

UNIVERSITÄT STUTTGART

FORTGESCHRITTENEN PRAKTIKUM  
WINTERSEMESTER 2018/2019

# **Ionenschallwellen im Plasma**

*Gruppe: M09*

*Alexander Sattler*

*Michael Marquardt*

*Versuchsdatum: Montag 17. Dezember 2018*

*Betreuer: Alf Köhn*

## INHALT

I. Grundlagel	2
A. Plasma	2
B. Wellen im Plasma	3
C. Doppel-Plasma-Kammer	3
II. Auswertung	3
A. Entladungsstrom	3
B. Plasma Oszillations Methode	5
C. Ionen Akustikwellen	7
D. Schock Wellen	9
E. Plasma Kriterien	10
Literatur	11

## I. GRUNDLAGEL

## A. Plasma

Ein Plasma ist ein teilweise oder vollständig ionisiertes Gas. Der Ionisationsgrad

$$\alpha = \frac{n_i}{n} \quad (\text{I.1})$$

ist definiert als das Verhältnis der Dichte der Ionen  $n_i$  zur Dichte der Ionen und Neutralteilchen  $n$ . Plasmen sind quasineutral, was bedeutet, dass sie gleich viel positive wie negative Ladung enthalten und nach außen hin neutral sind. Ein Plasma kann aufgrund der freien Ladungen elektrische Felder abschirmen indem sich die negativen Ladungen gegen die positiven verschieben. Die Feldstärke klingt dabei auf der Debye-Länge

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T_e}{e^2 n_e}} \quad (\text{I.2})$$

exponentiell ab. Hierbei ist  $\epsilon_0$  die Dielektrizitätskonstante,  $T_e$  die Elektronentemperatur (als Energie),  $e$  die Elementarladung und  $n_e$  die Teilchenzahldichte der freien Elektronen. Die Debye-Länge schrumpft mit steigender Teilchenzahldichte und sinkender Temperatur, da sich langsamere Elektronen leichter von den elektrischen Feldern ablenken lassen. Die Elektronen und Ionen können anfangen zu schwingen wenn eine Ladungsverschiebung im Plasma erzeugt wird. Die Eigenfrequenz dieser Schwingung ist die Plasmafrequenz. Für Elektronen ist sie gegeben durch

$$\omega_{p,e} = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}}, \quad (\text{I.3})$$

wobei  $m_e$  die Masse eines Elektrons ist. Die Ionen Schwingen aufgrund ihrer höheren Masse  $m_i$  wesentlich langsamer mit

$$\omega_{p,i} = \sqrt{\frac{e^2 n_i}{\epsilon_0 m_i}}. \quad (\text{I.4})$$

Ein Plasma muss die folgenden drei Kriterien erfüllen. Zuerst muss die Abmessung des Plasmas  $L$  wesentlich größer als die Debye-Länge sein, da sonst keine kollektiven Eigenschaften in Erscheinung treten können. Um eine statistische Behandlung zu rechtfertigen muss eine große Anzahl Teilchen  $N_D$  innerhalb einer Kugel mit der Debye-Länge als Radius (Debye-Kugel) vorhanden sein. Ein Plasma kann nicht schneller als mit der Plasmafrequenz auf äußere Felder reagieren. Darum muss es möglich sein eine Schwingung auszuführen ohne dass die Teilchen vorher stoßen. Diese Bedingungen werden über die Ungleichungen

