TELECOMUNICAZIONI

introduzione alla modulazione di ampiezza

DSB–SC modulation

N.B.: questi argomenti sono trattati anche sul libro di testo, a partire da pag. 344
per approfondimenti è possibile consultare anche:
http://www.edutecnica.it/elettronica/ma/am.htm
http://www.edutecnica.it/elettronica/max/max.htm
https://it.wikipedia.org/wiki/Modulazione

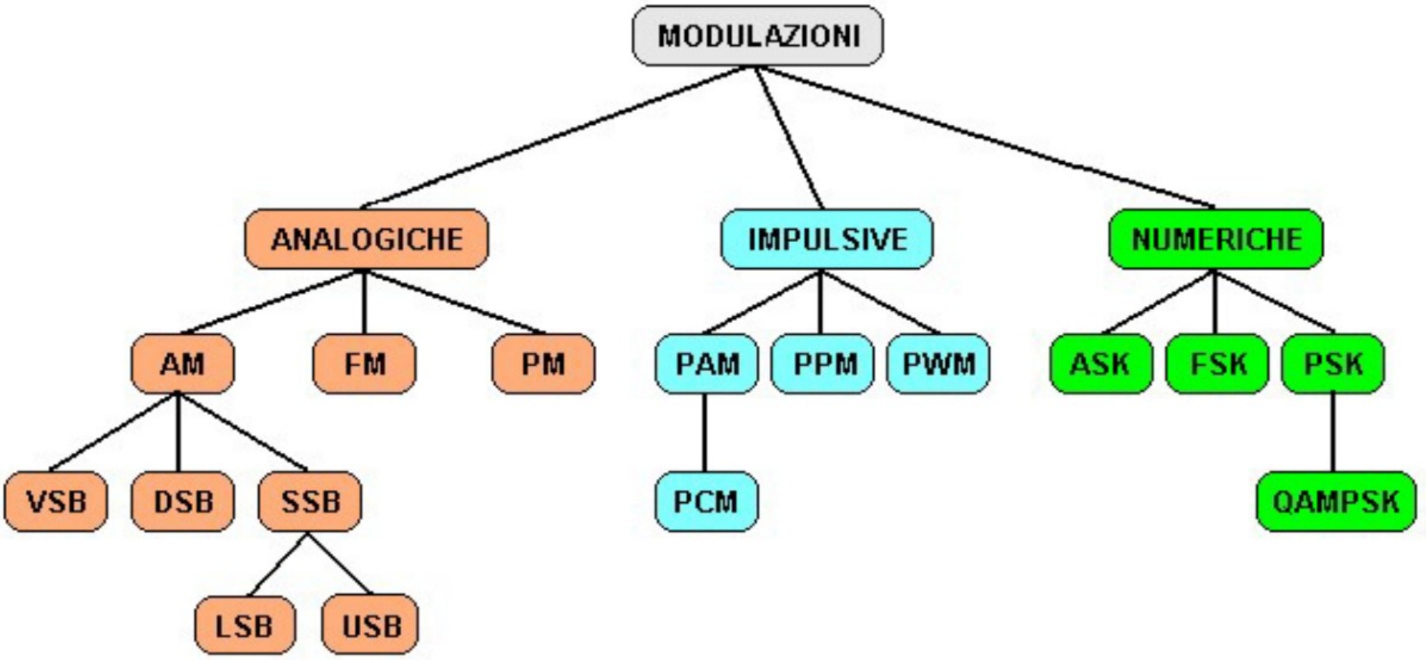
Ricordiamo qui che lo scopo del processo chiamato **modulazione** è quello di imprimere l'informazione contenuta in un segnale informativo — chiamato anche segnale modulante — su di un secondo segnale che faccia da supporto all'informazione stessa. Tale segnale viene chiamato portante. Il segnale portante non contiene informazione in sé stesso, ed ha come unica ragione di esistenza quella di essere modellato dal segnale informativo. Quest'ultimo **non è adatto** ad essere inviato sul mezzo trasmissivo, ed ovviamente deve essere **imprevedibile** affinché contenga informazione. Nel seguito invece si faranno delle ipotesi semplificative in base alle quali il segnale modulante si suppone prevedibile e determinato — addirittura una sinusoide od una cosinusoide, cioè quanto di più prevedibile si possa immaginare. Queste ipotesi servono solo a semplificare l'analisi matematica del problema, che altrimenti sarebbe oltremodo difficoltosa. Faremo qualche esempio usando un segnale modulante irrealistico (sinusoidale) ed in seguito vedremo cosa accade nei casi reali.
Dunque la funzione della **portante** è simile a quella di una tavoletta di argilla fresca che aspetta solo di essere incisa. Mentre la funzione della **modulante** è simile a quella di uno stilo che viene maneggiato da uno scrittore per incidere dei segni sulla tavoletta di argilla. Il risultato del processo di scrittura è il segnale **modulato** ovvero una tavoletta incisa che contiene un brano letterario oppure la dimostrazione di un teorema, od altro contenuto informativo di qualsiasi genere. Quando un lettore osserva i segni sulla

tavoletta apprende un contenuto che prima non conosceva. Quindi ha appena acquisito delle informazioni.

Queste informazioni erano racchiuse nel segnale modulante, ma ora sono contenute nel segnale modulato che è stato prodotto a partire dai due segnali di ingresso: quello modulante e quello portante.

Per poter modulare una portante occorre alterare uno (o più) dei parametri che la caratterizzano: ovvero la sua ampiezza, la sua frequenza e la sua fase. E ciascuna di queste grandezze può essere alterata in diversi modi.

Nella figura seguente sono rappresentate le principali tipologie di modulazioni.



Per il momento ci occuperemo di modulazioni analogiche, ossia di segnali a tempo continuo e ad ampiezze continue. In seguito prenderemo in considerazione anche modulazioni che coinvolgono segnali digitali, ovvero a tempo discretizzato e con ampiezze discretizzate.

FUNZIONAMENTO DEL MODULATORE

Il processo di modulazione viene svolto da una apparecchiatura o dispositivo od apparato, che una volta era completamente HardWare ma oggi è sempre più SoftWare. Ormai l'uso dei DSP — Digital Signal Processor — è sempre più diffuso e dunque non possiamo più dire che il modulatore sia un dispositivo fatto di solo HW. Va da sé che l'uscita del modulatore è il segnale modulato.

Supponiamo per semplicità che il segnale modulante sia cosinusoidale:
$v_m(t) = A_m\cos(\omega_m t)$ e venga applicato all'ingresso del modulatore AM di fig. 1.
Sia anche, per semplicità, che l'oscillatore produca un segnale portante cosinusoidale $v_p(t) = A_p\cos(\omega_p t)$.

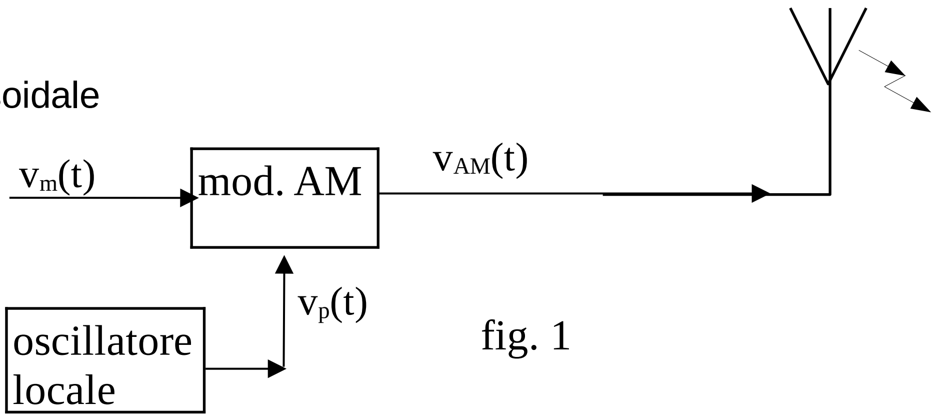
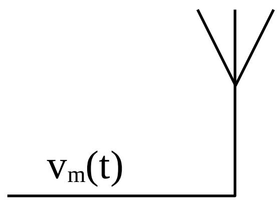


fig. 1

Per quale motivo non possiamo usare direttamente il segnale informativo $v_m(t)$ come segnale da applicare all'antenna?
Possiamo trasmettere il segnale informativo (detto anche segnale modulante) usando lo schema della figura 2 oppure no?

fig. 2



La risposta è no; il primo motivo che appare evidente sta nel fatto che una antenna, per funzionare bene, deve avere una lunghezza simile alla lunghezza d'onda del segnale impiegato. Tipicamente si usano le cosiddette antenne accordate ad un quarto della lunghezza d'onda:

$$L = \lambda /4 \quad \text{dove } \lambda = c/f$$

ed f è la frequenza del segnale da trasmettere. Supponiamo che il segnale modulante sia quello fornito da un microfono davanti al quale uno speaker sta leggendo le previsioni meteorologiche. La voce umana (di un lettore che legge un brano di testo) ha normalmente uno spettro nel quale la frequenza delle armoniche è compresa fra 300 Hz e 3.4 KHz ; perciò per semplificare supponiamo che la frequenza sia pari a:

f = 3 KHz ; essendo $c = 3 \cdot 10^8$ m/s la velocità del campo EM avremo che se f = 3 KHz allora $\lambda = c/f = (3 \cdot 10^8$ m/s) / (3 KHz) = 100 Km; perciò per accordare l'antenna ad un quarto della lunghezza d'onda essa dovrà avere una lunghezza pari a:

$L = \lambda /4 =$ 100 Km /4 = 25 Km . Ovviamente l'essere costretti ad usare un'antenna alta il triplo del monte Everest è già un motivo sufficiente per scartare questa soluzione, anche se in realtà ve ne sono degli altri.

Abbiamo bisogno di ottenere un segnale di frequenza **molto** più alta di quella del segnale $v_m(t)$ allo scopo di poter usare un'antenna corta. La frequenza del segnale modulante $v_m(t)$ verrà chiamata f_m ed avrà un valore basso, ad esempio pochi KHz. Qui facciamo l'ipotesi semplificativa che il segnale modulante abbia lo spettro costituito da una sola armonica. Questa ipotesi serve al puro scopo di semplificare i calcoli.

La frequenza del segnale portante $v_p(t)$ verrà chiamata f_p ed avrà un valore alto, ad esempio parecchi MHz oppure anche alcuni GHz .

Il segnale da trasmettere in antenna sarà caratterizzato dall'avere una certa ampiezza, una certa frequenza ed una certa fase. Possiamo alterare una di queste grandezze realizzando dei modulatori di ampiezza oppure dei modulatori di frequenza, oppure dei modulatori di fase. Per ora ci occuperemo dei modulatori di ampiezza. Ci sono diversi modi per modulare in ampiezza un segnale.

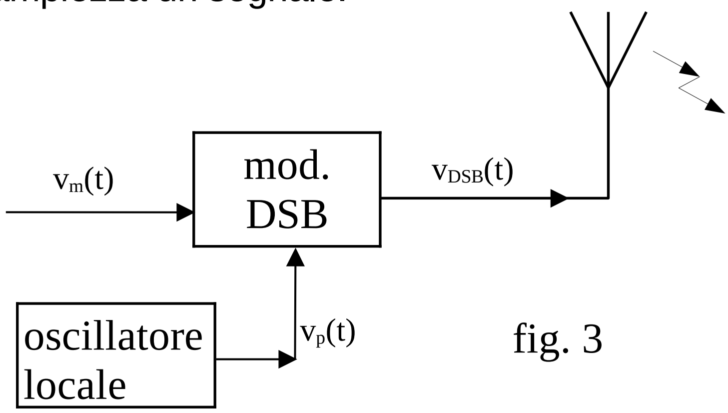


fig. 3

Il più semplice è quello di produrre un segnale di tipo DSB ovvero Double—Side—Band ossia a doppia banda laterale. Per essere completi ed esaurienti dovremmo scrivere: DSB-SC ovvero Double—Side—Band—Suppressed—Carrier per indicare che nell'uscita, la portante NON è presente in quanto è stata soppressa. Ma normalmente, scrivendo DSB si intende proprio DSB-SC .

Se invece dovessimo realizzare un modulatore che trasmette **anche** la portante, la modulazione prenderebbe il nome

DSB-TC

ovvero Double—Side—Band—Transmitted—Carrier

per indicare che nell'uscita, la portante è presente (è trasmessa). Questa è la classica modulazione d'ampiezza per antonomasia, la **vera** AM.

DSB-TC = AM = Amplitude Modulation.

Ma di questo parleremo più avanti. Per ora consideriamo la DSB.

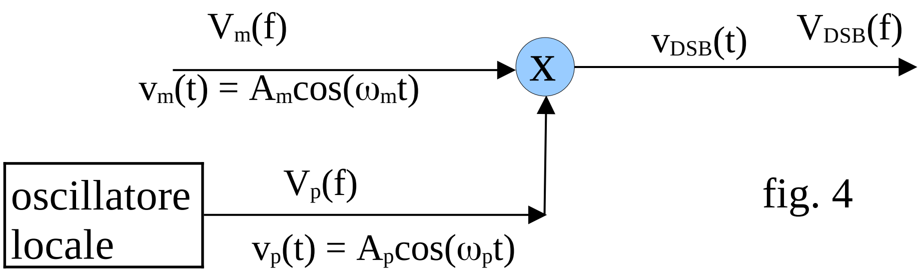


fig. 4

Ottenere un segnale DSB è semplice. Basta un blocco funzionale a basso costo come quello di figura 4 chiamato mixer, o moltiplicatore, in grado di produrre in uscita un segnale proporzionale al prodotto dei due segnali al suo ingresso.

$v_{DSB}(t) = k \cdot v_m(t) \cdot v_p(t) = k \cdot A_m\cos(\omega_m t) \cdot A_p\cos(\omega_p t)$. Dove:

— $v_m(t)$ è il segnale modulante, e qui abbiamo fatto l'ipotesi semplificativa che sia:

$v_m(t) = A_m\cos(\omega_m t)$ dove ω_m è la bassa e costante pulsazione della modulante.

Nessuno userà mai un segnale così prevedibile come modulante; qui lo usiamo solo per semplificare i calcoli.

Inoltre:

— $v_p(t)$ è il segnale portante, e qui abbiamo fatto l'ipotesi (realistica) che sia:

$v_p(t) = A_p\cos(\omega_p t)$ dove ω_p è l'elevata e costante pulsazione della portante.

Invece k è una costante di proporzionalità detta **sensibilità** del modulatore, la cui unità di misura è $[1/V] = [V^{-1}]$ e che serve per far sì che l'uscita del mixer sia misurata in Volt e non in V^2 ; normalmente per semplicità si fa l'ipotesi che sia: $k = 1/A_p$ anche se ciò non è sempre vero. Ovviamente A_m è l'ampiezza massima della modulante ed A_p è l'ampiezza massima della portante. Per calcolare le armoniche del segnale modulato DSB possiamo usare le formule di Werner, secondo le quali il prodotto di due cosinusoidi si può sviluppare nella somma di due cosinusoidi:

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = ½ \cdot \cos(\alpha+\beta) + ½ \cdot \cos(\alpha-\beta)$$

e perciò possiamo ricavare il segnale modulato DSB come segue:

$$v_{DSB}(t) = k \cdot v_p(t) \cdot v_m(t) = (1/A_p) \cdot A_p\cos(\omega_p t) \cdot A_m\cos(\omega_m t) = A_m\cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_m t) =$$

$$= (A_m/2)\cos(\omega_p t + \omega_m t) + (A_m/2)\cos(\omega_p t - \omega_m t) = A_{USB}\cos(\omega_p t + \omega_m t) + A_{LSB}\cos(\omega_p t - \omega_m t) =$$

$$= A_{USB}\cos(\omega_{USB} t) + A_{LSB}\cos(\omega_{LSB} t) .$$

Possiamo affermare che il segnale modulato contiene **due** armoniche, delle quali una ha frequenza pari alla differenza :

$f_{LSB} = f_p - f_m$; e pulsazione $\omega_{LSB} = \omega_p - \omega_m$

mentre l'altra ha frequenza pari alla somma:

$f_{USB} = f_p + f_m$; e pulsazione $\omega_{USB} = \omega_p + \omega_m$

La prima viene chiamata LSB (Lower Side Band) mentre l'altra viene chiamata USB (Upper Side Band) e ciò spiega il nome della modulazione: DSB ossia Double Side Band — doppia banda laterale. Viene lasciato sottinteso: SC ovvero Suppressed—Carrier. Infatti il segnale modulato NON contiene la portante. Essa infatti è stata soppressa, cancellata. Scrivendo DSB si intende DSB-SC.

In questo caso ultrasemplificato non abbiamo in raltà due **bande** laterali, ma solo due **righe** laterali in quanto il segnale modulante è una cosinusoide e dunque il suo spettro contiene una sola riga spettrale.

Se consideriamo il segnale modulato nel dominio del tempo possiamo dire che esso è la somma di due cosinusoidi: $v_{DSB}(t) = (A_m/2)\cos(\omega_{USB} t) + (A_m/2)\cos(\omega_{LSB} t)$ e perciò il suo spettro $V_{DSB}(f)$ sarà la somma di due righe spettrali. Queste due righe sono posizionate sul diagramma spettrale in corrispondenza della frequenza LSB (differenza) e della frequenza USB (somma). Giova ricordare che la frequenza della portante è molto maggiore di quella della modulante: $f_p >> f_m$; e dunque le due righe spettrali del segnale modulato sono molto vicine fra loro. Infatti risulta che: $f_{LSB} = f_p - f_m$ è quasi uguale alla $f_{USB} = f_p + f_m$. Possiamo tracciare gli spettri dei tre segnali: modulante, portante, e modulato, nella figura seguente.

