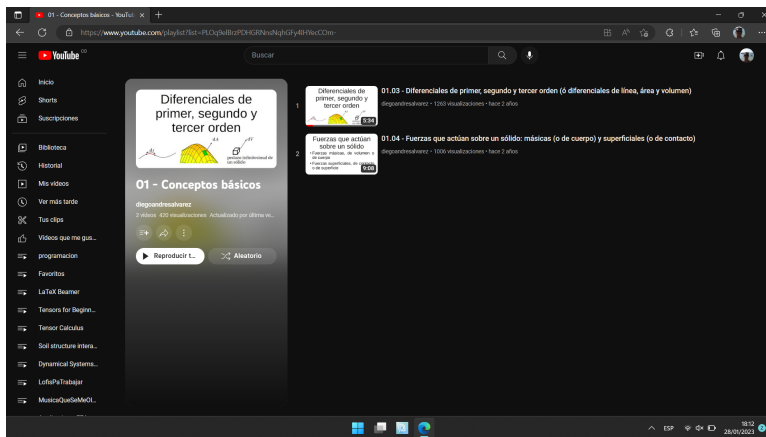
Derrotero

- Conceptos básicos
- Estudio de los esfuerzos en un punto
- Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto
- Relaciones entre esfuerzos y deformaciones
- **Material de apoyo**

Material de apoyo

Repositorio de GitHub: https://github.com/michaelherediaperez/medio_continuo

Videos de YouTube



- Lista de reproducción: **01 - Conceptos básicos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **01. Conceptos fundamentales**

Videos de YouTube

02 - Esfuerzos o tensiones

diego andrés álvarez marin

¿Qué es un esfuerzo o tensión?

02 - Esfuerzos o tensiones

diegoandresalvarez

11 videos · 3879 visualizaciones · Actualizado por...

Reproducir... Aleatorio

En el curso de resistencia de materiales se estudió cómo se podían calcular los esfuerzos en vigas y columnas sometidas a tracción, compresión, flexión o torsión. En mecánica de sólidos se estudian los esfuerzos y las deformaciones unitarias en objetos de geometría más complicada. En esta lista de reproducción se hará una revisión de los conceptos vistos en el curso de resistencia de materiales con respecto a esfuerzos, esfuerzos principales, círculo de Mohr, entre otros temas de interés, pero tratados desde un...

- 02.01 - Qué es la tensión o el esfuerzo? diegoandresalvarez · 1510 visualizaciones · hace 2 años
- 02.02.01 - Análisis de los esfuerzos en un elemento rectangular infinitesimal de espesor t diegoandresalvarez · 1250 visualizaciones · hace 2 años
- 02.02.02 - Análisis de los esfuerzos en un elemento triangular infinitesimal de espesor t diegoandresalvarez · 1210 visualizaciones · hace 2 años
- 02.03.01 - Esfuerzos en un paralelepípedo infinitesimal diegoandresalvarez · 1172 visualizaciones · hace 2 años
- 02.03.02 - Análisis de un elemento tetraédrico infinitesimal diegoandresalvarez · 1444 visualizaciones · hace 2 años
- 02.09 - Círculo de Mohr en 2D (Parte 1/3) - Deducción del círculo de Mohr para tensión plana diegoandresalvarez · 3165 visualizaciones · hace 2 años
- 02.09 - Círculo de Mohr en 2D (Parte 2/3) - Esfuerzos normales y cortantes máximos y mínimos diegoandresalvarez · 2043 visualizaciones · hace 2 años

- Lista de reproducción: **02 - Esfuerzos o Tensiones**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **02. Estudio de los esfuerzos en un punto**

Videos de YouTube

03 - Deformaciones y desplazamientos

diegoandresalvarez

9 videos • 2303 visualizaciones • Actualizado por último

Reproducir... Aleatorio

La deformación es el cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por las fuerzas máscas y superficiales que actúan sobre este, o por la ocurrencia de dilatación térmica. En esta lista de reproducción estudiaremos la naturaleza de la deformación bajo la suposición básica de que "las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son pequeñas", de lo contrario, tendríamos que aplicar una teoría de deformación no lineal mucho más elaborada que, generalmente, se presenta en los tratados

- 03.01 - Campo vectorial de desplazamientos
diegoandresalvarez • 1545 visualizaciones • hace 2 años
- 03.02 - Deformaciones longitudinales o unitarias
diegoandresalvarez • 2627 visualizaciones • hace 2 años
- 03.02 - Deformaciones angulares
diegoandresalvarez • 2520 visualizaciones • hace 2 años
- 03.03 - Galgas extensiométricas
diegoandresalvarez • 2313 visualizaciones • hace 2 años
- 03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 1/2)
diegoandresalvarez • 582 visualizaciones • hace 2 años
- 03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 2/2)
diegoandresalvarez • 354 visualizaciones • hace 2 años
- 03.05 - Descomposición del movimiento de un punto: traslación rígida, rotación rígida y deformaciones
diegoandresalvarez • 508 visualizaciones • hace 2 años

- Lista de reproducción: **03 - Deformaciones y desplazamientos**
- Diapositivas del 2022b (resumen del capítulo): **03. Estudio de los desplazamientos y deformaciones en un punto**