$$\omega_{p,e} \tau > 1, \quad (\text{I.5})$$

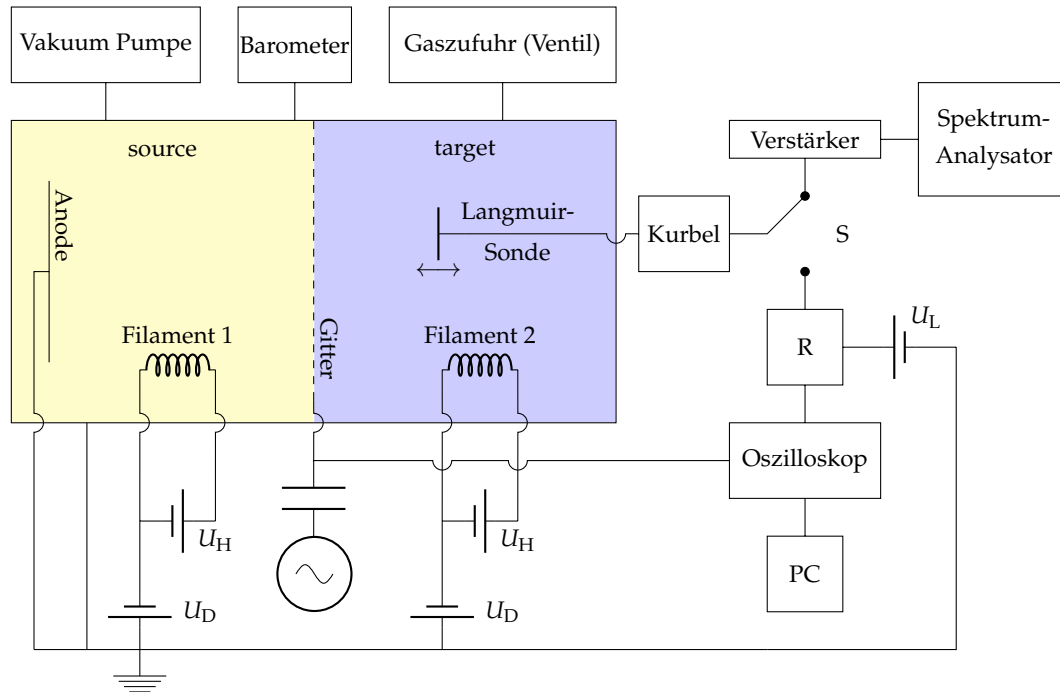
$$\lambda_D \ll L, \quad (\text{I.6})$$

$$N_D \gg 1 \quad (\text{I.7})$$

beschrieben, wobei  $\tau$  die Stoßzeit der Elektronen im Plasma ist. [1]

## B. Wellen im Plasma

## C. Doppel-Plasma-Kammer



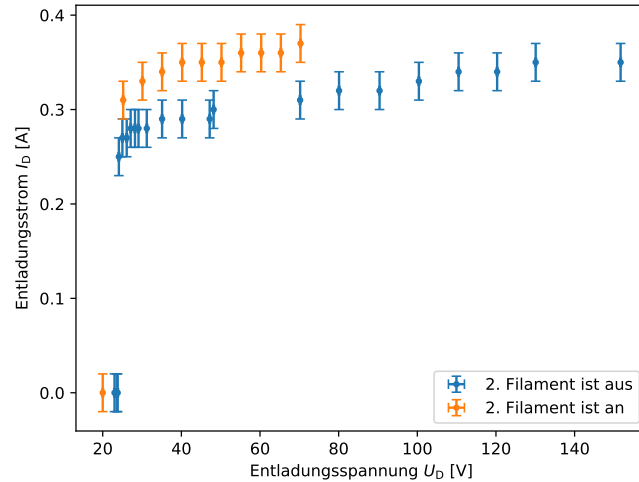
[2]

a[3] [4]

