

# 03. Estudio de los desplazamientos y las deformaciones en un punto

Michael Heredia Pérez  
[mherediap@unal.edu.co](mailto:mherediap@unal.edu.co)

Universidad Nacional de Colombia sede Manizales  
Departamento de Ingeniería Civil  
Mecánica Tensorial

2023a



# Advertencia

Estas diapositivas son solo una herramienta didáctica para guiar la clase, por si solas no deben tomarse como material de estudio y el estudiante debe dirigirse a la literatura recomendada ([Álvarez, 2022](#)).



# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Expansión en series de Taylor

## Apéndice matemático

### Código

- 03\_00\_taylor.ipynb

# Expansión en series de Taylor

## Apéndice matemático

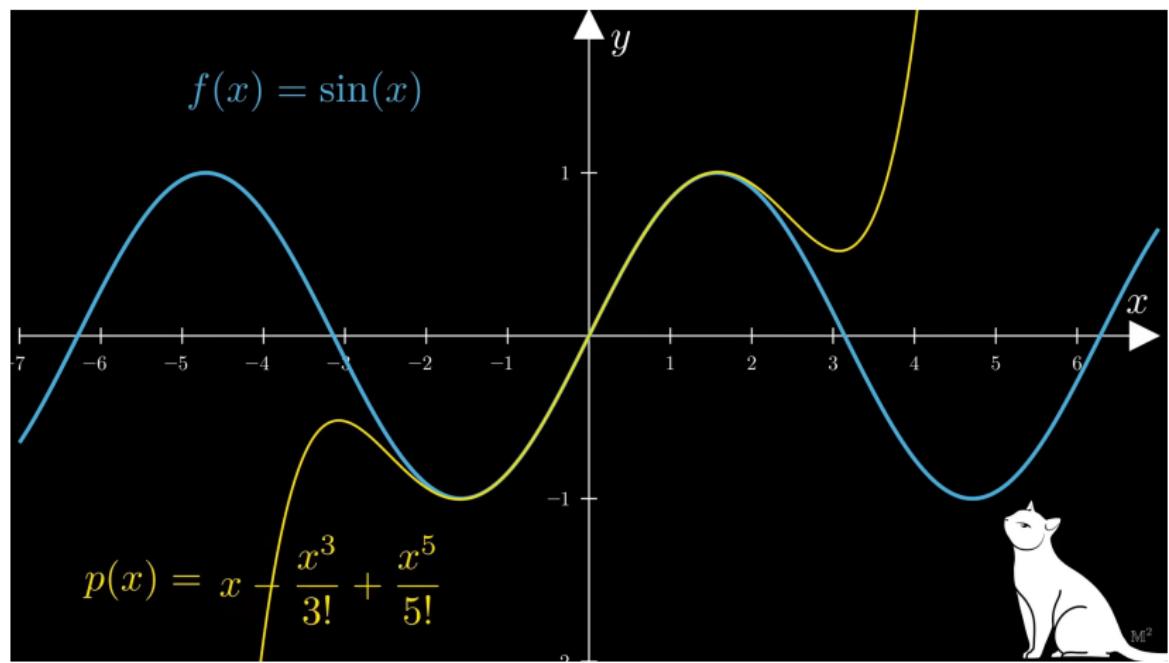


Figura: Series de Taylor | Un Resultado MUY IMPORTANTE en FÍSICA

# Aproximación de ángulos pequeños

## Apéndice matemático

En el límite cuando el ángulo tiende a cero, mediante una aproximación de primer orden de las funciones trigonométricas truncando su correspondiente serie de Taylor:

$$\sin x \approx x$$

$$\cos x \approx 1$$

$$\tan x \approx x$$

Si se utiliza una aproximación de segundo orden:

$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

# Aproximación de ángulos pequeños

## Apéndice matemático

**Tabla A.1:** Valor de las funciones trigonométricas para diferentes ángulos.

$\theta$ (grados)	$\theta$ (radianes)	$\sin(\theta)$ (error)	$\cos(\theta)$ (error)	$\tan(\theta)$ (error)
0	0	0 (0 %)	1 (0 %)	0 (0 %)
1	0.0175	0.0175 (0.0051 %)	0.9998 (0.0152 %)	0.0175 (0.0102 %)
2	0.0349	0.0349 (0.0203 %)	0.9994 (0.0610 %)	0.0349 (0.0406 %)
3	0.0524	0.0523 (0.0457 %)	0.9986 (0.1372 %)	0.0524 (0.0914 %)
4	0.0698	0.0698 (0.0813 %)	0.9976 (0.2442 %)	0.0699 (0.1625 %)
5	0.0873	0.0872 (0.1270 %)	0.9962 (0.3820 %)	0.0875 (0.2540 %)
6	0.1047	0.1045 (0.1830 %)	0.9945 (0.5508 %)	0.1051 (0.3658 %)
7	0.1222	0.1219 (0.2492 %)	0.9925 (0.7510 %)	0.1228 (0.4980 %)
8	0.1396	0.1392 (0.3257 %)	0.9903 (0.9828 %)	0.1405 (0.6507 %)
9	0.1571	0.1564 (0.4124 %)	0.9877 (1.2465 %)	0.1584 (0.8238 %)
10	0.1745	0.1736 (0.5095 %)	0.9848 (1.5427 %)	0.1763 (1.0175 %)

# Expansión en series de Taylor en varias variables

## Apéndice matemático

La serie de Taylor para funciones multivariadas alrededor del punto  $(a_i)$  se define como:

$$f(x_1, \dots, x_d) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{n_d=0}^{\infty} \frac{(x_1-a_1)^{n_1} \cdots (x_d-a_d)^{n_d}}{n_1! \cdots n_d!} \left( \frac{\delta^{n_1+\cdots+n_d} f}{\delta x_1^{n_1} \cdots \delta x_d^{n_d}} \right) (a_1, \dots, a_d).$$

La expansión truncada en series de Taylor de segundo orden es:

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) &\approx f(x_0, y_0) + \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_0, y_0)} + \Delta y \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} \\ &+ \frac{1}{2!} \left[ \Delta x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(x_0, y_0)} + 2\Delta x \Delta y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(x_0, y_0)} + \Delta y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(x_0, y_0)} \right]. \end{aligned}$$

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- **Deformaciones**
  - 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
  - 3.2. Componentes de la deformación en un punto
    - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
    - 3.2.2. Deformación angular
  - 3.3. Las galgas extensométricas
  - 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
  - 3.5. Rotación
  - 3.6. Deformaciones principales
    - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
    - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
  - Referencias

# Deformaciones

Cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por:

- Fuerzas básicas y superficiales
- Ocurrencia de dilatación térmica
- Desplazamientos impuestos

Asumimos:

- Las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son muy pequeñas

# Deformaciones

Cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por:

- Fuerzas básicas y superficiales
- Ocurrencia de dilatación térmica
- Desplazamientos impuestos

Asumimos:

- Las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son muy pequeñas

# Deformaciones

Cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por:

- Fuerzas básicas y superficiales
- Ocurrencia de dilatación térmica
- Desplazamientos impuestos

Asumimos:

- Las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son muy pequeñas

# Deformaciones

Cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por:

- Fuerzas básicas y superficiales
- Ocurrencia de dilatación térmica
- Desplazamientos impuestos

Asumimos:

- Las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son muy pequeñas

# Deformaciones

Cambio de forma o tamaño de un sólido debido a los esfuerzos internos producidos por:

- Fuerzas básicas y superficiales
- Ocurrencia de dilatación térmica
- Desplazamientos impuestos

