
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΗΜΜΥ
Τηλεπικοινωνιακά Συστήματα Ι
Παράδοση 1ης εργασίας
Ημερομηνία Παράδοσης: 25/04/2024

Ομάδα 120

Επώνυμο	Δήμας	Λαμπράκης
Όνομα	Χρήστος	Μιχάλης
A.M.	2021030183	2020030077

Θ.1 (10) Για κάθε $T > 0$ υπολογίστε το ολοκλήρωμα και σχεδιάστε την συνάρτηση αυτοομοιότητας της συνάρτησης:

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Λύση:

Η συνάρτηση αυτοομοιότητας της $\phi(t)$ ορίζεται ως $R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t+\tau)\phi(t) dt$, $\forall t \in \mathbb{R}$.
Επιπλέον το $\phi(t+\tau)$:

$$\phi(t+\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } |t+\tau| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t+\tau)\phi(t) dt, & \quad t = s - \tau \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(s)\phi(s-\tau) ds, & \quad s = \tau - u \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau-u)\phi(-u) du, & \quad \phi(-u) = g(u) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau-u)g(u) du = \phi(\tau) * g(\tau) = \phi(\tau) * \phi(-\tau) \end{aligned}$$

Άρα με βάση την μεθοδολογία της συνέλιξης καταλήγουμε στις εξής περιπτώσεις:

1^η Περίπτωση: $\tau + T < -\frac{T}{2}$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 0, \forall \tau \in (-\infty, -T)$$

2^η Περίπτωση: $\tau + \frac{T}{2} \geq -\frac{T}{2}$ και $\tau - \frac{T}{2} < -\frac{T}{2}$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} \phi(t+\tau)\phi(t) dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} \frac{1}{\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{T}} d\tau = \frac{1}{T} [\tau]_{-\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} = \frac{1}{T} (\tau + \frac{T}{2} + \frac{T}{2}) = 1 + \frac{\tau}{T} \quad \forall \tau \in [-T, 0)$$

3^η Περίπτωση: $\tau - \frac{T}{2} \geq -\frac{T}{2}$ και $\tau - \frac{T}{2} < \frac{T}{2}$

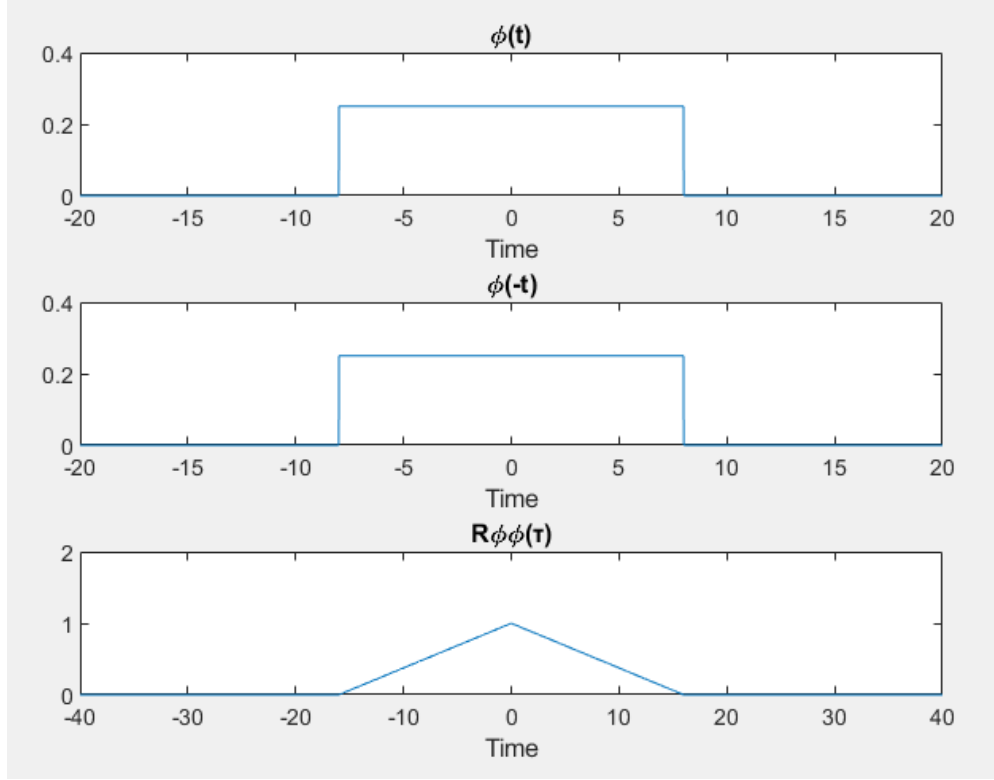
$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{\tau-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T} d\tau = \frac{1}{T} [\tau]_{\tau-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} = \frac{1}{T} (\frac{T}{2} - \tau + \frac{T}{2}) = 1 - \frac{\tau}{T} \quad \forall \tau \in [0, T)$$

4^η Περίπτωση: $\tau - \frac{T}{2} \geq \frac{T}{2}$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 0, \forall \tau \in [T, +\infty)$$

Οπότε:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \begin{cases} 1 + \frac{\tau}{T} & , \text{αν } -T \leq \tau < 0 \\ 1 - \frac{\tau}{T} & , \text{αν } 0 \leq \tau < T \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$



Θ.2 (10) Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για $\phi(t - 2)$.

Λύση:

Αρχικά θα υπολογίσουμε την $\phi(t - 2)$:

$$\phi(t - 2) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } -\frac{T}{2} + 2 \leq t \leq \frac{T}{2} + 2 \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Η συνάρτηση αυτοομοιότητας της $\phi(t)$ ορίζεται ως $R_{\phi\phi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t - 2 + \tau)\phi(t - 2) d\tau$, $\forall t \in \mathbb{R}$.
Βάση του **Θ.1** προχωράμε στη συνέλιξη και καταλήγουμε στις εξής περιπτώσεις:

1^η Περίπτωση: $\tau + \frac{T}{2} + 2 < -\frac{T}{2}$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 0, \forall \tau \in (-\infty, -T)$$

2^η Περίπτωση: $\tau + \frac{T}{2} + 2 \geq -\frac{T}{2}$ και $\tau - \frac{T}{2} + 2 < -\frac{T}{2}$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{-\frac{T}{2}+2}^{\tau+2+\frac{T}{2}} \frac{1}{T} d\tau = \frac{1}{T} [\tau]_{-\frac{T}{2}+2}^{\tau+2+\frac{T}{2}} = \frac{\tau+2+\frac{T}{2}+\frac{T}{2}-2}{T} = 1 + \frac{\tau}{T} \quad \forall \tau \in [-T, 0)$$

3^η Περίπτωση: $\tau - \frac{T}{2} + 2 \geq -\frac{T}{2}$ και $\tau - \frac{T}{2} + 2 < \frac{T}{2}$

