

ĐỀ THI CA 1

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được sử dụng bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Không sử dụng các tài liệu khác.

Câu 1 (2đ): Hai vợ chồng chị Lan đã mời 4 cặp vợ chồng là các bạn bè thân thiết tới nhà chơi. Giả sử tất cả 10 người ngồi một cách ngẫu nhiên vào một bàn dài.

- Tính xác suất 2 vợ chồng chị Lan ngồi cạnh nhau.
- Tính xác suất để không có người chồng nào được ngồi cạnh vợ mình.

Câu 2: (2đ) Một cái cầu bắc qua một con sông có ba trụ đỡ, hai trụ ở hai đầu cầu và một trụ ở chính giữa cầu. Giả sử trong thời hạn xác định, độ lún của 2 trụ đầu cầu và trụ giữa cầu là các biến ngẫu nhiên độc lập, cùng có dạng phân phối chuẩn với kỳ vọng lần lượt là: 3 cm ; 3 cm; 5 cm và độ lệch chuẩn lần lượt là : 1 cm; 1 cm; 1,5 cm.

- Tính xác suất xảy ra trường hợp độ lún lớn nhất của 3 trụ cầu vượt quá 7.5cm.
- Xác định độ lún tối đa của trụ giữa, đó là độ lún mà các kỹ sư đã thiết kế để đảm bảo xác suất trụ giữa bị lún qua mức này không vượt quá 0.0001.

Câu 3 (1,5đ): Người ta khảo sát trọng lượng của các trái dưa vừa được thu hoạch ở một trang trại. Số liệu mẫu thu được dưới đây:

Cân nặng (kg)	1 -1,1	1,1- 1,2	1,2– 1,3	1,3 -1,4	1,4–1,5	1,5 -1,6
Số trái	8	21	35	38	18	10

Với mức ý nghĩa 1%, có thể coi trọng lượng các trái dưa tuân theo quy luật phân phối chuẩn hay không?

Câu 4 (4,5đ):

Người ta tiến hành đo đường kính X (cm) và chiều cao Y (m) cho các cây cùng loại và cùng độ tuổi được trồng trong một khu rừng để đánh giá hiệu quả của việc cải tiến phương pháp chăm sóc cây. Những cây có đường kính từ 26 cm và chiều cao từ 7 m trở lên được coi như cây loại 1. Dưới đây là số đo của 120 cây được lựa chọn ngẫu nhiên.

$Y(m)$ $X (cm)$	5	6	7	8	9
20	1	3			
22	4	8	6		
24		6	21	8	
26		7	26	8	
28			6	12	4

- Hãy ước lượng chiều cao trung bình của các cây có đường kính 28 cm với độ tin cậy 99%.
- Nếu muốn khoảng ước lượng cho tỉ lệ cây loại I trong rừng có độ dài là 0,14 và độ tin cậy là 99% thì người ta cần khảo sát thêm bao nhiêu cây nữa?
- Theo một tài liệu nghiên cứu về sự sinh trưởng của cây thì ở độ tuổi này, với điều kiện chăm sóc truyền thống thì đường kính trung bình của cây là 24 cm. Với mức ý nghĩa 3%, chúng ta có thể nói rằng việc cải tiến phương pháp chăm sóc cây đã đem lại hiệu quả so với trước đây hay không?
- Hãy so sánh tỉ lệ cây loại I ở khu rừng này với tỉ lệ cây loại I ở khu rừng bên cạnh và kết luận với mức ý nghĩa 5%; biết rằng trong một mẫu 60 cây ở khu rừng bên cạnh có 26 cây loại I.

GV TỔNG HỢP ĐỀ

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

TS. NGUYỄN TIẾN DŨNG

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2đ = 0,5đ + 1,5đ)

Xác suất để 2 người A, B ngồi cạnh nhau theo 1 cái bàn dài có n người là $p = \frac{2(n-1)!}{n!} = \frac{2}{n}$

a) Xác suất để 2 vợ chồng chị Lan ngồi cạnh nhau $= \frac{2}{10}$

b) A_i là biến cố cặp vợ chồng thứ i ngồi cạnh nhau, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Xác suất cần tìm:

$$\begin{aligned} &= 1 - P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5) \\ &= 1 - \left[\sum_{i=1}^5 P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) - \sum_{i < j < k < l} P(A_i A_j A_k A_l) + P(A_1 A_2 A_3 A_4 A_5) \right] \\ &= 1 - \left[C_5^1 \cdot \frac{2}{10} - C_5^2 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{9} + C_5^3 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{8} - C_5^4 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{6} \right] = \frac{47}{135} \end{aligned}$$

Câu 2: (2đ = 1đ + 1đ)

$X_1; X_2; X_3$ là các biến ngẫu nhiên chỉ độ lún của các trụ cầu, lần lượt theo thứ tự đã nêu trong bài.

a) Xác suất cần tìm $= P(\max\{X_1; X_2; X_3\} > 7,5) = 1 - P(\max\{X_1; X_2; X_3\} \leq 7,5)$
 $= 1 - P(X_1 \leq 7,5) \times P(X_2 \leq 7,5) \times P(X_3 \leq 7,5)$ do các X_i độc lập
 $= 1 - [\Phi\left(\frac{7,5-3}{1}\right) + 0,5] \times [\Phi\left(\frac{7,5-3}{1}\right) + 0,5] \times [\Phi\left(\frac{7,5-5}{1,5}\right) + 0,5]$
 $= 1 - 1 \times 1 \times 0,95221 = 0,04779$

b) Tìm giá trị a để $P(X_3 > a) = 0,0001 \Leftrightarrow 0,5 - \Phi\left(\frac{a-5}{1,5}\right) = 0,0001$; dẫn đến $a = 10,57$

hoặc $a = 10,58; a = 10,59$.