## II. AUSWERTUNG

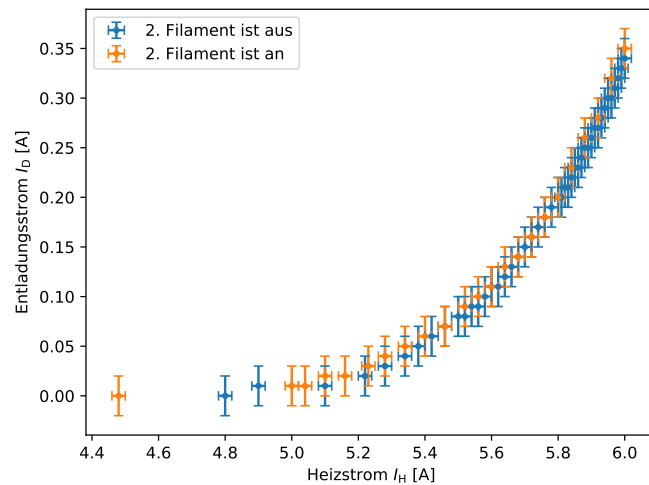
### A. Entladungsstrom

In diesem Versuchsteil soll die Abhängigkeit des Entladungsstroms  $I_D$  von der Entladungsspannung  $U_D$ , Heizstrom  $I_H$  und dem Druck  $p$  untersucht werden. Dazu wird jeweils einer der Parameter variiert und die Werte der beiden anderen Parameter werden nicht verändert. Die Messung wird durchgeführt mit eingeschaltetem bzw. ausgeschaltetem zweitem Filament in der target Kammer. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 1, 2 und 3 dargestellt. Für die Fehlerbalken sind die folgenden Fehler angenommen:  $\Delta U_D = 0.2 \text{ V}$ ,  $\Delta I_H = 0.02 \text{ A}$ ,  $\Delta I_D = 0.02 \text{ A}$  und  $\Delta p = 0.2 \text{ mm}$ . Da das Druckmessgerät kaputt war, konnte der Druck nicht gemessen werden. Der Druck ist deshalb angegeben in der Skala des Ventils, das den Gaszufluss in den Doppel Plasma Apparat regelt. Der Zusammenhang zwischen dieser Skala (in mm) und dem tatsächlichen Druck ist nicht bekannt, deshalb kann daraus der tatsächliche Druck nicht berechnet werden. Die Abhängigkeit des Entladungsstroms von der Entladungsspannung mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem 2. Filament ist in der Abbildung 1 dargestellt. Der konstant gehaltene Heizstrom beträgt  $I_H = 6.00 \text{ A}$  für beide Sonden, für den Fall dass sie eingeschaltet sind. Die Messwerte beider Messungen ähneln sich. Bei kleineren Spannungen als ca 20 V ist der Entladungsstrom im Rahmen der Messgenauigkeit null. Bei größeren Werten kommt es erst zu einem sehr starkem Anstieg und danach ändert sich der Entladungsstrom fast nicht mehr. Der Unterschied hervorgerufen durch das 2. Filament ist, dass mit eingeschaltetem zweitem Filament der Entladungsstrom größere Werte annimmt, bei gleicher Entladungsspannung.



**Abb. 1:** Der Entladungsstrom  $I_D$  als Funktion der Entladungsspannung  $U_D$  mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament in der target Kammer.

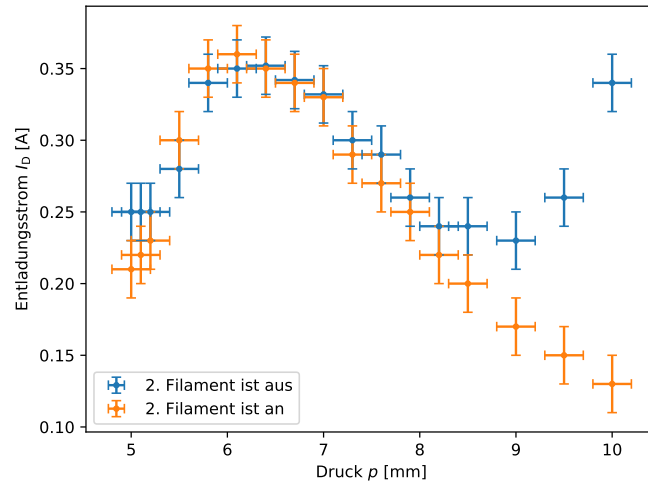
In der Abbildung 2 ist die Abhängigkeit des Entladungsstroms von dem Heizstrom mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament dargestellt. Die konstant gehaltene Entladungsspannung beträgt  $U_D = 80.3$  V in dem Fall des ausgeschaltetem zweitem Filament und ist  $U_D = 50.3$  V für den Fall des eingeschaltetem zweitem Filament. Die Messwerte mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament unterscheiden sich im Rahmen der Messgenauigkeit nicht voneinander. Mit steigendem Heizstrom steigt auch der Entladungsstrom an. Die Ursache dafür ist, dass aufgrund des höheren Heizstroms die Temperatur des Filaments ansteigt und somit mehr Elektronen emittiert werden.



**Abb. 2:** Der Entladungsstrom  $I_D$  als Funktion des Heizstrom  $I_H$  mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament in der target Kammer.