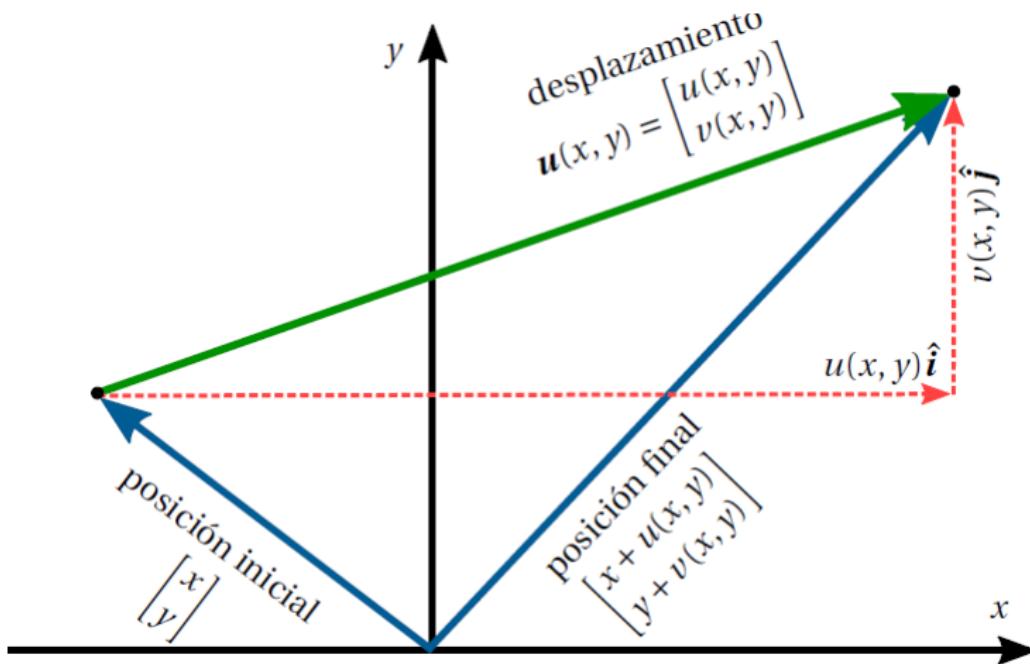
Asumimos:

- Las deformaciones que están ocurriendo dentro del sólido son muy pequeñas

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- **3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido**
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

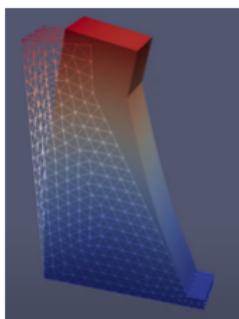
# Campo vectorial de desplazamientos de un sólido



# Campo vectorial de desplazamientos de un sólido

- El sólido deformado es continuo.
- Hay una distribución de deformaciones representada como una función continua por partes.

Dominio en  $(x, y, z)$



Dominio en  $(x, y, z, t)$

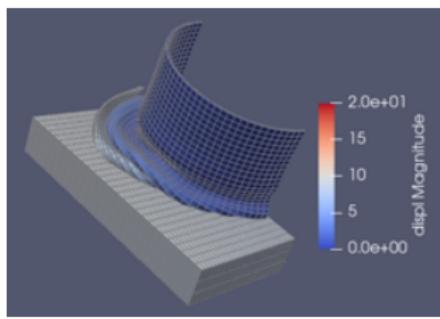
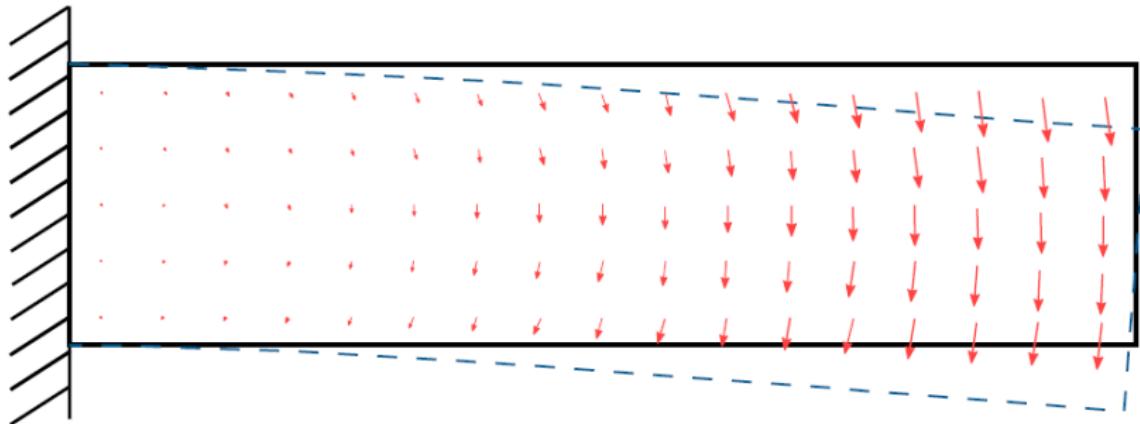


Figura: Muro de compresión deformado.

Figura: Lata aplastada por una placa (Paraview).

# Campo vectorial de desplazamientos de un sólido

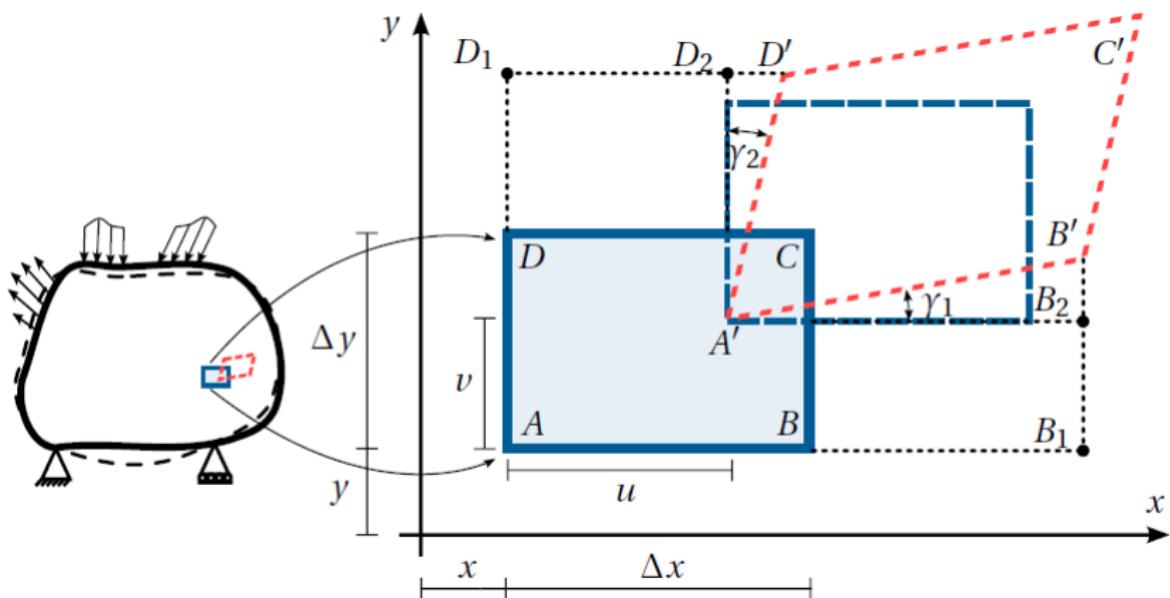
## Campo vectorial de desplazamientos para una viga



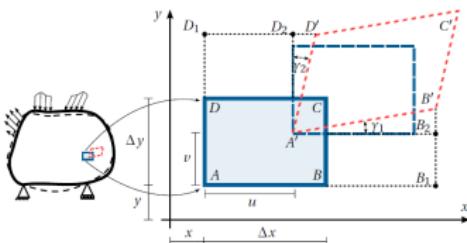
# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- **3.2. Componentes de la deformación en un punto**
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Componentes de la deformación en un punto