Câu 3: (1,5đ)

H_0 : Trọng lượng trái dưa tuân theo phân phối chuẩn $N(a; \sigma^2)$.

$$\bar{x} \approx 1,3015; \quad \sigma \approx s^{\wedge} = 0,1296$$

H_1 : Trọng lượng trái dưa không tuân theo phân phối chuẩn $N(a; \sigma^2)$.

Miền bác bỏ $W = (11,34; +\infty)$.

Khoảng $(\alpha; \beta)$	Pi	Ei = n*pi	Oi	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
-oo 1,1	0,06	7,80	8	0,005034538
1,1 1,2	0,1567	20,37	21	0,019237439
1,2 1,3	0,2785	36,21	35	0,040352917
1,3 1,4	0,281	36,53	38	0,059521207
1,4 1,5	0,1609	20,91	18	0,405926723
1,5 +oo	0,0629	8,18	10	0,40678414
1			130	0,936857

TCKĐ: $\chi^2_{qs} = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 0,9369 \notin W$ nên chưa bác bỏ được H_0 .

Có thể coi trọng lượng các trái dưa tuân theo phân phối chuẩn.

Câu 4: (4,5 đ = 1đ + 1đ + 1,5đ + 1đ)

- a) (1đ) Viết lại số liệu mẫu cho chiều cao của các cây có đường kính 28 cm:

y_i	7	8	9
n_i	6	12	4

$$n = 22; \quad \bar{y} = 7,9091; \quad s = 0,6838$$

KUL:

$$\bar{y} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 7,9091 \pm 2,831 \times \frac{0,6838}{\sqrt{22}} = 7,9091 \pm 0,4127 = (7,4964; 8,3218)$$

- b) (1đ) Giả thiết $2 \times \varepsilon = 0,14 \Rightarrow \varepsilon = 0,07 \quad f = \frac{56}{120}$

$$\varepsilon = \frac{z_{\alpha} \sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{z_{\alpha} \sqrt{f(1-f)}}{\varepsilon} \right)^2 = \left(\frac{2,58 \times \sqrt{\frac{56}{120} \left(1 - \frac{56}{120}\right)}}{0,07} \right)^2 = 338,1029$$

Chọn $n = 339$. Cần phải khảo sát thêm $339 - 120 = 219$ cây nữa.

- c) (1,5đ) $n = 120; \quad \bar{x} = 24,9833; \quad s = 2,1222$

Gọi a là đường kính trung bình của lúa cây hiện tại

Cách 1: Giả thiết $H_0: a = 24$

Giả thiết $H_1: a \neq 24$

$$z_{\alpha} = 2,17$$

$$\text{TCKĐ: } z_{qs} = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{24,9833 - 24}{2,1222} \sqrt{120} = 5,0758$$

Do $|z_{qs}| > z_{\alpha}$ nên bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

Đồng thời do $\bar{x} > 24$ nên xem như đường kính trung bình của các cây đã tăng...

Cách 2:

Giả thiết $H_0: a = 24$

Giả thiết $H_1: a > 24$

Miền bác bỏ $W = (1,88; +\infty)$

$$\text{TCKĐ: } z_{qs} = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = \frac{24,9833 - 24}{2,1222} \sqrt{120} = 5,0758$$

Do z_{qs} thuộc M_{bb} nên bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .

Đường kính trung bình của các cây đã tăng...

- d) (1đ) $n = 200; \quad \bar{y} = 3,225; \quad s = 1,7593$

Gọi $p_1; p_2$ lần lượt là tỉ lệ cây loại I ở khu rừng này và khu rừng bên cạnh.

Gtkđ $H_0: p_1 = p_2$

Gtkđ $H_1: p_1 \neq p_2$

$$z_{\alpha} = 1,96$$

TCKĐ:

$$z_{qs} = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{\bar{f}(1-\bar{f})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\frac{56}{120} - \frac{26}{60}}{\sqrt{\frac{82}{180}\left(1 - \frac{82}{180}\right)\left(\frac{1}{120} + \frac{1}{60}\right)}} = 0,4233$$

Do $|z_{qs}| < 1,96$ nên ta chưa bác bỏ được H_0 .

Có thể nói tỷ lệ cây loại I ở 2 khu rừng là như nhau.

Phụ lục đề thi theo Chuẩn đầu ra môn học CDIO

Nội dung trên đề thi	Nội dung tương ứng chuẩn đầu ra môn học	
Câu 1	Có khả năng phân tích bài toán xác suất, vận dụng các công thức xác suất để giải.	LO.2.1
Câu 2	Có khả năng phân tích bài toán về các dạng phân phối xác suất, vận dụng các công thức để giải.	LO.2.1
Câu 3	Nhận dạng bài toán kiểm định phi tham số và vận dụng công thức, tính toán. Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.1.3 LO.2.3
Câu 4a)	Nhận dạng và giải bài toán ước lượng tham số. Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.1.3 LO.2.3
Câu 4b)	Nhận dạng và giải bài toán ước lượng tham số. Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.1.3 LO.2.3
Câu 4c)	Nhận dạng và giải bài toán kiểm định tham số. Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.1.3 LO.2.3
Câu 4d)	Nhận dạng và giải bài toán kiểm định tham số. Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.1.3 LO.2.3