Der Entladungsstrom als Funktion des Druckes mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament ist in der Abbildung 3 dargestellt. Der konstant gehaltene Heizstrom beträgt  $I_H = 6.00$  A und die Entladungsspannung beträgt  $U_D = 50.2$  V. In dem Bereich 5 mm bis ca. 8 mm gibt es nur kleine Unterschiede, zwischen eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament. Der Entladungsstrom steigt zunächst mit steigendem Druck an, bis bei ca. 6 mm ein Maximum erreicht wird und sinkt danach wieder ab. Mit eingeschaltetem zweitem Filament sinkt der Entladungsstrom auch für größere Werte als 8 mm weiter. Mit ausgeschaltetem zweitem Filament dagegen steigt der

Entladungsstrom wieder an. Bei ca. 9 mm gibt es ein Minimum im Entladungsstrom.



**Abb. 3:** Der Entladungsstrom  $I_D$  als Funktion des Druckes  $p$  mit eingeschaltetem und ausgeschaltetem zweitem Filament in der target Kammer.

### B. Plasma Oscillations Methode

Mithilfe der Plasma Oscillations Methode kann die Plasmadichte bestimmt werden. Die Oszillationen werden mit der Langmuir-Sonde gemessen und mit einem Spektrumanalysator dargestellt. Als erstes muss das richtige Maximum gefunden werden. Dazu müssen die Parameter variiert werden. Das Maximum, das sich als einziges verändern lässt, ist das gesuchte Maximum. Die Plasmafrequenz kann dann mit dem Spektrumanalysator ermittelt werden. Zu beachten ist, dass die Frequenz  $f_p$  gemessen wird, die Plasmafrequenz aber normalerweise als Kreisfrequenz angegeben wird:  $\omega_p = 2\pi f_p$ . Aus der Plasmafrequenz kann dann die Plasmadichte berechnet werden:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n}{\epsilon_0 m_e}} = 56.5 \sqrt{n} \quad (\text{II.1})$$

Durch Umstellen der Gleichung erhält man

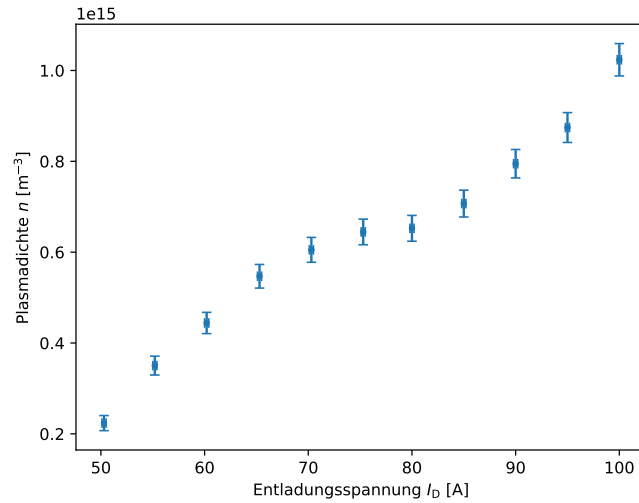
$$n = \left( \frac{\omega_p}{56.5} \right)^2 = \left( \frac{2\pi f_p}{56.5} \right)^2. \quad (\text{II.2})$$

Der Fehler kann durch Fehlerfortpflanzung berechnet werden, wobei als Fehler der gemessenen Frequenz  $\Delta f = 5$  MHz angenommen wird.

$$\Delta n = \frac{dn}{df} \Delta f \quad (\text{II.3})$$

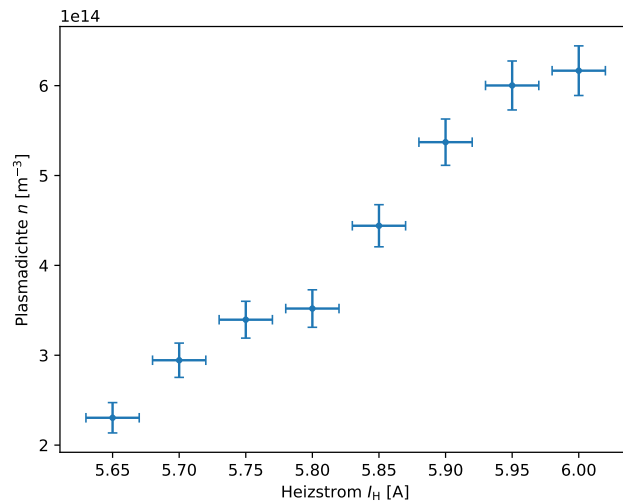
$$= \left( \frac{2\pi}{56.5} \right)^2 2f_p \Delta f \quad (\text{II.4})$$