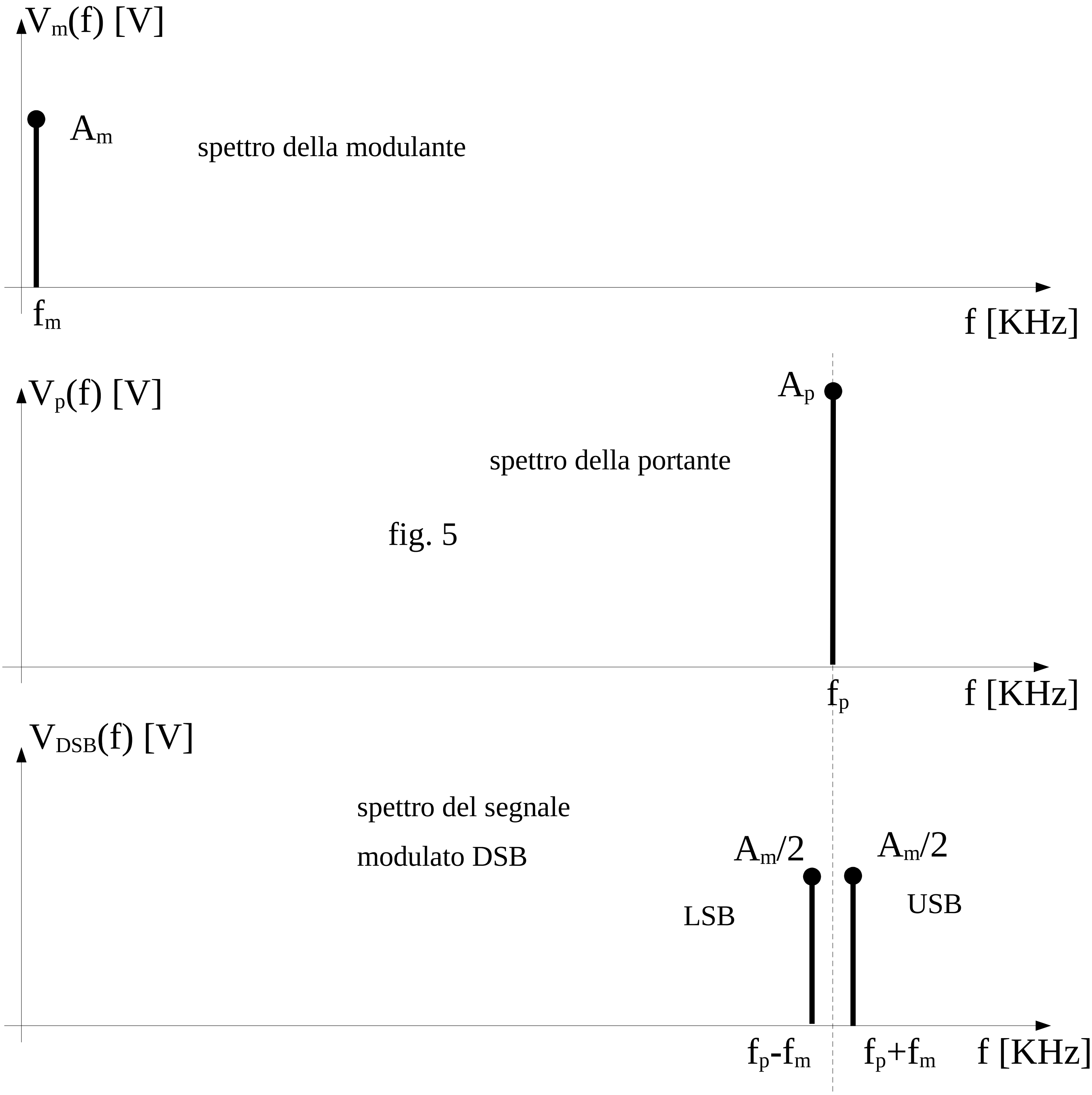


fig. 5

Proviamo a fare un esempio con dei valori numerici: sia f_p = 1MHz ed f_m = 2KHz; risulta allora $f_{USB} = f_p + f_m$ = 1MHz + 2KHz = 1002 KHz; mentre invece sarà: $f_{LSB} = f_p - f_m$ = 1MHz - 2KHz = 998 KHz . Dunque la situazione è quella indicata nella figura 5 e possiamo affermare che entrambe le righe spettrali potranno essere trasmesse con una antenna di circa 75 metri di lunghezza. Avessimo scelto

$$f_p = 100\text{MHz}$$

sarebbe bastata un'antenna da meno di un metro.

Dimostriamo ora le formule di Werner, secondo le quali il prodotto di due cosinusoidi si può sviluppare nella somma di due cosinusoidi:

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = ½ \cdot \cos(\alpha+\beta) + ½ \cdot \cos(\alpha-\beta)$$

basta partire dalle formule di addizione per il coseno:

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \mathrm{sen}(\alpha) \cdot \mathrm{sen}(\beta) ;$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \mathrm{sen}(\alpha) \cdot \mathrm{sen}(\beta) ;$$

basta sommarle fra loro ed otteniamo:

$$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) ;$$

a questo punto ci basta dividere per 2 entrambi i membri dell'equazione per dimostrare che:

$$½ \cdot \cos(\alpha+\beta) + ½ \cdot \cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$

come volevasi dimostrare.

SEGNALE MODULANTE NON COSINUSOIDALE

Fino ad ora abbiamo visto come risulta lo spettro del segnale modulato utilizzando un segnale modulante "finto" ossia non realistico. Ovviamente nessuno mai utilizzerebbe come segnale modulante una cosinusoide, se non al puro scopo di semplificare i calcoli. Infatti in tal caso, il segnale modulante non conterrebbe alcuna informazione e non varrebbe davvero la pena di trasmetterlo. Proviamo allora ad utilizzare come segnale modulante qualcosa di leggermente più realistico: non una cosinusoide, ma la somma di due cosinusoidi:

$$v_m(t) = A_{m1}\cos(\omega_{m1}t) + A_{m2}\cos(\omega_{m2}t)$$

Dove:

— A_{m1} è l'ampiezza massima della prima cosinusoide,
— A_{m2} è l'ampiezza massima della seconda cosinusoide,
— ω_{m1} è la pulsazione della prima cosinusoide, con $\omega_{m1} = 2\pi f_1$ ed f_1 è la frequenza della prima cosinusoide;
— ω_{m2} è la pulsazione della seconda cosinusoide, con $\omega_{m2} = 2\pi f_2$ ed f_2 è la frequenza della seconda cosinusoide.

Come sarebbe fatto, in questo caso, il segnale modulato $v_{DSB}(t)$?

Proviamo a svolgere i calcoli:

$$v_{DSB}(t) = k \cdot v_p(t) \cdot v_m(t) = k \cdot A_p\cos(\omega_p t) \cdot [\, A_{m1}\cos(\omega_{m1}t) + A_{m2}\cos(\omega_{m2}t) \,] =$$

$$= (1/A_p) \cdot A_p\cos(\omega_p t) \cdot [\, A_{m1}\cos(\omega_{m1}t) + A_{m2}\cos(\omega_{m2}t) \,] =$$

$$= \cos(\omega_p t) \cdot [\, A_{m1}\cos(\omega_{m1}t) + A_{m2}\cos(\omega_{m2}t) \,] =$$

$$= A_{m1} \cdot \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_{m1}t) + A_{m2} \cdot \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_{m2}t)$$

ovvero abbiamo che il segnale modulato $v_{DSB}(t)$ è costituito, anziché da un solo prodotto di cosinusoidi (come avveniva fino a poco fa, quando il segnale modulante era un’unica cosinusoide) dalla somma di due prodotti di cosinusoidi. Ed ora possiamo applicare a ciascun addendo (ovvero, a ciascun prodotto) le formule di Werner ottenendo in totale quattro componenti armoniche (ossia quattro cosinusoidi). Ecco come:

$$v_{DSB}(t) = A_{m1} \cdot \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_{m1}t) + A_{m2} \cdot \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_{m2}t) = \qquad \text{(Werner)}$$

$$= (A_{m1}/2) \cdot \cos(\omega_p t + \omega_{m1}t) + (A_{m1}/2) \cdot \cos(\omega_p t - \omega_{m1}t) +$$

$$+ (A_{m2}/2) \cdot \cos(\omega_p t + \omega_{m2}t) + (A_{m2}/2) \cdot \cos(\omega_p t - \omega_{m2}t)$$

dove i primi due addendi sono stati ottenuti applicando le formule di Werner al primo prodotto, ossia a: $A_{m1} \cdot \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_{m1}t)$ mentre gli altri due addendi sono stati ottenuti applicando le formule di Werner al secondo prodotto.

Poiché ciascun addendo è una cosinusoide, risulta che il segnale modulato $v_{DSB}(t)$ è costituito dalla somma di quattro cosinusoidi.

Se vogliamo parlare dello spettro del segnale modulato $v_{DSB}(t)$ ossia di $V_{DSB}(f)$ allora possiamo dire che esso è costituito dalla somma di quattro righe spettrali.

Possiamo anche tracciare i diagrammi degli spettri dei tre segnali (modulante, portante e modulato) che risulterà leggermente più complesso rispetto all’esempio iniziale. Infatti non avremo **una** riga spettrale a frequenza superiore rispetto alla portante ed **una** riga spettrale a frequenza inferiore rispetto alla portante. Ci saranno infatti **due** righe spettrali a frequenza superiore rispetto alla portante e **due** righe spettrali a frequenza inferiore rispetto alla portante. Adesso possiamo dire che davvero, al di sotto della portante, vi è una **banda** ossia un insieme di righe spettrali (due, e non una sola) di frequenze rispettivamente: $f_{LSB1} = f_p - f_{m1}$; $f_{LSB2} = f_p - f_{m2}$;

possiamo anche dire che, al di sopra della portante, vi è una **banda** ossia un insieme di righe spettrali (due, e non una sola) di frequenze rispettivamente:

$$f_{USB1} = f_p + f_{m1} \;;\; f_{USB2} = f_p + f_{m2} \;;$$

e possiamo tracciare i grafici come nella prossima pagina.

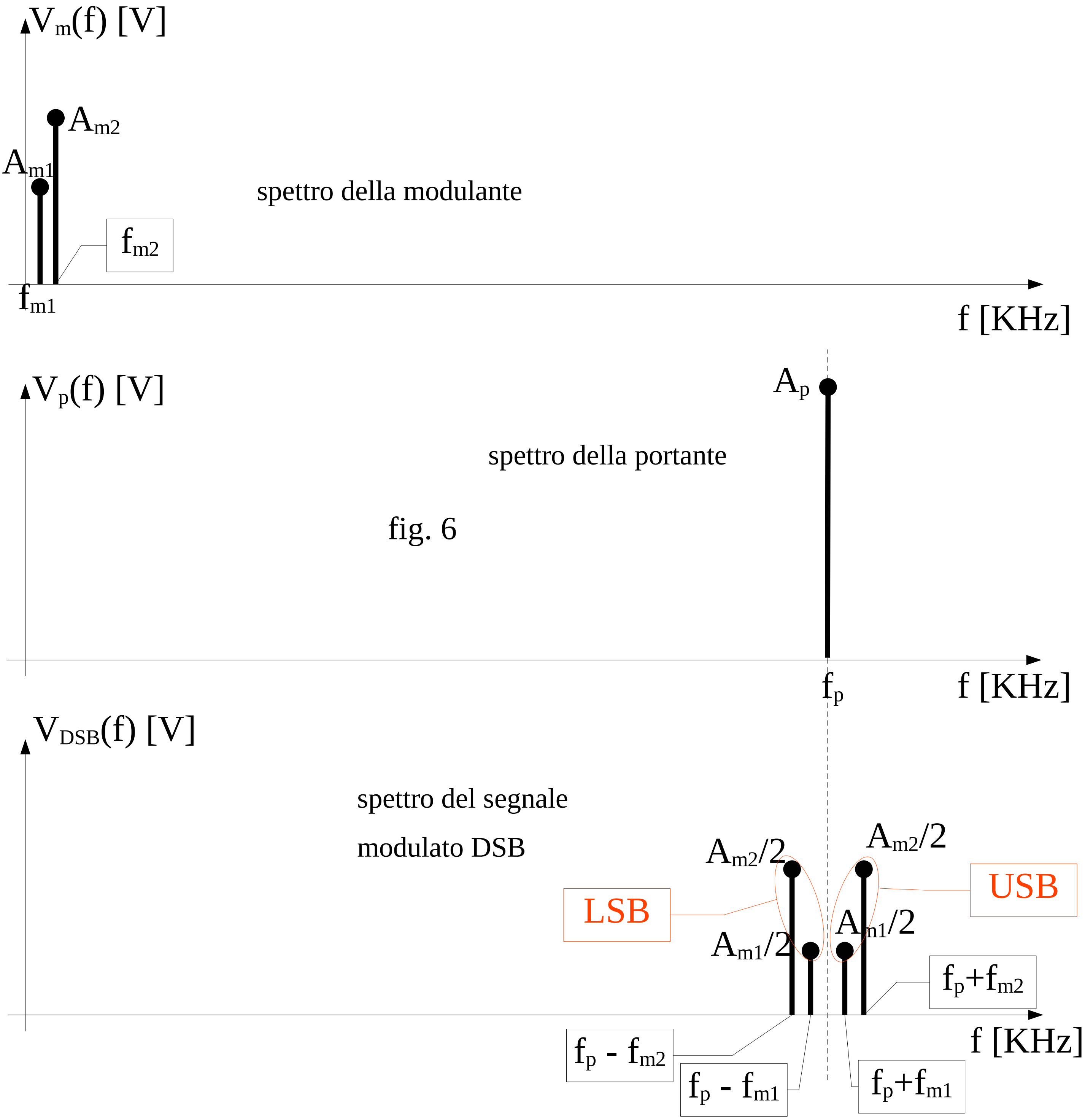


fig. 6

Proviamo a chiederci che cosa accadrebbe se il segnale modulante non fosse la somma di due cosinusoidi bensì di cento cosinusoidi. Che cosa accadrebbe al segnale modulato? Tanto vale ragionare direttamente sugli spettri dei segnali, ovvero sulle loro trasformate di Fourier.

Ebbene: nello spettro del segnale modulato vi sarebbero cento righe spettrali al di sopra della portante, e cento righe spettrali al di sotto della portante. E se il segnale modulante non fosse periodico? Vedremo fra poco che cosa accadrebbe.

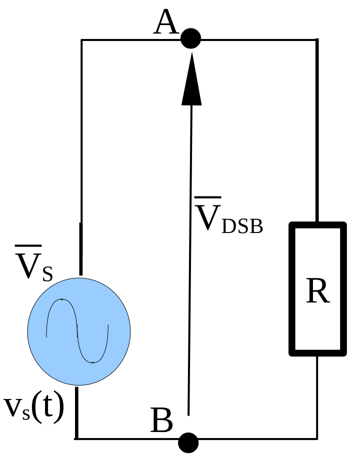
POTENZA DEL SEGNALE DSB

Occupiamoci della potenza del segnale modulato. Esso è costituito da due armoniche e dunque la potenza totale in antenna è la somma delle singole potenze di ciascuna armonica. Detta R la resistenza offerta dall'antenna avremo:

$$P_{LSB} = P_{USB} = (A_{USBeff})^2/R = (A_{USB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{USB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R$$

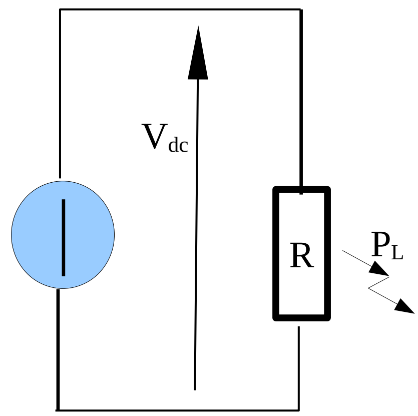
$$P_t = P_{USB} + P_{LSB} = 2P_{USB} = 2P_{LSB} = A_m^2/4R \qquad \text{(potenza totale in antenna)}$$

Occorre qui ricordare il concetto di ampiezza efficace di un segnale.



Se colleghiamo un carico ad un generatore in continua (ovvero dc) allora la potenza dissipata sul load varrà:

$P_L = V_{dc}^2/R$



dove V_{dc} è la tensione continua ai capi del carico. Ma se la tensione è sinusoidale di ampiezza massima pari a V_{max} allora la potenza non sarà : $P_L = V_{max}^2/R$ bensì: $P_L = V_{max}^2/2R$. Qual è la ragione di questo fatto?

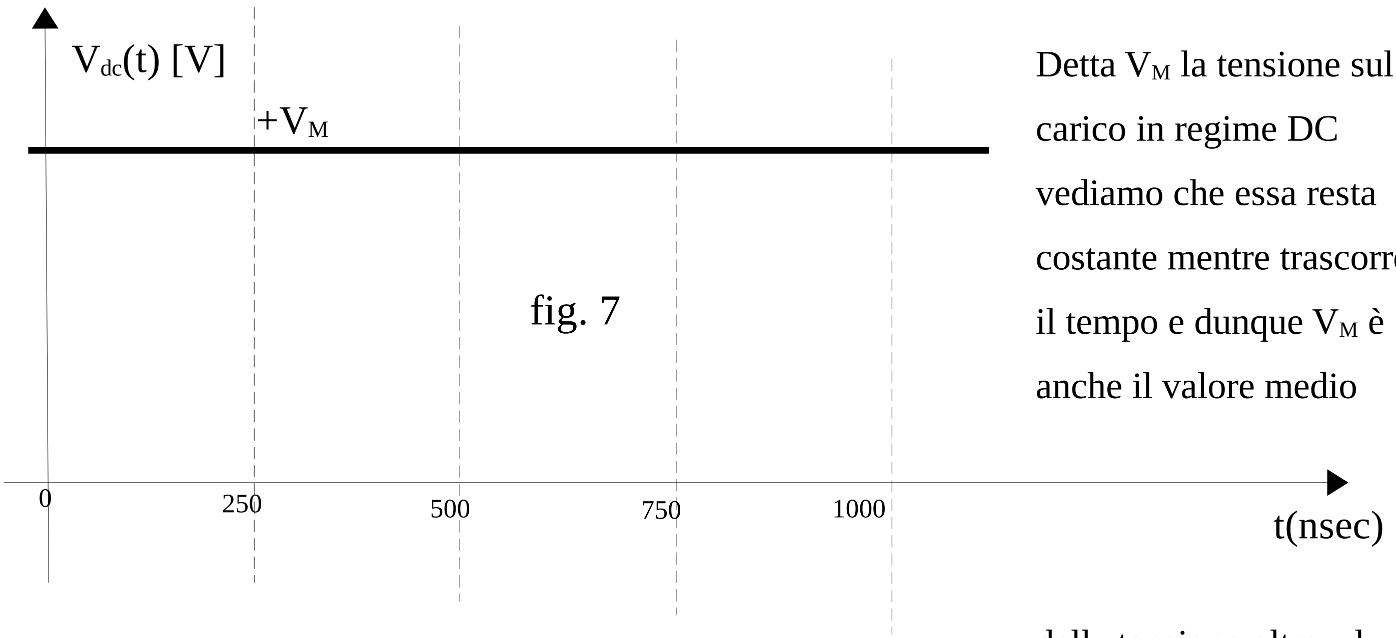


fig. 7

Detta V_M la tensione sul carico in regime DC vediamo che essa resta costante mentre trascorre il tempo e dunque V_M è anche il valore medio della tensione oltre ad essere quello massimo. Ma se il segnale ha forma