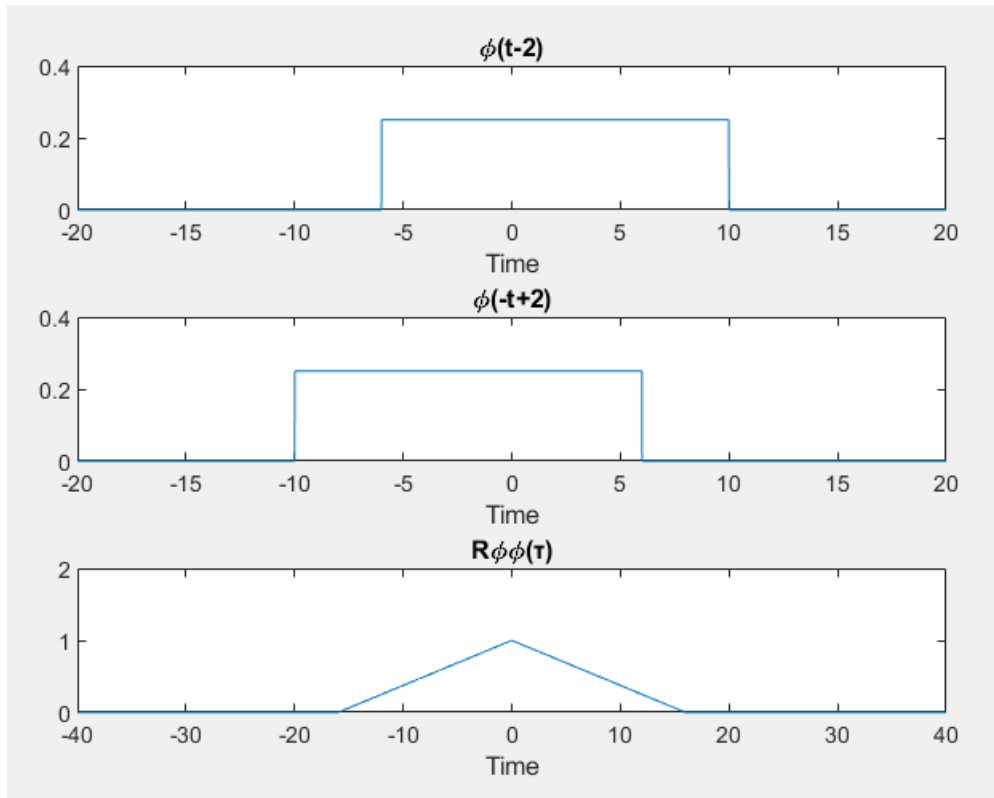
$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{\tau - \frac{T}{2} + 2}^{\frac{T}{2} + 2} \frac{1}{T} d\tau = \frac{1}{T} [\tau]_{\tau - \frac{T}{2} + 2}^{\frac{T}{2} + 2} = \frac{\frac{T}{2} - \tau + \frac{T}{2}}{T} = 1 - \frac{\tau}{T} \quad \forall \tau \in [0, T)$$

4^η Περίπτωση: $\tau - \frac{T}{2} + 2 \geq \frac{T}{2}$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 0, \forall \tau \in [T, +\infty)$$

Οπότε τελικά:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \begin{cases} 1 + \frac{\tau}{T} & , \text{αν } -T \leq \tau < 0 \\ 1 - \frac{\tau}{T} & , \text{αν } 0 \leq \tau < T \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$



Παρατηρούμε ότι οι συναρτήσεις αυτοομοιότητας των ερωτημάτων **Θ.1** και **Θ.2** είναι πανομοιότυπες. Λόγω αυτού βγαίνει το συμπέρασμα πως η $R_{\phi\phi}(\tau)$ δεν επηρεάζεται από τις χρονικές μετατοπίσεις της $\phi(t)$.

Θ.3 (10) Να επαναλάβετε για την:

$$\phi(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } \frac{T}{2} \leq t \leq T \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

Λύση:

Θα κινηθούμε όμοια με το **Θ.1** οπότε:

$$\phi(t + \tau) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } 0 \leq t + \tau < \frac{T}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{T}} & , \text{αν } \frac{T}{2} \leq t + \tau \leq T \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

και καταλήγουμε στις εξής περιπτώσεις της συνέλιξης:

1^η Περίπτωση: $\tau + T < 0$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 0, \forall \tau \in (-\infty, -T)$$

2^η Περίπτωση: $\tau + T \geq 0$ και $\tau + \frac{T}{2} < 0$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_0^{\tau+T} -\frac{1}{\sqrt{T}} \frac{1}{\sqrt{T}} d\tau = \int_0^{\tau+T} -\frac{1}{T} d\tau = -\frac{1}{T} [\tau]_0^{\tau+T} = \frac{-\tau - T}{T} = -1 - \frac{\tau}{T} \quad \forall \tau \in [-T, -\frac{T}{2})$$

3^η Περίπτωση: $\tau + \frac{T}{2} \geq 0$ και $\tau < 0$

$$\begin{aligned} R_{\phi\phi}(\tau) &= \int_0^{\tau+\frac{T}{2}} \frac{1}{T} d\tau + \int_{\tau+\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} -\frac{1}{T} d\tau + \int_{\frac{T}{2}}^{\tau+T} \frac{1}{T} d\tau = \frac{1}{T} ([\tau]_0^{\tau+\frac{T}{2}} - [\tau]_{\tau+\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + [\tau]_{\frac{T}{2}}^{\tau+T}) \\ &= \frac{1}{T} (\tau + \frac{T}{2} - \frac{T}{2} + \tau + \frac{T}{2} + \tau + T - \frac{T}{2}) = 1 + \frac{3\tau}{T} \quad \forall \tau \in [-\frac{T}{2}, 0) \end{aligned}$$

4^η Περίπτωση: $\tau \geq 0$ και $\tau < \frac{T}{2}$

$$\begin{aligned} R_{\phi\phi}(\tau) &= \int_{\tau}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{T} d\tau + \int_{\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} -\frac{1}{T} d\tau + \int_{\tau+\frac{T}{2}}^T \frac{1}{T} d\tau = \frac{1}{T} ([\tau]_{\tau}^{\frac{T}{2}} - [\tau]_{\frac{T}{2}}^{\tau+\frac{T}{2}} + [\tau]_{\tau+\frac{T}{2}}^T) \\ &= \frac{1}{T} (\frac{T}{2} - \tau - \tau - \frac{T}{2} + \frac{T}{2} + T - \tau - \frac{T}{2}) = 1 - \frac{3\tau}{T} \quad \forall \tau \in [0, \frac{T}{2}) \end{aligned}$$

5^η Περίπτωση: $\tau \geq \frac{T}{2}$ και $\tau \leq T$

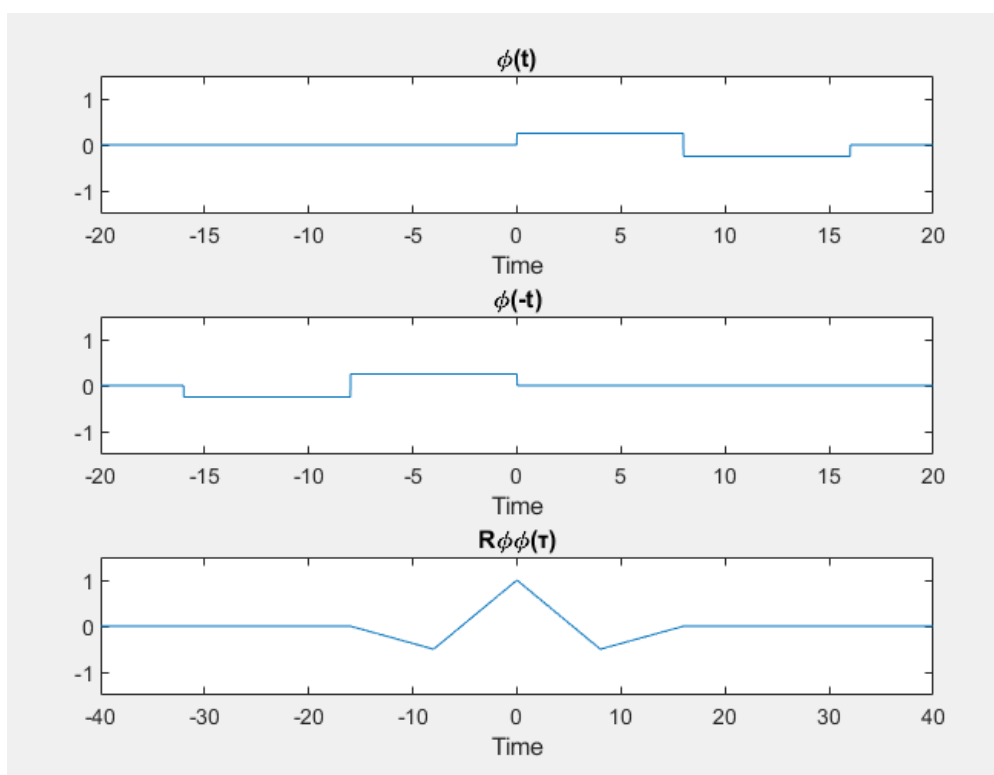
$$R_{\phi\phi}(\tau) = \int_{\tau}^T -\frac{1}{T} d\tau = -\frac{1}{T}[\tau]_{\tau}^T = \frac{\tau - T}{T} = -1 + \frac{\tau}{T} \quad \forall \tau \in [\frac{T}{2}, T]$$