Analog zum Kapitel II A wird die Abhängigkeit der Plasmadichte von den Parametern Entladungsspannung, Heizstrom und Druck bestimmt. Die Plasmadichte als Funktion der Entladungsspannung ist in der Abbildung 4 dargestellt. Die Plasmadichte steigt mit steigender Entladungsspannung an. Bei ca. 80 A Entladungsspannung kommt es zu einem Sattelpunkt. Danach steigt die Plasmadichte wieder an.



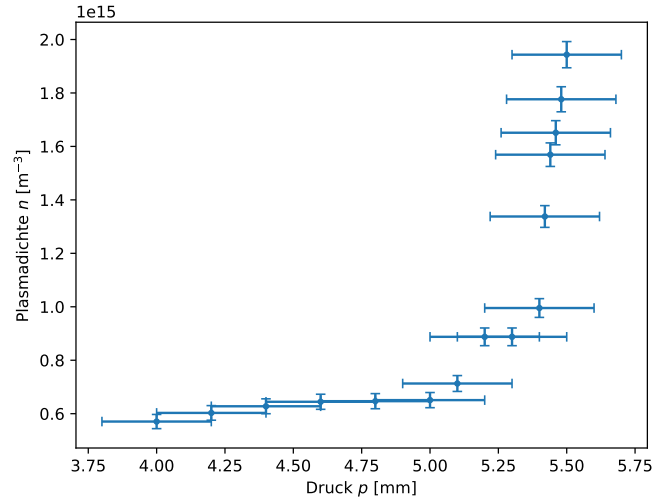
**Abb. 4:** Die Plasmadichte als Funktion der Entladungsspannung.

Die Plasmadichte als Funktion des Heizstroms ist in der Abbildung 5 dargestellt. Zu erkennen ist näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen dem Heizstrom und der Plasmadichte.



**Abb. 5:** Die Plasmadichte als Funktion des Heizstroms.

Die Plasmadichte in Abhängigkeit des Druckes ist in der Abbildung 6 dargestellt. Die Plasmadichte ist bis ca. 5 mm fast konstant. Danach gibt es einen sehr starken Anstieg. Ob dieser Verlauf den Zusammenhang zwischen Druck und Plasmadichte korrekt beschreibt kann nicht untersucht werden, da wie bereits erwähnt das Druckmessgerät kaputt ist.



**Abb. 6:** Die Plasmadichte als Funktion des Drucks.

In allen drei Diagrammen für die Plasmadichte 4, 5 und 6 liegt die Plasmadichte immer im Bereich von  $n = 10^{14} \frac{1}{\text{m}^3}$  bis  $n = 10^{15} \frac{1}{\text{m}^3}$ .

### C. Ionen Akustikwellen

Die Dispersionsrelation einer Ionen Akustikwelle kann durch eine Anregung mit einer sinusförmige Spannung am Gitter gemessen werden. Gemessen wird mittels einer Langmuir Sonde die Wellenlänge  $\lambda$  und die dazugehörige Frequenz  $f$ . Aus der Wellenlänge kann der Wellenvektor  $k$  und aus der Frequenz die Kreisfrequenz  $\omega$  berechnet werden.

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{II.5})$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{II.6})$$

Der Fehler  $\Delta k$  wird mittels Fehlerfortpflanzung berechnet, wobei für die Wellenlänge  $\Delta\lambda = 0.1 \text{ cm}$  angenommen wird.

$$\Delta k = \left| \frac{dk}{d\lambda} \right| \Delta\lambda = \frac{2\pi}{\lambda^2} \Delta\lambda \quad (\text{II.7})$$