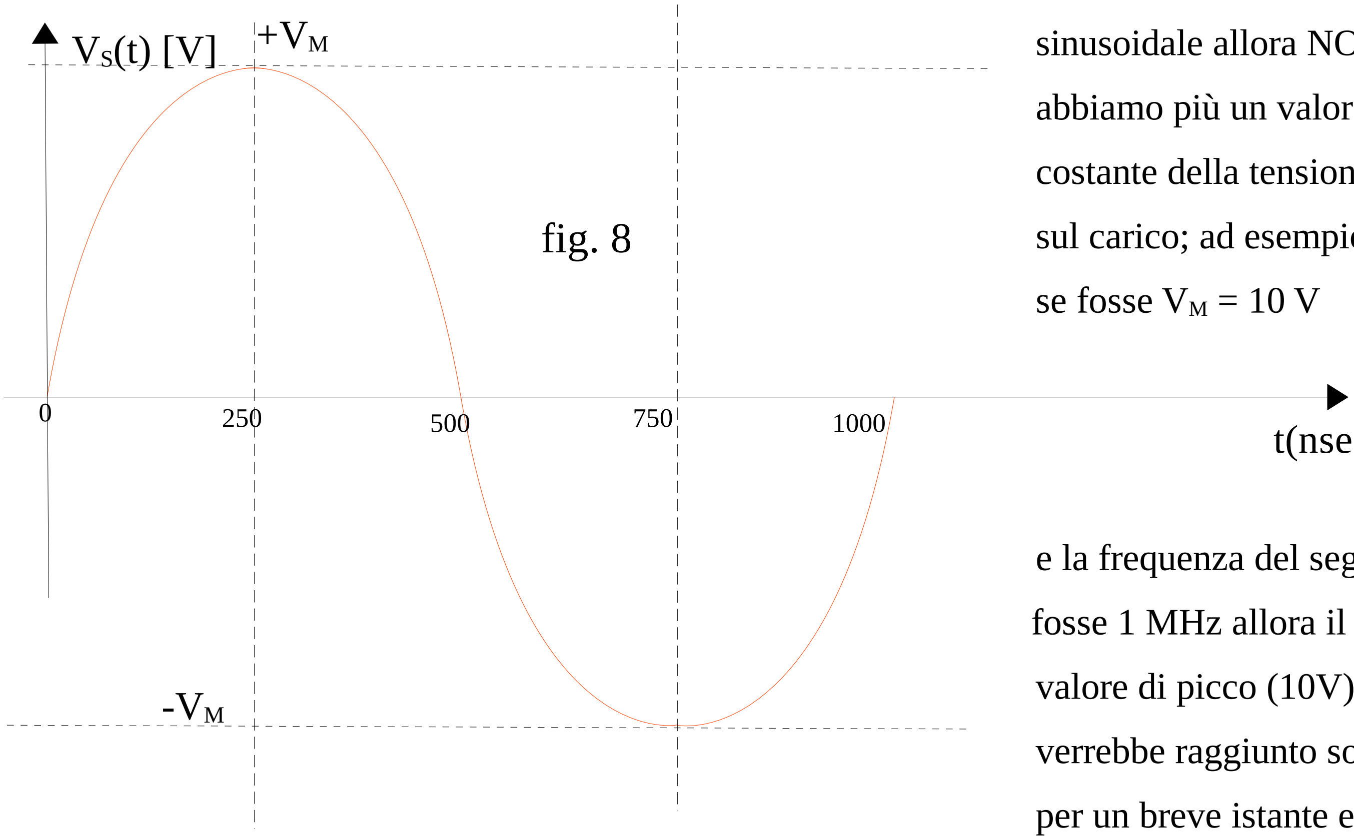


fig. 8

sinusoidale allora NON abbiamo più un valore costante della tensione sul carico; ad esempio, se fosse V_M = 10 V e la frequenza del segnale fosse 1 MHz allora il valore di picco (10V) verrebbe raggiunto solo per un breve istante e poi la tensione diminuirebbe e passerebbe anche per zero in altri istanti, dopo aver superato il picco (nell'istante 250 ns).

Per conoscere la potenza occorre calcolare innanzitutto l'energia E scambiata in un intero periodo T e poi calcolare P = E / T . La potenza istantanea cambia continuamente, essendo $p(t) = v^2(t)/R$. Dobbiamo trovare quanto vale l'energia scambiata E in un periodo T . Ciò richiede il calcolo integrale. Il risultato è che:

$$E = V_M^2 \cdot T/2R$$

e perciò $P = V_M^2/2R$.

Possiamo allora definire il valore efficace di un segnale sinusoidale (oppure cosinusoidale) come quel valore di tensione continua che produce sul carico la stessa potenza del segnale sinusoidale. Nel caso della forma d'onda **sinusoidale** dunque il valore efficace della tensione vale:

$$V_{eff} = V_M/\sqrt{2} .$$

Nel caso in cui la forma d'onda sia **triangolare** si può dimostrare che risulta

$$Veff = V_M/\sqrt{3} .$$

Nel caso in cui la forma d'onda sia **rettangolare** si può dimostrare che risulta

$$Veff = V_M .$$

Una volta appreso il calcolo integrale, ciascuno potrà verificare quanto sopra.
Se il segnale considerato fosse l'armonica laterale superiore ed avesse un'ampiezza massima A_{USB} allora potremmo calcolarne la potenza dato che conosciamo la sua forma d'onda (cosinusoidale).

$$P_{USB} = (A_{USB\ eff})^2/R = (A_{USB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{USB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R$$

le stesse considerazioni potremmo farle anche per l'armonica laterale inferiore :

$$P_{LSB} = (A_{LSB\ eff})^2/R = (A_{LSB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{LSB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R$$

perciò è facile calcolare la potenza totale del segnale modulato:

$$P_t = P_{LSB} + P_{USB} = 2 \cdot P_{LSB} = 2 \cdot P_{USB} = A_m^2/4R \qquad \text{(potenza totale in antenna)}$$

POTENZA UTILE DEL SEGNALE DSB

Viene considerata **utile** la potenza delle sole armoniche del segnale modulato che non possono essere ricavate da altre armoniche note; ossia **le sole armoniche che davvero trasportano informazioni**.
Se conosciamo la LSB (ad esempio perché l'abbiamo ricevuta, isolandola dal segnale raccolto dall'antenna ricevente) possiamo ricavare la USB per specularità, essendo questa simmetrica alla LSB rispetto alla portante. Perciò viene considerata utile la potenza di **una sola** delle due bande laterali.
Si definisce rendimento di modulazione (η — pronuncia: eta) il rapporto fra potenza utile e potenza totale.

$$\eta_{DSB} = P_U/P_t = P_{USB}/P_t = P_{LSB}/P_t = 1/2 = 50\%$$

e questo valore potrebbe anche sembrarci scarso, ma vedremo purtroppo che con la AM le cose peggioreranno di molto.

MODULANTE NON PERIODICA

Se la modulante contiene molte armoniche, possiamo ancora ricavare e tracciare gli spettri dei tre segnali: modulante, portante, e modulato.

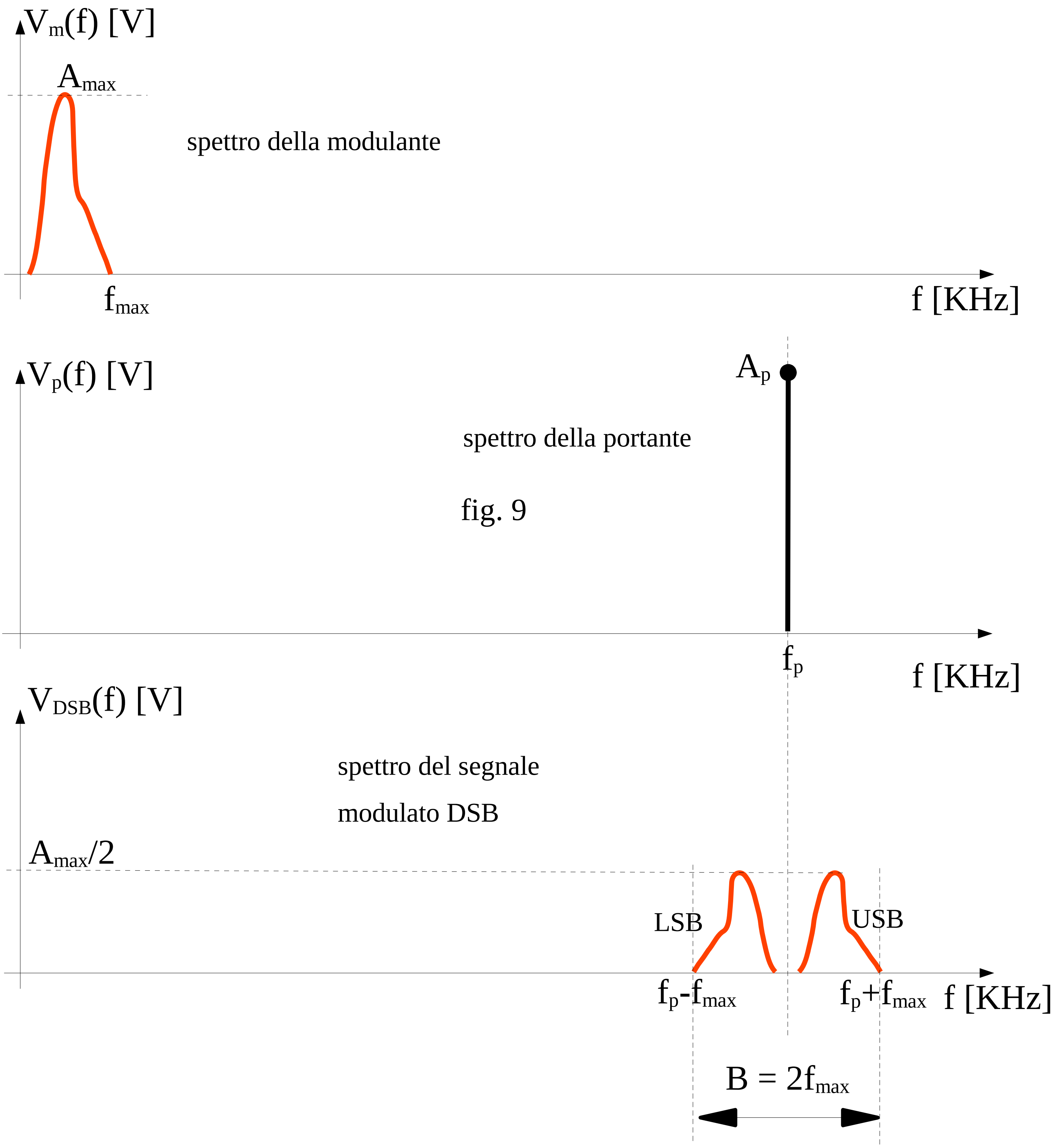


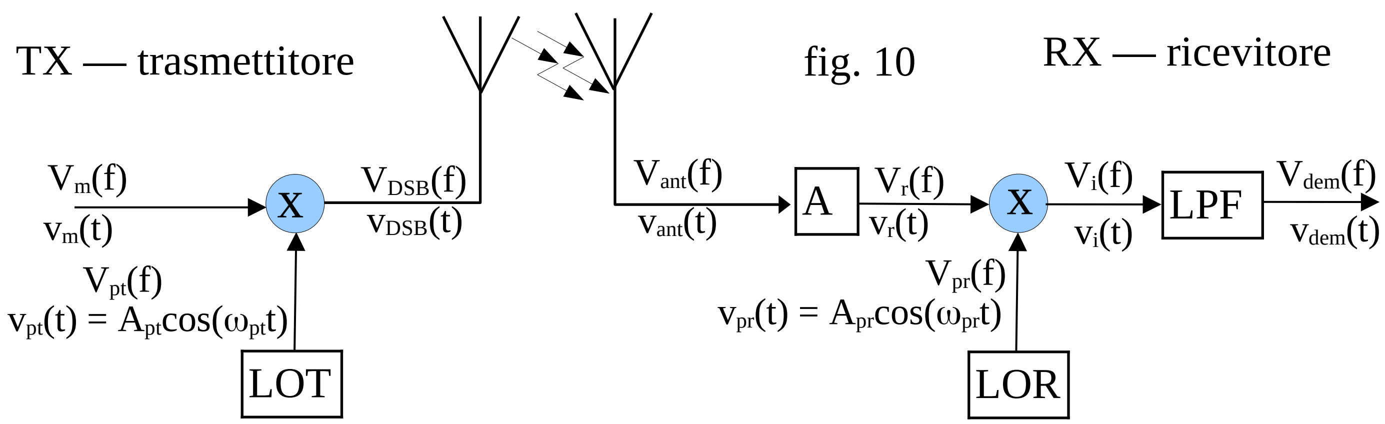
fig. 9

La USB non è altro che lo spettro $V_m(f)$ traslato verso l'alto (verso destra) di una quantità pari ad f_p e dimezzato in ampiezza; mentre la LSB non è altro che la versione speculare della USB rispetto ad f_p. Qui abbiamo usato un'impostazione più realistica: il segnale informativo non consiste di un'unica armonica ma il suo spettro occupa un'intera banda, con molte armoniche. Anzi, infinite. Detta f_{max} la massima frequenza contenuta nello spettro $V_m(f)$ abbiamo che la banda occupata dal segnale modulato DSB è il doppio di f_{max} ; quest'ultima è all'incirca equivalente alla banda del segnale modulante. Purtroppo quando si vuole ottenere una licenza di trasmissione, l'importo da pagare è tanto più alto quanto più è larga la banda occupata. Perciò la DSB ci obbliga a pagare per una banda della quale solo la metà è strettamente necessaria. Anche questo è un aspetto negativo.

RICEZIONE E DEMODULAZIONE DSB

Non ha senso trasmettere un segnale se non è possibile riceverlo. Qui non si tratta di ricevere semplicemente il segnale DSB ma di **estrarre l'informazione** in esso contenuta. Ovvero, dobbiamo ricostruire il segnale modulante (detto anche segnale informativo) a partire dal segnale DSB che l'antenna ricevente riesce a raccogliere. Purtroppo questa operazione è costosa in quanto è necessario usare un demodulatore **coerente**. Questo dispositivo abbisogna di un segnale ausiliario identico alla portante che è stata usata sul trasmettitore.

Possiamo dire che, in fase di trasmissione, moltiplicare un segnale modulante vm(t) [con spettro $V_m(f)$] per il segnale ausiliario chiamato portante $v_{pt}(t)$ [ovvero la portante dal lato del trasmettitore, con spettro $V_{pt}(f)$] equivale, dal punto di vista degli spettri, a traslare verso l'alto lo spettro $V_m(f)$ di una quantità pari ad f_{pt} (frequenza della portante in trasmissione) ottenendo la USB; inoltre nel segnale modulato è presente assieme alla USB anche la versione speculare di questo lobo rispetto ad f_{pt}, ossia la LSB. Tutto ciò è visibile nella figura 9.



Esaminiamo ora la figura 10, che riporta anche il ricevitore. Ad una certa distanza dall'antenna trasmittente è posta l'antenna ricevente che raccoglie un segnale notevolmente indebolito rispetto a quello del trasmettitore, a causa dell'attenuazione dovuta alla distanza. Per semplificare le cose supponiamo che l'amplificatore compensi perfettamente questa attenuazione, e che di conseguenza il segnale in ingresso al mixer valga: $v_r(t) = v_{DSB}(t)$.

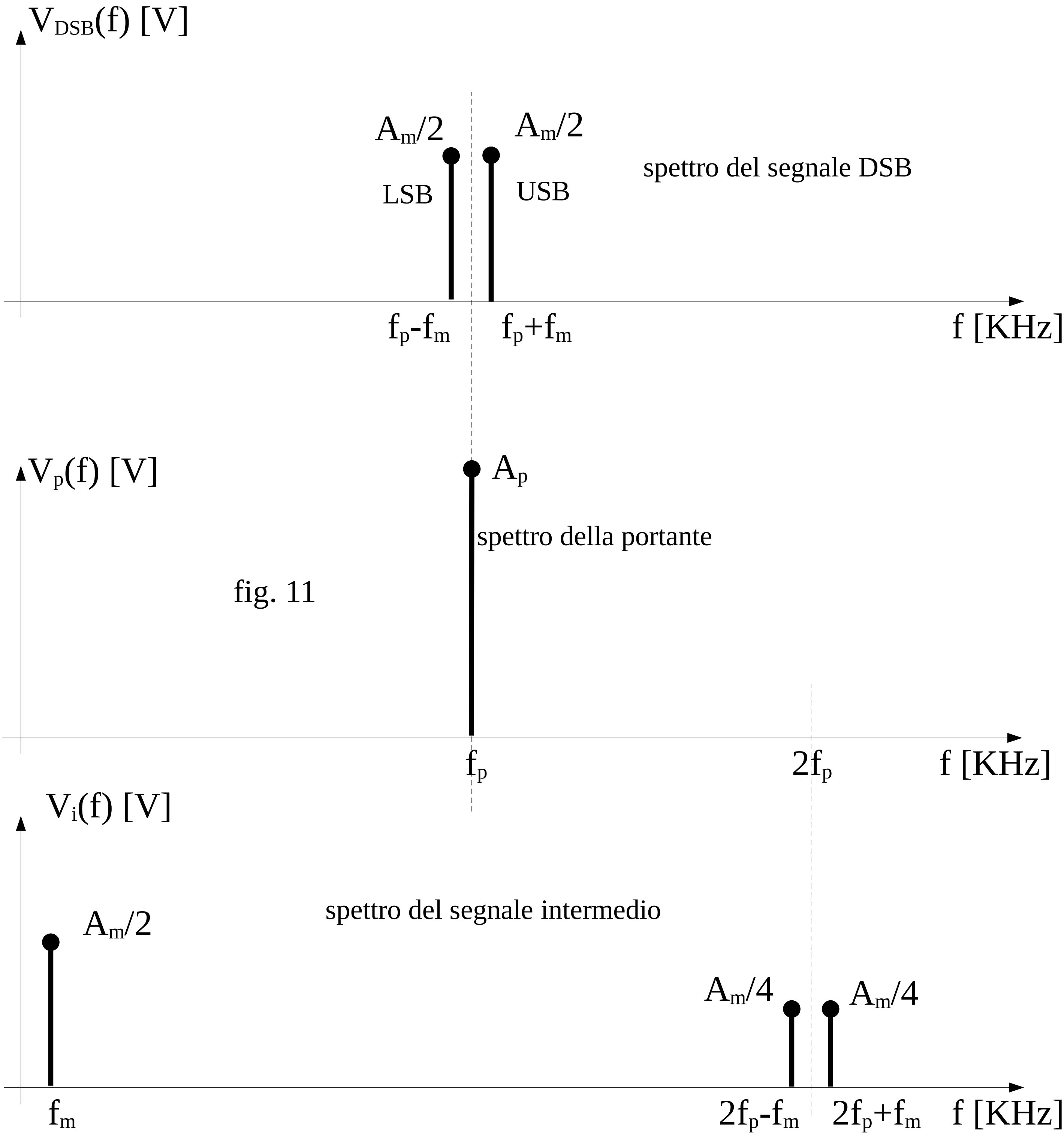


fig. 11

per semplificare i calcoli consideriamo di usare una modulante cosinusoidale e dunque di ottenere nel segnale DSB due righe spettrali, come in figura 5 ed in figura 11.

sempre per semplicità, supponiamo che i due oscillatori:

LOT = Local Oscillator on Transmitter; e LOR = Local Oscillator on Receiver

siano perfettamente identici, e dunque la frequenza della portante in trasmissione f_{pt} sia uguale alla frequenza della portante in ricezione f_{pr} ovvero che sia: $f_{pt} = f_{pr} = f_p$