# Componentes de la deformación en un punto



$$A := (x, y)$$

$$B := (x + \Delta x, y)$$

$$C := (x + \Delta x, y + \Delta y)$$

$$D := (x, y + \Delta y)$$

- Componentes **horizontales** del desplazamiento:

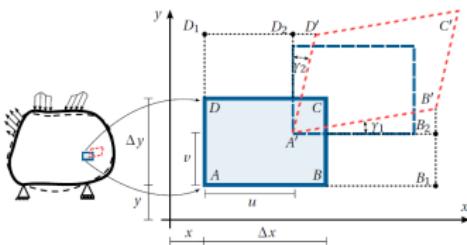
$$u(A) = u(x, y)$$

$$u(B) \approx u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(x,y)}$$

$$u(C) \approx u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(x,y)} + \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(x,y)}$$

$$u(D) \approx u(x, y) + \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(x,y)}$$

# Componentes de la deformación en un punto



$$A := (x, y)$$

$$B := (x + \Delta x, y)$$

$$C := (x + \Delta x, y + \Delta y)$$

$$D := (x, y + \Delta y)$$

- Componentes **verticales** del desplazamiento:

$$v(A) = v(x, y)$$

$$v(B) \approx v(x, y) + \Delta x \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(x,y)}$$

$$v(C) \approx v(x, y) + \Delta x \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(x,y)} + \Delta y \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{(x,y)}$$

$$v(D) \approx v(x, y) + \Delta y \frac{\partial v}{\partial y} \Big|_{(x,y)}$$

# Componentes de la deformación en un punto

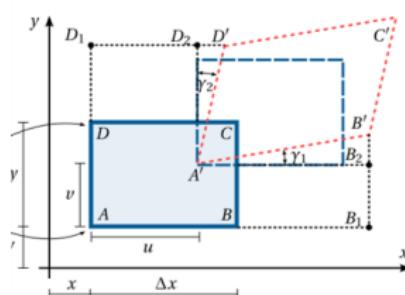
$$A' := (x + u(x, y), y + v(x, y))$$

$$B' := \left( \underbrace{x + \Delta x}_{\text{pos. ini}} + \underbrace{u(x, y) + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x}_{\text{desplazamiento}}, \underbrace{y}_{\text{pos. ini}} + \underbrace{v(x, y) + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x}_{\text{desplazamiento}} \right)$$

$$C' := \left( \underbrace{x + \Delta x}_{\text{pos. ini}} + \underbrace{u(x, y) + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y}_{\text{desplazamiento}}, \underbrace{y + \Delta y}_{\text{pos. ini}} + \underbrace{v(x, y) + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y}_{\text{desplazamiento}} \right)$$

$$D' := \left( x + u(x, y) + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y, y + \Delta y + v(x, y) + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y \right)$$

# Componentes de la deformación en un punto



$$A'B_2 = \text{Coord}_x(B') - \text{Coord}_x(A') = \Delta x + \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{(x,y)} \Delta x$$

$$A'D_2 = \text{Coord}_y(D') - \text{Coord}_y(A') = \Delta y + \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(x,y)} \Delta y$$

$$B_2B' = \text{Coord}_y(B') - \text{Coord}_y(A') = \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(x,y)} \Delta x$$

$$D_2D' = \text{Coord}_x(D') - \text{Coord}_x(A') = \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{(x,y)} \Delta y$$

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Deformacion longitudinal

## (Deformación lineal)

$(\varepsilon)$  es una medida de cuánto se estira o contrae el sólido en un punto y en una dirección en particular.

$$\varepsilon = \lim_{L_i \rightarrow 0} \frac{L_f - L_i}{L_i}$$

# Deformacion longitudinal

(Deformación lineal)

$(\varepsilon)$  es una medida de cuánto se estira o contrae el sólido en un punto y en una dirección en particular.

$$\varepsilon = \lim_{L_i \rightarrow 0} \frac{L_f - L_i}{L_i}$$

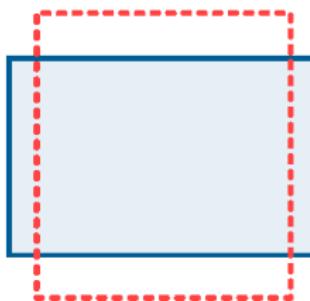
# Deformación longitudinal

(Deformación lineal)

$$\varepsilon_x(\mathbf{x}) := \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial x}; \quad \varepsilon_y(\mathbf{x}) := \frac{\partial v(\mathbf{x})}{\partial y}; \quad \varepsilon_z(\mathbf{x}) := \frac{\partial w(\mathbf{x})}{\partial z}$$



$\varepsilon_x > 0$  (estiramiento en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y < 0$  (contracción en dirección  $y$ )



$\varepsilon_x < 0$  (contracción en dirección  $x$ )  
 $\varepsilon_y > 0$  (estiramiento en dirección  $y$ )

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Deformación angular

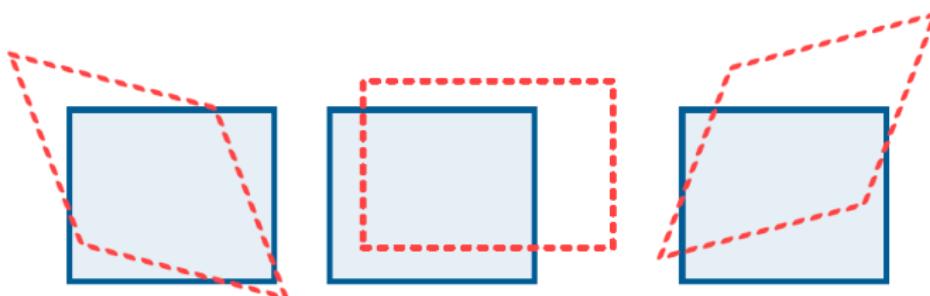
$\gamma_{ij}$  mide el cambio de ángulo entre dos caras que originalmente eran ortogonales.

# Deformación angular

$$\gamma_{xy}(\mathbf{x}) := \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial y} + \frac{\partial v(\mathbf{x})}{\partial x}$$

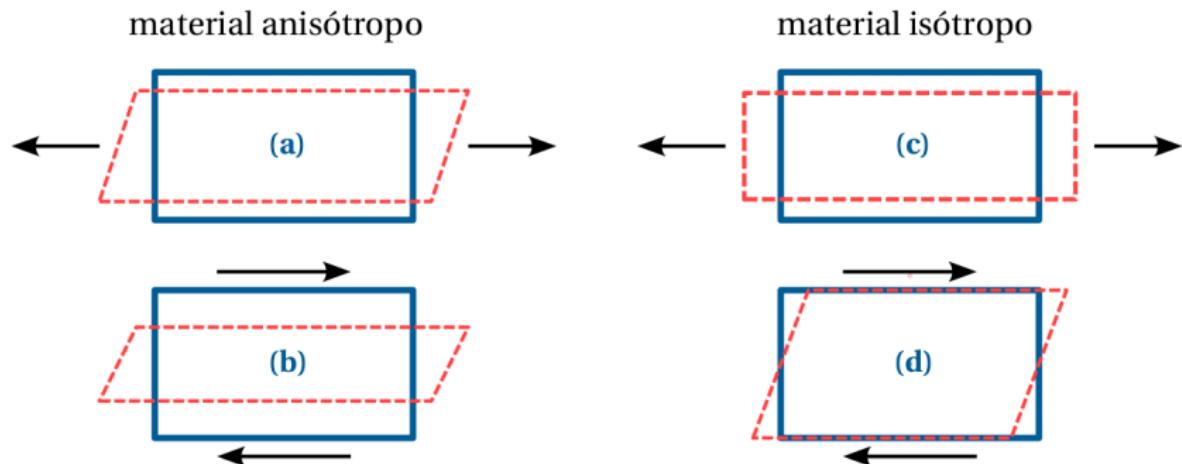
$$\gamma_{xz}(\mathbf{x}) := \frac{\partial u(\mathbf{x})}{\partial z} + \frac{\partial w(\mathbf{x})}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz}(\mathbf{x}) := \frac{\partial v(\mathbf{x})}{\partial z} + \frac{\partial w(\mathbf{x})}{\partial y}$$

(a)  $\gamma_{xy} < 0$ (b)  $\gamma_{xy} = 0$ (c)  $\gamma_{xy} > 0$

# Deformación angular

$\gamma_{xy}$  denota el cambio en el valor del ángulo  $\angle BAD$  cuando un cuerpo se somete a **esfuerzos normales y cortantes**.