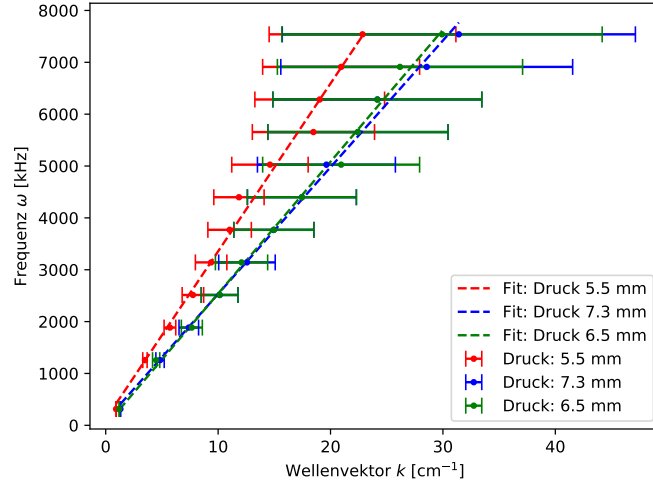
Für die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit kann die Funktion

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{T_e + 3T_i}{m_i}} k = c_s k \quad (\text{II.8})$$

zum Fitten benutzt werden, wobei  $T_e$  die Temperatur der Elektronen,  $T_i$  die Temperatur der Ionen,  $m_i$  die Masse der Ionen und  $c_s$  die Schallgeschwindigkeit ist. Das bedeutet durch das Fitten mit einer Geraden

$$f(x) = ax + b \quad (\text{II.9})$$

kann die Schallgeschwindigkeit und daraus dann die Elektronentemperatur bestimmt werden. Die Messung wurde für drei unterschiedliche Drücke durchgeführt und die Ergebnisse sind in der Abbildung 7 dargestellt.



**Abb. 7:** Die Dispersionsrelation für Ionen Akustikwellen für unterschiedliche Drücke mit eingezeichneten Fitfunktionen.

Die Schallgeschwindigkeit entspricht in der Gleichung (II.9) dem Parameter  $a$ . Für die drei unterschiedlichen Drücke in Abbildung 7 ergeben sich die folgenden Werte:

$$a_1 = 3236.29 \text{ ms}^{-1} \quad (\text{II.10})$$

$$a_2 = 2443.43 \text{ ms}^{-1} \quad (\text{II.11})$$

$$a_3 = 2544.33 \text{ ms}^{-1} \quad (\text{II.12})$$

Der Mittelwert dieser drei Werte ergibt die Schallgeschwindigkeit

$$c_s = 2741.35 \text{ ms}^{-1}. \quad (\text{II.13})$$

Aus der Schallgeschwindigkeit kann mit der Gleichung (II.8) die Elektronentemperatur berechnet werden. Durch Verwendung von  $T_e \gg T_i$  vereinfacht sich die Gleichung (II.8) zu

$$T_e \approx m_i c_s^2, \quad (\text{II.14})$$

wobei  $m_i = 6.6334 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  die Atommasse von Argon ist. Mit dieser Masse und der Schallgeschwindigkeit aus (II.13) ergibt sich

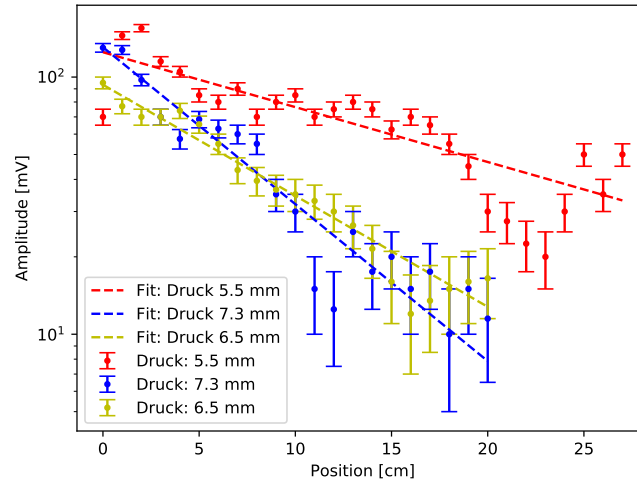
$$T_e \approx m_i c_s^2 = 3.1108 \text{ eV}. \quad (\text{II.15})$$

Daraus lässt sich die tatsächliche Temperatur  $T = T_e / k_B = 3.809 \cdot 10^4 \text{ K}$  bestimmen. Um die Dämpfung zu bestimmen, kann die Amplitude für unterschiedliche Positionen untersucht werden. Die Amplituden nehmen exponentiell mit dem Abstand ab

$$A(x) = A(x=0) \exp \left( -\frac{x}{\lambda_{\text{damp}}} \right), \quad (\text{II.16})$$

wobei  $\lambda_{\text{damp}}$  die Dämpfungslänge ist. Ermittelt werden kann diese durch Fitten der Gleichung (II.16) an die Messwerte. Dies ist für drei unterschiedliche Drücke gemacht worden und die Ergebniss sind in der Abbildung 8 dargestellt.