6^η Περίπτωση: $\tau > T$

$$R_{\phi\phi}(\tau) = 0, \forall \tau \in (T, \infty)$$

Οπότε τελικά:

$$R_{\phi\phi}(\tau) = \begin{cases} -1 - \frac{\tau}{T} & , \text{αν } -T \leq \tau < -\frac{T}{2} \\ 1 + \frac{3\tau}{T} & , \text{αν } -\frac{T}{2} \leq \tau < 0 \\ 1 - \frac{3\tau}{T} & , \text{αν } 0 \leq \tau < \frac{T}{2} \\ -1 + \frac{\tau}{T} & , \text{αν } \frac{T}{2} \leq \tau \leq T \\ 0 & , \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$



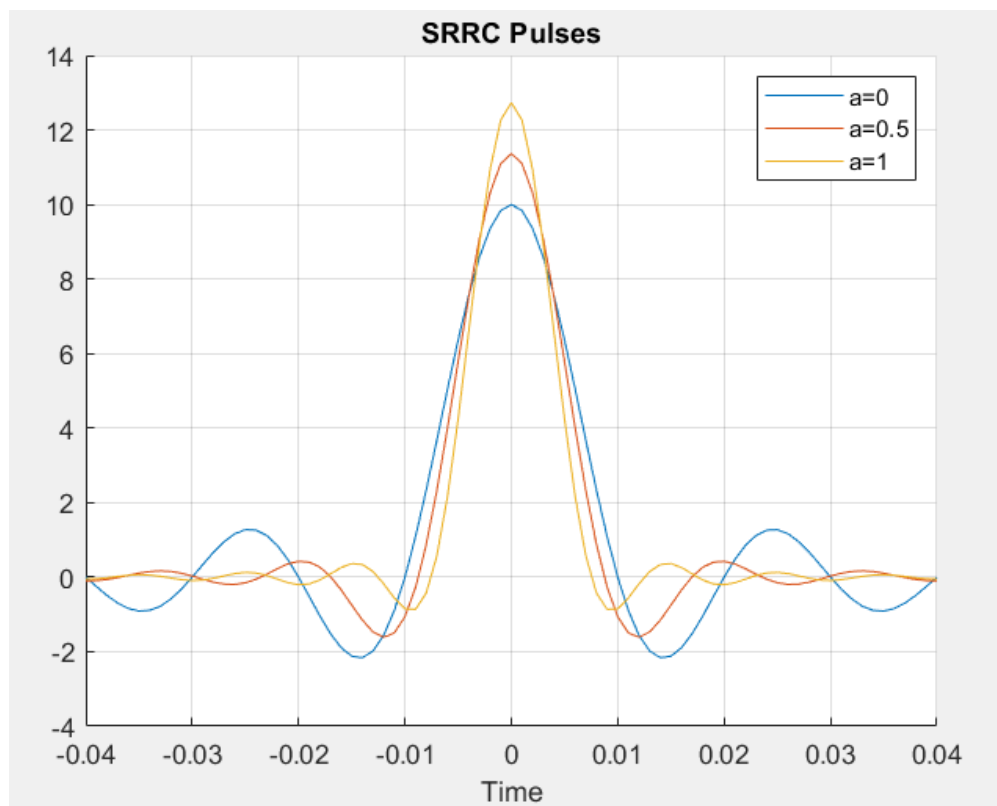
A.1

Να δημιουργήσετε παλμούς *SRRC* $\phi(t)$.

(α) (5) Να σχεδιαστούν σε κοινό plot οι παλμοί, για $T = 10^{-2}$, $over = 10$, $A = 4$ και συντελεστή roll-off $a = 0, 0.5, 1$ στον κατάλληλο άξονα του χρόνου.

(β) (5) Τι παρατηρείτε σχετικά με τον ρυθμό μείωσης του πλάτους των παλμών, όσο αυξάνεται η απόλυτη τιμή του χρόνου, $|t|$, σε σχέση με τις τιμές του a ; Ποιός παλμός φθίνει πιο γρήγορα;

Λύση:



Ακολουθεί ο κώδικας Matlab:

```
1 clear all;
2 close all;
3
4 %% Variable Declaration
5 T = 0.01;           %Period
6 over = 10;          %Oversampling factor
7 Ts = T/over;        %Sampling Period
```

```

8 A = 4 ; %Half duration of the pulse in symbol
    periods
9 a = [0, 0.5, 1]; %Roll-off Factor
10 phi = {}; %Initialization of truncated SRRC pulse
11 t = 0; %Initialization of time
12 %% A.1.
13
14 figure(1)
15 grid on;
16 hold on;
17
18 %Set variables for each 'a' and plot
19 for i=1:length(a)
20     [phi{i}, t] = srrc_pulse(T, over, A, a(i));
21     plot(t,phi{i});
22 end
23 legend("a=0", "a=0.5", "a=1")
24 xlim([-A*T A*T])
25 title("SRRC Pulses")
26 xlabel("Time")
27 hold off;

```

Παρατηρούμε ότι όσο μειώνεται το a τόσο μειώνεται και ο ρυθμός μείωσης του πλάτους. Άρα ο ρυθμός μείωσης του πλάτους είναι αντιστρόφως ανάλογος του συντελεστή roll-off a .

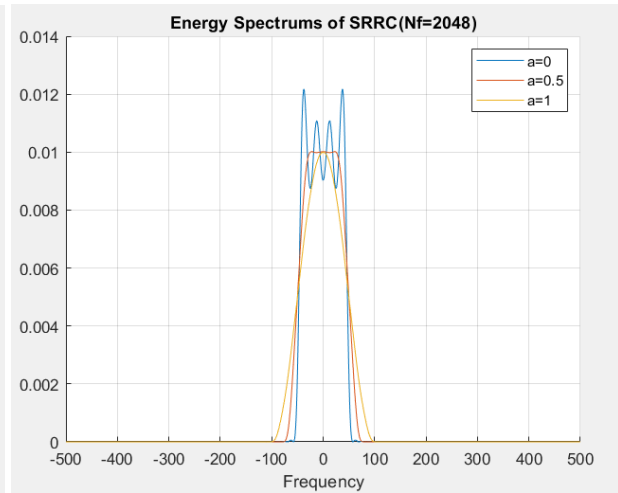
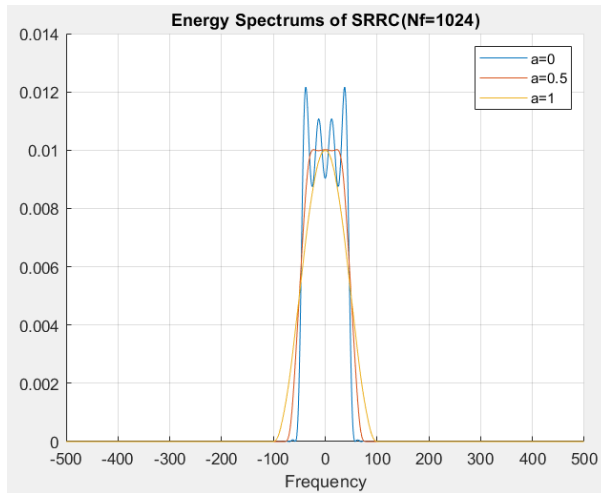
A.2

Μέσω των συναρτήσεων `fft` και `fftshift` να υπολογίσετε τους μετασχηματισμούς Fourier $\Phi(F)$ των παλμών που σχεδιάστηκαν στο ερώτημα A.1, σε N_ϕ ισαπέχοντα σημεία στον άξονα συχνοτήτων $[-\frac{F_s}{2}, \frac{F_s}{2}]$ (ενδεικτικά, $N_\phi = 1024, 2048$).

