

ĐỀ THI CA 2

- Đề thi gồm 2 trang A4.
- Thí sinh được sử dụng bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Không sử dụng các tài liệu khác.

Câu 1 (2đ): Hai vợ chồng anh Hải đã mời 3 cặp vợ chồng là các bạn bè thân thiết tới nhà chơi. Giả sử tất cả 8 người ngồi một cách ngẫu nhiên quanh một bàn tròn.

- a) Tính xác suất 2 vợ chồng anh Hải ngồi cạnh nhau.
- b) Tính xác suất để không có người chồng nào được ngồi cạnh vợ mình.

Câu 2: (2đ) Một công ty nhập về 2200 thùng đựng bóng đèn trang trí, mỗi thùng chứa 120 bóng. Người ta biết rằng số bóng hỏng trong các thùng là độc lập với nhau và số bóng hỏng X trong mỗi thùng tuân theo phân phối Poisson với kỳ vọng là 0,8.

- a) Tính xác suất một thùng bóng đèn bị hỏng mất 3 bóng.
- b) Tìm xác suất trong những thùng đã nhập có ít nhất 1000 thùng hàng không có bóng đèn nào hư.

Câu 3: (3đ): Khi khảo sát chiều dài của cùng một loại chi tiết do phân xưởng A sản xuất, người ta thu được mẫu sau:

Chiều dài chi tiết (mm)	62-63	63-64	64-65	65-66	66-67	67-68
Số chi tiết tương ứng	12	33	70	57	48	10

Các chi tiết đạt chuẩn là các chi tiết có chiều dài trong khoảng từ 63 đến 67 (mm).

- a) Với độ tin cậy 98%, hãy tìm khoảng ước lượng cho số chi tiết đạt chuẩn trong kho chứa 5000 sản phẩm cùng loại của phân xưởng A.
- b) Với mức ý nghĩa 5%, có thể kết luận rằng chiều dài trung bình của các chi tiết đạt chuẩn do phân xưởng A sản xuất là 65 mm hay không?
- c) Trước đây, tỉ lệ chi tiết đạt chuẩn của phân xưởng A chiếm 85%. Số liệu mẫu trên được khảo sát sau khi phân xưởng áp dụng cải tiến quy trình sản xuất. Với mức ý nghĩa 2%, có thể xem như việc cải tiến đã làm tăng tỉ lệ chi tiết đạt chuẩn hay không?

Câu 4: (1,5đ): Người ta khảo sát chiều cao của một loại cây sau ba tháng tuổi. Số liệu mẫu thu được như dưới đây:

Chiều cao (cm)	14 - 16	16 - 18	18 - 20	20 - 22	22 - 24	24 - 26
Số cây	4	26	25	28	10	7

Với mức ý nghĩa 1%, có thể coi chiều cao loại cây này tuân theo quy luật phân phối chuẩn hay không?

Câu 5 (1,5đ): Dưới đây là 2 bảng số liệu thu được khi người ta khảo sát điểm thi môn toán của học sinh khối 8 ở hai trường trung học cơ sở.

Trường A:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	4	12	15	6	2

Trường B:

Điểm	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	1	2	5	9	18	6	1

Với mức ý nghĩa 5%, hãy xét xem điểm thi trung bình môn toán của học sinh lớp 8 ở 2 trường trên có thực sự khác nhau hay không ?

GV TỔNG HỢP ĐỀ

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

TS. NGUYỄN TIẾN DŨNG

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2đ) Xác suất để 2 người A,B ngồi cạnh nhau quanh 1 cái bàn tròn có n người là

$$p = \frac{2(n-2)! + 2(n-1)!}{n!} = \frac{2}{n-1}$$

a) Xác suất để 2 vợ chồng chị Lan ngồi cạnh nhau $= \frac{2}{7}$

b) A_i là biến cố cặp vợ chồng thứ i ngồi cạnh nhau, $i = 1, 2, 3, 4$. Xác suất cần tìm:

$$\begin{aligned} &= 1 - P(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) \\ &= 1 - \left[\sum_{i=1}^4 P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) - P(A_1 A_2 A_3 A_4) \right] \\ &= 1 - \left[C_4^1 \cdot \frac{2}{7} - C_4^2 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{6} + C_4^3 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} - \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{4} \right] \\ &= 1 - \left[\frac{8}{7} - \frac{4}{7} + \frac{16}{105} - \frac{2}{105} \right] = \frac{31}{105} \end{aligned}$$

Câu 2: (2đ = 0,5 đ + 1,5 đ)

$$X \sim P(\lambda = 0,8) .$$

a) $P(X=3) = \frac{e^{-0,8} \cdot 0,8^3}{3!} = 0,0383$

b) $P(X=0) = e^{-0,8} = 0,4493 = p$

Gọi Y là số thùng không có bóng hư trong 2200 thùng. $Y \sim B(n = 2200; p = 0,4493)$

$$\Rightarrow Y \sim N(a = np; \sigma^2 = npq)$$

Do đó $P(1000 \leq Y \leq 2200)$

$$= \Phi\left(\frac{2200 - 2200 \cdot 0,4493}{\sqrt{2200 \cdot 0,4493 \cdot (1 - 0,4493)}}\right) - \Phi\left(\frac{1000 - 2200 \cdot 0,4493}{\sqrt{2200 \cdot 0,4493 \cdot (1 - 0,4493)}}\right) \approx 0,3114$$

