Michał Ferdzyn *242383*
Artur Grzybek *242399*

Rok akademicki *2022/23*
wtorek, 10.30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie *3* – metoda interpolacji *Newtona na węzłach Czebyszewa*

Opis rozwiązania

Interpolacja polega na wyznaczeniu przybliżonych wartości funkcji f w punktach różnych od węzłów interpolacji. W tym celu znajduje się pewną funkcję interpolującą, która w węzłach interpolacji przyjmuje odpowiednie wartości.

Działanie programu

1. Użytkownik wybiera jedną z dostępnych funkcji.
2. Wybiera przedział interpolacji.
3. Pobiera ilość węzłów Czebyszewa, których wzór to:

$$x_n = cos\left(\frac{2k+1}{2n+1}\pi\right)$$, gdzie k=0,1,2,..n

   -węzły Czebyszewa są określone na przedziale [-1,1], zatem interpolują funkcję w przedziale [a,b].

4. Sortujemy węzły Czebyszewa i odpowiadające im wartości.
5. Tworzymy tabelę różnic dzielonych, czyli obliczamy wartości $f[x_0,\ldots x_k]$ dla k =0,1, … n-1.
6. Wyznaczamy wielomian interpolacyjny w postaci ilorazu różnicowego:

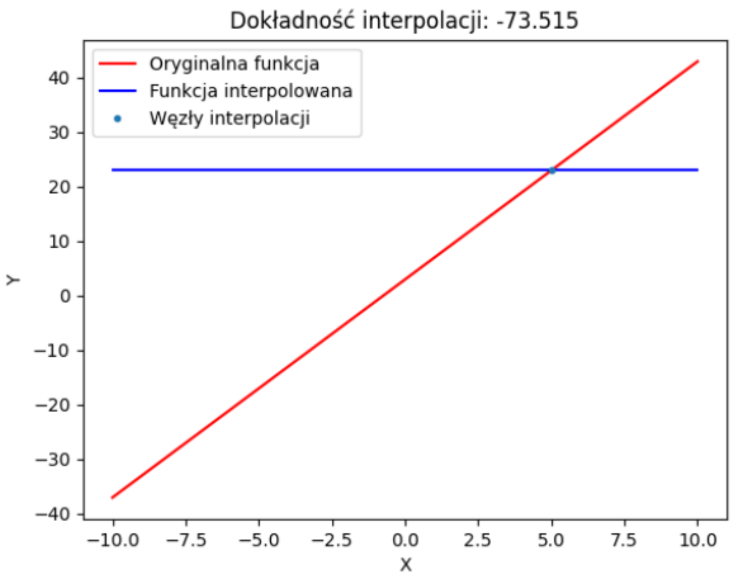
$$p(x) = f[x_0] + f[x_0,x_1] + f[x_0,x_1,x_2](x-x_1) + \ldots + f[x_0,x_1,\ldots,x_{n-1}](x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})$$