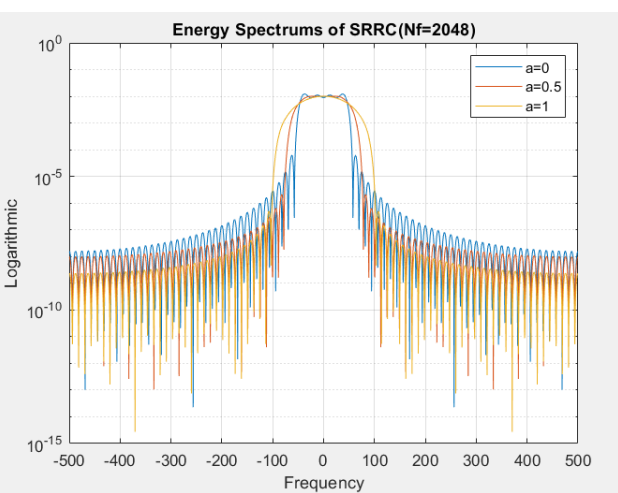
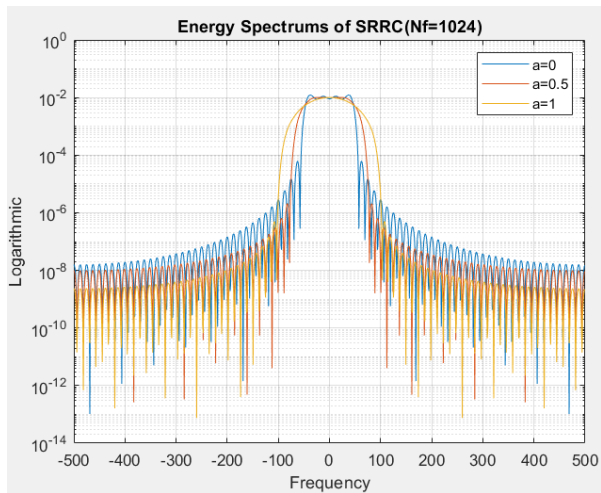
(α) (5) Σε κοινό plot:

(β) (5) Σε κοινό semilogy:

Λύση:
(α)



(β)



Ακολουθεί ο κώδικας Matlab:

```

1 %% A.2.
2
3 Fs = 1/Ts; %Sampling Period
4 %Nf = 1024;
5 Nf = 2048; %Step
6 phi_F = {}; %Initialization of Fourier
7 phi_energy = {}; %Initialization
8
9 f_axis = linspace(-Fs/2,(Fs/2-Fs/Nf),Nf); %Freq range
10 figure(2)

```

```

11 hold on;
12 grid on;
13
14 %Set energy spectrum and plot using fft,fftshift
15 for i=1:length(a)
16     phi_F{i} = fftshift(fft(phi{i}, Nf)*Ts);
17     phi_energy{i} = power(abs(phi_F{i}),2);
18     plot(f_axis, phi_energy{i});
19 end
20 legend("a=0", "a=0.5","a=1");
21 title('Energy Spectrums of SRRC(Nf=2048)');
22 xlabel('Frequency');
23 xlim([-Fs/2 Fs/2])
24 hold off;
25
26 %Set energy spectrum using semilogy
27 figure(3)
28 for i=1:length(a)
29     semilogy(f_axis, phi_energy{i});
30     hold on;
31 end
32 grid on;
33 legend("a=0", "a=0.5","a=1");
34 xlim([-Fs/2 Fs/2])
35 title('Energy Spectrums of SRRC(Nf=2048)');
36 xlabel('Frequency');
37 ylabel('Logarithmic');
38 hold off;

```

A.3

Το θεωρητικό εύρος φάσματος των παλμών άπειρης διάρκειας είναι $BW = \frac{1+a}{2T}$.

(α) (5) Να υπολογίσετε την τιμή του θεωρητικού εύρους φάσματος για κάθε ένα από τους τρεις παλμούς:

Λύση:

α	0	0.5	1
BW	50	75	100

(β) (5) Στο κοινό semilogy του ερωτήματος Α.2, να σχεδιάσετε μία οριζόντια γραμμή με c με τιμή $c = \frac{T}{10^3}$ και να θεωρήσετε ότι οι τιμές οι οποίες ευρίσκονται κάτω από αυτή τη γραμμή είναι πρακτικά μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση, ποιο είναι προσεγγιστικά το εύρος φάσματος των τριών παραπάνω παλμών; Ποιός παλμός είναι πιο αποδοτικός ως προς το εύρος φάσματος;

Λύση:

Το πρακτικό εύρος φάσματος είναι προσεγγιστικά:

α	0	0.5	1
BW	77.6	75.6	98.6

Έτσι παρατηρούμε ότι ο παλμός με $a = 0.5$ είναι ο πιο αποδοτικός διότι έχει πρακτικά το μικρότερο εύρος φάσματος.

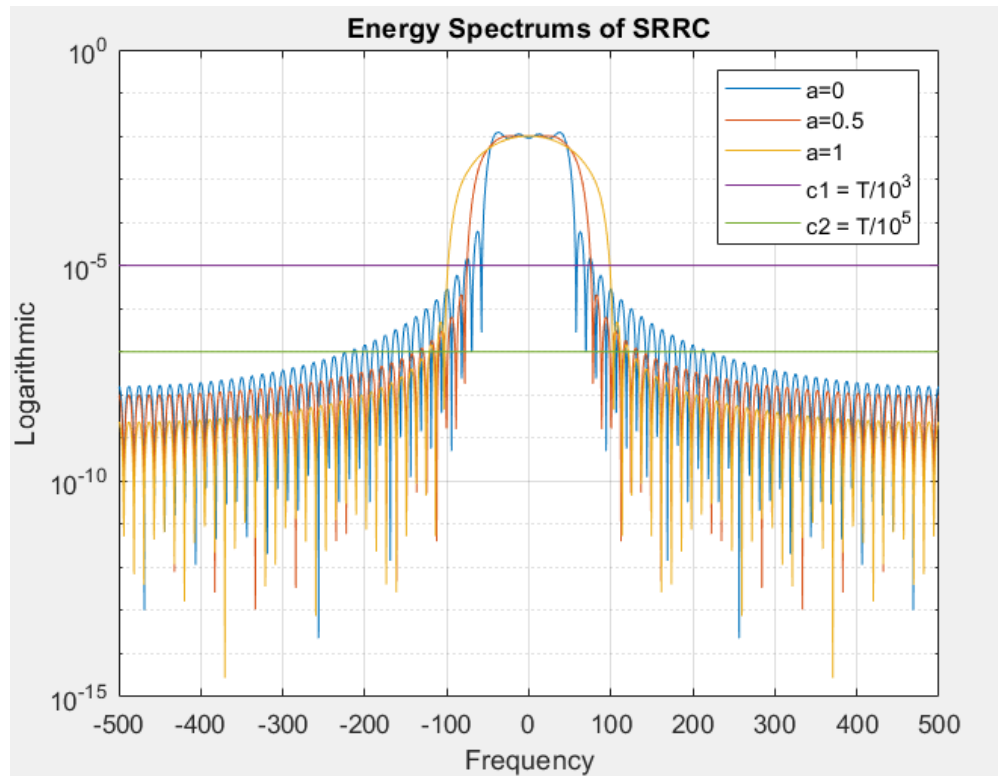
(γ) (5) Πώς μεταβάλλεται το εύρος φάσματος των παλμών αν $c = \frac{T}{10^5}$; Σε αυτήν την περίπτωση ποιός παλμός είναι πιο αποδοτικός;

Λύση:

α	0	0.5	1
BW	213.8	132.3	121.1

Σε αυτήν την περίπτωση ο παλμός με $a = 1$ είναι πιο αποδοτικός.