Come si calcola l'uscita del mixer in ricezione? Ovvero: come è fatto il segnale intermedio?

$$v_i(t) = k \cdot v_p(t) \cdot v_{DSB}(t) = (1/A_p) \cdot A_p\cos(\omega_p t) \cdot [A_{USB}\cos(\omega_{USB} t) + A_{LSB}\cos(\omega_{LSB} t)] =$$

$$= \cos(\omega_p t) \cdot [A_{USB}\cos(\omega_{USB} t) + A_{LSB}\cos(\omega_{LSB} t)] \text{ ; dove } A_{LSB} = A_{USB} = A_m/2 \text{ e perciò:}$$

$$v_i(t) = \cos(\omega_p t) \cdot [(A_m/2)\cos(\omega_{USB} t) + (A_m/2)\cos(\omega_{LSB} t)] =$$

$$= \cos(\omega_p t) \cdot [(A_m/2)\cos(\omega_p t + \omega_m t) + (A_m/2)\cos(\omega_p t - \omega_m t)] =$$

$$= (A_m/2) \cdot \cos(\omega_p t + \omega_m t) \cdot \cos(\omega_p t) + (A_m/2) \cdot \cos(\omega_p t - \omega_m t) \cdot \cos(\omega_p t) = ...$$

(ora applichiamo Werner… vedere a pagina 5)

$$v_i(t) = (A_m/4) \cdot \cos(\omega_p t + \omega_m t + \omega_p t) + (A_m/4) \cdot \cos(\omega_p t + \omega_m t - \omega_p t) +$$

$$+ (A_m/4) \cdot \cos(\omega_p t - \omega_m t + \omega_p t) + (A_m/4) \cdot \cos(\omega_p t - \omega_m t - \omega_p t) =$$

$$= (A_m/4) \cdot \cos(2\omega_p t + \omega_m t) + (A_m/4) \cdot \cos(\omega_m t) + (A_m/4) \cdot \cos(2\omega_p t - \omega_m t) + (A_m/4) \cdot \cos(- \omega_m t)$$

ma essendo il coseno una funzione pari, e dunque cos(-x) = cos(x) abbiamo:

$$v_i(t) = (A_m/4) \cdot \cos(2\omega_p t + \omega_m t) + (A_m/4) \cdot \cos(2\omega_p t - \omega_m t) + (A_m/2) \cdot \cos(\omega_m t)$$

e dunque lo spettro del segnale intermedio consiste di **tre** righe spettrali. Due di queste sono posizionate nei pressi di $2f_p$ e dunque a frequenze altissime. Per eliminarle basta un filtro passa basso, ovvero un Low—Pass—Filter e cioè un dispositivo che lasci passare le armoniche di frequenza bassa ed elimini quelle di frequenza alta. La terza riga spettrale è posizionata ad un valore di frequenza pari ad f_m e la sua ampiezza vale $(A_m/2)$. Perciò basta amplificarla di un fattore 2 per riottenere il segnale modulante originario. Abbiamo appena ricavato il segnale informativo, cioè abbiamo estratto dal segnale ricevuto l'informazione in esso contenuta.

Quanto appena descritto è ciò che accade usando come segnale informativo (ossia, modulante) una cosinusoide — ovvero un'unica riga spettrale. Le considerazioni fatte valgono anche nel caso in cui la modulante sia più complessa, ossia consista di un'intera banda di armoniche, come ad esempio quella di una voce umana.
Infatti se consideriamo il segnale in uscita dal filtro LPF e lo chiamiamo segnale demodulato possiamo vedere che il suo spettro consiste delle armoniche del segnale informativo utilizzato in fase di trasmissione. Le ampiezze sono dimezzate, ma ciò non costituisce un problema: basta raddoppiare l'amplificazione del blocco amplificatore posto dopo l'antenna ricevente per riottenere come segnale demodulato esattamente il segnale informativo originale. Abbiamo però fatto alcune ipotesi ottimistiche: non è presente nessun rumore, nessuna distorsione, e la frequenza della portante in ricezione f_{pr} è identica alla frequenza della portante in trasmissione f_{pt} . Tanto da chiamare entrambe semplicemente f_p .
Abbiamo appena estratto dal segnale DSB il segnale informativo, ovvero $v_m(t)$.
Ed alla pagina seguente riportiamo gli spettri dei segnali coinvolti, nell'ipotesi che la modulante contenga molte armoniche e dunque lo spettro del modulato sia costituito da una vera banda, e non semplicemente una riga spettrale.

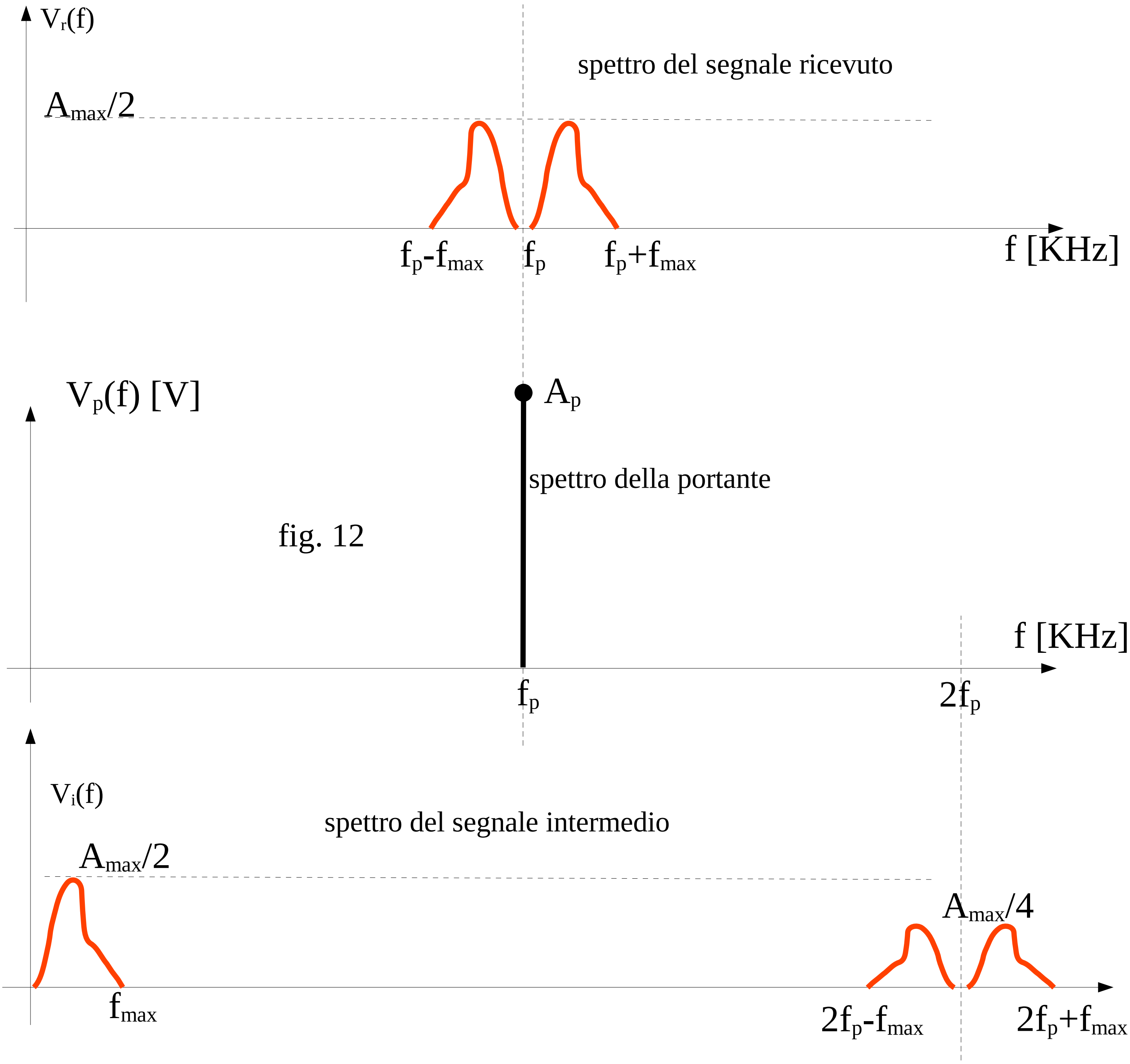


fig. 12

Purtroppo siamo stati costretti ad usare un LOR perfettamente identico al LOT e dunque costoso. Potremmo dimostrare che le considerazioni fatte fino ad ora rimangono valide anche se il segnale modulante non consiste di un’unica armonica ma ne contiene molte, e dunque dobbiamo parlare di un’intera banda. In tal caso gli spettri dei segnali sono quelli riportati nella figura 12.

Tirando le somme possiamo dire che la modulazione DSB-SC presenta diversi inconvenienti:

— La banda occupata è doppia rispetto a quella della modulante:

$$B_{DSB} = 2 \cdot f_m \quad \text{oppure} \quad B_{DSB} = f_{USB} - f_{LSB}$$

— La potenza in antenna è doppia rispetto a quella utile:

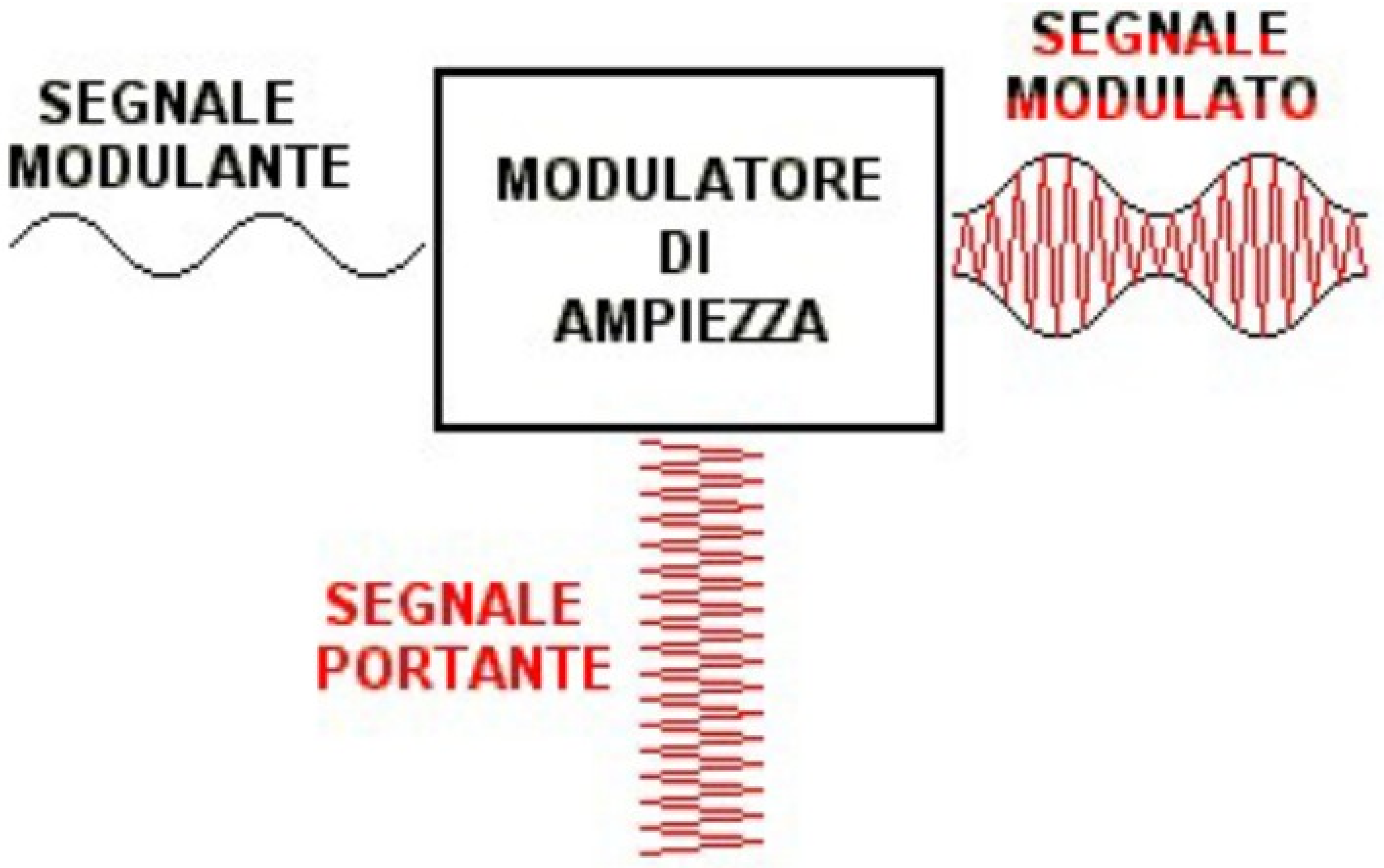
$$P_{LSB} = P_{USB} = (A_{USBeff})^2/R = (A_{USB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{USB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R$$

$$P_t = P_{USB} + P_{LSB} = A_m^2/4R$$

il rendimento è basso: $\eta = P_{utile}/P_{totale} = 1/2 = 50\%$;

— La frequenza della portante in ricezione f_{pr} dev'essere identica alla frequenza della portante in trasmissione f_{pt} . Tanto da chiamare entrambe semplicemente f_p . In caso contrario il segnale demodulato verrà **distorto** rispetto al segnale informativo trasmesso. Perciò il sistema DSB-SC necessita di oscillatori molto precisi e stabili, dunque **costosi**. L'aspetto più critico è il costo della circuiteria necessaria a realizzare il demodulatore coerente, con necessità di oscillatori molto stabili e precisi. La modulazione DSB non è adatta per realizzare trasmissioni di tipo broadcast, ossia con molti ricevitori. Infatti ogni singolo ricevitore è costoso e dunque sarà difficile riuscire a convincere gli utenti ad acquistarlo. Per poter realizzare dei ricevitori economici sarebbe bene utilizzare su ciascuno di essi un demodulatore non coerente. Ma esso funzionerà soltanto se il segnale captato dall'antenna ricevente è di tipo DSB-TC mentre non potrà funzionare se il segnale captato dall'antenna ricevente è di tipo DSB-SC. Vediamo dunque come realizzare un trasmettitore che emetta un segnale dalla ricezione facilitata, non costosa.

AM = DSB–TC modulation



Abbiamo visto che la modulazione DSB (si intende DSB-SC) presenta diversi inconvenienti, soprattutto in termini di costo degli oscillatori. Se intendiamo abbassare il costo dei ricevitori, NON possiamo usarla. Rivolgiamoci invece verso la modulazione AM classica. Ci occuperemo dei modulatori di ampiezza in senso proprio. Ci sono diversi modi per modulare in ampiezza un segnale. Per essere completi ed esaurienti nel descrivere il nostro modulatore dovremmo scrivere: DSB-TC ovvero Double—Side—Band—Transmitted—Carrier per indicare che all'uscita del modulatore, la portante è presente (viene trasmessa) in quanto è stata aggiunta al segnale modulato. Ma di solito, per brevità, scrivendo DSB si intende DSB-SC mentre scrivendo AM si intende DSB-TC. Lo schema del modulatore AM è quello già visto all'inizio, di figura 1, che richiamiamo qui per comodità.

Supponiamo per semplicità che il segnale modulante sia cosinusoidale:
$v_m(t) = A_m\cos(\omega_m t)$ e venga applicato all'ingresso del modulatore AM di fig. 1.
Sia anche, per semplicità, che l'oscillatore produca un segnale portante cosinusoidale $v_p(t) = A_p\cos(\omega_p t)$.

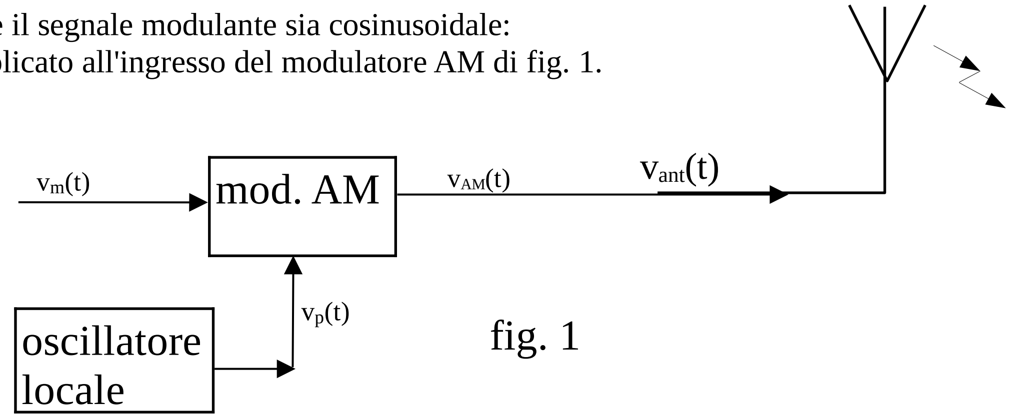


fig. 1

Se dobbiamo realizzare un modulatore che trasmetta anche la portante, la modulazione prende il nome DSB-TC ovvero Double—Side—Band—Transmitted—Carrier per indicare che nell'uscita, la portante è presente. DSB-TC = AM = Amplitude Modulation. Come è fatto lo schema a blocchi del modulatore? Consideriamo la seguente figura.

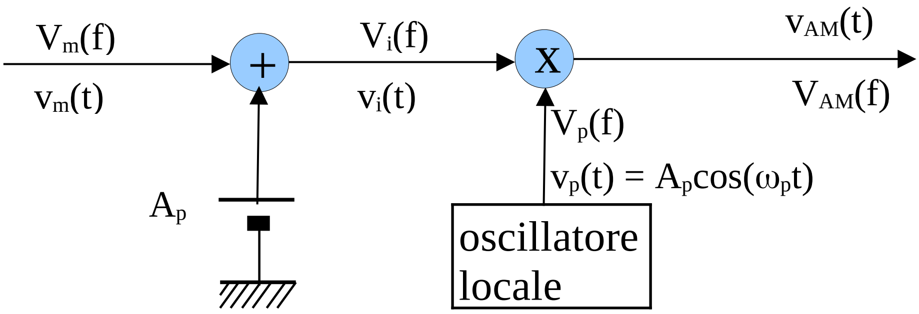


fig. 13

La differenza fra il modulatore DSB e quello AM è che adesso nel mixer non viene più inviato il segnale modulante semplicemente così com'è ossia $v_m(t)$, ma ad esso viene aggiunta una forte componente continua ottenendo un segnale intermedio chiamato **inviluppo**: $v_i(t)$.