**Abb. 8:** Die Dämpfung für Ionen Akustikwellen für unterschiedliche Drücke mit eingezeichneten Fitfunktionen.

Die durch fitten ermittelten Dämpfungslängen sind

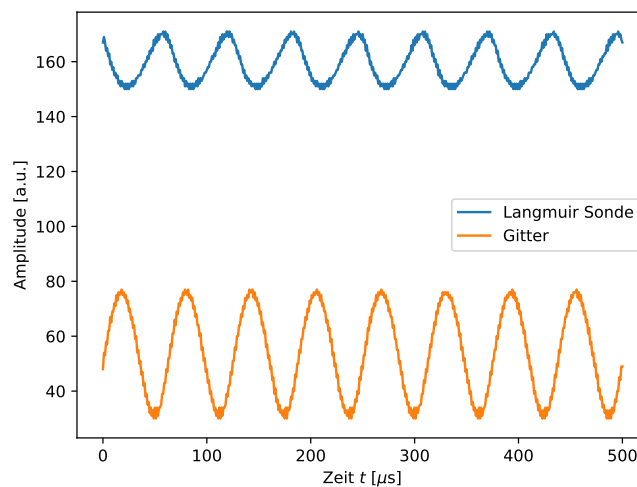
$$\lambda_{\text{damp1}} = 20.348 \text{ cm} \quad (\text{II.17})$$

$$\lambda_{\text{damp2}} = 7.962 \text{ cm} \quad (\text{II.18})$$

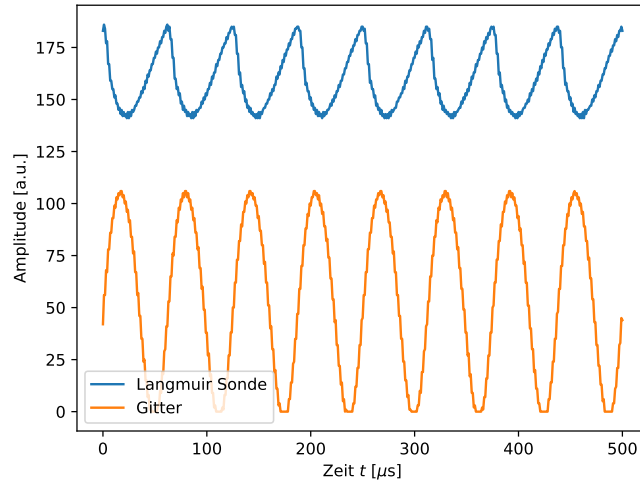
$$\lambda_{\text{damp3}} = 10.059 \text{ cm}. \quad (\text{II.19})$$

#### D. Schock Wellen

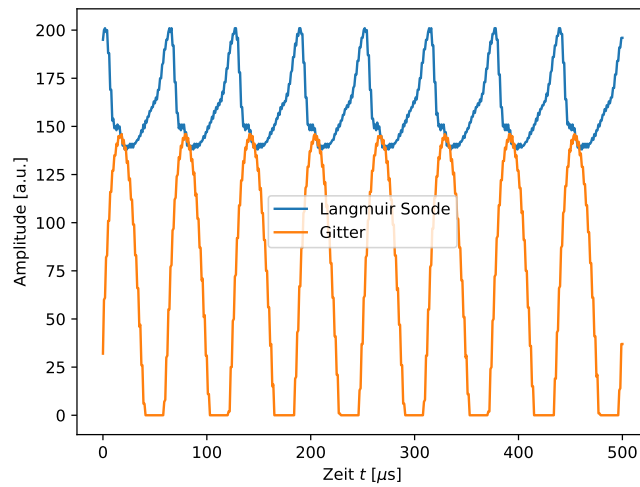
Wird die Amplitude der Spannung am Gitter erhöht, kommt es zu einem Übergang von linearen Ionen Akustikwellen zu nicht linearen Schockwellen. Dieser Übergang ist mit einem Oszilloskop gemessen worden. Die gemessenen Daten sind in den Abbildungen 9, 10 und 11 dargestellt. Die blaue Kurve ist jeweils das gemessene Signal und die andere Kurve die am Gitter angelegte Spannung. Gut zu erkennen ist, das mit steigender Amplitude der Spannung am Gitter, das gemessene Signal immer weniger wie eine Sinus-Funktion aussieht.