Ακολουθεί κοινό plot και ο κώδικας Matlab:



```

1 %% A.3.
2
3 c1 = zeros(1,length(f_axis))+T/10^3; %Limit C1 = T/10^3
4 c2 = zeros(1,length(f_axis))+T/10^5; %Limit C2 = T/10^5
5
6 figure(4);
7 for i=1:length(a)
8     semilogy(f_axis, phi_energy{i});
9     hold on;
10 end
11 grid on;
12 title('Energy Spectrums of SRRC');
13 xlabel('Frequency');
14 ylabel('Logarithmic');
15 plot(f_axis, c1);
16 plot(f_axis, c2);
17 legend("a=0", "a=0.5", "a=1", "c1 = T/10^3", "c2 = T/10^5");
18 xlim([-Fs/2 Fs/2])
19 hold off;

```

B.1

Για $T = 10^{-2}$, $A = 4$, $a = 0, 0.5, 1$ και $k = 0, 1, \dots, 2A$ (αντίστοιχα αποτελέσματα θα πάρετε για αρνητικά k)

1. να σχεδιάσετε σε κοινό plot τους παλμούς $\phi(t)$ και $\phi(t - kT)$,

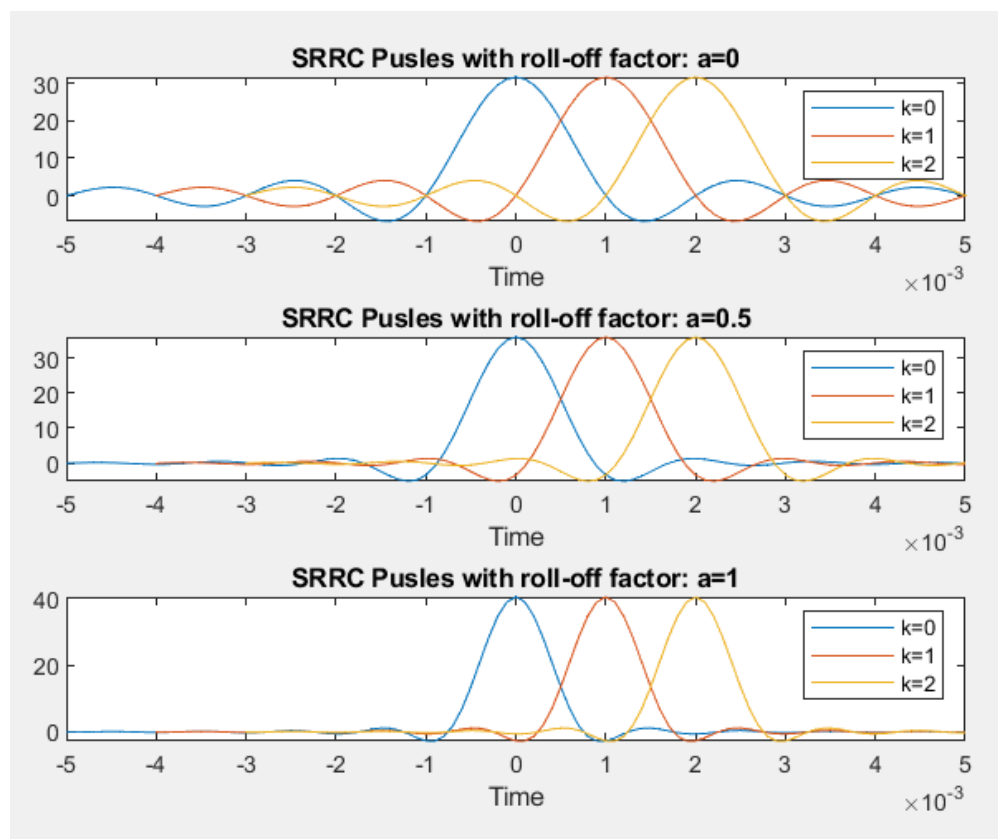
2. να σχεδιάσετε το γινόμενο $\phi(t)\phi(t - kT)$,

3. να προσεγγίσετε αριθμητικά το ολοκλήρωμα του γινομένου $\phi(t)\phi(t - kT)$, με τη μέθοδο που αναφέρουμε στις σημειώσεις.