La componente continua che viene aggiunta a $v_m(t)$ coincide con Ap ovvero con l'ampiezza massima del segnale portante. Nello schema per comodità viene rappresentato un generatore di tensione continua (una batteria), anche se nella realtà non accade così. Invece si preleva dall'uscita dell'oscillatore il segnale portante, di forma cosinusoidale, e di questo viene prelevata l'ampiezza massima. È necessario che l'ampiezza massima della portante sia **maggiore** dell'ampiezza massima della modulante se vogliamo che il nostro modulatore AM funzioni correttamente. Purché sia rispettata la condizione Ap > Am avremo che l'inviluppo sarà un segnale sempre positivo, ovvero non accadrà mai di avere un suo valore istantaneo al di sotto della soglia di zero volt. Rappresentiamo ora i segnali interessati nel dominio del tempo, ponendo per semplicità di calcolo che sia:

$$v_m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

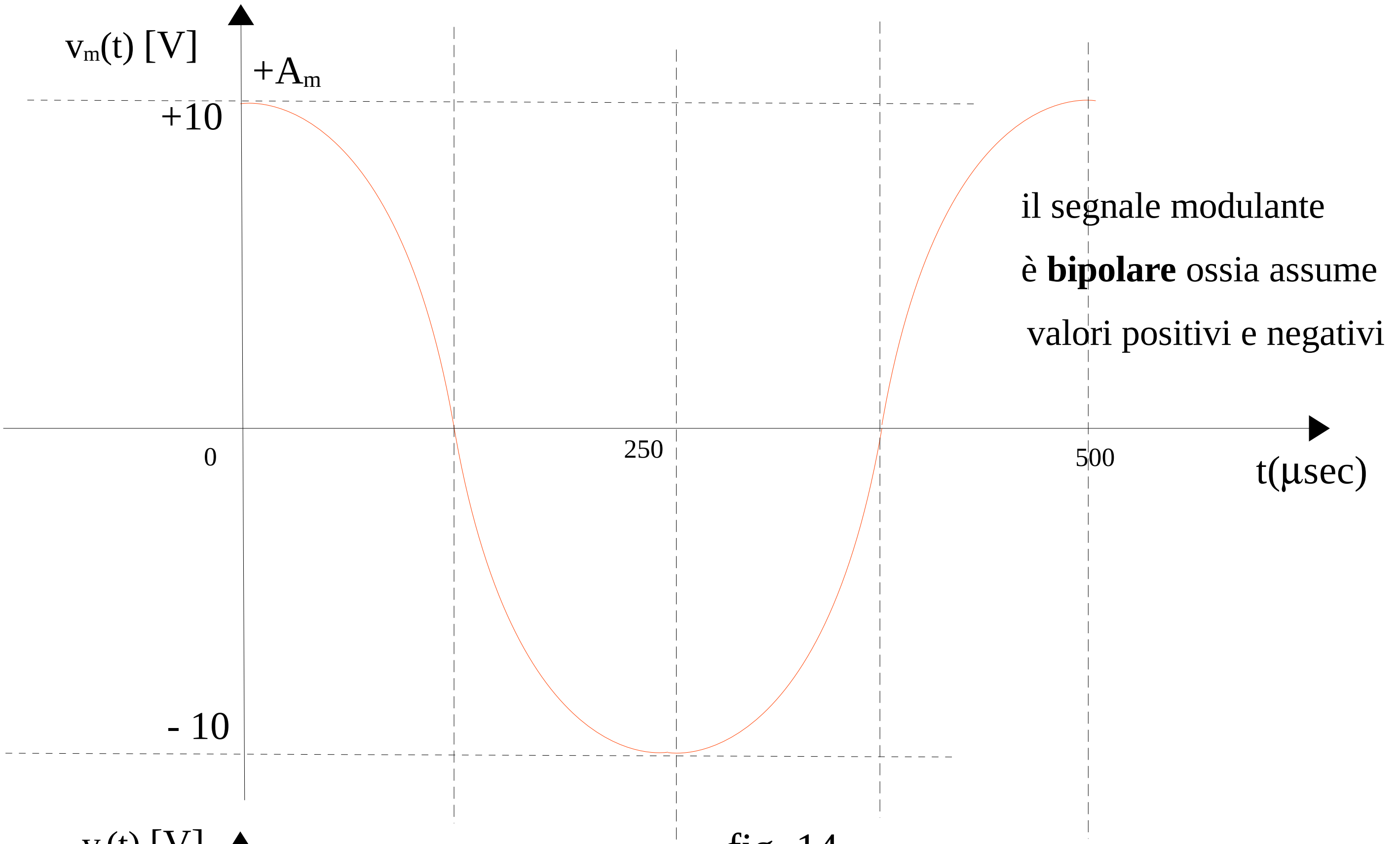
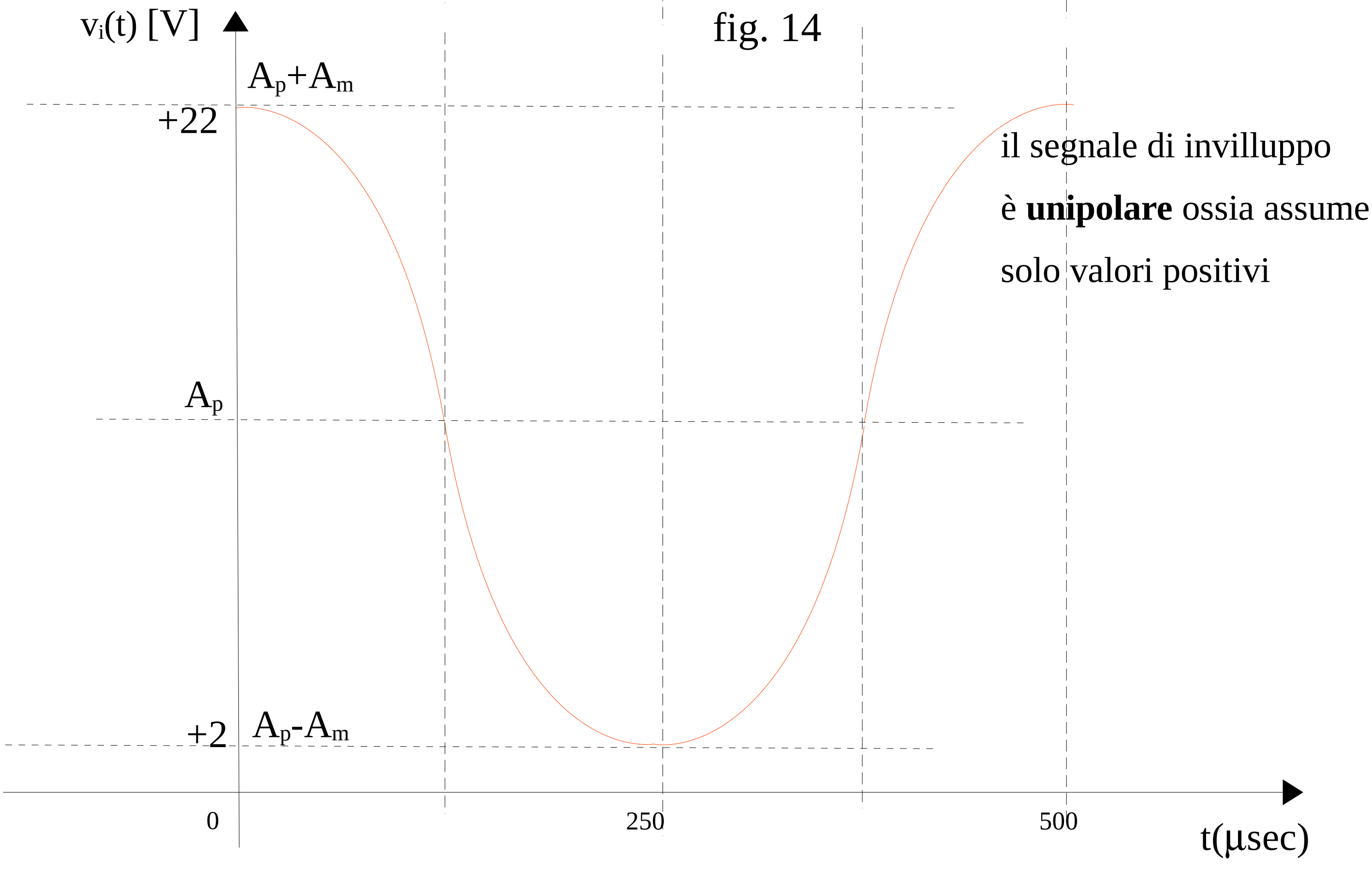


fig. 14



anche se un segnale siffatto non verrà mai usato nella realtà. Supponiamo ad esempio che sia:

$$A_m = 10\ V;\ f_m = 2KHz;\ A_p = 12\ V$$

e rappresentiamo i segnali $v_m(t)$ e $v_i(t)$ nella figura 14 .

Il segnale di inviluppo [envelope] ossia $v_i(t)$ viene ottenuto mediante il blocco sommatore ed inviato al mixer —detto anche moltiplicatore— ossia ad un dispositivo in grado di produrre in uscita un segnale proporzionale al prodotto dei due segnali ai suoi ingressi.

Calcoliamo ora l'uscita del mixer nel dominio del tempo, supponendo per semplicità di usare come modulante un segnale cosinusoidale, ovvero:

$$v_m(t) = A_m\cos(\omega_m t).$$

E che sia anche: k = $1/A_p$ benché non è detto sia così nella realtà.

$$v_{AM}(t) = k \cdot v_i(t) \cdot v_p(t) = k \cdot v_p(t) \cdot v_i(t) = (1/A_p) \cdot A_p\cos(\omega_p t) \cdot [\ A_p + v_m(t)\ ] =$$

[il contenuto delle parentesi quadre è l'inviluppo] =

$$= \cos(\omega_p t) \cdot [\ A_p + v_m(t)\ ] =$$

$$= \cos(\omega_p t) \cdot [\ A_p + A_m\cos(\omega_m t)\ ] =$$

$$= A_p\cos(\omega_p t) + A_m\cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_m t) = \ \ldots$$

potremmo anche accontentarci di questa rappresentazione, ma per ottenere lo spettro $V_{AM}(f)$ dobbiamo trasformare $v_{AM}(t)$ in una somma di armoniche. Notiamo che il primo addendo è la portante, ed il secondo è il segnale DSB che abbiamo già visto nella parte precedente.

Facciamo solo notare che:

— $v_m(t)$ è il segnale modulante, e qui abbiamo fatto l'ipotesi semplificativa che sia:

$v_m(t) = A_m\cos(\omega_m t)$ dove ω_m è la bassa e costante pulsazione della modulante. Nessuno userà mai un segnale così prevedibile come modulante; qui lo usiamo solo per semplificare i calcoli.

Inoltre:

— $v_p(t)$ è il segnale portante, e qui abbiamo fatto l'ipotesi (realistica) che sia:

$v_p(t) = A_p\cos(\omega_p t)$ dove ω_p è l'elevata e costante pulsazione della portante.

Invece k è una costante di proporzionalità detta sensibilità del modulatore, la cui unità di misura è [1/V] = $[V^{-1}]$ e che serve per far sì che l'uscita del mixer sia misurata in Volt e non in V^2 ; normalmente per semplicità si fa l'ipotesi che sia: k = $1/A_p$ anche se ciò non è sempre vero. Ovviamente A_m è l'ampiezza massima della modulante ed A_p è l'ampiezza massima della portante.

Se osserviamo l'andamento del segnale modulato nel dominio del tempo notiamo un andamento simile a quello riportato nella parte in basso della figura 15 che segue.

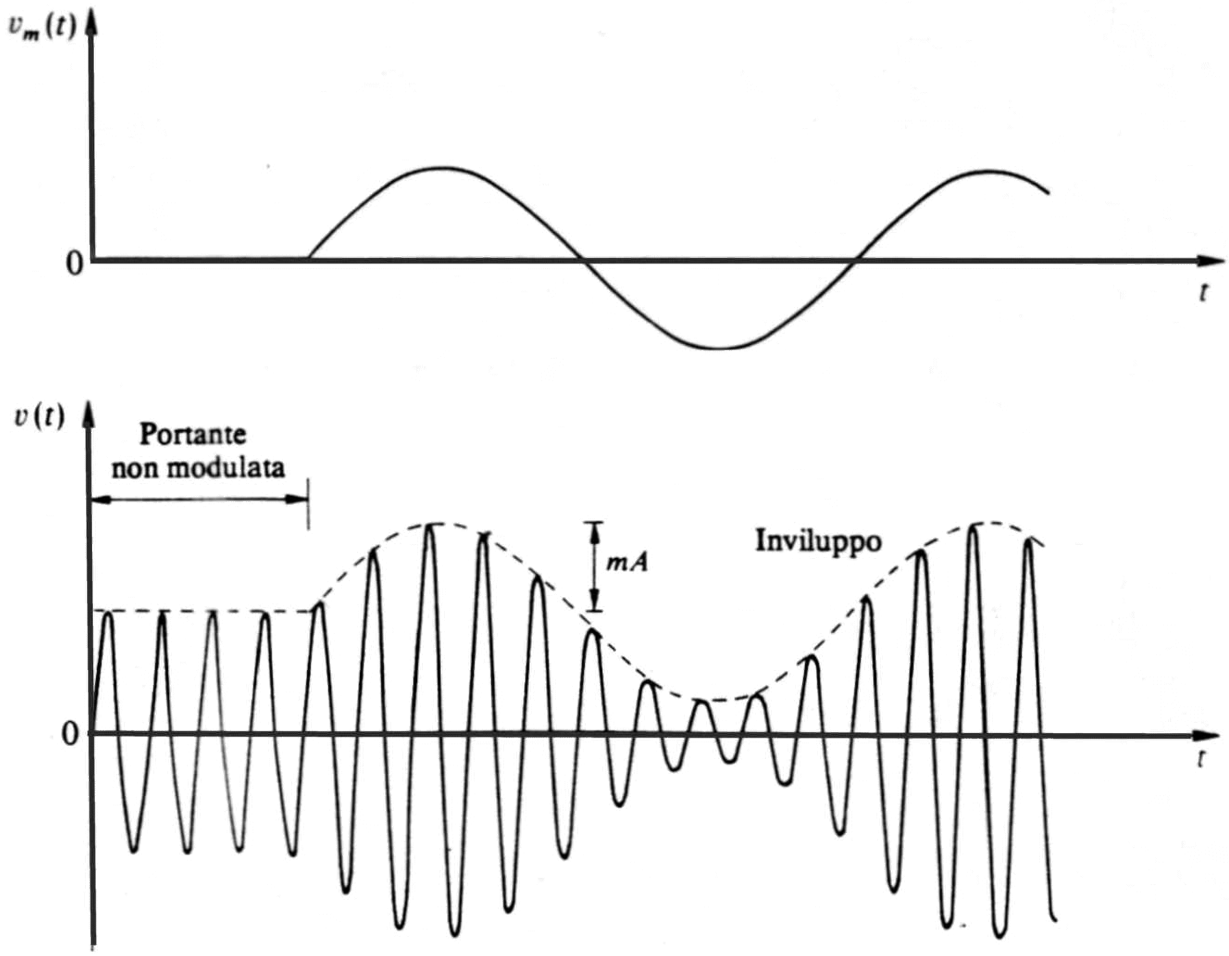


fig. 15

Qui il segnale modulante, riportato nella parte alta della figura, si mantiene nullo per un certo intervallo di tempo iniziale e poi assume un andamento sinusoidale. Si può vedere che se

$$v_m(t) = 0$$

allora l'uscita del modulatore coincide con la portante dato che in tal caso avremo:

$$v_i(t) = v_m(t) + A_p = A_p$$

e perciò sarà:

$$v_{AM}(t) = k \cdot v_i(t) \cdot v_p(t) = k \cdot A_p \cdot v_p(t) = (1/A_p) \cdot A_p \cdot v_p(t) = v_p(t)$$

mentre invece quando $v_m(t)$ varia, allora varia anche l'ampiezza istantanea del segnale modulato dato che l'inviluppo non coincide più con una componente continua bensì è un segnale variabile compreso fra due valori estremi:

$$v_{iMAX} = A_p + A_m \qquad \text{e} \quad v_{imin} = A_p - A_m \,.$$

Ovviamente, conoscendo le frequenze del segnale modulante e del segnale portante è facile ricavare i valori dei rispettivi periodi:

$$T_p = 1/f_p \text{ mentre } T_m = 1/f_m$$

come si può vedere dalla figura 16 il periodo della portante è molto piccolo e dal diagramma del segnale modulato AM nel dominio del tempo è possibile ricavare i valori di Am ed Ap

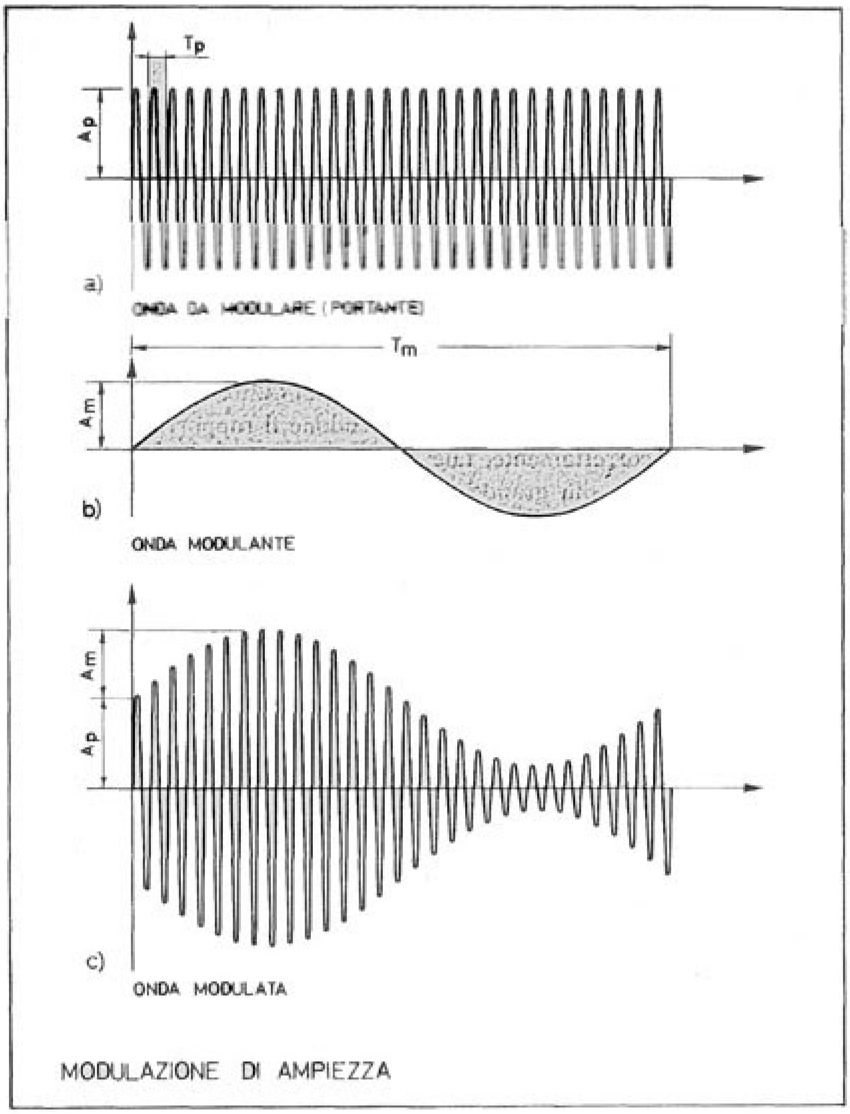


fig. 16

Per calcolare le armoniche del segnale modulato DSB possiamo usare le formule di Werner, secondo le quali il **prodotto** di due cosinusoidi si può sviluppare nella **somma** di due cosinusoidi secondo quanto riportato a pag. 5 e che qui riportiamo per comodità :

$$\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) = ½\cdot\cos(\alpha+\beta) + ½\cdot\cos(\alpha-\beta)$$

e perciò: $v_{AM}(t) = A_p\cos(\omega_p t) + A_m\cos(\omega_p t)\cdot\cos(\omega_m t) = ...$ (il secondo addendo non è altro che il segnale DSB già visto in precedenza e dunque usiamo le formule di Werner sul secondo addendo, che è un prodotto di due cosinusoidi):

$$v_{AM}(t)= A_p\cos(\omega_p t) + v_{DSB}(t)= A_p\cos(\omega_p t) + A_m\cos(\omega_p t)\cdot\cos(\omega_m t) =$$

$$= A_p\cos(\omega_p t) + (A_m/2)\cos(\omega_p t + \omega_m t) + (A_m/2)\cos(\omega_p t - \omega_m t)$$

dunque il segnale modulato AM contiene **tre** armoniche delle quali quella centrale non è altro che la portante, avendo frequenza pari ad f_p ed ampiezza pari ad Ap .