Veremos luego que para los materiales isótropos, el comportamiento angular es independiente del comportamiento longitudinal.

# Deformaciones angulares matemáticas

$$\varepsilon_{xy}(x, y) := \frac{\gamma_{xy}(x, y)}{2} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}.$$

## Tensor de deformaciones infinitecimales de Cauchy

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix}}_{\text{deformaciones matemáticas}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}}_{\text{deformaciones ingenieriles}}$$

# Comentario

La deducción de las ecuaciones anteriores involucra únicamente consideraciones geométricas y, como no se hace referencia alguna a las propiedades y características de comportamiento del material, el resultado es aplicable a toda clase de materiales, incluyendo materiales elásticos y plásticos. Las únicas restricciones que hacemos son que el desplazamiento sea una función continua y derivable y que las deformaciones sean pequeñas.

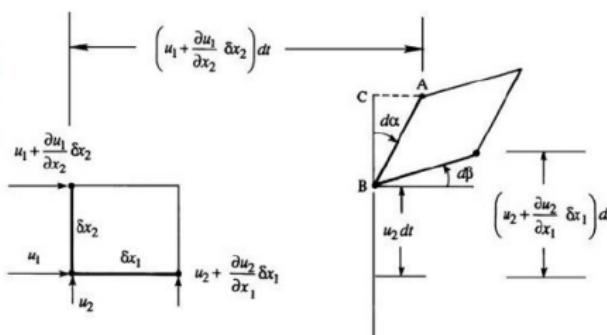
# Comentario

geometrical interpretation of  $S_{ij}$ 's first off-diagonal component,  $S_{12} = S_{21}$ , is provided in Figure 3.11. The average rate at which the initially perpendicular segments  $\delta x_1$  and  $\delta x_2$  rotate toward each other is:

$$\frac{1}{2} \frac{D(\alpha + \beta)}{Dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{2dt} \left( \frac{1}{\delta x_2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \delta x_2 dt \right) + \frac{1}{\delta x_1} \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \delta x_1 dt \right) \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) = S_{12} = S_{21},$$

where again  $D/Dt$  indicates that the fluid element is followed as shear deformation takes place, and again this simple construction is readily extended to the other two Cartesian direction pairs. Thus, the off-diagonal terms of  $S_{ij}$  represent the average rate at which material line segments initially parallel to the  $i$ - and  $j$ -directions rotate *toward* each other.

FIGURE 3.11 Illustration of positive deformation of a fluid element in the plane defined by the first and second coordinate directions. Here, both  $\partial u_1 / \partial x_2$  and  $\partial u_2 / \partial x_1$  are shown as positive, so  $S_{12} = S_{21}$  from (3.12) is also positive. The deformation angle  $d\alpha = \angle CBA$  is proportional to  $\partial u_1 / \partial x_2$  while  $d\beta$  is proportional to  $\partial u_2 / \partial x_1$ .

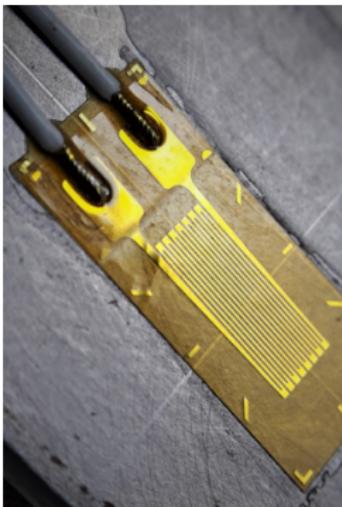


**Figura:** (ver: Pijush K. Kundu and R., 2016) En mecánica de fluidos también hablarán de deformaciones angulares.

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- **3.3. Las galgas extensométricas**
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Las galgas extensométricas



- Elementos que miden la deformación en un punto y que a partir de una relación esfuerzo-deformación del material, permiten conocer de forma indirecta los esfuerzos en esos puntos.
- No es posible medir directamente los esfuerzos al interior de una estructura y solo se pueden inferir estos a través de la medición de deformaciones.
- Complementar el tema de forma autónoma

# Las galgas extensométricas



- Elementos que miden la deformación en un punto y que a partir de una relación esfuerzo-deformación del material, permiten conocer de forma indirecta los esfuerzos en esos puntos.
- No es posible medir directamente los esfuerzos al interior de una estructura y solo se pueden inferir estos a través de la medición de deformaciones.
- Complementar el tema de forma autónoma

# Las galgas extensométricas



- Elementos que miden la deformación en un punto y que a partir de una relación esfuerzo-deformación del material, permiten conocer de forma indirecta los esfuerzos en esos puntos.
- No es posible medir directamente los esfuerzos al interior de una estructura y solo se pueden inferir estos a través de la medición de deformaciones.
- Complementar el tema de forma autónoma

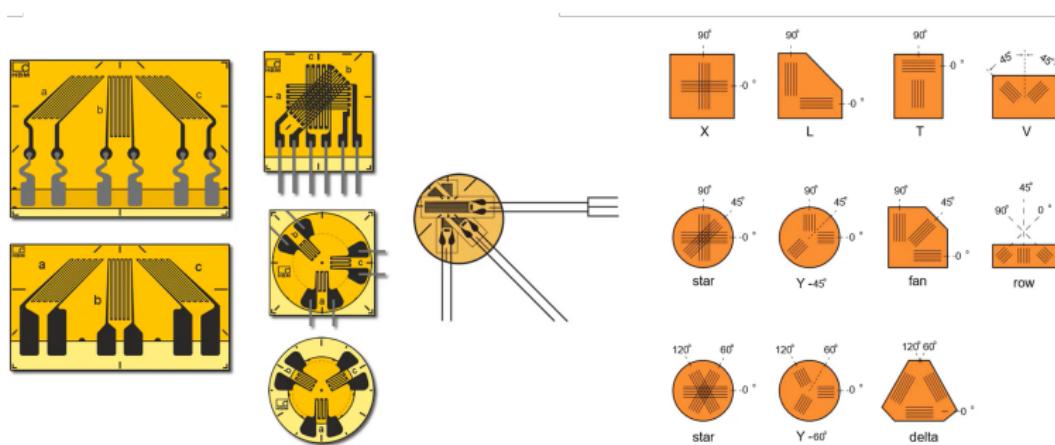
# Las galgas extensométricas



- Elementos que miden la deformación en un punto y que a partir de una relación esfuerzo-deformación del material, permiten conocer de forma indirecta los esfuerzos en esos puntos.
- No es posible medir directamente los esfuerzos al interior de una estructura y solo se pueden inferir estos a través de la medición de deformaciones.
- Complementar el tema de forma autónoma

# Las galgas extensométricas

Como estas solo pueden medir deformaciones longitudinales, se agrupan en configuraciones llamadas **rosetas de deformación** para medir las deformaciones en todas las direcciones posibles.