**Abb. 9:** Die angelegte Spannung am Gitter und das gemessene Signal mit der Langmuir-Sonde.



**Abb. 10:** Die angelegte Spannung am Gitter und das gemessene Signal mit der Langmuir-Sonde.



**Abb. 11:** Die angelegte Spannung am Gitter und das gemessene Signal mit der Langmuir-Sonde.

### E. Plasma Kriterien

In diesem Kapitel soll geprüft werden, ob die Plasma Kriterien mit den berechneten Werten erfüllt werden. Ein Kriterium ist, dass das gesamte System viel größer als die Debye-Länge  $\lambda_D$

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T}{e^2 n}} \quad (\text{II.20})$$

ist, wobei  $T$  die Temperatur und  $n$  die Teilchendichte ist. Diese Größen sind in den vorangegangenen Kapiteln berechnet worden. Für die Werte  $n \approx 10^{15}$  und  $T = 3.1108$  eV ergibt sich

$$\lambda_D = 2.351 \cdot 10^{-4} \text{ m.} \quad (\text{II.21})$$

Diese Länge ist klein im Vergleich zur Größe des Doppel Plasma Apparates. Dieses Kriterium ist somit erfüllt. Ein weiteres Kriterium ist, dass die Teilchenanzahl in der Debye-Kugel groß sein muss. Diese Teilchenanzahl  $N$  kann aus

der Debye-Länge  $\lambda_D = 2.351 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  und der Dichte  $n \approx 10^{15}$  berechnet werden

$$N = Vn = \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 n = 54431.023, \quad (\text{II.22})$$

wobei  $V$  das Volumen der Debye-Kugel ist. Das bedeutet, dass in der Debye Kugel ungefähr 54431 Teilchen sind. Das zweite Kriterium ist somit auch erfüllt. Das dritte Plasmakriterium ist, dass die Stoßzeit viel größer ist als die Periodendauer der Schwingungen des Plasmas. Die Stoßzeit  $\tau$  kann berechnet werden mit

$$\tau = \frac{1}{v\sigma n_0}, \quad (\text{II.23})$$

wobei  $v$  die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen,  $\sigma$  der Streuquerschnitt und  $n_0$  die Neutralteilchendichte ist. Für den Streuquerschnitt kann  $\sigma = 5 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$  angenommen werden, für die mittlere Geschwindigkeit gilt  $v = \sqrt{2T_e/m_e}$  und die Neutralteilchendichte  $n_0 = p/(k_B T_{\text{Gas}})$  kann mit dem idealem Gasgesetz berechnet werden. Aufgrund des defekten Druckmessgerätes ist der Druck in dem Doppel Plasma Apparat nicht bekannt. Deshalb kann die Überprüfung dieses Kriteriums nicht durchgeführt werden. Grundsätzlich müsste die berechnete Stoßzeit mit der Plasmafrequenz multipliziert werden und das Ergebnis davon müsste viel größer als eins sein.

---

[1] U. Stroth, *Plasmaphysik Phänomene, Grundlagen, Anwendungen Studium* (Vieweg+Teubner Verlag, 2011).

[2] Universität Stuttgart Fortgeschrittenen Praktikum, *Wave phenomena in plasmas*, Stand: 30.10.2018.

[3] A. Schwabedissen, C. Soll, A. Brockhaus, and J. Engemann, *Plasma Sources Science and Technology* **8**, 440 (1999).

[4] R. J. Taylor, D. R. Baker, and H. Ikezi, *Phys. Rev. Lett.* **24**, 206 (1970).