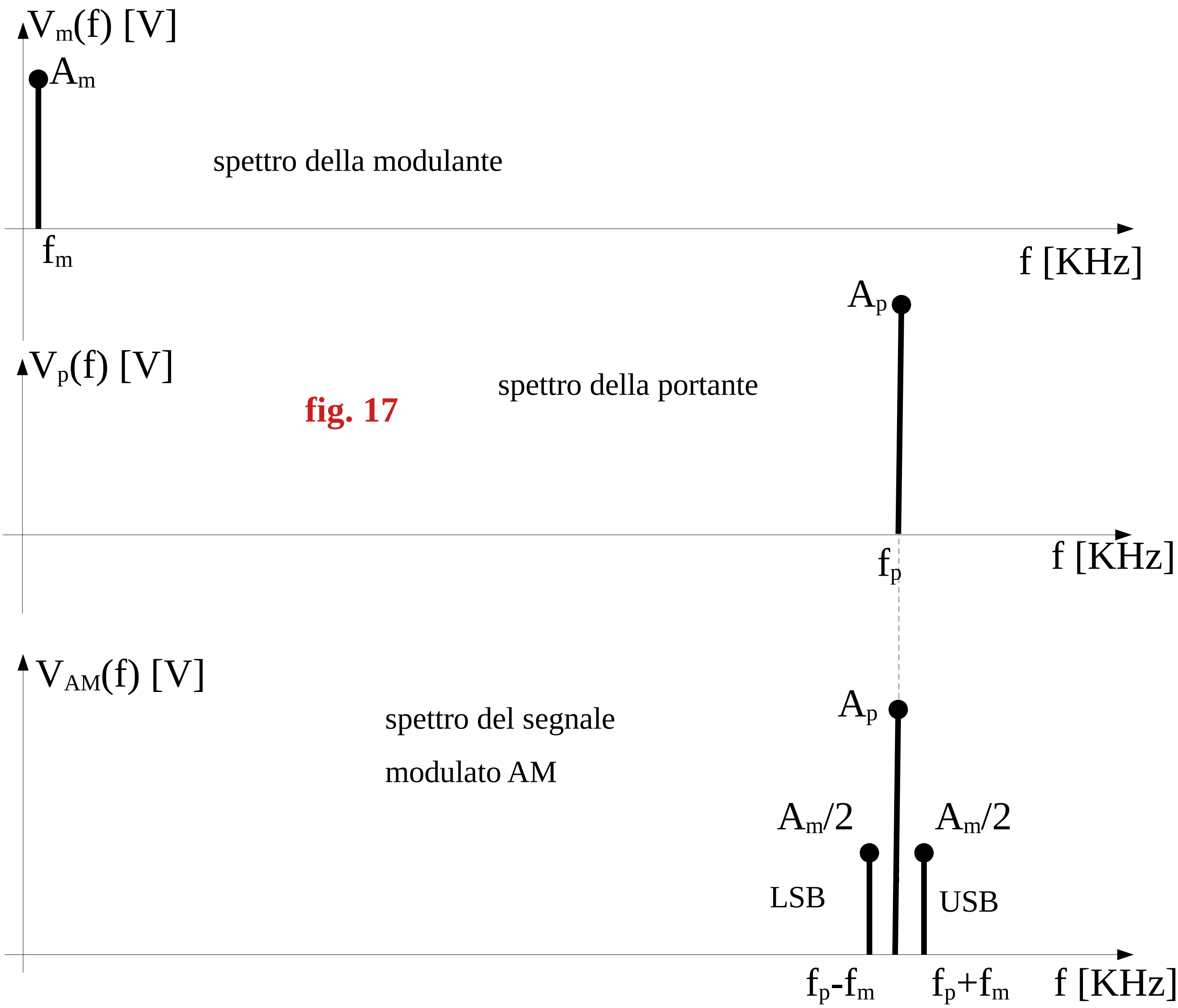


fig. 17

Mentre delle altre due armoniche possiamo dire che una ha frequenza pari alla differenza :

$$f_{LSB} = f_p - f_m ;$$

mentre l'altra ha frequenza pari alla somma:

$$f_{USB} = f_p + f_m .$$

La prima riga spettrale viene chiamata LSB (Lower Side Band) mentre l'altra viene chiamata USB (Upper Side Band) e ciò spiega il nome della modulazione: DSB-TC ossia doppia banda laterale, e portante trasmessa (quest'ultima non è altro che la riga spettrale centrale, posta a frequenza f_p).

Se consideriamo il segnale modulato AM nel dominio del tempo possiamo dire che esso è la somma di tre cosinusoidi:

$$v_{AM}(t) = A_p\cos(\omega_p t) + (A_m/2)\cos(\omega_{USB} t) + (A_m/2)\cos(\omega_{LSB} t)$$

e perciò il suo spettro $V_{AM}(f)$ sarà la somma di tre righe spettrali. Queste tre righe sono posizionate sul diagramma spettrale in corrispondenza della frequenza LSB (differenza) e della frequenza USB (somma) oltre alla riga centrale corrispondente alla frequenza portante.

Giova ricordare che la frequenza della portante è molto maggiore di quella della modulante:

$$f_p >> f_m ;$$

e dunque le due righe spettrali laterali del segnale modulato sono molto vicine fra loro, posizionate leggermente a destra ed a sinistra rispetto alla riga centrale, che è la portante.

Infatti risulta che: $f_{LSB} = f_p - f_m$ è quasi uguale ad $f_{USB} = f_p + f_m$. Possiamo tracciare gli spettri dei tre segnali: modulante, portante, e modulato. Riportati nella figura 17 alla pagina precedente.

Proviamo a fare un esempio con dei valori numerici: sia $f_p = 1MHz$ ed $f_m = 2KHz$; risulta allora $f_{USB} = f_p + f_m = 1MHz + 2KHz = 1002\ KHz$; mentre invece sarà: $f_{LSB} = f_p - f_m = 1MHz - 2KHz = 998\ KHz$. Dunque la situazione è quella indicata nella figura 17 e possiamo affermare che tutte e tre le righe spettrali potranno essere trasmesse con una antenna di circa 75 metri di lunghezza. Avessimo scelto $f_p = 100MHz$ sarebbe bastata un'antenna da meno di un metro.

POTENZA DEL SEGNALE AM

Occupiamoci della potenza del segnale modulato AM. Esso è costituito da tre armoniche e dunque la potenza totale in antenna è la somma delle singole potenze di ciascuna armonica.

Per quanto riguarda il concetto di ampiezza efficace di un segnale, occorre rileggere quanto riportato da pag. 6 in avanti.

Detta R la resistenza offerta dall'antenna avremo che, se il segnale considerato fosse l'armonica laterale superiore ed avesse un'ampiezza massima A_{USB} allora potremmo calcolarne la potenza dato che conosciamo la sua forma d'onda (cosinusoidale).

$$P_{USB} = (A_{USBeff})^2/R = (A_{USB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{USB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R\ ;$$

le stesse considerazioni potremo farle anche per l'armonica laterale inferiore :

$$P_{LSB} = (A_{LSBeff})^2/R = (A_{LSB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{LSB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R$$

la potenza della riga spettrale centrale (la portante) vale:

$$P_p = (A_{peff})^2/R = (A_p/\sqrt{2})^2/R = (A_p)^2/2R$$

la potenza **totale** del segnale modulato AM vale:

$$P_{AM} = P_t = P_{USB} + P_{LSB} + P_p = 2 \cdot P_{LSB} + P_p = A_m^2/4R + A_p^2/2R$$

(potenza totale in antenna)

Si definisce **indice di modulazione** (m) il rapporto fra l'ampiezza massima della modulante e l'ampiezza massima della portante:

$$m = A_m/A_p$$

Ed affinché il nostro modulatore AM funzioni correttamente sarà necessario che l'ampiezza massima della portante sia maggiore dell'ampiezza massima della modulante ovvero sia rispettata la condizione $A_p > A_m$ al fine di impedire all'inviluppo di assumere valori negativi.

La necessità di questa condizione verrà chiarita più avanti ma possiamo vedere fin d'ora l'aspetto del segnale modulato (nel dominio del tempo) osservando le figure 18 e 19 nelle quali possiamo osservare la configurazione del segnale AM nei diversi casi: quando m = 0.5 (in alto); quando m = 1 (al centro); e quando m = 1.5 (in basso).

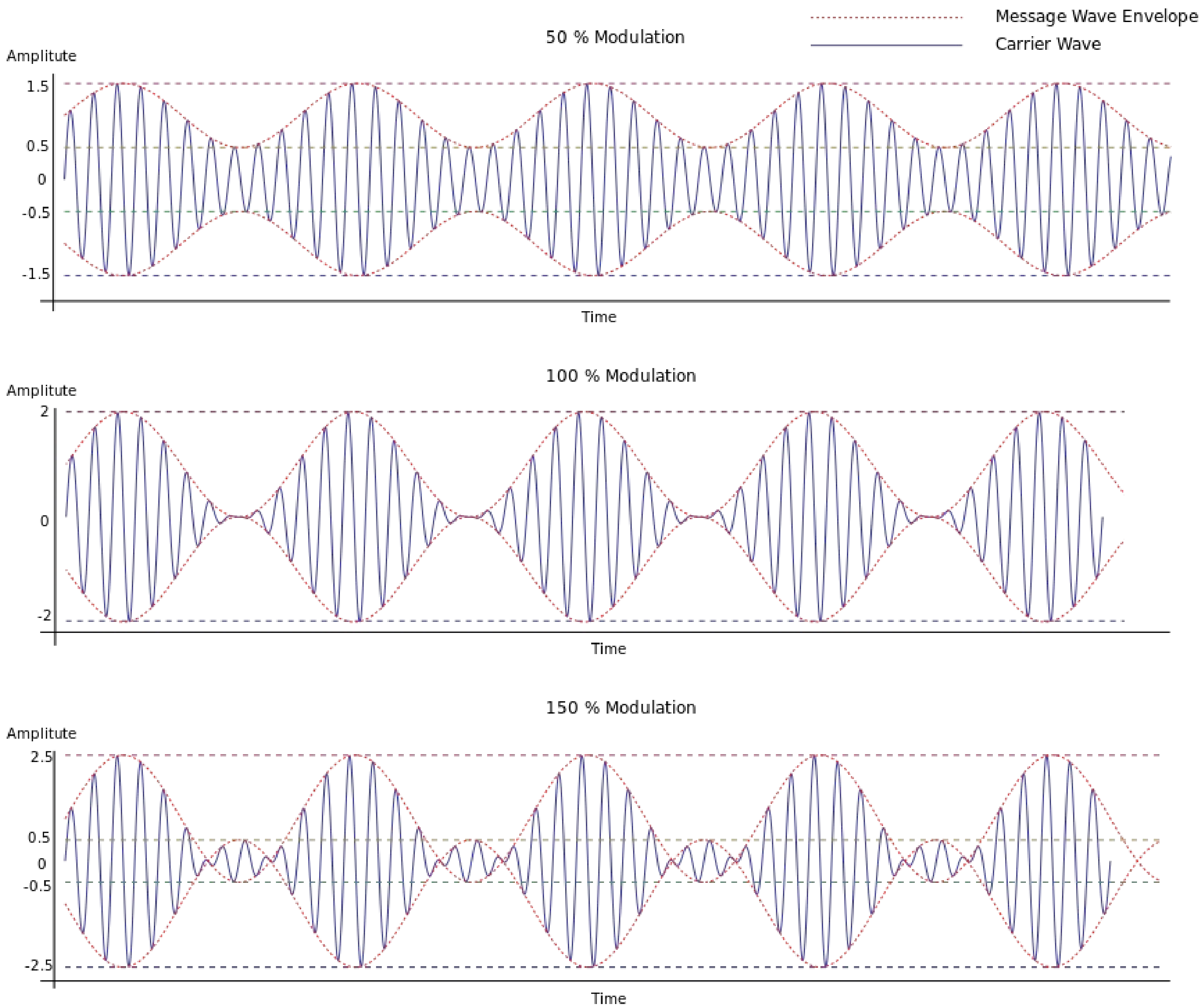


fig. 18

Evidentemente, nel caso in cui sia m > 1 si ottiene una distorsione del segnale modulato che ne rende impossibile la demodulazione con il Rivelatore di Inviluppo.

Dunque dovrà essere:

$$m < 1$$

per garantire il corretto funzionamento del demodulatore.

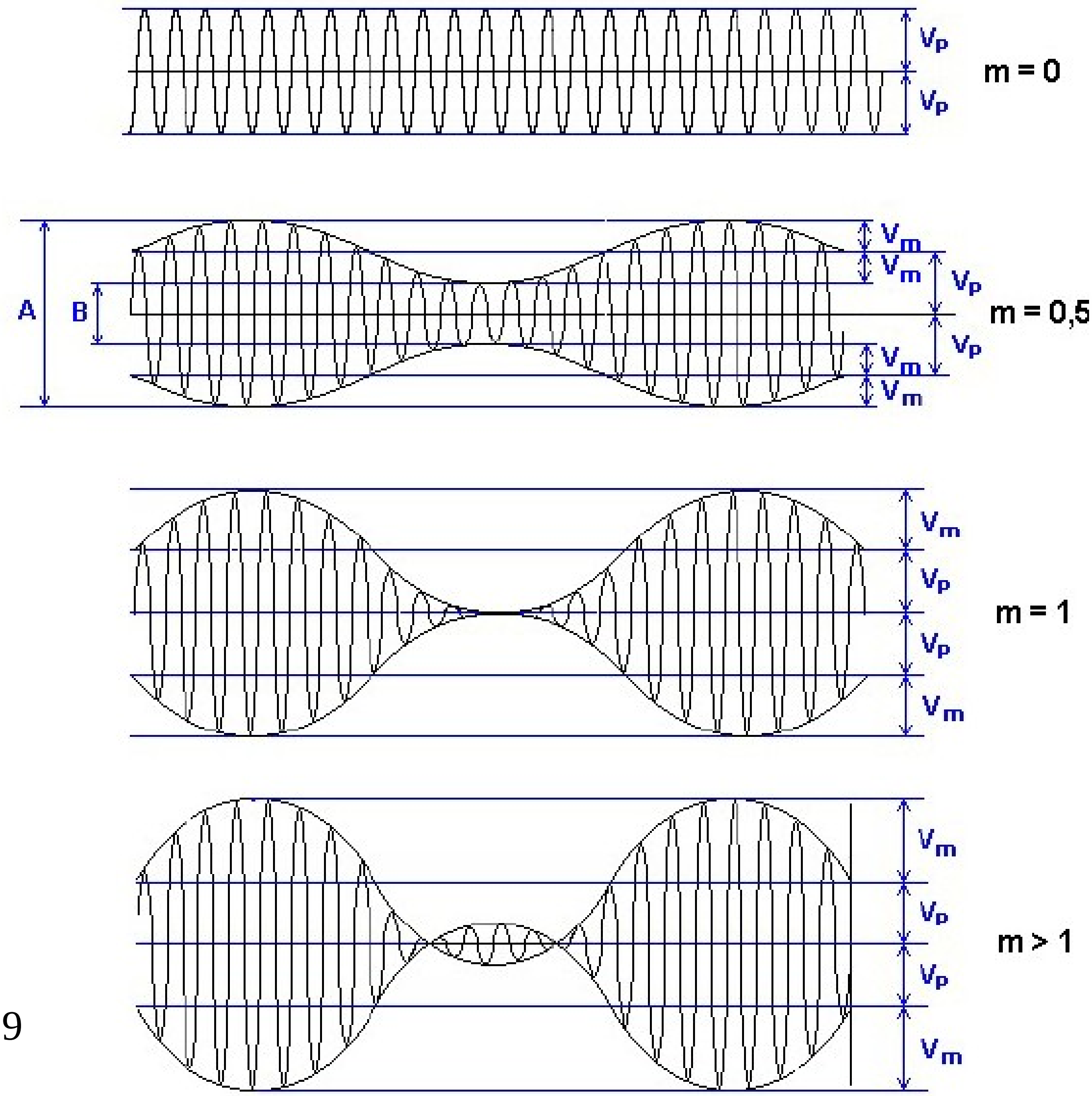


fig. 19

Talvolta m viene espresso in percentuale anziché come numero puro. Ad esempio, anziché specificare che il suo valore è pari a 0.8 viene indicato come: m = 80% .

Basterà ora esprimere A_m in funzione di A_p scrivendo:

$$A_m = m \cdot A_p$$

e potremo riscrivere la formula per la potenza totale del segnale modulato AM che vale:

$$P_t = A_m^2/4R + A_p^2/2R = (m \cdot A_p)^2/4R + A_p^2/2R = m^2 A_p^2/4R + A_p^2/2R =$$

$$= m^2 A_p^2/4R + 2 \cdot A_p^2/4R = \mathbf{(m^2 + 2) \cdot A_p^2/4R} \quad \text{(potenza \textbf{totale} in antenna)}$$

POTENZA UTILE DEL SEGNALE AM

Viene considerata utile la potenza delle sole armoniche del segnale modulato che **non** possono essere ricavate da altre armoniche note; ossia le sole armoniche che davvero trasportano informazioni.

Se conosciamo la LSB (ad esempio perché l'abbiamo ricevuta, isolandola dal segnale raccolto dall'antenna ricevente) possiamo ricavare la USB per specularità, essendo questa simmetrica alla LSB rispetto alla portante. Perciò viene considerata utile la potenza di **una sola** delle due bande laterali. Ovviamente la potenza della riga spettrale centrale (la portante) non è utile dato che la portante è un segnale prevedibile e perciò non contiene alcuna informazione.