Câu 3: (3đ = 1đ + 1đ + 1đ)

a) $n = 230$ $f = 208/230 = 0,9043$

$$\varepsilon = \frac{z_\alpha \cdot \sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} = \frac{2,33 \cdot \sqrt{\frac{208}{230} \left(1 - \frac{208}{230}\right)}}{\sqrt{230}} = 0,0452$$

KƯL cho tỉ lệ các chi tiết đạt chuẩn trong kho là $(f - \varepsilon; f + \varepsilon) = (0,8592; 0,9495)$

KƯL cho số chi tiết đạt chuẩn trong kho là $(4296; 4748)$

b) Viết lại số liệu mẫu chỉ cho các chi tiết đạt chuẩn:

x_i	63,5	64,5	65,5	66,5
n_i	33	70	57	48

$$n = 208 \quad \bar{x} = 65,0769 \quad s = 1,0138$$

Gọi a là chiều dài trung bình các chi tiết đạt chuẩn

GTKĐ $H_0: a = 65$

GTĐ $H_1: a \neq 65$

$$z_\alpha = 1,96$$

$$z_{qs} = \frac{\bar{x} - a_0}{s} \sqrt{n} = 1,0943 . \text{ Do } |z_{qs}| < z_\alpha \text{ nên chưa bác bỏ được } H_0.$$

Có thể xem như chiều dài trung bình của các chi tiết đạt chuẩn là 65 mm.

c) Kí hiệu p là tỉ lệ chi tiết đạt chuẩn của phân xưởng thời điểm hiện tại.

Cách 1:

Giả thiết kđ: $H_0: p = 85\%$
 Gt đối: $H_1: p \neq 85\%$
 $z_\alpha = 2,33$

$$\text{TCKĐ: } z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{208}{230} - 0,85}{\sqrt{0,85(1-0,85)}} \sqrt{230} = 2,3083$$

Do $|z_{qs}| < z_\alpha$ nên chưa bác bỏ được H_0 .
 Chưa thể nói việc cải tiến làm tăng tỉ lệ chi tiết đạt chuẩn.

Cách 2:

Giả thiết kđ: $H_0: p = 85\%$
 Gt đối: $H_1: p > 85\%$
 Miền bác bỏ $W = (2,05; +\infty)$

$$\text{TCKĐ: } z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{\frac{208}{230} - 0,85}{\sqrt{0,85(1-0,85)}} \sqrt{230} = 2,3083$$

Do $z_{qs} \in W$ nên bác bỏ H_0 , chấp nhận H_1 .
 Có thể nói việc cải tiến đã làm tăng tỉ lệ chi tiết đạt chuẩn.

Câu 4: (1,5 đ)

H_0 : Chiều cao của loại cây này tuân theo phân phối chuẩn $N(a; \sigma^2)$.

$$a \approx \bar{x} = 19,7; \quad \sigma \approx s^\wedge = 2,5357$$

H_1 : Chiều cao của loại cây này không tuân theo phân phối chuẩn $N(a; \sigma^2)$.

Miền bác bỏ $W = (11,34; +\infty)$.

Khoảng $(\alpha; \beta)$	π_i	$E_i = n \cdot \pi_i$	O_i	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
-oo 16	0,0723	7,23	4	1,440477816
16 18	0,179	17,90	26	3,661684963
18 20	0,2958	29,58	25	0,708901062
20 22	0,2707	27,07	28	0,03183494
22 24	0,1372	13,72	10	1,009984137
24 +oo	0,045	4,50	7	1,393694565
1			100	8,246577

$$\text{TCKĐ: } \chi^2_{qs} = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = 8,2466 \notin W \text{ nên chưa bác bỏ được } H_0.$$

Có thể coi chiều cao loại cây này tuân theo phân phối chuẩn.

Câu 5: (1,5 đ)

$$\begin{array}{lll} n_1 = 41 & \bar{x}_1 = 7,6098 & s_1 = 1,1593 \\ n_2 = 42 & \bar{x}_2 = 7,5 & s_2 = 1,2347 \end{array}$$

Gtđ H_0 : Điểm trung bình môn toán của HS lớp 8 ở hai trường là bằng nhau.

Gtđ H_1 : Điểm trung bình môn toán của HS lớp 8 ở hai trường là khác nhau.

$$z_\alpha = 1,96$$

$$\text{TCKĐ: } z_{qs} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = 0,4176$$

Do $|z_{qs}| < z_\alpha$ nên chưa bác bỏ được H_0 .

Phụ lục đề thi theo Chuẩn đầu ra môn học CDIO

Nội dung trên đề thi	Nội dung tương ứng chuẩn đầu ra môn học	
Câu 1	Có khả năng phân tích bài toán xác suất, vận dụng các công thức xác suất để giải.	LO.2.1
Câu 2	Có khả năng phân tích bài toán về các dạng phân phối xác suất, vận dụng các công thức để giải.	LO.2.1
Câu 3a)	Nhận dạng giải bài toán ước lượng tham số.	LO.1.3
	Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.2.3
Câu 3b)	Nhận dạng và giải bài toán kiểm định tham số.	LO.1.3
	Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.2.3
Câu 3c)	Nhận dạng và giải bài toán kiểm định tham số.	LO.1.3
	Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.2.3
Câu 4	Nhận dạng bài toán kiểm định phi tham số và vận dụng công thức, tính toán.	LO.1.3
	Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.2.3
Câu 5	Nhận dạng và giải bài toán kiểm định tham số.	LO.1.3
	Biết sử dụng chức năng thống kê trong MTBT.	LO.2.3