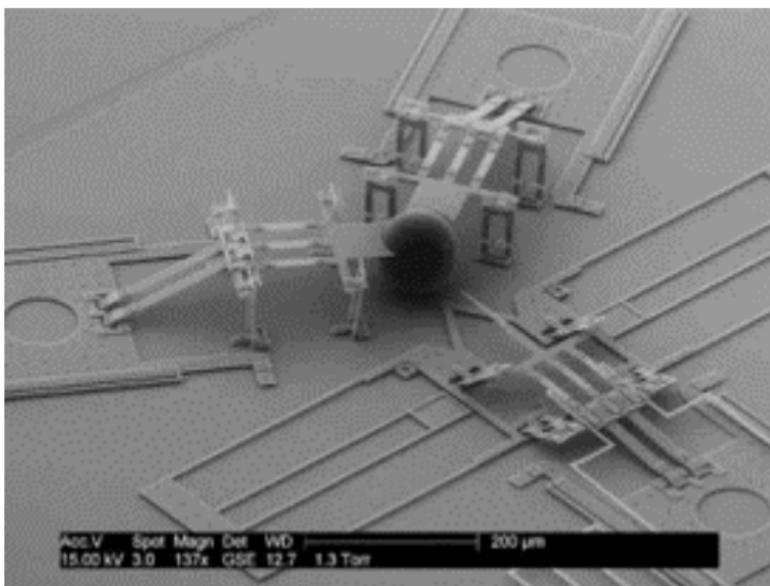
## Video

Strain Gauge 101 - Learn the basics of how they're used

# ¿... y esto?

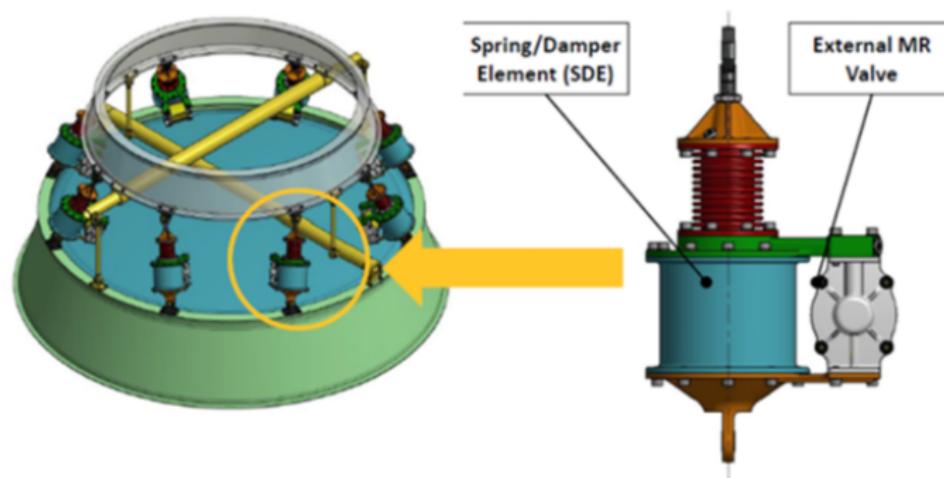
Muchos dispositivos electrónicos, tan colosales como los Sistemas Activos de Disipación Sísmica, medianos como los acelerógrafos, o tan minúsculos como los MEMES (*Micro Electro-Mechanical Systems*), son activados por desplazamientos y deformaciones.

¿... y esto?



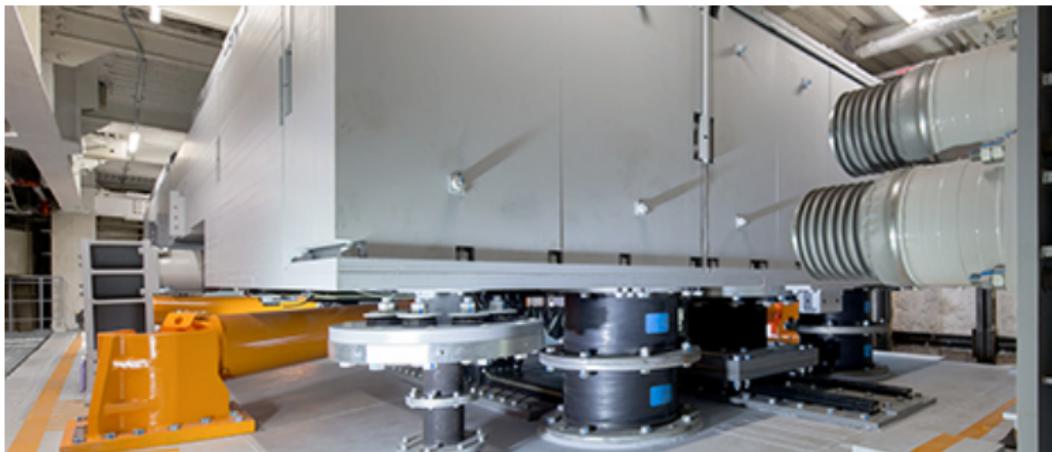
*MEMS, así funcionan los sistemas microeléctricos en el hardware.* [Link](#).

¿... y esto?



ESA - *Semi active damping systems.* [Link.](#)

¿... y esto?



*Introducing Tuned Mass Dampers | January 2017 | Highlighting Japan.* [Link](#).

# ¿Fuerzas, esfuerzos, desplazamientos, deformaciones?

- Puede pensarse que las fuerzas y los desplazamientos van primero que los esfuerzos y las deformaciones.
- Usualmente, en los laboratorios de estructuras se simulan las cargas con desplazamientos inducidos para hallar esfuerzos, y en los laboratorios de suelos se aplican fuerzas para hallar esfuerzos.
- Por ejemplo, el **Laboratorio de Ingeniería Estructural y Sísmica de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales**, induce desplazamientos mediante actuadores en su **Mesa Vibradora** y en su **Sistema Híbrido de Simulación Sísmica**.

# ¿Fuerzas, esfuerzos, desplazamientos, deformaciones?

- Puede pensarse que las fuerzas y los desplazamientos van primero que los esfuerzos y las deformaciones.
- Usualmente, en los laboratorios de estructuras se simulan las cargas con desplazamientos inducidos para hallar esfuerzos, y en los laboratorios de suelos se aplican fuerzas para hallar esfuerzos.
- Por ejemplo, el **Laboratorio de Ingeniería Estructural y Sísmica de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales**, induce desplazamientos mediante actuadores en su **Mesa Vibradora** y en su **Sistema Híbrido de Simulación Sísmica**.

# ¿Fuerzas, esfuerzos, desplazamientos, deformaciones?

- Puede pensarse que las fuerzas y los desplazamientos van primero que los esfuerzos y las deformaciones.
- Usualmente, en los laboratorios de estructuras se simulan las cargas con desplazamientos inducidos para hallar esfuerzos, y en los laboratorios de suelos se aplican fuerzas para hallar esfuerzos.
- Por ejemplo, el **Laboratorio de Ingeniería Estructural y Sísmica de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales**, induce desplazamientos mediante actuadores en su **Mesa Vibradora** y en su **Sistema Híbrido de Simulación Sísmica**.

# ¿Fuerzas, esfuerzos, desplazamientos, deformaciones?

- Puede pensarse que las fuerzas y los desplazamientos van primero que los esfuerzos y las deformaciones.
- Usualmente, en los laboratorios de estructuras se simulan las cargas con desplazamientos inducidos para hallar esfuerzos, y en los laboratorios de suelos se aplican fuerzas para hallar esfuerzos.
- Por ejemplo, el **Laboratorio de Ingeniería Estructural y Sísmica de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales**, induce desplazamientos mediante actuadores en su **Mesa Vibradora** y en su **Sistema Híbrido de Simulación Sísmica**.