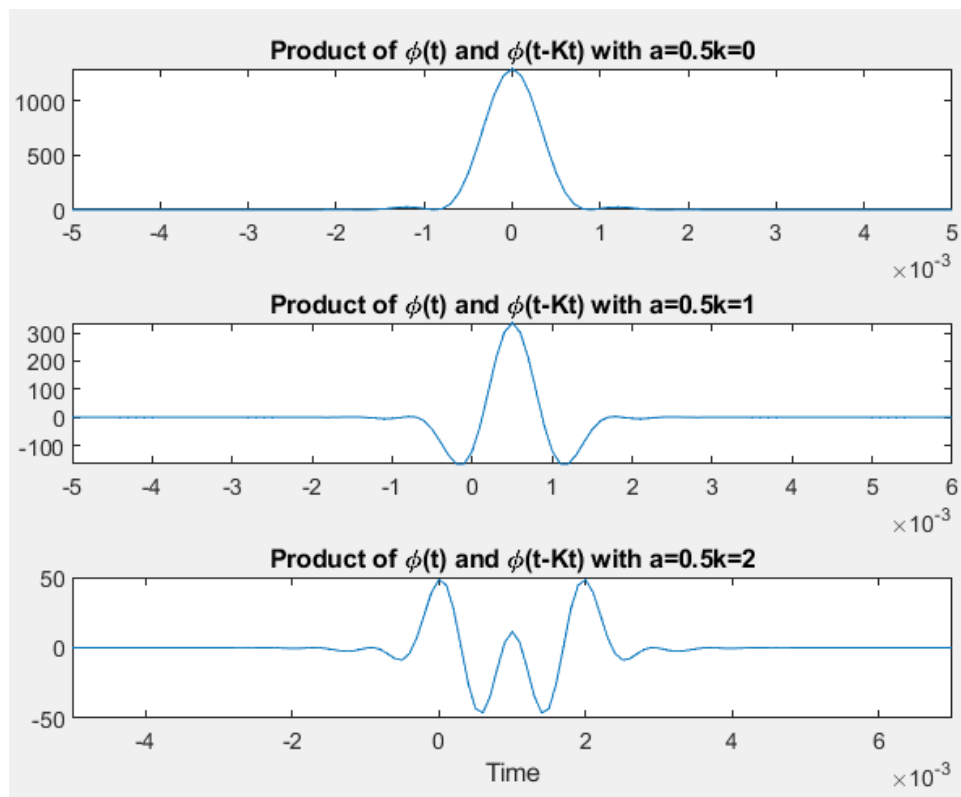
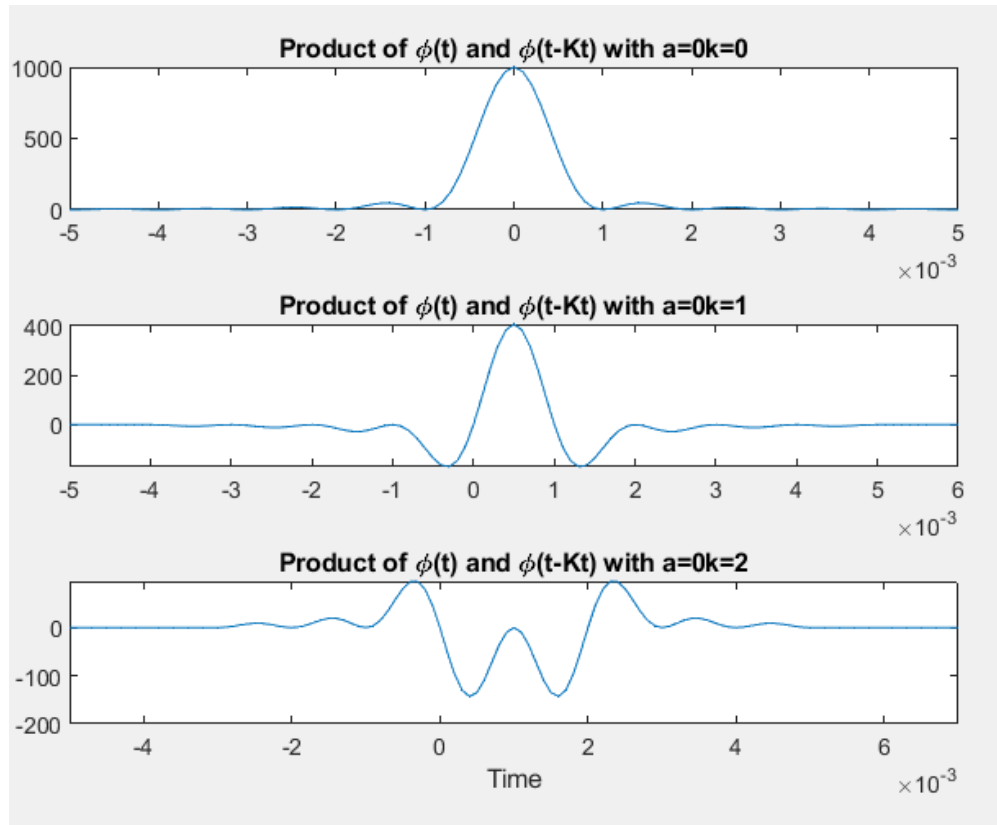
(α) (10) Να σχεδιάσετε τα αποτελέσματα των βημάτων 1. και 2. για $a = 0, 0.5, 1$ και $k = 0, 1, 2$:

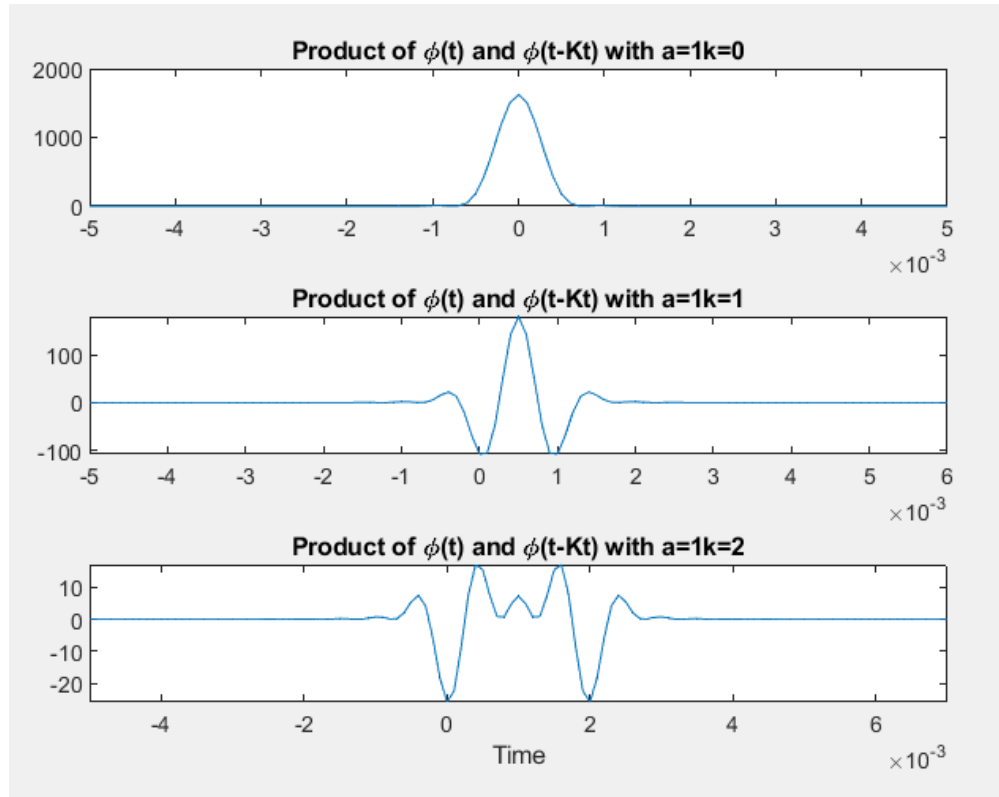
Λύση:

Οι παλμοί $\phi(t)$ και $\phi(t - kT)$:



Καθώς και το γινόμενο $\phi(t)\phi(t - kT)$:





(β) (10) Να αναφέρετε τις τιμές των ολοκληρωμάτων που υπολογίσατε στο βήμα 3., για $a = 0, 0.5, 1$ και $k = 0, 1, 2, 3$ και να προσπαθήσετε να τις εξηγήσετε.

Λύση:

Για $a = 0$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-0T) dt = 0.974749$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-1T) dt = 0.029027$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-2T) dt = -0.034885$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-3T) dt = 0.046111$$

Για $a = 0.5$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-0T) dt = 0.999876$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-1T) dt = 0.000022$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-2T) dt = 0.000333$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t-3T) dt = -0.000341$$

Για $a = 1$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t - 0T) dt = 0.999969$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t - 1T) dt = -0.000047$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t - 2T) dt = -0.000082$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t)\phi(t - 3T) dt = -0.000203$$

Παρατηρούμε ότι για όλες τις διαφορετικές τιμές του a για $k = 0$ οι τιμές των ολοκληρωμάτων προσεγγίζουν το 1. Αντιθέτως για $k \neq 0$ έχουμε τιμές που προσεγγίζουν το 0. Άρα συμπεραίνουμε ότι οι παλμοί που δημιουργήσαμε είναι κατα προσέγγιση ορθοκανονικοί.

