|  |  |
| --- | --- |
| *Michał Ferdzyn 242383*  *Artur Grzybek 242399* | Rok akademicki *2022/23*  *wtorek, 10:30* |

**METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM**

Zadanie 4 - obliczanie całek za pomocą kwadratury Gaussa-Legendre'a oraz Newtona-Cotesa (wzór Simpsona)

**Opis rozwiązania**

W celu obliczenia przybliżonej wartości całki:

Wykorzystujemy dwie metody:

1. **Kwadratura Gaussa-Legendre’a**

Polega ona na podstawieniu do wzoru odpowiednich wartości:

Gdzie xk to wartości węzłów, zaś współczynnik Ak to wartości wag, które są wyliczane ze wzoru:

Wartości xk oraz wyników zostały podane odgórnie w programie. Wartości wielomianów są wyliczane ze wzorów:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

1. **Kwadratura Newtona-Cotesa (wzór Simpsona)**

Metoda polega na:

* Wczytaniu podanego przedziału (a,b)
* Wyznaczeniu odległości pomiędzy dwoma sąsiednimi punktami podziałowymi dx
* Rozpoczęciu pętli, która wykonuje się n-razy. Wyznaczamy tu wartość punktu podziałowego, a następnie obliczamy wartość funkcji w punkcie środkowym, który jest odległy o połowę dx od wyznaczonego wcześniej punktu podziałowego. Wynik ten dodajemy do sumy wartości funkcji w punktach środkowych. Tworzymy także drugą sumę w zmiennej s, która zawiera jedynie wartości funkcji w dla punktów od xi do xn-1.
* Wyznaczeniu wartości całki w zmiennej s (po zakończeniu pętli) zgodnie z podanym wzorem:

**Wyniki**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Kwadratura Newtona-Cotesa (wzór Simpsona)** | | | | |
| **Funkcja** | **Przedział** | **Epsilon** | **Wynik** | **Liczba iteracji** |
|  | <-5;5> | 0.01 | 113.33333 | 2 |
|  | <2;8> | 0.001 | 7.00854 | 7 |
|  | <0;5> | 0.01 | 3.20526 | 4 |
|  | <-5,5> | 0.01 | 1220.02169 | 14 |
|  | <2,8> | 0.001 | - 0.89232 | 6 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Kwadratura Gaussa-Legendre’a** | | | |
| **Funkcja** | **Przedział** | **Wynik** | **Liczba węzłów** |
|  | <-5;5> | 113.33333 | 2 |
|  | <-5;5> | 113.33333 | 3 |
|  | <-5;5> | 113.33333 | 4 |
|  | <-5;5> | 113.33333 | 5 |
|  | <2;8> | 6.28373 | 2 |
|  | <2;8> | 6.84767 | 3 |
|  | <2;8> | 7.02348 | 4 |
|  | <2;8> | 7.00675 | 5 |
|  | <0;5> | 3.27869 | 2 |
|  | <0;5> | 3.22129 | 3 |
|  | <0;5> | 3.2106 | 4 |
|  | <0;5> | 3.20866 | 5 |
|  | <-5;5> | 664.44444 | 2 |
|  | <-5;5> | 1220.0 | 3 |
|  | <-5;5> | 1220.0 | 4 |
|  | <-5;5> | 1220.0 | 5 |
|  | <2,8> | 3.04457 | 2 |
|  | <2,8> | -1.22387 | 3 |
|  | <2,8> | -0.87769 | 4 |
|  | <2,8> | -0.89238 | 5 |

**Wnioski**

* Wraz ze wzrostem ilości węzłów rośnie dokładność metody Gaussa-Legendre’a.
* Odgórnie podane wartości węzłów powodują ograniczoną ilość iteracji metody Gaussa-Legendre’a, przez co metoda Newtona-Cotesa osiągnie prawdopodobnie większą dokładność (ponieważ ona nie ma żadnych ograniczeń).
* Metoda Newtona-Cotesa jest łatwiejsza do zaimplementowania oraz zapewnia dokładniejsze wyniki.