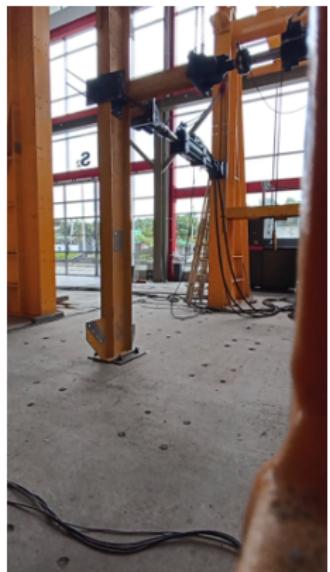
# Mesa vibradora

Laboratorio de Ingeniería Estructural y Sísmica de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales



# Sistema híbrido de simulación sísmica

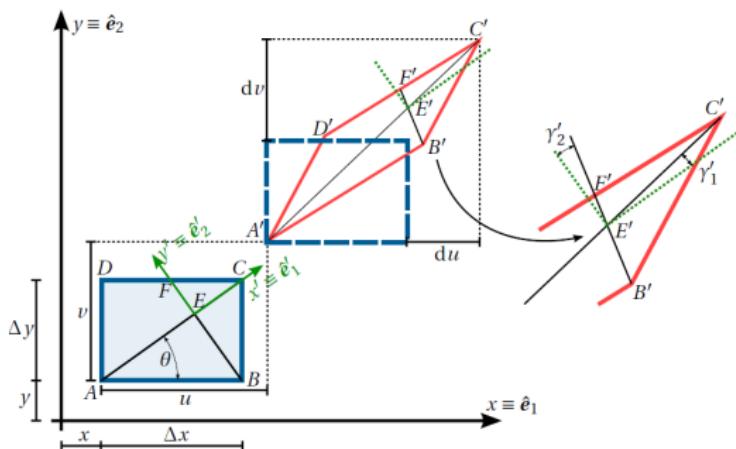
Laboratorio de Ingeniería Estructural y Sísmica de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales



# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- **3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones**
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Especificación de la deformación en otras direcciones



## Estudio Autónomo

- 03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 1/2)
- 03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 2/2)
- 03\_04\_exp\_otras\_direcciones.ipynb

# Especificación de la deformación en otras direcciones

Según Solecki y Connat, 2003:

$$\varepsilon_{x'}(\theta) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{y'}(\theta) = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta - \varepsilon_{xy} \sin 2\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}(\theta)}{2} = \varepsilon_{x'y'}(\theta) = \varepsilon_{xy} \cos 2\theta - \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta$$

# Especificación de la deformación en otras direcciones

Según Solecki y Connat, 2003:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_x' & \varepsilon_{x'y'} & \varepsilon_{x'z'} \\ \varepsilon_{y'x'} & \varepsilon_{y'} & \varepsilon_{y'z'} \\ \varepsilon_{z'x'} & \varepsilon_{z'y'} & \varepsilon_{z'} \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{\varepsilon'}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}}_T^T \underbrace{\begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{\varepsilon}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}}_T$$

# Cambio de base

- En términos de deformaciones matemáticas:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \varepsilon_{z'} \\ \varepsilon_{y'z'} \\ \varepsilon_{x'z'} \\ \varepsilon_{x'y'} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1^2 & \beta_1^2 & \gamma_1^2 & 2\gamma_1 \beta_1 & 2\gamma_1 \alpha_1 & 2\alpha_1 \beta_1 \\ \alpha_2^2 & \beta_2^2 & \gamma_2^2 & 2\gamma_2 \beta_2 & 2\gamma_2 \alpha_2 & 2\alpha_2 \beta_2 \\ \alpha_3^2 & \beta_3^2 & \gamma_3^2 & 2\gamma_3 \beta_3 & 2\gamma_3 \alpha_3 & 2\alpha_3 \beta_3 \\ \alpha_2 \alpha_3 & \beta_2 \beta_3 & \gamma_2 \gamma_3 & \gamma_2 \beta_3 + \beta_2 \gamma_3 & \gamma_2 \alpha_3 + \alpha_2 \gamma_3 & \alpha_2 \beta_3 + \beta_2 \alpha_3 \\ \alpha_1 \alpha_3 & \beta_1 \beta_3 & \gamma_1 \gamma_3 & \gamma_1 \beta_3 + \beta_1 \gamma_3 & \gamma_1 \alpha_3 + \alpha_1 \gamma_3 & \alpha_1 \beta_3 + \beta_1 \alpha_3 \\ \alpha_1 \alpha_2 & \beta_1 \beta_2 & \gamma_1 \gamma_2 & \gamma_1 \beta_2 + \beta_1 \gamma_2 & \gamma_1 \alpha_2 + \alpha_1 \gamma_2 & \alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2 \end{pmatrix}}_{=T_\sigma \text{ (ver ecuación (2.23))}} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

- En términos de deformaciones ingenieriles:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \varepsilon_{z'} \\ \gamma_{y'z'} \\ \gamma_{x'z'} \\ \gamma_{x'y'} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_1^2 & \beta_1^2 & \gamma_1^2 & \gamma_1 \beta_1 & \gamma_1 \alpha_1 & \alpha_1 \beta_1 \\ \alpha_2^2 & \beta_2^2 & \gamma_2^2 & \gamma_2 \beta_2 & \gamma_2 \alpha_2 & \alpha_2 \beta_2 \\ \alpha_3^2 & \beta_3^2 & \gamma_3^2 & \gamma_3 \beta_3 & \gamma_3 \alpha_3 & \alpha_3 \beta_3 \\ 2\alpha_2 \alpha_3 & 2\beta_2 \beta_3 & 2\gamma_2 \gamma_3 & \gamma_2 \beta_3 + \beta_2 \gamma_3 & \gamma_2 \alpha_3 + \alpha_2 \gamma_3 & \alpha_2 \beta_3 + \beta_2 \alpha_3 \\ 2\alpha_1 \alpha_3 & 2\beta_1 \beta_3 & 2\gamma_1 \gamma_3 & \gamma_1 \beta_3 + \beta_1 \gamma_3 & \gamma_1 \alpha_3 + \alpha_1 \gamma_3 & \alpha_1 \beta_3 + \beta_1 \alpha_3 \\ 2\alpha_1 \alpha_2 & 2\beta_1 \beta_2 & 2\gamma_1 \gamma_2 & \gamma_1 \beta_2 + \beta_1 \gamma_2 & \gamma_1 \alpha_2 + \alpha_1 \gamma_2 & \alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2 \end{pmatrix}}_{T_\varepsilon} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

Con  $T_\sigma^{-1} = T_\varepsilon^T$

# Deformación en función de los vectores normales al plano

Como la dirección de los vectores  $\hat{e}'_1$ ,  $\hat{e}'_2$  y  $\hat{e}'_3$  es arbitraria, siempre y cuando estos sean vectores mutuamente ortogonales, de las ecuaciones anteriores se sigue que:

- la deformación longitudinal en una dirección del vector normal  $\hat{n}$ :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\hat{n}} &= \mathbf{n}^T \underline{\underline{\varepsilon}} \hat{n} \\ &= \varepsilon_x \alpha^2 + \varepsilon_y \beta^2 + \varepsilon_z \gamma^2 + 2\varepsilon_{xy} \alpha \beta + 2\varepsilon_{yz} \beta \gamma + 2\varepsilon_{xz} \alpha \gamma\end{aligned}$$

- la deformación angular matemática sobre un plano generado por los vectores mutuamente ortogonales  $\hat{m}$  y  $\hat{n}$  es:

$$\varepsilon_{\hat{m}\hat{n}} = \mathbf{m}^T \underline{\underline{\varepsilon}} \hat{n}$$

# Relación entre las deformaciones calculadas en sistemas de ejes coordenados diferentes

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \mathbf{T} \underline{\underline{\varepsilon}}' \mathbf{T}^T$$