7. Zwracamy wielomian interpolacyjny p(x).

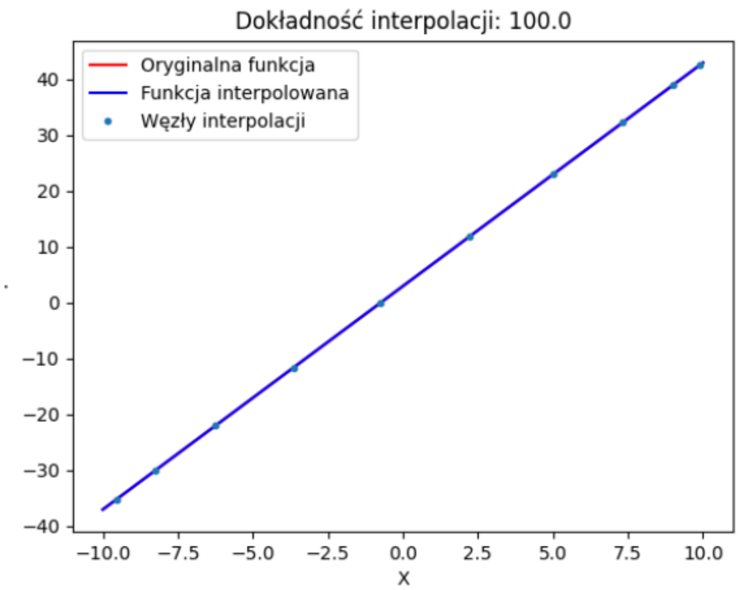
Wyniki

a) Wzór funkcji: **f(x) = 4x + 3** na przedziale [-10,10]

Wykres dla **jednego węzła** interpolacyjnego:

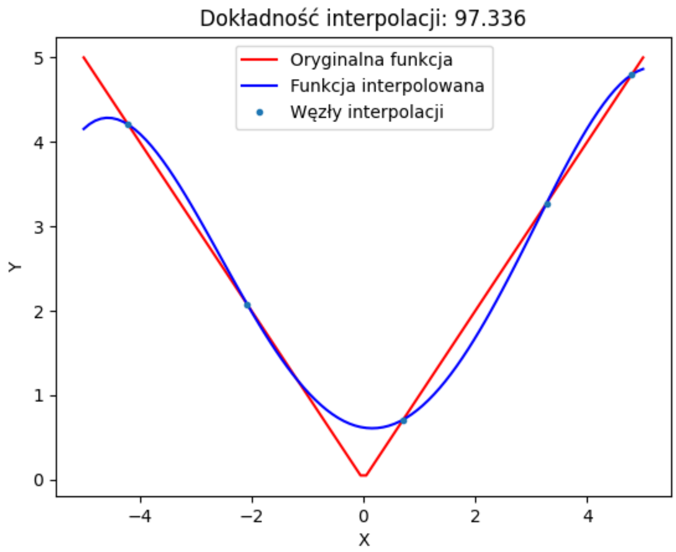


Wykres dla **10 węzłów** interpolacyjnych:

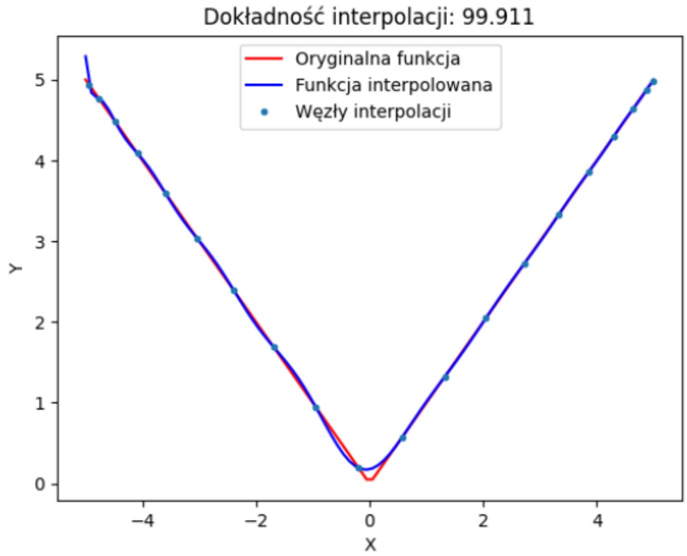


b) Wzór funkcji: **f(x) = |x|** na przedziale [-5,5]

Wykres dla **5 węzłów** interpolacyjnych:

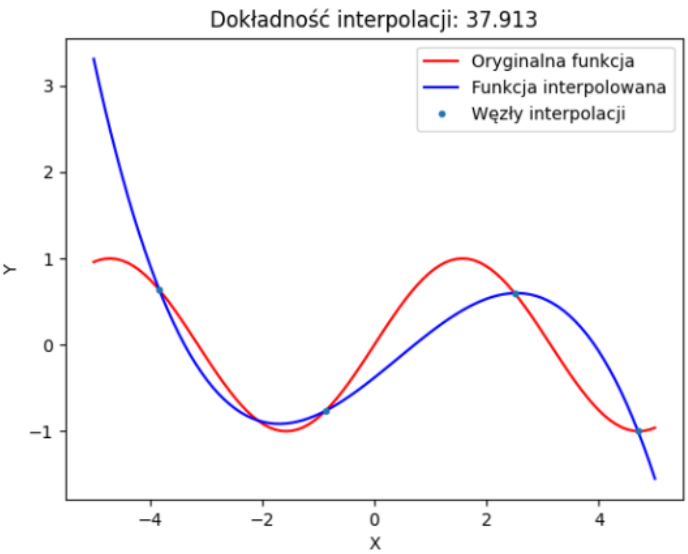


Wykres dla **20 węzłów** interpolacyjnych:

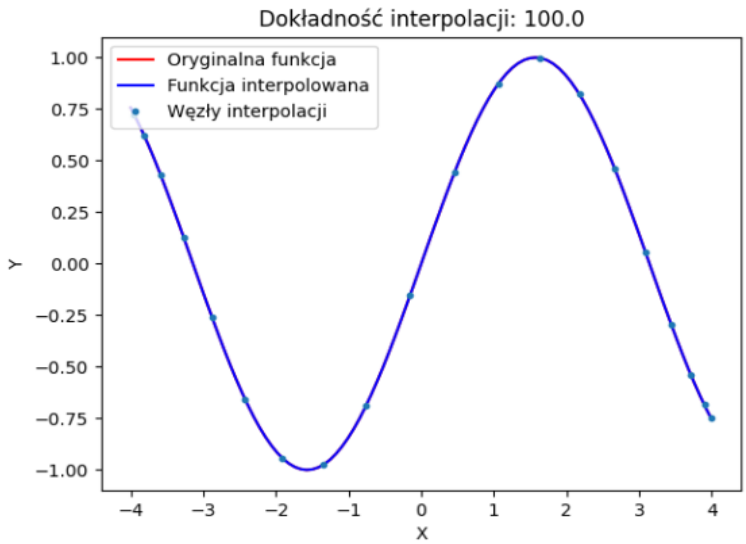


c) Wzór funkcji: **f(x) = sin(x)** na przedziale [-5,5]

Wykres dla **4 węzłów** interpolacyjnych:

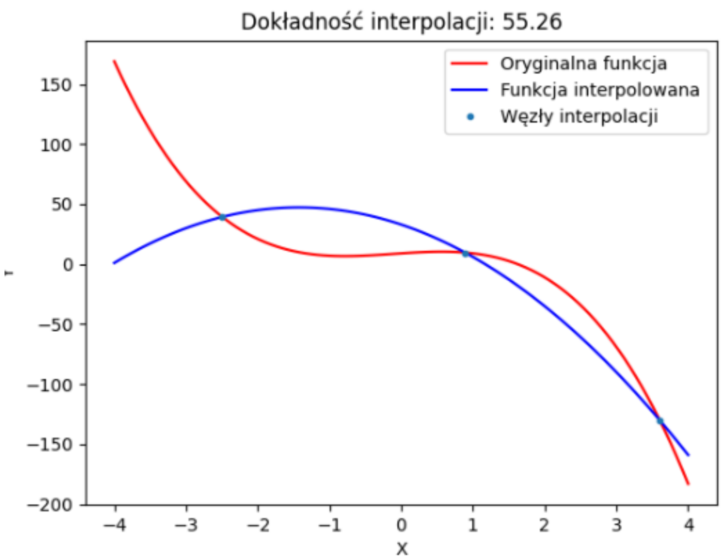


Wykres dla **20 węzłów** interpolacyjnych:

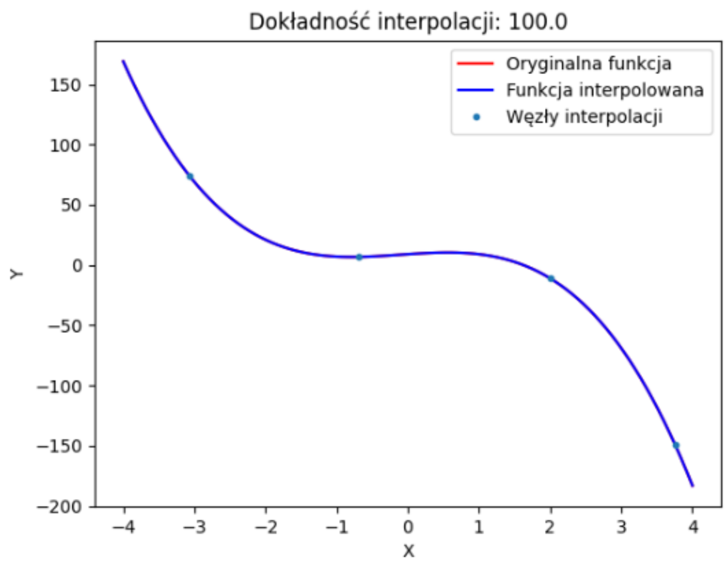


d) Wzór funkcji: **f(x) = $-3x^3 - x^2 + 4x + 9$** na przedziale [-4,4]

Wykres dla **3 węzłów** interpolacyjnych:

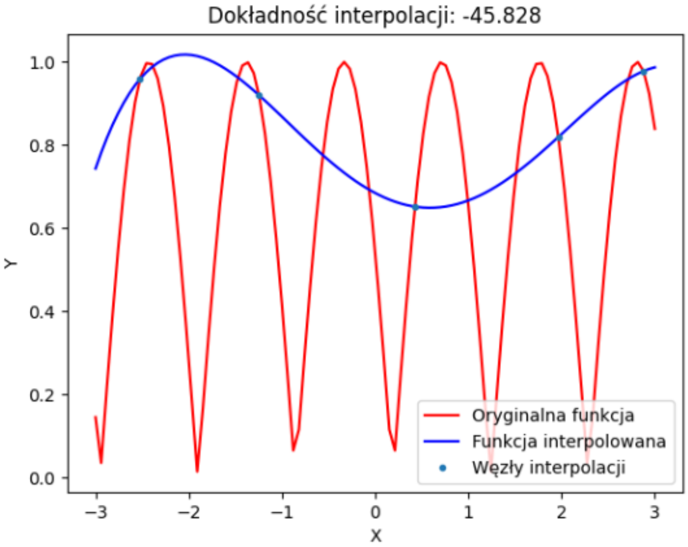


Wykres dla **4 węzłów** interpolacyjnych:

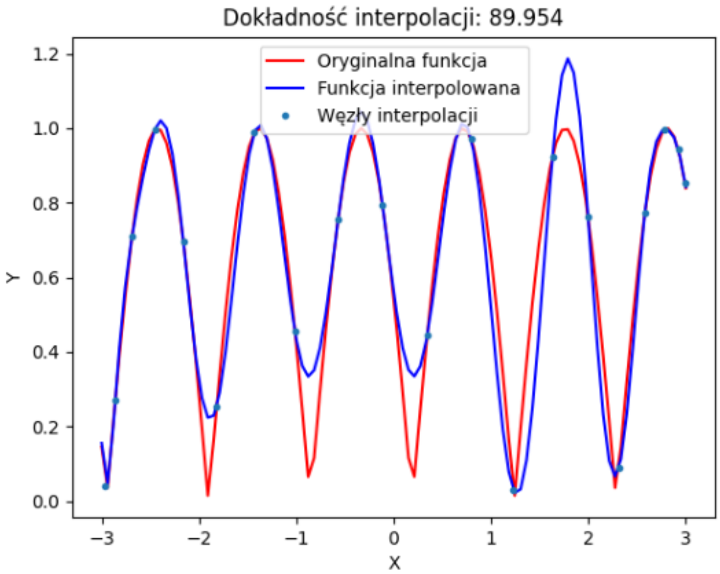


e) Wzór funkcji: **f(x) = |cos(3x+1)|** na przedziale [-3,3]