Ακολουθεί ο κώδικας Matlab για τα παραπάνω ερωτήματα:

```
1 clear all;
2 close all;
3
4 %% B.1.
5 T = 0.001; %Period
6 A = 5;
7 a = [0 , 0.5 , 1]; % Roll - off factor
8 over = 10; % Oversampling factor
9 kStep = 1;
10 k = [0 ,1 ,2];
11 t_delay = k .* T ;
12
13 Ts = T / over ; % sampling period
14 phi = {}; % Initialization of truncated SRRC pulse
15
16 %Set vars for each roll-off factor and plot
17 for i =1: length(a)
18     [phi{i}, t] = srrc_pulse(T,over,A,a (i));
19     subplot(3,1,i);
20     for j=1:length(k)
21         plot(t+t_delay(j),phi{i});
22         hold on;
23     end
24     title(['SRRC_Pusles_with_roll-off_factor: a=' num2str(a(i))]);
25     legend ('k=0','k=1','k=2','k=3');
26     xlabel('Time');
27     xlim([-A*T A*T]);
28 end
29
30 hold off;
31
32 %% B2
```



```

33 t_delay2=k*T;
34 for i=1:length(a)
35     figure
36     for j=1:length(k)
37         subplot(3,1,j);
38         time = -A*T:Ts:A*T+k(j)*T;
39         phi_t=[phi{i} zeros(1,k(j)*T/Ts)]; %Add zeros to the
           original signal
40         phi_KT = [zeros(1,k(j)*T/Ts) phi{i}]; %Add zeros to the
           delayed signal
41         result = phi_t.*phi_KT; %Multiply
42         plot(time,result);
43         xlim([-A*T A*T+k(j)*T]);
44         title(['Product of \phi(t) and \phi(t-Kt) with a =',
           num2str(a(i)), 'k=' num2str(k(j))]);
45     end
46     xlabel('Time');
47 end
48
49 %% B3
50 k = [0 ,1 ,2, 3];
51 for i=1:length(a)
52     fprintf('Integral of \phi(t)*\phi(t-kT) with a=%.1f and\n',
           a(i))
53     for j=1:length(k)
54         phi_t=[phi{i} zeros(1,k(j)*T/Ts)];
55         phi_KT = [zeros(1,k(j)*T/Ts) phi{i}];
56         result = phi_t.*phi_KT;
57         v(i)=sum(result)*Ts; %Integral calculation
58         fprintf('k=%d: %.6f\n', k(j), v(i))
59     end
60 end)

```

Στο 3^ο και τελευταίο ερώτημα, θα προσομοιωθεί ένα PAM σύστημα βασικής ζώνης, το οποίο μεταφέρει N bits χρησιμοποιώντας διαμόρφωση 2-PAM. Για $T = 10^{-2}\text{sec}$, $\text{over} = 10$, $a = 0.5$, και $A = 4$. (το A ισούται με το μισό μήκος του αποκομμένου παλμού μετρημένο σε περιόδους συμβόλου).

C.1 (5) Να δημιουργήσετε N bits b_i για $i = 0, 1, \dots, N - 1$ ($N = 50, 100$), με την εντολή $b = (\text{sign}(\text{rand}(N, 1)) + 1)/2$:

Λύση:

```
1 %% C.1.
2
3 N = 100;
4 b = (sign(randn(N, 1)) + 1)/2;
```

C.2 Το σύστημα 2-PAM υλοποιείται ως εξής.

(α) (5) Να γράψετε την συνάρτηση $X = \text{bits_to_2PAM}(b)$ η οποία παίρνει είσοδο την ακολουθία bits b και παράγει ως έξοδο την ακολουθία από 2-PAM σύμβολα X , χρησιμοποιώντας την εξής απεικόνιση:

$$0 \rightarrow +1,$$

$$1 \rightarrow -1.$$

Λύση:

Η συνάρτηση επιστρέφει $X = -1$ με είσοδο $b = 1$ και $X = 1$ όταν $b = 0$.

```
1 %% C.2.A function bits_to_2PAM
2 function [x] = bits_to_2PAM(b)
3
4 for i=1:length(b)
5     x(i) = (-1)^b(i);
6 end
7 end
```

(β) Να προσομοιώσετε το σήμα:

$$X_{\delta}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \delta(t - kT)$$

μέσω της εντολής:

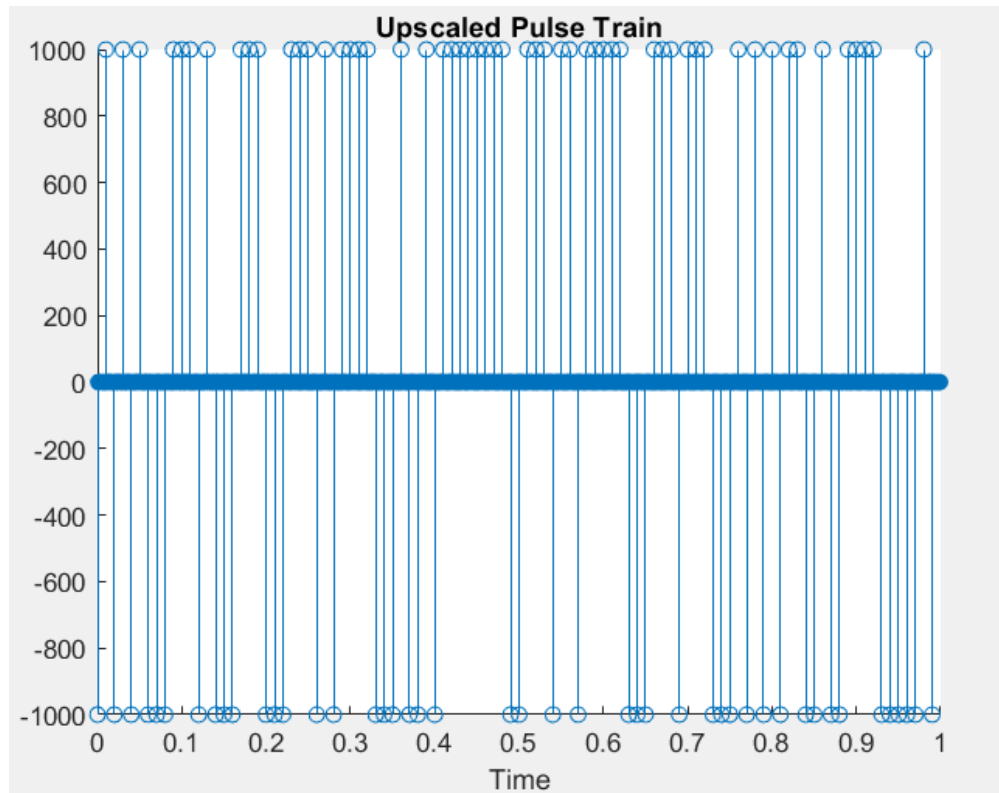
$$X_delta = 1/Ts * upsample(X, over).$$

(10) Να ορίσετε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσετε το σήμα $X_{\delta}(t)$.

Λύση:

```
1 %% C.2.B
2 x_delta = (1/Ts)*upsample(x, over);
3 t_pulse = 0:Ts:T*N-Ts;
4
5 figure
6 hold on;
7 stem(t_pulse, x_delta) ;
8 title("Upscaled Pulse Train")
9 xlim([0 T*N]) ;
10 xlabel("Time") ;
```

Όπως βλέπουμε σχεδιάσαμε ένα τρένο παλμών κλιμακομένο κατά $1/T_s$.