# Formulación en dos dimensiones

## Código

- 03\_04.ipynb

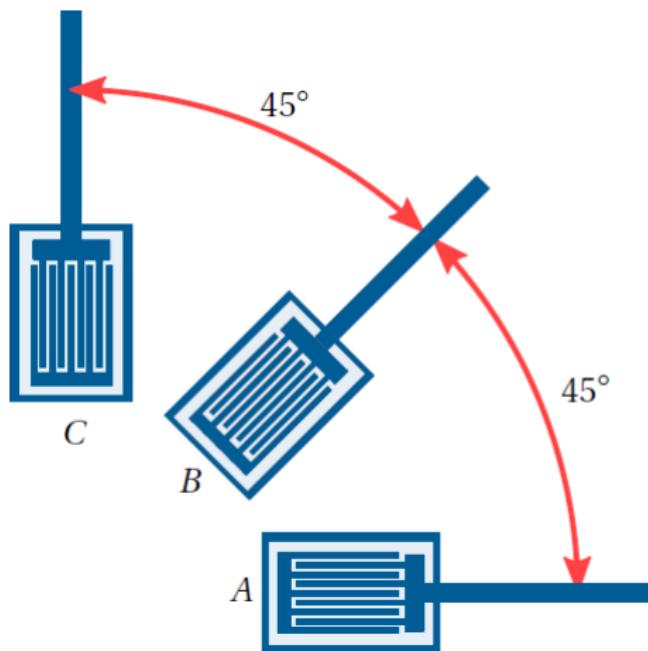
$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + 2\varepsilon_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\varepsilon_{y'} = \varepsilon_x \sin^2 \theta + \varepsilon_y \cos^2 \theta - 2\varepsilon_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

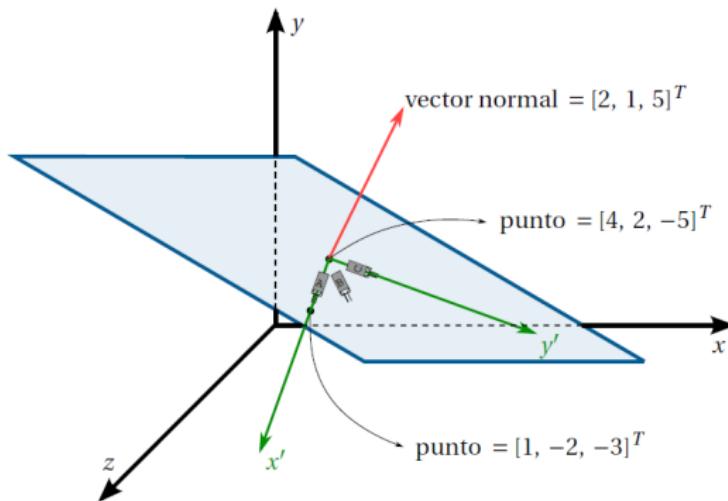
$$\varepsilon_{x'y'} = \varepsilon_y \sin \theta \cos \theta - \varepsilon_x \sin \theta \cos \theta + \varepsilon_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$\varepsilon_{x'z'} = \varepsilon_{y'z'} = \varepsilon_{z'} = 0$$

# Ejemplo



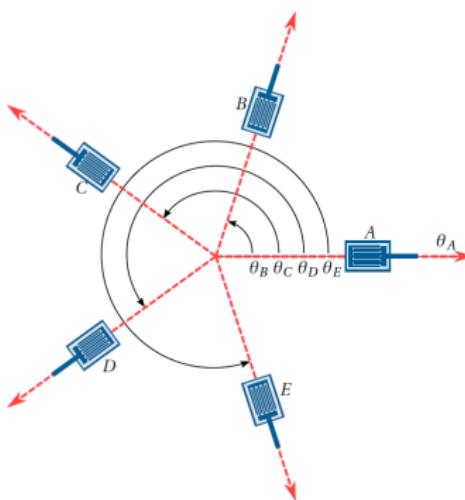
# Ejemplo: cambio de base



Código

- [03\\_04\\_02\\_ejemplo.ipynb](#)

# Ejemplo: más de tres galgas extensométricas



Código

- [03\\_04\\_03\\_ejemplo.ipynb](#)

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- **3.5. Rotación**
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Rotación

## Estudio autónomo

- 03.05 - Descomposición del movimiento de un punto: traslación rígida, rotación rígida y deformaciones

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones

A partir de nuestra ecuación  $\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + 2\varepsilon_{xy} \sin \theta \cos \theta$ , tomando su derivada respecto a  $\theta$  igualada a cero

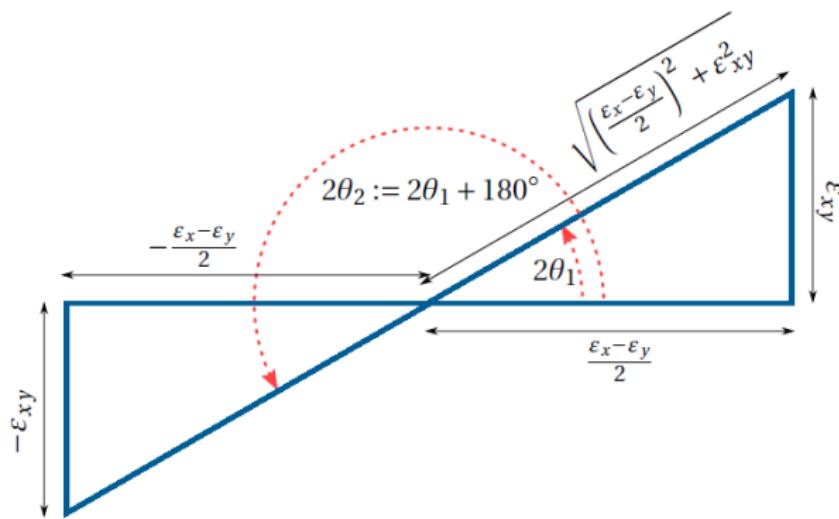
$$\frac{d\varepsilon_{x'}}{d\theta} = -(\varepsilon_{x'} - \varepsilon_{y'}) \sin 2\theta + 2\varepsilon_{xy} \cos 2\theta = 0,$$

encontramos mínimos y máximos de la función. Hablamos de unas direcciones principales en términos de deformaciones:

$$\tan 2\theta_1 = \frac{+\varepsilon_{xy}}{+\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}}$$

$$\tan 2\theta_1 = \frac{-\varepsilon_{xy}}{-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}}$$

# Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones



$$\sin 2\theta_1 = \frac{\epsilon_{xy}}{R}$$

$$\cos 2\theta_1 = \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2R}$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \epsilon_{xy}^2}$$

$$\sin 2\theta_2 = -\frac{\epsilon_{xy}}{R}$$

$$\cos 2\theta_2 = -\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2R}$$

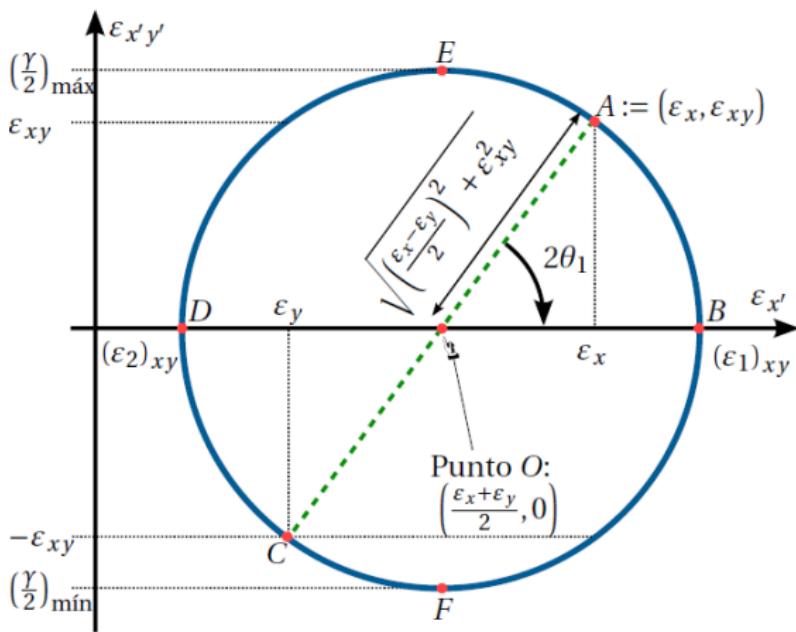
# Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones

Tendremos unas deformaciones principales, las cuales no estarán acompañadas de deformaciones angulares para una inclinación dada por las direcciones principales anteriores. Son:

$$(\varepsilon_1)_{xy} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2}$$

$$(\varepsilon_2)_{xy} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2}.$$

# Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones



# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

## A.8. Optimización de una función sujeta a restricciones de igualdad

(apéndice matemático)

(Función lagrangiana y multiplicadores de Lagrange)

# Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios

- eigenvalues problem:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} \hat{\mathbf{n}} = \varepsilon_n \hat{\mathbf{n}}$$

- Ecuación característica:

- Caso bidimensional:

$$\varepsilon_n^2 - (\varepsilon_x + \varepsilon_y)\varepsilon_n + \varepsilon_x\varepsilon_y - \varepsilon_{xy}^2 = 0$$

- Caso tridimensional:

$$-\varepsilon_n^3 + I_1^d \varepsilon_n^2 - I_2^d \varepsilon_n + I_3^d = 0$$

- Invariantes de deformaciones

$$e := I_1^d := \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

$$I_2^d := \frac{1}{2} (\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})^2 - \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^2))$$

$$I_3^d := \det(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

# Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios

- eigenvalues problem:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} \hat{\mathbf{n}} = \varepsilon_n \hat{\mathbf{n}}$$

- Ecuación característica:

- Caso bidimensional:

$$\varepsilon_n^2 - (\varepsilon_x + \varepsilon_y)\varepsilon_n + \varepsilon_x\varepsilon_y - \varepsilon_{xy}^2 = 0$$

- Caso tridimensional:

$$-\varepsilon_n^3 + I_1^d \varepsilon_n^2 - I_2^d \varepsilon_n + I_3^d = 0$$

- Invariantes de deformaciones

$$e := I_1^d := \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

$$I_2^d := \frac{1}{2} (\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})^2 - \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^2))$$

$$I_2^d := \det(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

# Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios

- eigenvalues problem:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} \hat{\mathbf{n}} = \varepsilon_n \hat{\mathbf{n}}$$

- Ecuación característica:

- Caso bidimensional:

$$\varepsilon_n^2 - (\varepsilon_x + \varepsilon_y)\varepsilon_n + \varepsilon_x\varepsilon_y - \varepsilon_{xy}^2 = 0$$

- Caso tridimensional:

$$-\varepsilon_n^3 + I_1^d \varepsilon_n^2 - I_2^d \varepsilon_n + I_3^d = 0$$

- Invariantes de deformaciones

$$e := I_1^d := \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

$$I_2^d := \frac{1}{2} (\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})^2 - \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^2))$$

$$I_3^d := \det(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

# Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios

- eigenvalues problem:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} \hat{\mathbf{n}} = \varepsilon_n \hat{\mathbf{n}}$$

- Ecuación característica:

- Caso bidimensional:

$$\varepsilon_n^2 - (\varepsilon_x + \varepsilon_y)\varepsilon_n + \varepsilon_x\varepsilon_y - \varepsilon_{xy}^2 = 0$$

- Caso tridimensional:

$$-\varepsilon_n^3 + I_1^d \varepsilon_n^2 - I_2^d \varepsilon_n + I_3^d = 0$$

- **Invariantes de deformaciones**

$$e := I_1^d := \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

$$I_2^d := \frac{1}{2} (\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})^2 - \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^2))$$

$$I_3^d := \det(\underline{\underline{\varepsilon}})$$

# Derrotero

- Conceptos necesarios del suplemento matemático
- Deformaciones
- 3.1. Campo vectorial de desplazamientos de un sólido
- 3.2. Componentes de la deformación en un punto
  - 3.2.1. Deformación lineal (longitudinal)
  - 3.2.2. Deformación angular
- 3.3. Las galgas extensométricas
- 3.4. Especificación de la deformación en otras direcciones
- 3.5. Rotación
- 3.6. Deformaciones principales
  - 3.6.1. Expresión de las deformaciones principales en el caso bidimensional utilizando maximización y minimización de funciones
  - 3.6.2. Expresión de las deformaciones principales utilizando valores y vectores propios
- Referencias

# Referencias

- Pijush K. Kundu, I. M. C. and R., D. (2016). *Fluid mechanics*. Elsevier.
- Álvarez, D. A. (2022). *Teoría de la elasticidad*, volume 1. Universidad Nacional de Colombia.

# Links

The screenshot shows a YouTube playlist page with the following details:

- Title:** 03 - Desplazamientos y deformaciones
- URL:** https://www.youtube.com/playlist?list=PL0cQdeBzrPGcpdpX1RT67exW7AQ7m3K
- Thumbnail 1:** Deducción de las deformaciones angulares. Shows a diagram of a rectangular block with angles labeled  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{xz}$ , and  $\gamma_{yz}$ . Equations:  $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$ ,  $\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$ .
- Thumbnail 2:** Campo vectorial de desplazamientos de un sólido. Shows a diagram of a cube with displacement components  $u(x,y,z)$ ,  $v(x,y,z)$ , and  $w(x,y,z)$ .
- Thumbnail 3:** Dedución de las deformaciones longitudinales y uniaxiales. Shows a diagram of a rectangular bar being stretched.
- Thumbnail 4:** ¿Qué es una galga extensiométrica? Shows a diagram of a strain gauge element.
- Thumbnail 5:** Dedución de deformaciones en direcciones diagonales. Shows a diagram of a rectangular block with diagonal deformation components.
- Thumbnail 6:** Transformación del tensor de deformaciones en direcciones planas 3D. Shows a diagram of a coordinate transformation.
- Thumbnail 7:** Traslación, rotación rígida y deformaciones. Shows a diagram of a rigid body undergoing translation and rotation.
- Video 1:** 03.01 - Campo vectorial de desplazamientos. By diegoandresalvarez, 1545 visualizaciones, hace 2 años. Duration: 7:07.
- Video 2:** 03.02 - Deformaciones longitudinales o uniaxiales. By diegoandresalvarez, 2627 visualizaciones, hace 2 años. Duration: 15:54.
- Video 3:** 03.02 - Deformaciones angulares. By diegoandresalvarez, 2520 visualizaciones, hace 2 años. Duration: 19:30.
- Video 4:** 03.03 - Galgas extensiométricas. By diegoandresalvarez, 2313 visualizaciones, hace 2 años. Duration: 2:05.
- Video 5:** 03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 1/2). By diegoandresalvarez, 532 visualizaciones, hace 3 años. Duration: 19:19.
- Video 6:** 03.04 - Deformación en otras direcciones (Parte 2/2). By diegoandresalvarez, 554 visualizaciones, hace 2 años. Duration: 7:30.
- Video 7:** 03.05 - Descomposición del movimiento de un punto: traslación rígida, rotación rígida y deformaciones. By diegoandresalvarez, 508 visualizaciones, hace 2 años. Duration: 18:58.

- Lista de reproducción: [03 - Desplazamientos y deformaciones](#)
- Repositorio del curso: [github/mejor\\_continuo](https://github.com/diegoandresalvarez/meccanica-tensorial-unidad-03)