Si definisce rendimento di modulazione (η — pronuncia: eta) il rapporto fra potenza utile e potenza totale.

$$\eta_{AM} = P_U/P_t = P_{USB}/P_t = P_{LSB}/P_t$$

Avremo allora che la potenza utile vale:

$P_U = P_{USB} = P_{LSB} = (A_{LSBeff})^2/R = (A_{LSB}/\sqrt{2})^2/R = (A_{LSB})^2/2R = (A_m/2)^2/2R = A_m^2/8R$

Basterà ora esprimere A_m in funzione di A_p scrivendo: $A_m = m \cdot A_p$ per ottenere:

$P_U = A_m^2/8R = (m \cdot A_p)^2/8R = \mathbf{m^2 A_p^2/8R}$ (potenza **utile** del segnale modulato AM)

invece la potenza totale in antenna, come già visto, vale:

$$P_t = (m^2 + 2)A_p^2/4R$$

ci conviene ricavare anche il reciproco di questa potenza: $1/P_t = 4R/[(m^2 + 2)A_p^2]$

sicché il rendimento di modulazione vale:

$$\boldsymbol{\eta_{AM}} = P_U/P_t = P_U(1/P_t) = (m^2 \cdot A_p^2/8R) \cdot 4R/[(m^2 + 2)A_p^2] = \mathbf{m^2/(2m^2 + 4)}$$

e questo valore è davvero scarso. Anche se ponessimo m = 1 infatti otterremmo al massimo un rendimento pari ad 1/6 = 16.66 % :

$$\eta_{AM\ max} = 1^2/(2 + 4) = 1/6 = 16.66\ \% :$$

Questo fatto è già molto negativo in sé, anche nel caso migliore nel quale poniamo m = 1; ma le cose peggiorano nel caso in cui l'indice di modulazione ha un valore inferiore, come ad esempio 0.5 . Infatti il rendimento è in funzione dell'indice di modulazione.

$$\eta_{AM}(m) = m^2/(2m^2+ 4)$$

e se m = 0.5 risulta:

$$\eta_{AM}(0.5) = 0.5^2/(2 \cdot 0.5^2+ 4) = 5.55\ \%$$

ciò significa che se il trasmettitore eroga 100W all’antenna trasmittente, solo 5W servono a trasportare l’informazione mentre la potenza rimanente non è utile pur rappresentando un costo. Infatti più la potenza erogata è alta, e più l’impianto di trasmissione dovrà essere dimensionato adeguatamente per erogarla. Inoltre è necessario pagare l’energia consumata ma soprattutto la licenza di trasmissione, che aumenta in base alla potenza dell’impianto ed alla banda occupata.

MODULANTE NON SINUSOIDALE IN AM

Se la modulante contiene molte armoniche, possiamo ancora ricavare e tracciare gli spettri dei tre segnali: modulante, portante, e modulato.

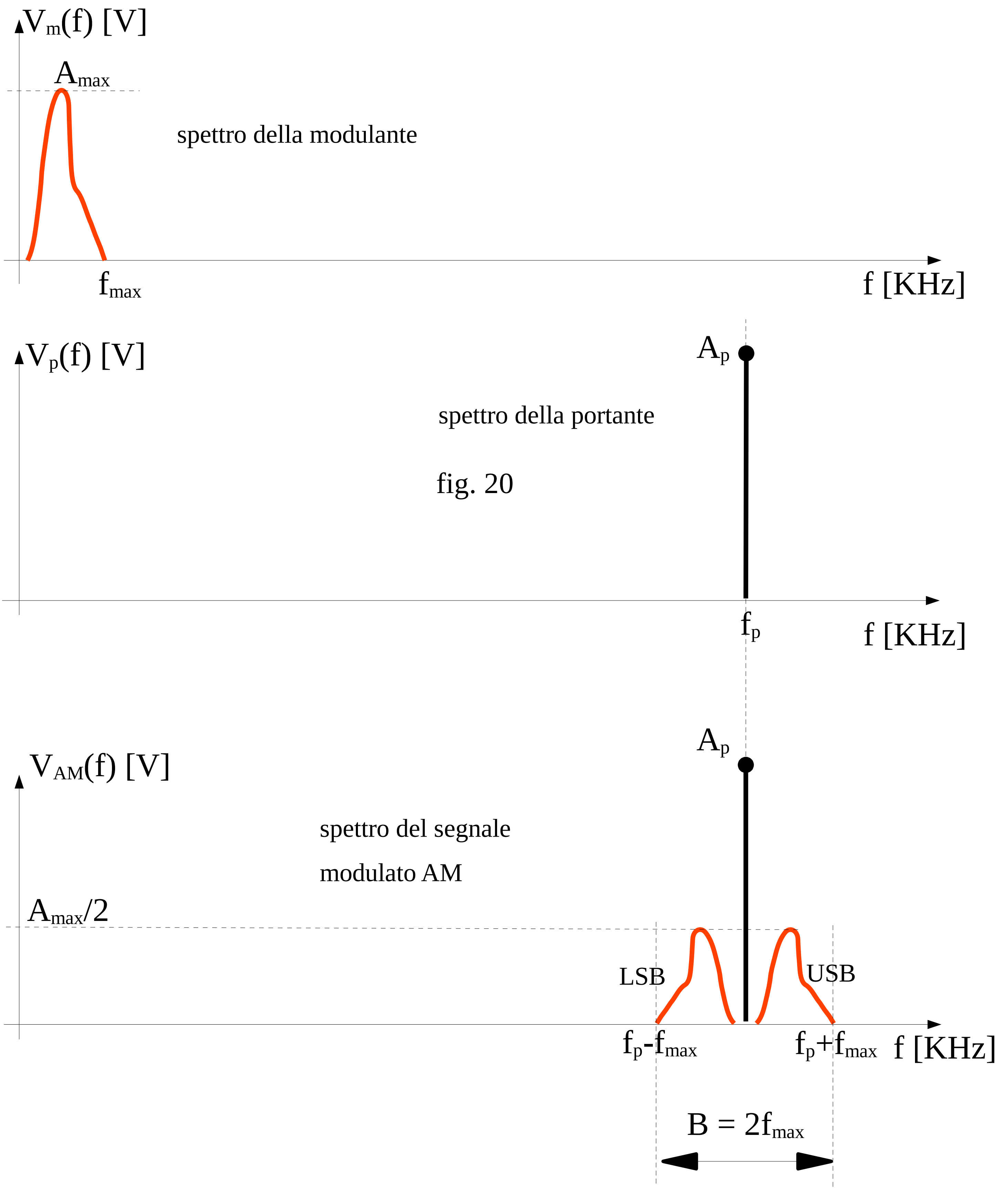


fig. 20

La USB non è altro che lo spettro $V_m(f)$ traslato verso destra di una quantità pari ad f_p e dimezzato in ampiezza; mentre la LSB non è altro che la versione speculare della USB rispetto ad f_p. Qui abbiamo usato un'impostazione più realistica: il segnale informativo non consiste di un'unica armonica ma il suo spettro occupa un'intera banda, con molte armoniche. Detta f_{max} la massima frequenza contenuta nello spettro $V_m(f)$ abbiamo che la banda occupata dal segnale modulato AM è il doppio di f_{max}, esattamente la stessa cosa che accadeva con la DSB.
Purtroppo quando si vuole ottenere una licenza di trasmissione, l'importo da pagare è tanto più alto quanto più è larga la banda occupata. Perciò la AM ci obbliga a pagare per una banda della quale solo la metà è strettamente necessaria. Anche questo è un aspetto negativo.

RICEZIONE E DEMODULAZIONE AM

Non ha senso trasmettere un segnale se non è possibile riceverlo. Qui non si tratta di ricevere semplicemente il segnale AM ma di estrarre l'informazione in esso contenuta. Ovvero, dobbiamo ricostruire il segnale modulante (detto anche segnale informativo) a partire dal segnale AM che l'antenna ricevente riesce a raccogliere. Per fortuna questa operazione è economica in quanto **non è più necessario usare un demodulatore coerente** come accadeva con la DSB, ma è sufficiente un semplice rivelatore di inviluppo (RI) ossia un circuito semplice il cui costo è estremamente basso. Questo dispositivo NON abbisogna di un segnale ausiliario identico alla portante impiegata sul trasmettitore — cosa che avveniva invece con la demodulazione DSB — e perciò non dovremo affrontare il costo di oscillatori ad alta precisione e stabilità. In questo consiste il vantaggio della modulazione AM sulla DSB.

Nella modulazione AM non si usa più un mixer ed un oscillatore dal lato di ricezione per effettuare la demodulazione, come avveniva invece con la tecnica DSB. Ora la portante dal lato de*l trasmettitore [con spettro $V_p(f)$] è l'unico segnale ad alta frequenza che viene generato per far funzionare il sistema.*

Possiamo dire che, in fase di trasmissione, il fatto di moltiplicare un segnale di inviluppo $v_i(t)$ [con spettro $V_i(f)$] per il segnale ausiliario chiamato portante $v_p(t)$ [ovvero la portante dal lato del trasmettitore, con spettro $V_p(f)$] equivale, dal punto di vista degli spettri, a traslare verso l'alto lo spettro $V_i(f)$ di una quantità pari ad f_p (frequenza della ***portante in trasmissione****, che ora possiamo chiamare semplicemente portante essendo l'unica presente) ottenendo la USB; inoltre, nel segnale modulato è presente assieme alla USB anche la versione speculare di questo lobo rispetto ad f_p, ossia la LSB. Tutto ciò è assolutamente analogo a quanto avveniva con la modulazione DSB-SC, ma ora ciò che entra nel mixer del trasmettitore non è più $v_m(t)$ bensì abbiamo l'inviluppo $v_i(t)$ il quale contiene una componente continua. Dal punto di vista dello spettro ciò significa che $V_i(f)$ con*tiene una riga spettrale alla frequenza di zero Hertz. Questa riga spettrale nell'origine (a frequenza 0) viene anch'essa traslata verso l'alto di una quantità pari ad f_p ed è per questo motivo che nello spettro del segnale modulato è presente la riga centrale, ovvero la portante, che è di gran lunga l'armonica di maggior potenza fra tutte le altre.

Tutto ciò è visibile nelle figure 21 e 22.

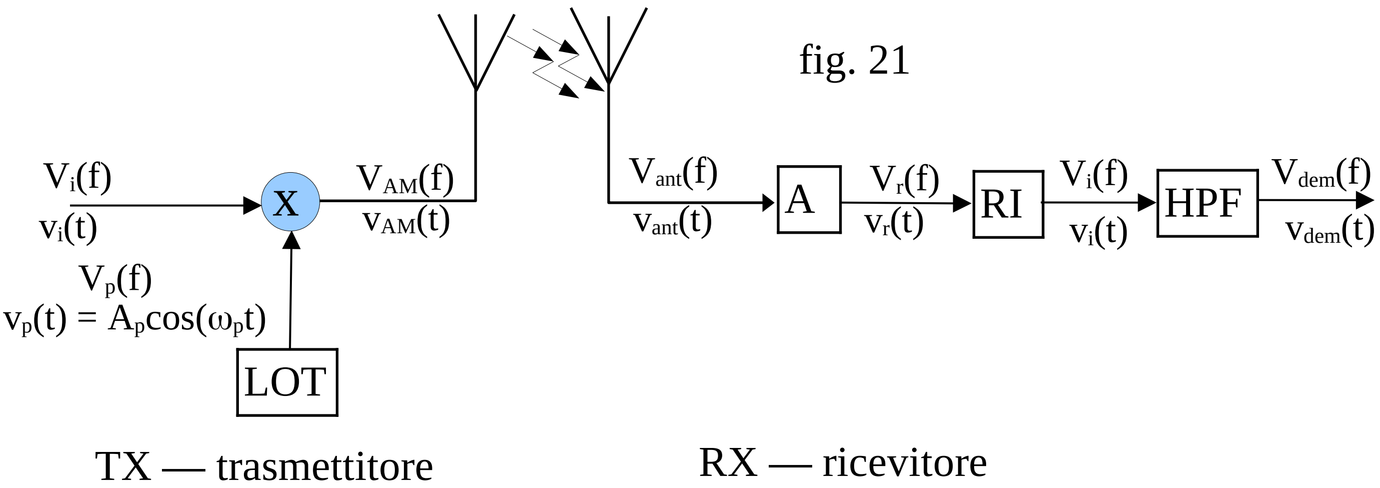


fig. 21

Esaminiamo ora la figura 21, che riporta anche il ricevitore. Ad una certa distanza dall'antenna trasmittente è posta l'antenna ricevente che raccoglie un segnale notevolmente indebolito rispetto a quello del trasmettitore, a causa dell'attenuazione dovuta alla distanza. Per semplificare le cose supponiamo che l'amplificatore compensi perfettamente questa attenuazione, e che di conseguenza il segnale in ingresso al Rivelatore di Inviluppo valga:

$$v_r(t) = v_{AM}(t) \ .$$

Ora il problema consiste nell'estrarre dal segnale AM l'informazione in esso contenuta, ossia $v_m(t)$. Per prima cosa estraiamo l'inviluppo $v_i(t)$ con il Rivelatore di Inviluppo di figura 22.

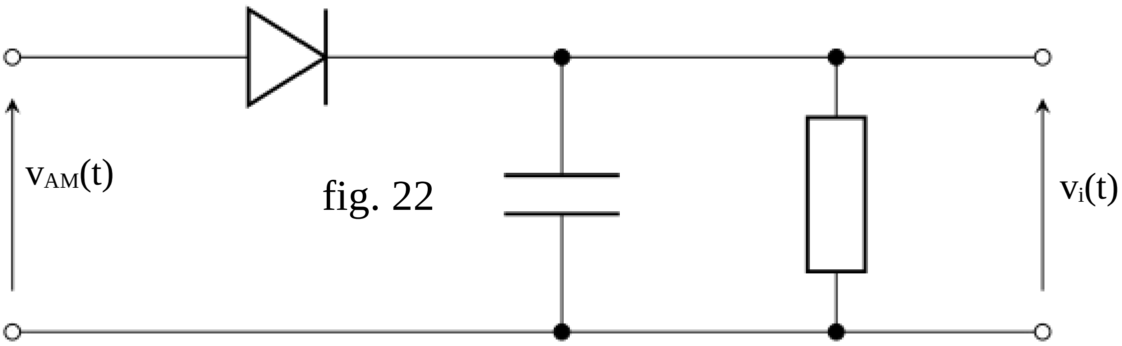
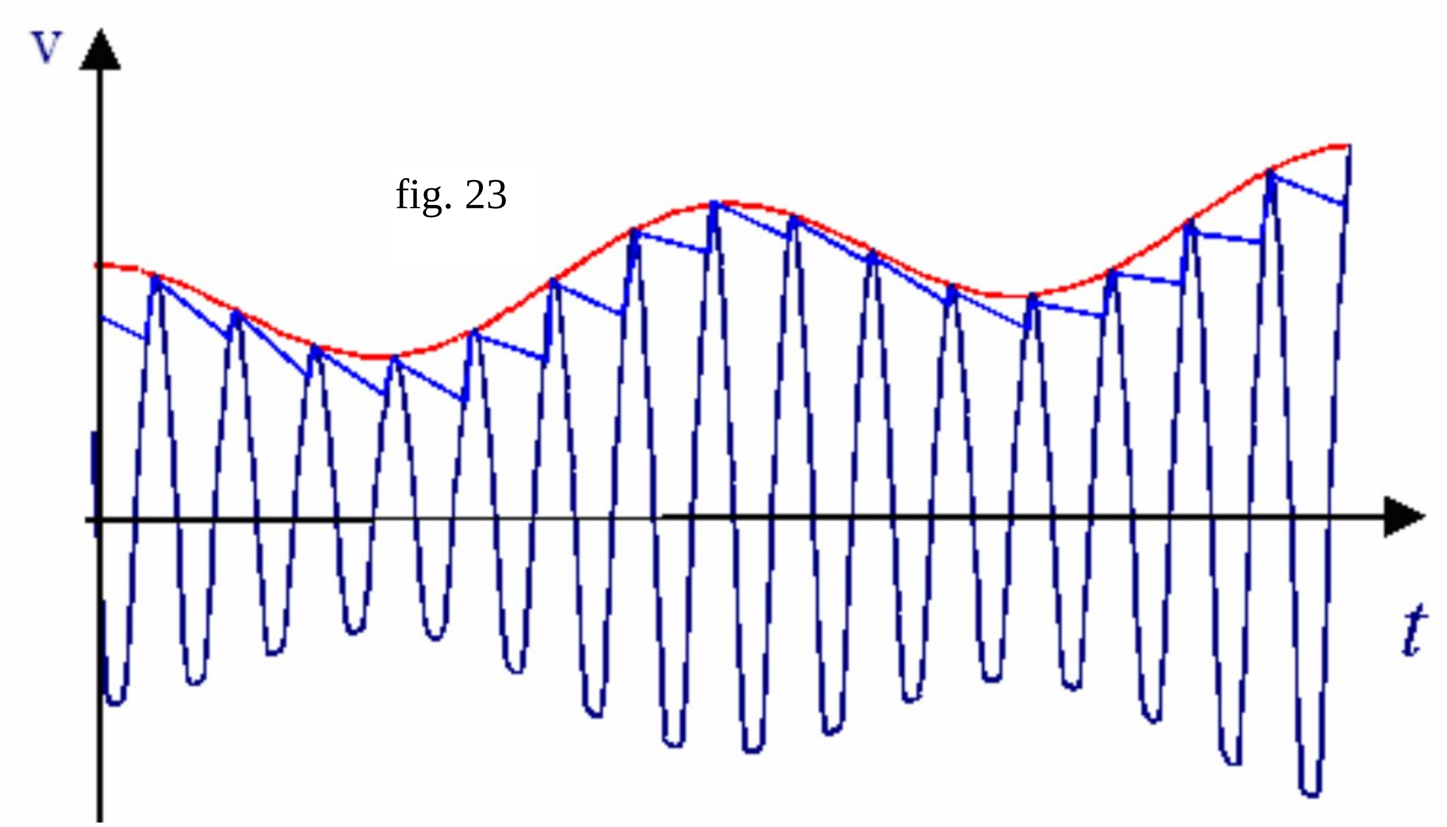


fig. 22

Questo semplice Envelope Detector ED = RI di fatto a partire dal segnale AM permette di ricostruire il segnale in banda base. Quello di figura 22 è il rivelatore a diodo. Il RI viene talvolta chiamato rivelatore di picco. Il suo funzionamento è il seguente: l'uscita del RI sarà formata da tutti i picchi positivi delle semionde del segnale AM, variabili in ampiezza ed aventi frequenza f_p. Il diodo in serie raddrizza il segnale in ingresso, consentendo il flusso di corrente verso il condensatore solo quando il terminale di ingresso positivo ha un potenziale maggiore rispetto alla tensione ai capi del condensatore.

Quindi il segnale che attraversa il diodo viene privato della sua semionda negativa (inviluppo inferiore). L'inviluppo superiore viene rivelato tramite la carica e scarica del condensatore.