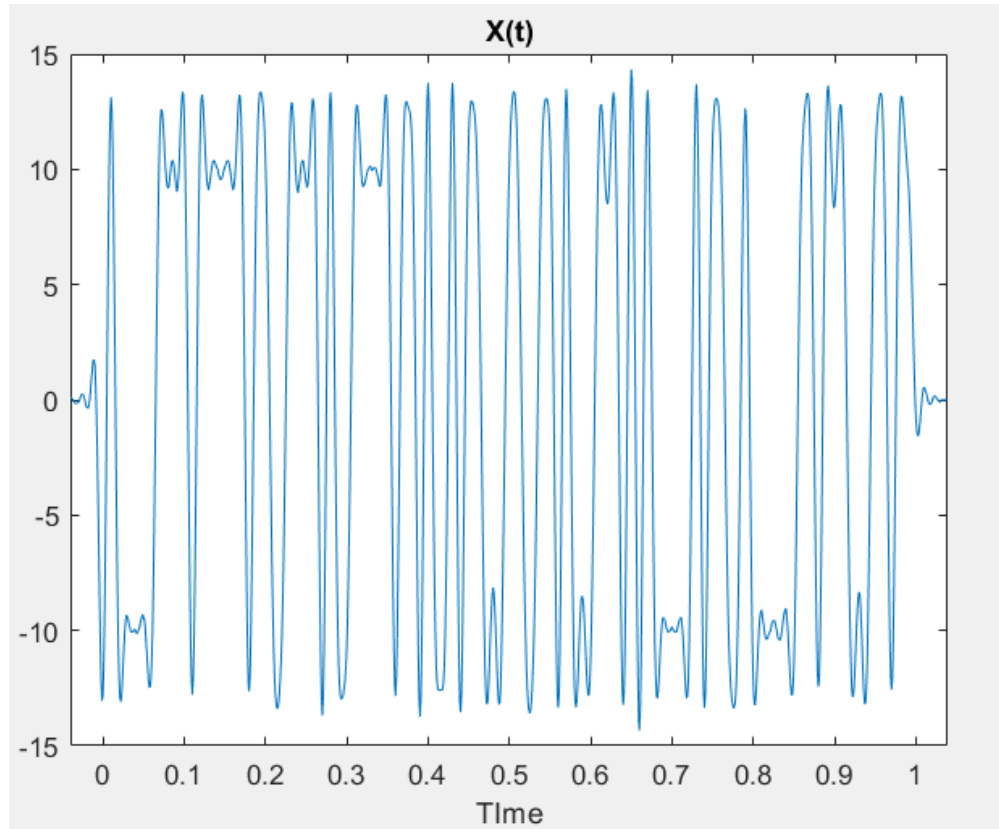
(ς) Να δημιουργήσετε αποκομμένο SRRC παλμός $\phi(t)$ (χρησιμοποιώντας τις παραπάνω παραμέτρους) και να προσομοιώσετε την συνέλιξη $X(t) = X_\delta * \phi(t)$.

(10) Να κατασκευάσετε κατάλληλα τον άξονα του χρόνου και να σχεδιάσετε το σήμα $X(t)$.

```

1 %% C.3
2 [phi, t] = srrc_pulse(T, over, A, a);
3 X_conv = conv(x_delta, phi)*Ts;
4 X_time = t_pulse(1)+t(1):Ts:t_pulse(end)+t(end);
5
6 figure
7 plot(X_time, X_conv)
8 xlabel("Time")
9 xlim([X_time(1) X_time(end)]) ;
10 title("X(t)");

```



(δ) Υποθέτοντας ιδανικό κανάλι, στην είσοδο του δέκτη λαμβάνουμε $X(t)$. Να προσομοιώσετε τη συνέλιξη $Z(t) = X(t) * \phi(-t)$.

(10) Να σχεδιάσετε το $Z(t)$ στον αντίστοιχο άξονα του χρόνου και να βρείτε τι τιμές παίρνει τις χρονικές στιγμές kT , για $k = 0, \dots, N - 1$. Μπορείτε να εξηγήσετε το φαινόμενο;

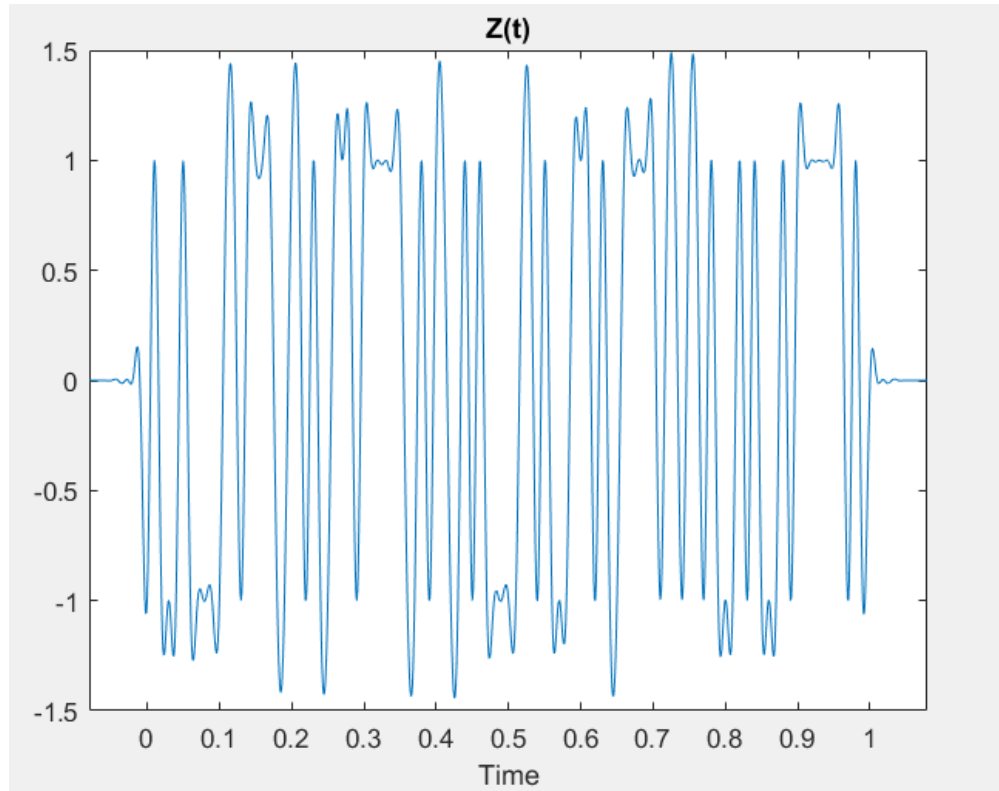
Λύση:

Χρησιμοποιήθηκε ο ίδιος αποκομμένος SRRC παλμός διότι είναι άρτια συνάρτηση ($\phi(t) = \phi(-t)$).

```

1 %% C.4.1
2 phi_flip = flip(phi);
3 Z_conv = conv(X_conv, phi_flip)*Ts;
4 Z_time = X_time(1)+t(1):Ts:X_time(end)+t(end);
5
6 figure
7 plot(Z_time, Z_conv)
8 xlabel("Time")
9 xlim ([Z_time(1) Z_time(end)]) ;
10 title("Z(t)");

```



(5) Ένας γραφικός τρόπος για να συγκρίνεται τις τιμές $Z(kT)$ με τις τιμές X_k , για $k = 0, \dots, N-1$, είναι να επιλέξετε `hold on` στο plot του $Z(t)$ και να εκτελέσετε την εντολή `stem([0:N-1]*T,X)`; όπου Q είναι το διάνυσμα με τα σύμβολα X_k , $k = 0, \dots, N-1$.

Λύση:

Βρίσκουμε τις θέσεις του $Z(t)$ που μας ενδιαφέρουν δηλαδή από την χρονική στιγμή $t = 0$ ως την χρονική στιγμή που τελειώνει το τρένο παλμών. Έχοντας τον παλμό που μας ενδιαφέρει `zsampld` τον κάνουμε `downsample`.

Ακολουθεί ο κώδικας Matlab:

```

1 %% C.4.2
2 % Sampling Z(t)
3 index_first = find(abs(Z_time) < T);
4 index_last = find(abs(Z_time - t_pulse(end)) < T);
5
6 Z_sampled = Z_conv(index_first : index_last);
7 Z_sampled = downsample(Z_sampled, over);
8
9 figure

```

```

10 hold on;
11 plot(Z_time, Z_conv);
12 stem(0:T:(N-1)*T, Z_sampled, "k");
13 legend ("Z(t)", "Z_s(t)");
14 xlim([Z_time(1) Z_time(end)]);

```