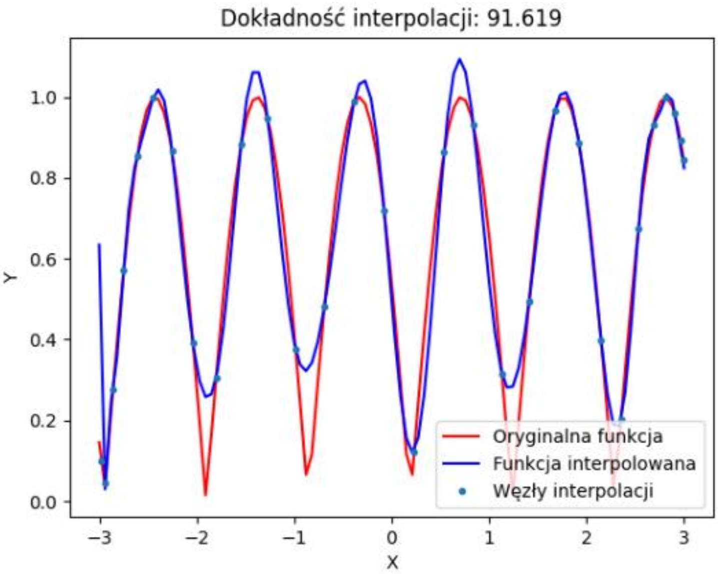
Wykres dla **3 węzłów** interpolacyjnych:



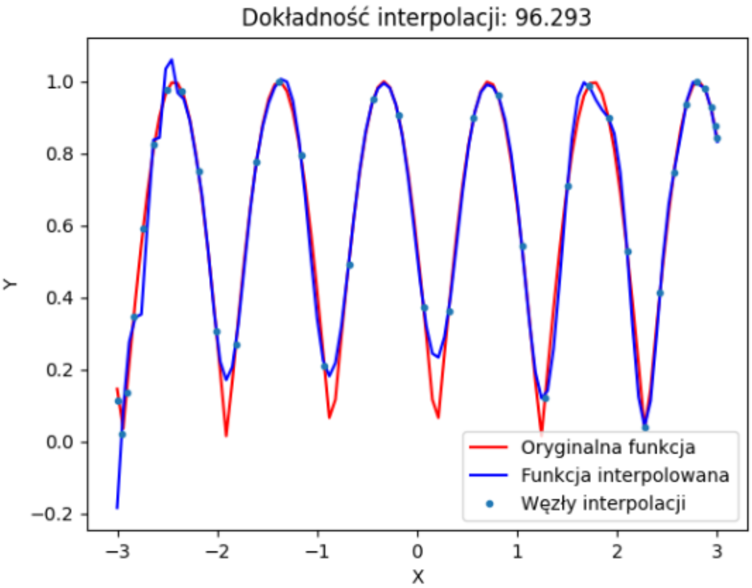
Wykres dla **20 węzłów** interpolacyjnych:



Wykres dla **30 węzłów** interpolacyjnych:



Wykres dla **37 węzłów** interpolacyjnych:



Wnioski

- Dla funkcji liniowej interpolacji jest w 100% dokładna dla więcej niż jednego węzła.
- Dla wszystkich funkcji dokładność interpolacji rośnie wraz ze wzrostem liczby węzłów.
- Duża ilość węzłów (np. 100) sprawia, że wyniki mogą być nieprawidłowe.
- Zaimplementowany program najlepiej radzi sobie z prostymi funkcjami tzn. funkcją liniową, wielomianami oraz funkcjami trygonometrycznymi. W przypadku funkcji złożonej nie udało się uzyskać 100% pokrycia dokładności.