Quando il diodo, durante i picchi positivi del segnale modulato AM è polarizzato direttamente, esso conduce fino all'istante in cui il condensatore caricandosi raggiunge il picco della semionda relativa. Il diodo in quell'istante si blocca, perché è polarizzato inversamente (e dunque è interdetto) in quanto il valore della tensione ai capi del condensatore supera il valore della tensione di ingresso. Il condensatore da quell'istante in avanti si scarica sulla resistenza in parallelo, con una costante di tempo τ = RC, finché non giunge un nuovo picco positivo del segnale modulato e il diodo riprende a condurre, ricaricando così il condensatore. Come si vede nella figura 23.



Il segnale d'ingresso al RI —ossia $v_{AM}(t)$— è rappresentato in grigio, mentre il segnale d'uscita —ossia $v_i(t)$— è rappresentato in blu.

Osservando la figura 23 si nota che la tensione di uscita ha una forma simile a quella dell'informazione originaria, ma presenta anche una dentellatura (un ripple, ossia una ondulazione residua) ed una componente continua. La dentellatura (effetto dente di sega) è dovuta alla carica e scarica del condensatore. Essa è una variazione a radiofrequenza della tensione di uscita e viene chiamata tensione di ripple. La spezzata risulta più o meno evidente se la costante di tempo assume valori molto piccoli o molto grandi rispetto al periodo della portante (T_p). Questo significa che se il condensatore si scarica più velocemente (τ piccola rispetto a T_p) tra i due picchi adiacenti del segnale modulato (e quindi la spezzata sarà più marcata), l'inviluppo che si ottiene non approssima in modo accettabile l'informazione originaria. In caso contrario (τ grande rispetto a T_p) il condensatore si scarica sulla resistenza in modo meno veloce approssimando di più il segnale modulato, perchè la spezzata risulta di ampiezza più piccola. Come si può vedere dalla figura 24, dove il segnale rivelato d’uscita è in rosso e si può notare come i suoi picchi seguano con precisione quelli del segnale $v_{AM}(t)$ (in verde). L’ampiezza dell’uscita risente della caduta sul diodo, normalmente inferiore ad un Volt.

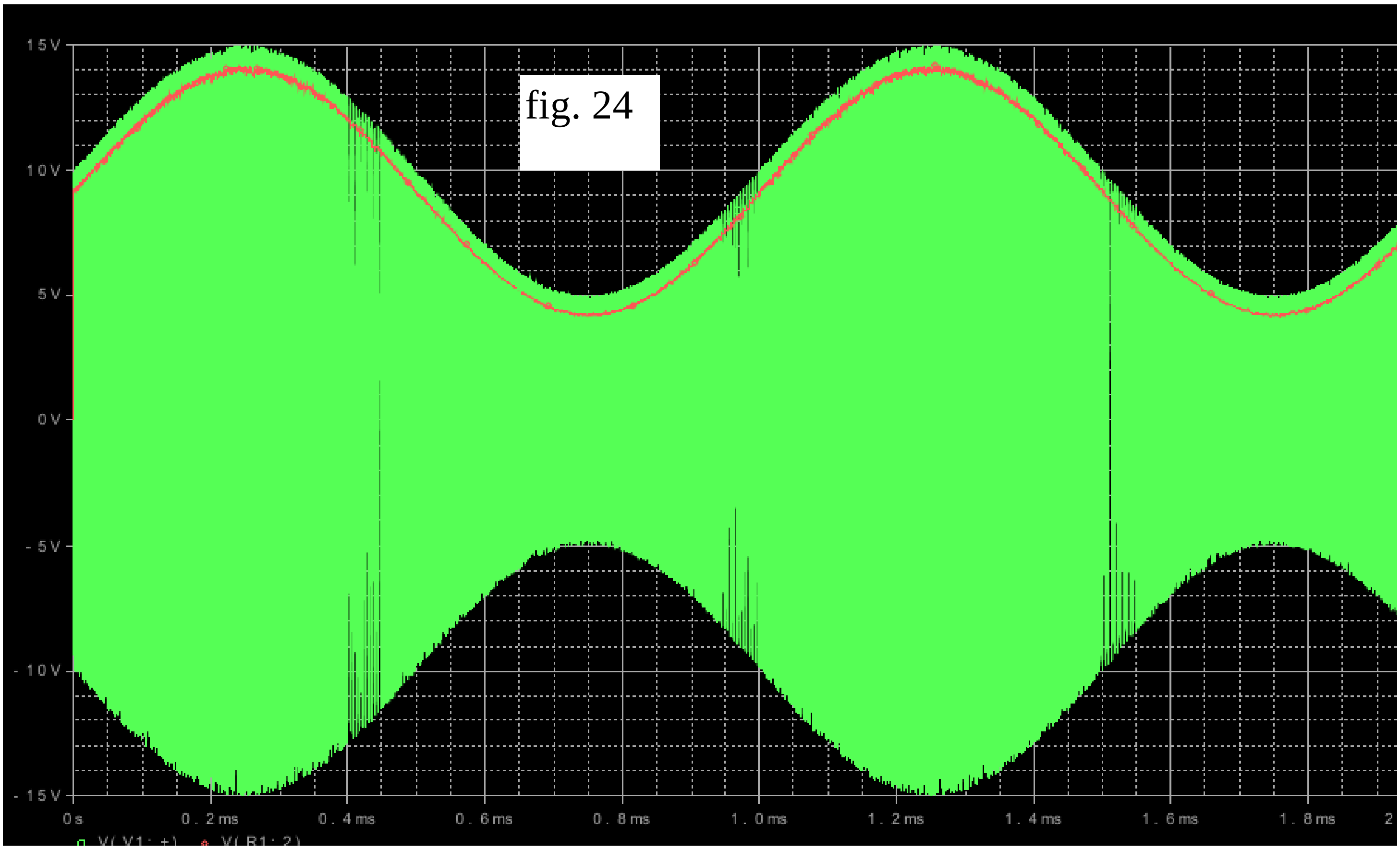


fig. 24

Nell'ultimo caso esiste un limite massimo del valore di τ che non deve mai essere superato.
In altre parole quando la costante di tempo è molto superiore rispetto al periodo della portante e supera un certo valore limite accade che il condensatore non riesce più a scaricarsi con la stessa rapidità con la quale decresce l'inviluppo e quindi non segue quest'ultimo: la legge con la quale decresce la tensione ai capi del condensatore è diversa da quella con cui varia l'inviluppo.
Come si può vedere dalla figura 25 .

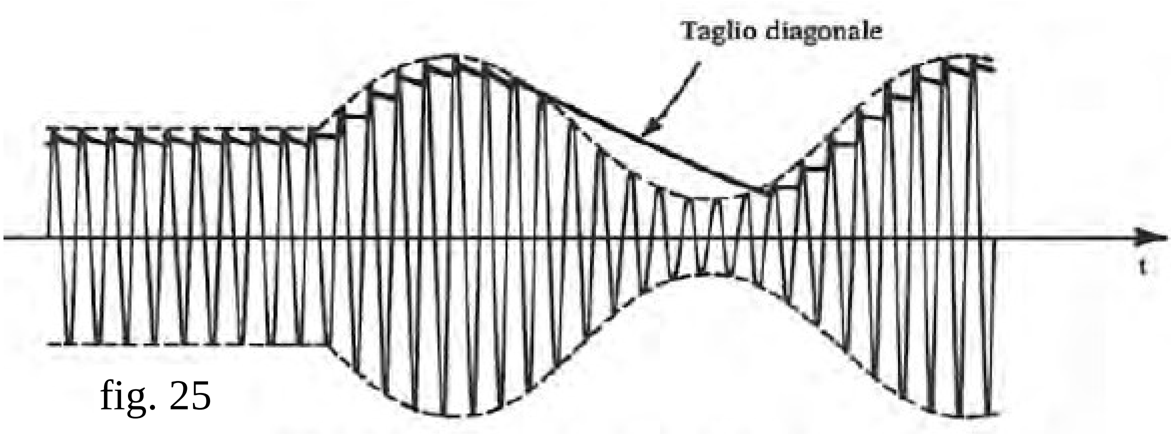


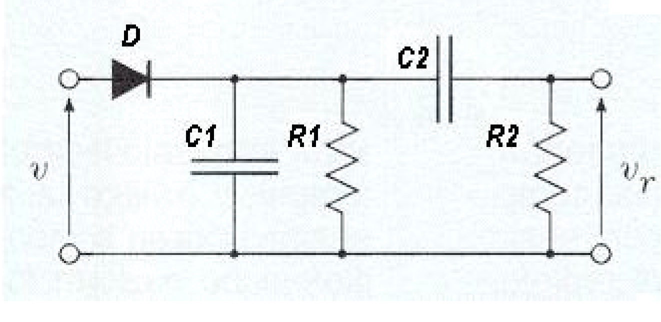
fig. 25

Il segnale così riprodotto è distorto e la distorsione prende il nome di **distorsione di taglio diagonale**. Essa (diagonal clipping) è dovuta al fatto che il diodo rimane interdetto fino all'istante in cui la tensione di uscita riprende l'andamento dell'inviluppo, in quanto i valori istantanei di quest'ultima nell'intervallo suddetto sono maggiori di quelli massimi del segnale modulato. Per evitare quanto sopra occorre sia rispettata la condizione:

$$T_p << \tau << T_m$$

dove T_p è il periodo del segnale portante, T_m è il periodo del segnale modulante, e τ è la costante di tempo del gruppo RC del rivelatore.
Il rivelatore di inviluppo utilizzato nei radioricevitori è realizzato impiegando un circuito più complesso di quello fondamentale riportato in figura 22.

fig. 26



Lo schema completo prevede che il segnale di uscita, presente ai capi del condensatore di figura 22 sia applicato ad un semplice filtro passa—alto (HPF) per filtrare la componente continua, in modo che il valor medio dell'uscita sia nullo. In figura 26 il gruppo R_2C_2 è il filtro HPF. Ora il segnale demodulato in uscita visibile in figura 21 $v_{dem}(t)$ è (quasi) uguale al segnale modulante $v_m(t)$.
Quanto appena descritto è ciò che accade usando come segnale informativo (ossia, modulante) una cosinusoide — ovvero un'unica riga spettrale. Le considerazioni fatte valgono anche nel caso in cui la modulante sia più complessa, ossia abbia per spettro un'intera banda di armoniche come quella di una voce umana.

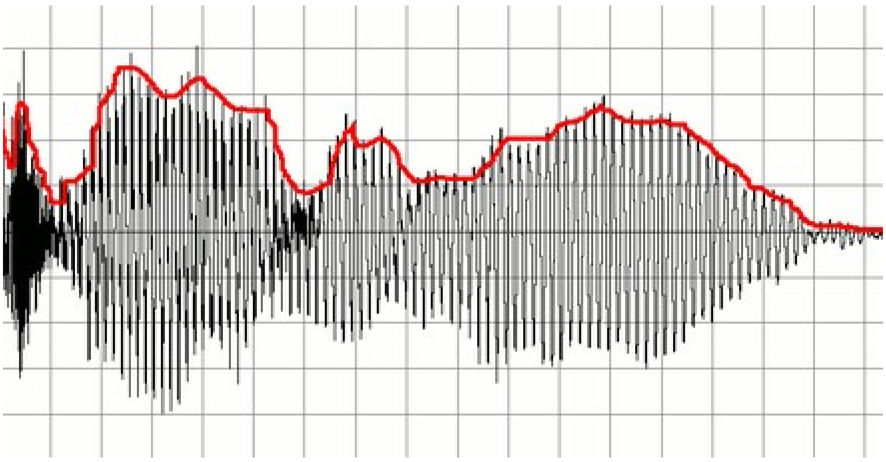
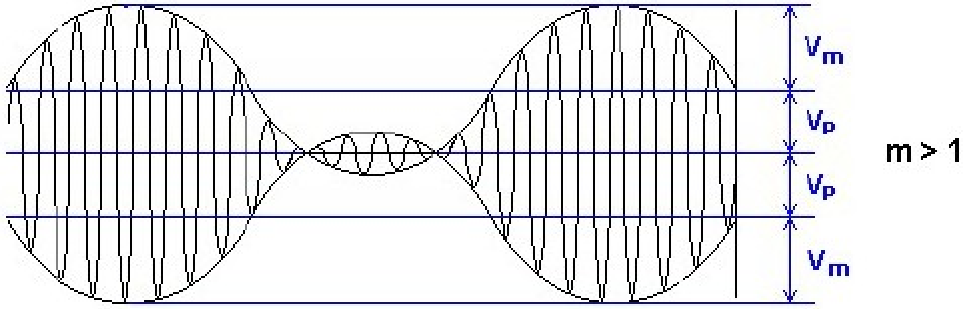


fig. 27

In figura 27 possiamo vedere, in rosso, l'andamento nel dominio del tempo dell'uscita del RI mentre il segnale modulato è in nero. Per togliere la componente continua dal segnale rivelato di inviluppo ovviamente bisognerà applicare il filtro HPF. Nel caso di figura 27 possiamo riottenere correttamente il segnale modulante, dato che l'inviluppo non diventa mai negativo.
Se però ci trovassimo con una ampiezza eccessiva del segnale modulante, come ad esempio si può vedere nella parte in basso della figura 19 (a pag. 31), che cosa accade? Per comodità riportiamo qui la parte della figura 19, che ci interessa.

fig. 19

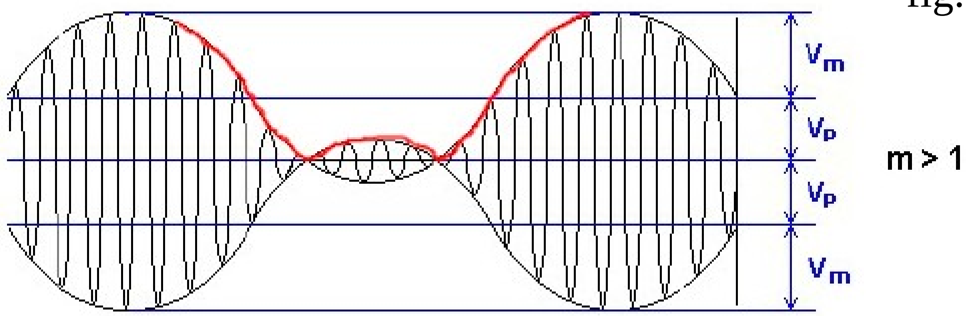


Come si può notare, in questo caso l'indice di modulazione supera l'unità: m > 1 essendo la modulante di ampiezza maggiore rispetto alla portante: $A_m > A_p$

Quali sono le conseguenze? Possiamo vederlo nella figura 28 dove viene riportata in rosso l'uscita del RI.

È evidente che la forma del segnale rivelato è completamente diversa da quella del segnale modulante originario. La distorsione è grave, tanto da causare la perdita dell'informazione.

fig. 28



Perciò in fase di progetto dovremo stare attenti a non avvicinarci al valore m = 1 per evitare il rischio di sovramodulazione.

D'altra parte abbiamo visto che se m = 0.5 il rendimento crolla a valori troppo bassi.

Perciò un compromesso accettabile è quello di mantenere l'indice di modulazione compreso fra 0.7 e 0.8; possiamo anche imporre m= 0.9 a patto di controllare tutti i giorni il comportamento del modulatore. Infatti la variazione delle condizioni ambientali come la temperatura, l'umidità e la tensione di alimentazione possono provocare delle piccole variazioni di m e perciò diventa necessario regolare la sensibilità k del modulatore per impedire che si verifichi la sovramodulazione.

Possiamo concludere che la modulazione DSB-TC = AM presenta diversi inconvenienti, con vantaggi ma anche con svantaggi rispetto alla DSB-SC . La banda occupata è uguale a quella del segnale DSB. Il rendimento energetico è terribilmente peggiore rispetto a quello del segnale DSB. La ricezione è semplice ed economica, dunque adatta nel caso si vogliano vendere milioni di ricevitori.

ALLOCAZIONE EMITTENTI IN AM

Il servizio AM è regolato da norme nazionali ed internazionali. La banda totale occupabile (in onde medie) si estende da una frequenza minima di 535KHz fino ad una frequenza massima di 1605KHz ed all'interno di questo intervallo ciascuna emittente può occupare una banda netta fino ad un massimo di 9KHz mentre alla stessa è riservata una banda lorda di 10KHz .

Perciò su di uno stesso territorio possono coesistere al massimo 107 emittenti senza che si disturbino a vicenda.

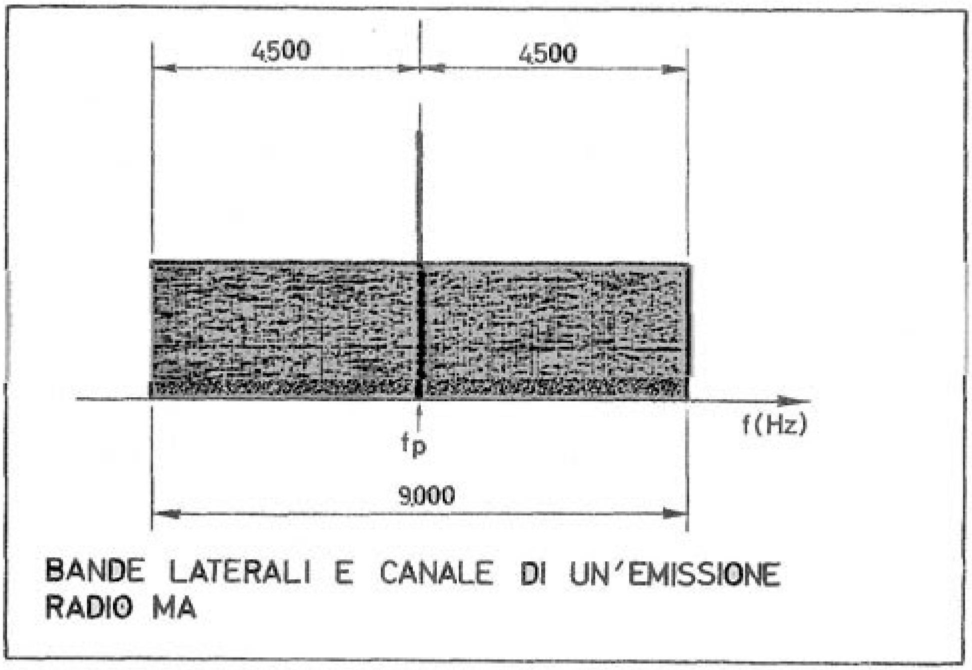


fig. 29

Come si può vedere dalla figura 29, la massima frequenza del segnale modulante deve essere contenuta entro 4.5 KHz .

Il Ministero delle Telecomunicazioni, su richiesta, assegna una frequenza portante fra quelle disponibili. Le frequenze portanti sono distanziate fra di loro di 10 KHz ossia del passo di canalizzazione. In tal modo ogni emittente è protetta da eventuali disturbi provocati da altre emittenti contigue in frequenza. Infatti esiste una GB (Banda di Guardia) di 500Hz sia sul margine superiore della USB che sul margine inferiore della LSB .